

การวิเคราะห์การทำงานของเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรม

โดยวิธีแคแรกเทอร์ิสติก

บันเทิง สุวรรณตระกูล

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า ธนบุรี

บทคัดย่อ

ทฤษฎีที่ใช้วิเคราะห์การทำงานจากเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรมที่พัฒนาจนสามารถใช้ทำนายการทำงานของเครื่องได้คือทฤษฎีของ Krol ทฤษฎีดังกล่าวได้ถือว่าสภาพการเกิดการกระแทกของน้ำเนื่องจากลิ้นกระตุ้มเป็นลักษณะของการเคลื่อนที่กลับของลำน้ำคล้ายกับการเคลื่อนที่ของของแข็ง นอกจากนี้แล้วทฤษฎีของ Krol ยังต้องใช้สมการสำเร็จรูปควบคุมกับค่าคงที่จากการทดสอบชิ้นส่วนอีกด้วย

การวิเคราะห์การทำงานของเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรมโดยวิธีแคแรกเทอร์ิสติกนี้วิเคราะห์ขนาดของคลื่นกระแทกที่เกิดจากการปิดและเปิดของลิ้นกระตุ้ม และการเคลื่อนที่ของคลื่นภายในท่อโดยคำนึงถึงแรงเสียดทานของผิวท่อ การวิเคราะห์การปิดเปิดของลิ้นกระตุ้มและลิ้นส่งได้ใช้ข้อมูลจากการทดสอบชิ้นส่วนในสภาพของการไหลอย่างต่อเนื่องมาประกอบ สมการการวิเคราะห์ทั้งหมดได้เขียนอยู่ในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โปรแกรมดังกล่าวสามารถแสดงผลของค่าความดันและความเร็วของน้ำ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของท่อที่เวลาหนึ่งเวลาใด อัตราการส่งน้ำและอัตราการไหลรวมทั้งตำแหน่งที่เกิดสภาพการเป็นโพรง (Cavitation)

## 1. บทนำ

เครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรกเป็นอุปกรณ์ที่ John Whitehurst ได้ประดิษฐ์ขึ้นใช้งานเป็นคนแรกโดยใช้ส่งน้ำให้กับโรงงานทำเบียร์ เมื่อปีพ.ศ.2315 แต่การทำงานของเครื่องส่งน้ำแบบนั้นยังไม่สามารถทำงานได้โดยอัตโนมัติ จึงต้องจ้างเด็กมาทำหน้าที่ปิดเปิดประตุน้ำ เพื่อทำให้เกิดการกระแทกของน้ำ (Water Hammer) ต่อมาปี พ.ศ.2319 Montgolfier ได้พัฒนาให้เครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรกสามารถทำงานต่อเนื่องได้โดยอัตโนมัติ รายละเอียดเกี่ยวกับประวัติของเครื่องส่งน้ำดูได้จากเอกสารอ้างอิงหมายเลข [1]

ทางด้านทฤษฎีการวิเคราะห์ทางทฤษฎี ได้มีผู้พยายามสร้างทฤษฎีเพื่อใช้วิเคราะห์สมรรถนะของเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรกมาโดยตลอด ทฤษฎีที่ใช้งานได้ผลเป็นทฤษฎีที่พัฒนาโดย Krol [1] อย่างไรก็ตามทฤษฎีของ Krol ยังจำเป็นต้องใช้สมการสำเร็จรูปควบคุมไปกับข้อมูลการทดสอบชิ้นส่วนของเครื่องส่งน้ำ

ในประเทศไทยได้มีผู้เห็นประโยชน์ของเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรกจึงได้มีการออกแบบสร้าง ทดสอบ และนำออกไปใช้งาน สถาบันการศึกษาและหน่วยราชการที่มีได้ให้ความสนใจได้แก่ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย [2] สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี [3,4] มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ [5,6] กรมส่งเสริมอุตสาหกรรม [7] และกรมชลประทาน เป็นต้น นอกจากนี้ยังมีบริษัทเอกชนได้ผลิตขึ้นขายเป็นอุตสาหกรรมอีกด้วย

ผลงานวิจัยในประเทศไทยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาถึงตัวแปรต่าง ๆ ที่มีผลต่อสมรรถนะของเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรก สรุปได้ดังนี้ ถาวร [3] ทำการทดสอบเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรกโดยมีถังจ่ายอยู่สูงจากตัวเครื่อง 2.2 เมตร ใช้วาล์วของเครื่องยนต์เป็นลิ้นกระตุ้มมีน้ำหนักเป็นโหลด ลิ้นส่งทำด้วยทองเหลืองมีสปริงอ่อนกอดอยู่ ผลการทดสอบพบว่าประสิทธิภาพสูงสุดของเครื่องส่งน้ำอยู่บริเวณตำแหน่งช่วงความดันของน้ำที่ส่งไปใช้งานมีค่าประมาณ 5 ถึง 6 เท่า ของความดันเข้า (ความดันของถังจ่าย) ประสิทธิภาพของเครื่องไม่แปรกับระยะช่วงชักของลิ้นกระตุ้ม นอกจากนี้ยังได้พัฒนาทฤษฎีของ Krol โดยไม่ต้องใช้สมการสำเร็จรูปเข้าช่วย ธวัชและคณะ [4] ใช้เครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรกของถาวรทำการทดสอบอิทธิพลของปริมาตรอากาศในถังอากาศ ซึ่งพบว่าไม่มีผลต่อประสิทธิภาพของเครื่อง และทำการทดสอบโดยใช้สปริงเป็นโหลดที่ลิ้นกระตุ้ม ผล

การทดสอบพบว่าได้ประสิทธิภาพสูงขึ้น จุลละพวง และคณะ [5,6] ได้ออกแบบเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรมโดยเนนีโอสรางง่าย ราคาถูก และบำรุงรักษาน้อย ลิ้นกระตุกทำด้วยเหล็ก บาลันทำด้วยยาง ลิ้นส่งเป็นแบบกระเช้า (Bucket-type Valve) ผลการทดสอบพบว่าประสิทธิภาพสูงสุดของเครื่องส่งน้ำอยู่ที่ค่าความดันของน้ำส่งไปใช้งานมีค่าประมาณ 5 เท่าของความดันแหล่งจ่ายน้ำ ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดสอบของถาวร เต็มข้อแตกต่างกับการทดสอบโดยจุลละพวง และคณะพบว่า ประสิทธิภาพของเครื่องแปรผันกับช่วงชักของลิ้นกระตุก เมื่อทำการทดสอบโดยเพิ่มขนาดพื้นที่ของลิ้นส่งพบว่าอัตราการส่งน้ำและอัตราการใช้น้ำมีค่าเพิ่มขึ้น โดยที่ประสิทธิภาพไม่เปลี่ยนแปลง ประสิทธิภาพที่ได้จากเครื่องส่งน้ำของจุลละพวงและคณะพบว่ามีค่าสูงกว่าประสิทธิภาพเครื่องส่งน้ำของถาวรที่จุดทำงานเดียวกัน

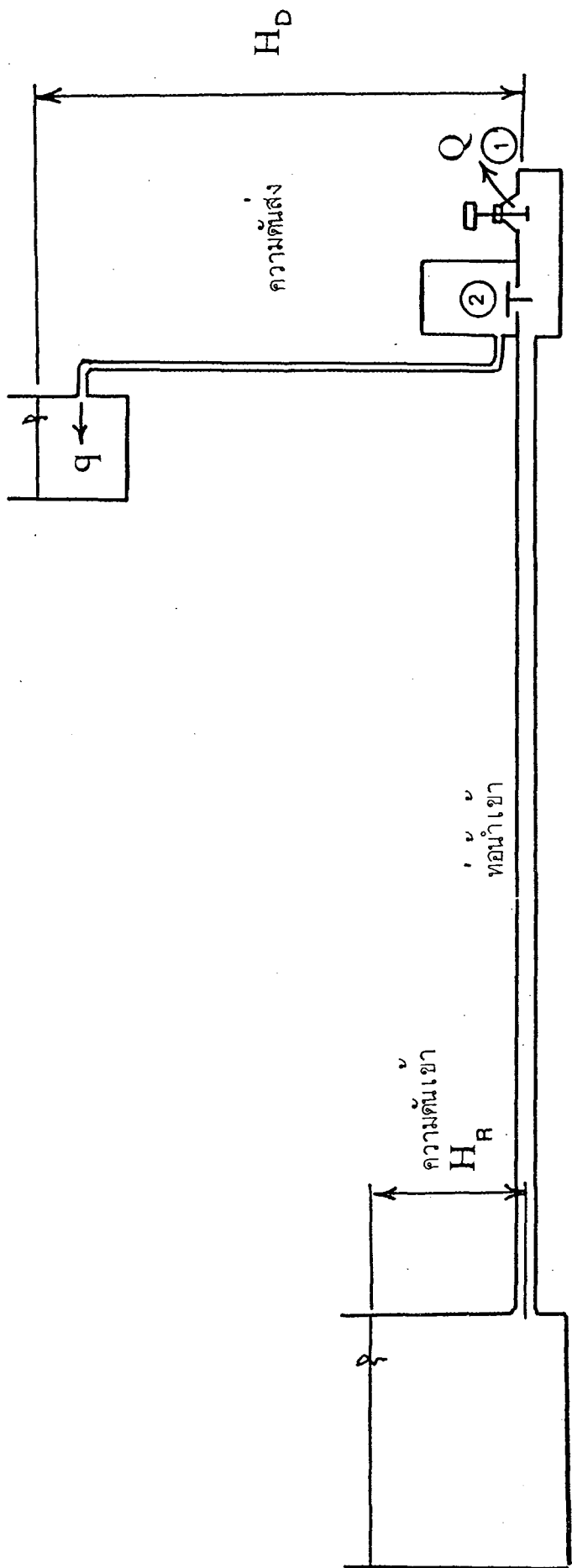
วัตถุประสงค์ของการศึกษาวิจัยนี้ เพื่อที่จะสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์ใช้วิเคราะห์การทำงานของเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรมโดยวิธีแคแรกเทอร์สติก โดยใช้ประกอบกับข้อมูลการทดสอบชิ้นส่วนของเครื่องส่งน้ำ

## 2. โมเดลทางคณิตศาสตร์

โมเดลทางคณิตศาสตร์ของเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรมเท่าที่เคยพัฒนามาแล้วได้ใช้วิธีการวิเคราะห์การกระแทกของน้ำโดยถือว่าน้ำในท่อน้ำเข้าเคลื่อนที่พร้อมกันคล้ายกับลำน้ำเคลื่อนที่สำหรับโมเดลทางคณิตศาสตร์ที่นำมาเสนอนี้จะแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนแรกเป็นการเคลื่อนที่ของน้ำในท่อน้ำเข้า เนื่องจากเกิดการกระแทกของน้ำถือว่าเป็นสภาพการไหลไม่สม่ำเสมอและวิเคราะห์โดยวิธีแคแรกเทอร์สติก ส่วนที่สองเป็นการเคลื่อนที่ของน้ำผ่านลิ้นต่าง ๆ โดยถือว่ามีความเสถียร (Quasi-steady) รูปที่ 1 แสดงการวางตำแหน่งของชิ้นส่วนต่าง ๆ ของเครื่องส่งน้ำ

### 2.1 การไหลของน้ำในท่อน้ำเข้า

การไหลในท่อน้ำเข้าเป็นสภาพการไหลไม่สม่ำเสมอ วิธีการวิเคราะห์สภาพการไหลไม่สม่ำเสมอมีอยู่หลายวิธี แต่วิธีที่นิยมใช้ในปัจจุบันคือวิธีแคแรกเทอร์สติก (Charateristics Method) ซึ่งเป็นวิธีการเปลี่ยนสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย 2 สมการมาอยู่ในรูป



- (1) สันการะตุณ
- (2) สันสง

รูปที่ 1

ไต่จะแการเมเครื่องสงน้ำไฮดรอลิกแการเม

ของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ 4 สมการ และแก้ปัญหามสมการทั้ง 4 โดยเขียนอยู่ในรูปของผลต่าง  
 สืบเนื่อง (Finite Difference) รายละเอียดดูได้จากหนังสือของ Wylie และ Streeter [8]  
 และ Chaudhry [9]

สมการที่ใช้วิเคราะห์การเคลื่อนที่ของส่วนใดส่วนหนึ่งของลำน้ำเขียนได้เป็น

$$(ก) \text{ สมการการทรงมวล} : \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 = L_1 \dots (1)$$

$$(ข) \text{ สมการการเคลื่อนที่} : g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{f}{D} v|v| = 0 = L_2 \dots (2)$$

- เมื่อ
- v เป็นความเร็วของน้ำ
  - H เป็นความดันวัดเป็นความสูงของน้ำ
  - x เป็นระยะทางตามแนวแกนของท่อน้ำเข้า
  - t เป็นเวลา
  - a เป็นความเร็วเสียงในน้ำ
  - g เป็นอัตราเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก
  - f เป็นค่าแฟกเตอร์ความเสียดทาน
  - D เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางท่อน้ำเข้า

รวมสมการ (1) และ (2) เข้าด้วยกันแบบเส้นตรงโดยใช้สัมประสิทธิ์  $\lambda$  เป็นตัวคูณ

$$L = \lambda L_1 + L_2 = \lambda \left[ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \left[ g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{f}{D} v|v| \right] = 0$$

$$L = \lambda \left[ \frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{g}{\lambda} + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \left[ \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \lambda \frac{a^2}{g} + \frac{\partial v}{\partial t} \right] + \frac{f v|v|}{2D} = 0 \dots (3)$$

เนื่องจากจากความดัน H และความเร็ว v เป็นฟังก์ชันของระยะทาง x และเวลา t  
 ดังนั้นเมื่อกระจายในรูปสมการอนุพันธ์ย่อยจะได้

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t} \dots (4)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial t} \dots (5)$$

โดยการตรวจสอบสมการที่ (3) พบว่า ถ้าให้

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\lambda} = \frac{\lambda a^2}{g} \dots\dots\dots(6)$$

จะมีผลให้สมการ (3) เปลี่ยนรูปได้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญตามสมการ (7)

$$\lambda \frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} + f \frac{v|v|}{2D} = 0 \dots\dots\dots(7)$$

จากสมการที่ (6) เมื่อคำนวณค่า  $\lambda$  จะพบว่า มี 2 ค่าคือ

$$\lambda = \pm \frac{g}{a} \dots\dots\dots(8)$$

และเมื่อแทนกลับไปอยู่ในรูปของ  $dx/dt$  ได้

$$\frac{dx}{dt} = \pm a \dots\dots\dots(9)$$

แสดงให้เห็นว่าการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของความดันและความเร็ว สัมพันธ์กับการเปลี่ยนแปลงเวลาด้วยความเร็วเสียงในน้ำ  $a^2$  ค่า ซึ่งหมายถึงการเคลื่อนที่ 2 ทาง ดังนั้น ถ้าใช้ค่า  $\lambda$  เป็นบวกแทนลงในสมการ (7) จะต้องใช้ค่า  $\lambda$  เป็นบวกแทนลงในสมการ (9) ด้วย และใช้วิธีเดียวกันสำหรับค่า  $\lambda$  ที่เป็นลบ

เมื่อแทนค่า  $\lambda$  ลงในสมการ (7) และ (9) จะได้สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ 4 สมการ ซึ่งแบ่งตามค่าบวกและค่าลบของ  $\lambda$  ได้เป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มแคแรกเทอร์ิสติก  $c^+$  และกลุ่มแคแรกเทอร์ิสติก  $c^-$  ดังนี้

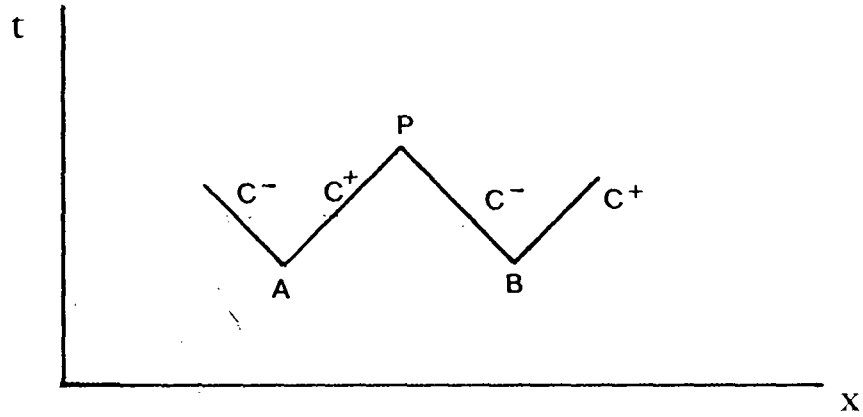
กลุ่มแคแรกเทอร์ิสติก  $c^+$   $\frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} + f \frac{v|v|}{2D} = 0 \dots\dots\dots(10)$

$$\frac{dx}{dt} = + a \dots\dots\dots(11)$$

กลุ่มแคแรกเทอร์ิสติก  $c^-$   $-\frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} + f \frac{v|v|}{2D} = 0 \dots\dots\dots(12)$

$$\frac{dx}{dt} = -a \dots\dots\dots(13)$$

รูปที่ 2 แสดงตำแหน่งที่ของจุด A และ B จุดทั้งสองต่างก็มีเส้นแคแรกเทอร์ิสติกคำนวณตามสมการ (11) แสดงด้วยเส้น  $c^+$  และเส้นแคแรกเทอร์ิสติกคำนวณตามสมการ (13) แสดงด้วยเส้น  $c^-$  ถ้าจุด A และ B อยู่ใกล้กัน จุดตัดที่เกิดจาก  $c^+$  ของ A และ  $c^-$  ของ B



รูปที่ 2

เส้นแคแรกเทอริสติกบนระนาบ x - t

จะได้จุด P ตำแหน่งของจุด P สามารถหาได้โดยตรงจากรูปที่ 2 ค่าความดัน H และความเร็ว v สามารถคำนวณได้จากค่า H และ v ของ A และ B โดยแกสมการ (10) และ (12) โดยการอินทิเกรตจาก A ถึง P และจาก B ถึง P ตามเส้นแคแรกเทอริสติก

จาก (10) และแทนค่า  $dt = dx/a$

$$dH + \frac{a}{g} dv + \frac{a f}{2gD} v|v| \cdot \frac{dx}{a} = 0$$

อินทิเกรตจาก A ถึง P ตามแนว  $c^+$

$$\int_{H_A}^{H_P} dH + \frac{a}{g} \int_{v_A}^{v_P} dv + \frac{f}{2gD} \int_{x_A}^{x_P} v|v| dx = 0$$

$$H_P - H_A + \frac{a}{g} (v_P - v_A) + \frac{f \Delta X}{2gD} v_A |v_A| = 0 \dots (14)$$

ในทำนองเดียวกันจาก (12)

$$H_P - H_B - \frac{a}{g} (v_P - v_B) - \frac{f \Delta X}{2gD} v_B |v_B| = 0 \dots (15)$$

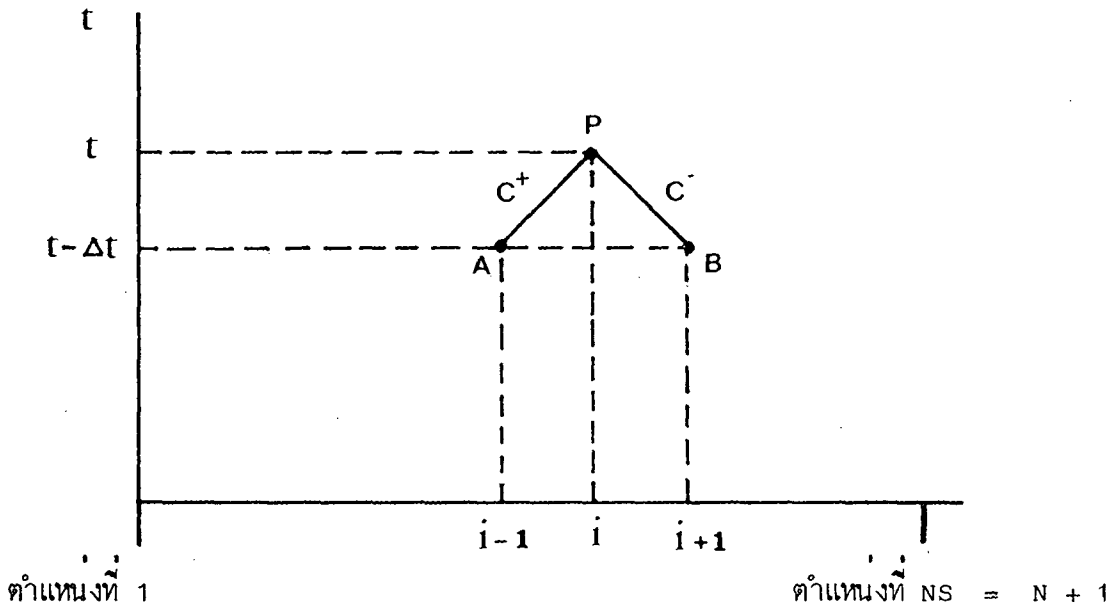
ในกรณีที่ต้องการคำนวณให้อยู่ในรูปของอัตราการไหลจะได้

ตามเส้น  $C^+$  :  $H_P - H_A + \frac{a}{gA}(Q_P - Q_A) + \frac{f\Delta X}{2gDA^2} Q_A |Q_A| = 0 \dots\dots\dots(16)$

ตามเส้น  $C^-$  :  $H_P - H_B - \frac{a}{gA}(Q_P - Q_B) - \frac{f\Delta X}{2gDA^2} Q_B |Q_B| = 0 \dots\dots\dots(17)$

เมื่อ A เป็นพื้นที่หน้าตัดของท่อ

ในการแก้ปัญหาโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วย จะแบ่งท่อออกเป็นส่วนต่าง ๆ N ส่วน แต่ละส่วนมีความยาว  $\Delta x$  เวลาที่ใช้คำนวณแต่ละขั้นมีค่า  $\Delta t = \Delta x/a$  ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3

การกำหนดตำแหน่งตามความยาวท่อ

ตำแหน่งที่กำหนดไว้ตามแนวท่อก็คือ ตำแหน่งที่ 1 เป็นตำแหน่งของถังจ่ายน้ำให้ท่อน้ำเข้า และตำแหน่ง NS เป็นตำแหน่งของสันกระตุนและสันส่ง ซึ่งตำแหน่งทั้งสองจะไต่กลาวในหัวข้อต่อไป

ถ้าจุด A เป็นจุดอยู่ที่ตำแหน่ง i-1 และจุด B อยู่ที่ตำแหน่ง i+1 เราสามารถกำหนดตำแหน่งของจุด P ซึ่งเป็นจุดตัดของ  $C^+$  ของ A และ  $C^-$  ของ B ได้ดังรูปที่ 3

สมการ (16) และ (17) สามารถเขียนอยู่ในเทอมของตำแหน่งตามความยาวท่อได้ดังนี้

จากสมการ (16),  $H_{Pi} - H_{i-1} + BQ_{Pi} - BQ_{i-1} + RQ_{i-1} |Q_{i-1}| = 0$



$$\text{หรือ } H_{Pi} = H_{i-1} + BQ_{i-1} - RQ_{i-1} | Q_{i-1} - BQ_{Pi} \dots\dots\dots(18)$$

$$\text{เมื่อ } B = \frac{a}{gA} \quad \text{และ } R = \frac{f\Delta X}{2gDA^2}$$

$$\text{ถ้าให้ } C_P = H_{i-1} + BQ_{i-1} - RQ_{i-1} | Q_{i-1} \dots\dots\dots(19)$$

แทนค่าลงในสมการ (18)

$$H_{Pi} = C_P - BQ_{Pi} \dots\dots\dots(20)$$

ในทำนองเดียวกันแทนค่า B และ R ลงในสมการที่ (17) และให้

$$C_M = H_{i+1} - BQ_{i+1} + RQ_{i+1} | Q_{i+1} \dots\dots\dots(21)$$

เขียนสมการ (17) ได้เป็น

$$H_{Pi} = C_M + BQ_{Pi} \dots\dots\dots(22)$$

สมการ (20) และสมการ (22)

$$H_{Pi} = \frac{1}{2} (C_P + C_M) \dots\dots\dots(23)$$

สมการ (23) ใช้ในการหาค่า  $H_P$  ณ ตำแหน่ง  $i$  เมื่อเวลา  $t$  จากข้อมูลของ  $C_P$  ของตำแหน่ง  $i-1$  และ  $C_M$  ของตำแหน่ง  $i+1$  เมื่อเวลา  $t - \Delta t$

ในการวิเคราะห์การทำงานของเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรมเมื่อให้ทำงานที่ความดันสูง ๆ จะพบว่าจะเกิดสภาพการเป็นโพรง (Cavitation) ขึ้นภายในท่อส่งน้ำ ซึ่งในการวิเคราะห์จะต้องทำการตรวจสอบค่าความดันที่คำนวณได้จะต้องไม่ต่ำกว่าความดันไอของน้ำที่อุณหภูมิคงที่ และถ้าค่าที่คำนวณได้มีค่าต่ำกว่าความดันไอจะต้องกำหนดค่าให้เป็นค่าความดันไอ และคำนวณการเกิดโพรงในส่วนนั้นด้วย สภาพการเกิดโพรงในท่อเป็นเรื่องที่กำลังอยู่ในความสนใจในปัจจุบัน เนื่องจากเมื่อเกิดสภาพการเป็นโพรงขึ้นจะเกิดจากการคลายตัวของอากาศอิสระในน้ำ และการเกิดฟองไอน้ำขึ้น ซึ่งทำให้ความเร็วเสียงในน้ำลดต่ำลงอย่างมาก [10]

2.2 เงื่อนไขขอบเขตที่ถึงจ่ายน้ำ

ค่าเงื่อนไขขอบเขตที่ถึงจ่ายน้ำถูกกำหนดด้วยค่าความสูงของระดับน้ำใน  
 ด้งจ่ายน้ำวัดเทียบกับตำแหน่งของสินกระตุ่น ซึ่งเรียกวาคความคั้นเข้า  $H_R$



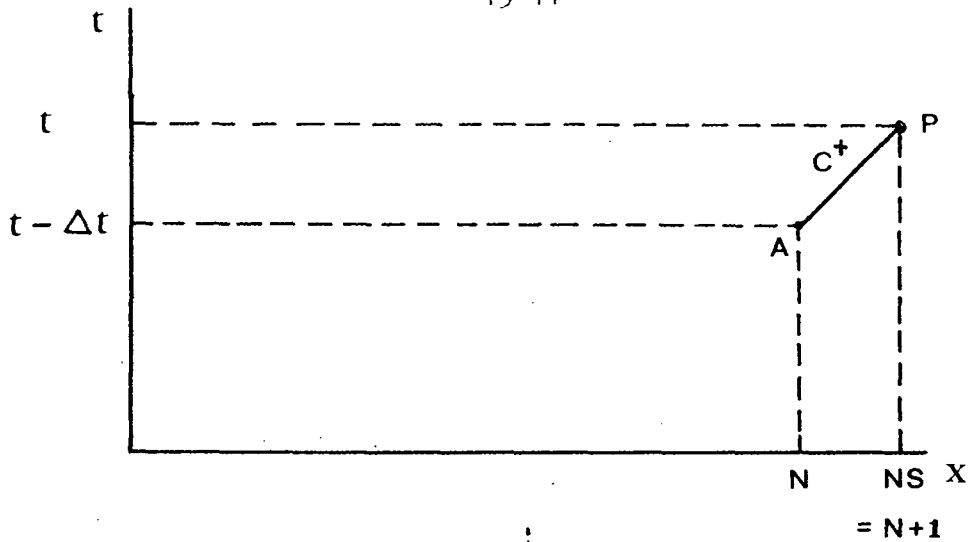
รูปที่ 4

เส้นแคแรกเทอร์ริสติกที่ถึงจ่ายน้ำ

ดังนั้นเมื่อพิจารณาเส้นแคแรกเทอร์ริสติกที่ถึงจ่ายน้ำจากรูปที่ 4 จะพบว่า  
 จุด B อยู่ ณ ตำแหน่ง 2 และจุด P อยู่ที่ตำแหน่ง 1 การหาค่าตอบทำได้โดยการแทนค่าใน  
 สมการ (17) ด้วยค่าที่ทราบ  $H_B$  และ  $Q_B$  สำหรับค่า  $H$  ที่ P หรือเรียกว่า  $H_P$  ให้แทนค่าด้วย  
 ค่า  $H_R$  ตามเงื่อนไขขอบเขตข้างตน

2.3 เงื่อนไขขอบเขตที่เครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรม

เงื่อนไขขอบเขตที่เครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรมมีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่ง  
 ของสินกระตุ่น ตำแหน่งของขึ้นส่ง และความคั้นส่ง ถ้าเรียกตำแหน่งที่เครื่องส่งน้ำเป็นตำแหน่ง  
 เดียวกับปลายท่อคือ ตำแหน่ง  $N_S$  จะเขียนเส้นแคแรกเทอร์ริสติกได้ดังรูปที่ 5



รูปที่ 5

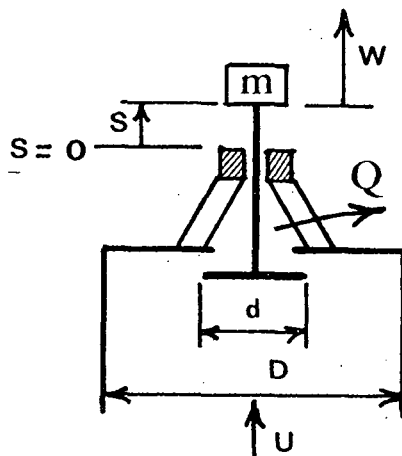
เส้นแคแรกเทอร์สติกที่เครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรม

ณ. เวลา  $t - \Delta t$  ที่จุด A มีค่าความดันและอัตราการไหลที่ทราบค่าเป็น  $H_{AN}$  และ  $Q_{AN}$  และเมื่อเวลา  $t$  ให้เรียกค่าความดันและอัตราการไหลที่ต้องการคำนวณว่า  $H_{PNS}$  และ  $Q_{PNS}$  ตามลำดับ นำไปแทนค่าในสมการ (16) จะได้

$$H_{PNS} - H_{AN} + \frac{a}{gA} (Q_{PNS} - Q_{AN}) + \frac{f\Delta X}{2gDA^2} Q_{AN} |Q_{AN}| = 0 \dots (24)$$

สมการ (24) จะติดค่าที่ไม่ทราบคือ  $H_{PNS}$  และ  $Q_{PNS}$  ซึ่งได้ทราบค่าใดค่าหนึ่ง จะหาค่าอีกค่าหนึ่งได้ ในการวิเคราะห์ตามเอกสารนี้ จะหาค่า  $Q_{PNS}$  จากโมเดลของลิ้นกระตุ่น และโมเดลของลิ้นส่ง ตามหัวข้อ 2.3.1 และ 2.3.2 ตามลำดับ

2.3.1 โมเดลของลิ้นกระตุ่น



รูปที่ 6

การเคลื่อนที่ของน้ำผ่านลิ้นกระตุ่น

น้ำเคลื่อนที่ผ่านท่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง  $D$  มีความเร็ว  $U$  เข้าสู่ชุดของลิ้นกระตุ่น ซึ่งมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางลิ้นกระตุ่น  $d$  และระยะช่วงชักของลิ้นกระตุ่นเป็น  $G$  ณ. เวลาใดเวลาหนึ่งลิ้นกระตุ่นมีความเร็ว  $w$

$$\text{แรงกระทำต่อลิ้นกระตุ่น} = \rho \left( \frac{\pi}{4} d^2 \right) \cdot \left[ \frac{1}{2} C_{DK} (U-w)^2 + C_{DP} g H_{PNS} \right] \dots\dots (25)$$

- เมื่อ  $C_{DK}$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของแรงหน่วงเนื่องด้วยความเร็ว
- $C_{DP}$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของแรงหน่วงเนื่องด้วยความดัน
- $H_{PNS}$  เป็นค่าความดันเกจวัดเป็นค่าความสูงของน้ำ

แรงกระทำ  $F$  กระทำต่อมวลของชุดลิ้นกระตุ่นซึ่งมีมวล  $m$  ทำให้เกิดอัตราเร่ง  $a$

$$\text{จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน} \quad a = \frac{F-mg}{m} = \frac{F}{m} - g \dots\dots (26)$$

ถ้ากำหนดให้ช่วงเวลาในการวิเคราะห์เป็นช่วงสั้น ๆ จะถือว่า  $a$  มีค่าคงที่ตลอดช่วง โดยไม่ทำให้ผลวิเคราะห์ผิดพลาดมากนัก ดังนั้นความเร็วและระยะทางที่ลิ้นกระตุ่นเคลื่อนที่มีค่า

$$w_{t+\Delta t} = w_t + a\Delta t \dots\dots (27)$$

$$s_{t + \Delta t} = w_t \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \dots\dots (28)$$

โดยที่  $s$  มีค่าสูงสุดไม่เกินระยะช่วงชัก,  $G$   
 อัตราการไหลของน้ำผ่านลิ้นกระตุ่นคำนวณได้จาก

$$Q = C_d A_G \sqrt{2gH} \dots\dots (29)$$

- เมื่อ  $C_d$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์การไหลของลิ้นกระตุ่น
- $A_G$  เป็นพื้นที่ทางออกของน้ำที่ไหลผ่านลิ้นกระตุ่น

เพื่อความสะดวกจะเขียนอยู่ในรูปของอัตราการไหลเมื่อลิ้นกระตุ่นเปิดมากที่สุด ซึ่งอัตราการไหลเมื่อลิ้นกระตุ่นเปิดมากที่สุดคือ

$$Q_o = (C_d A_G)_o \sqrt{2gH_o} \dots\dots (30)$$

เมื่อ  $Q_0$  เป็นอัตราการไหลเมื่อล้นกระตุนเปิดมากที่สุด

$H_0$  เป็นความดันตกข้ามล้นกระตุนเมื่อเปิดมากที่สุด

สมการ (23)/สมการ (24) และจัดรูปใหม่

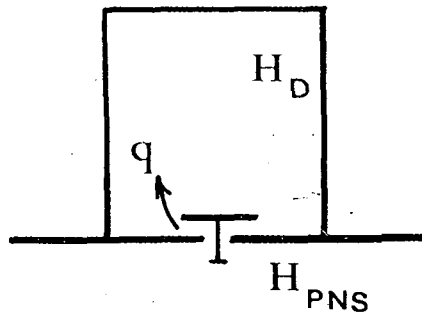
$$Q = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{H} \dots\dots\dots (31)$$

$$\text{เมื่อ } \tau = \frac{Cd A_G}{(Cd A_G)_0} \dots\dots\dots (32)$$

เขียนสมการ (31) ให้อยู่ในรูปเงื่อนไขขอบเขต

$$Q = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{H_{PNS}} \dots\dots\dots (33)$$

2.3.2 โมเดลของล้นส่ง



รูปที่ 7

การเคลื่อนที่ของน้ำผ่านล้นส่ง

ลักษณะของล้นส่งอาจเป็นแบบกระเช้าหรือแบบเป็นสปริงอ่อนกด ซึ่งทั้งสองแบบต่างก็มีหลักการออกแบบอย่างเดียวกันคือ พยายามให้มีพื้นที่การไหลมากที่สุดและมีระยะยกสั้น ๆ แรงกตที่เกิดจากสปริงอ่อน หรือน้ำหนักมีหน้าที่กันไม่ให้น้ำรั่วไหลกลับ เมื่อความดันในท่อเข้าต่ำลงโดยง่าย

สมการวิเคราะห์ความดันตกข้ามล้นส่งเขียนได้เป็น

$$h_L = a + bq^2 \dots\dots\dots (34)$$

- เมื่อ  $h_L$  เป็นความดันตกเมื่อผ่านล้นส่ง
- $q$  เป็นอัตราการไหลผ่านล้นส่ง
- $a$  และ  $b$  เป็นค่าคงที่ที่สามารถหาได้จากการทดลอง

สมการ (34) จะใช้ได้ต่อ  $H_{PNS} \geq H_D + a$   
 จากรูปที่ 7 สามารถเขียนสมการได้เป็น

$$H_{PNS} = H_D + h_L = H_D + a + bq^2 \dots (35)$$

และ  $q = \sqrt{(H_{PNS} - H_D - a)/b} \dots \dots \dots (36)$

จากสมการที่ (33) และ (36) สามารถเขียนสมการของอัตราการไหลในท่อ  $Q_{PNS}$  ได้เป็น

$$Q_{PNS} = Q + q = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{H_{PNS} + \sqrt{(H_{PNS} - H_D - a)/b}} \dots (37)$$

### 3. ตัวอย่างผลการคำนวณที่ได้จากโมเดล

โมเดลทางคณิตศาสตร์ของเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรมไค่เขียนอยู่ในรูปโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาเบสิก ใช้กับไมโครคอมพิวเตอร์ IBM รุ่น AT และตั้งชื่อว่า HYRAM ค่าคงที่ของเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรมของถาวร [3] ได้ถูกป้อนเข้ากับโปรแกรมดังกล่าวดังรายละเอียดดังนี้ :-

ความยาวท่อน้ำเข้า	20.5	m.
เส้นผ่าศูนย์กลางท่อน้ำเข้า	52.5	m.m.
ระดับน้ำในถังจ่ายน้ำสูงจากเครื่องส่งน้ำ (ความดันเข้า)	2.2	m.
เส้นผ่าศูนย์กลางท่อน้ำเข้าบริเวณหน้าล้นกระตุ่น	47.6	m.m.
เส้นผ่าศูนย์กลางล้นกระตุ่น	40	m.m.
เส้นผ่าศูนย์กลางบาลันกระตุ่น	38	m.m.
เส้นผ่าศูนย์กลางของล้นส่ง	37.8	m.m.
สัมประสิทธิ์ของแรงทวนวงเนื่องด้วยความเร็ว, $C_{DK}$	=	1.0
สัมประสิทธิ์ของแรงทวนวงเนื่องด้วยความดัน, $C_{DP}$	=	0.6

สมการความสัมพันธ์ของ  $C_d A_G$  กับระยะช่วงชัก (G)

$$C_d A_G = 8.89 \times 10^{-5} G^{0.5665} \quad \text{เมื่อ } G \text{ มีหน่วยเป็น m.m.}$$

$$\text{ค่าคงที่ของลื่นส่ง } a = 1.287 \times 10^6 \text{ m}/(\text{m}^3/\text{s})^2$$

$$b = 0.774745 \text{ m.}$$

$$\text{ความเร็วเสียงในน้ำ} \quad 1380 \text{ m/s}$$

$$\text{แฟคเตอร์แรงเสียดทานของท่อ} \quad 0.03424$$

รูปที่ 8 เป็นกราฟแสดงค่าความดันหน้าลิ้นกระตุ่นและลื่นส่ง อัตราการไหลของน้ำส่งใช้งาน อัตราการไหลของน้ำสูญเสีย และตำแหน่งของลิ้นกระตุ่น เมื่อเวลาเริ่มจากศูนย์จนถึง 1.5 วินาที เมื่อความดันส่งมีค่า 8 เมตร ระยะช่วงชัก 8 มิลลิเมตร และมวลของลิ้นกระตุ่น 1.03695 กิโลกรัม

รูปที่ 9 เป็นกราฟแสดงน้ำส่งใช้งานเมื่อเปลี่ยนค่าความดันส่ง เมื่อตั้งระยะช่วงชักคงที่ 8 มิลลิเมตรที่มวลของลิ้นกระตุ่น 1.03695 กิโลกรัม และ 0.53695 กิโลกรัม รูปที่ 10 และรูปที่ 11 เป็นกราฟแสดงน้ำสูญเสีย และประสิทธิภาพของเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรมตามลำดับ

จากการเปรียบเทียบผลการทดลองกับถาวร [3] และจุลละพงษ์ และคณะ [5] พบว่าแนวโน้มของกราฟต่าง ๆ มีลักษณะเช่นเดียวกัน ข้อสังเกตที่น่าสนใจคือ กราฟแสดงน้ำสูญเสีย และประสิทธิภาพมีลักษณะที่แกว่งขึ้นลง เช่นเดียวกับผลการทดลอง แต่ผลการวิเคราะห์โดย Krol [1] ไม่มีลักษณะดังกล่าว ความแตกต่างที่เกิดจากทฤษฎีและการวิเคราะห์ที่เห็นได้ชัดคือ ตามเวลาของวัฏจักรที่คำนวณได้ มีค่าต่ำกว่าการทดลอง

#### 4. สรุป

การวิเคราะห์การทำงานของเครื่องส่งน้ำไฮดรอลิกแรมโดยวิธีแคแรกเทอร์ิสติกสามารถวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของลิ้นกระตุ่นที่เกิดจากการปิดเปิดลิ้นกระตุ่น การวิเคราะห์ค่าความดัน การไหลของน้ำผ่านลิ้นกระตุ่นและลื่นส่งและตำแหน่งของลิ้นกระตุ่นในเวลาต่าง ๆ ได้ ข้อมูลที่จำเป็นต้องมียกเว้นจากรูปร่างของเครื่องส่งน้ำคือ ผลการทดสอบลิ้นกระตุ่นและ

สิ้นลงในสภาพการไหลอย่างต่อเนื่อง การวิเคราะห์การทำงานของเครื่องส่งน้ำด้วยวิธีพัฒนา  
ใหม่สามารถตัดการใช้สมการสำเร็จรูป ซึ่ง Kro1 [1] ต้องใช้ออกได้ทั้งหมด

### กิติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบคุณ ผศ.ดร.จุลละพงษ์ จุลละโพธิ์ ที่กรุณาส่งเอกสารด้านเครื่อง  
ส่งน้ำไฮดรอลิกแรมซึ่งได้พัฒนาอย่างต่อเนื่อง ณ. มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์มาให้ ขอขอบ  
คุณนักวิจัยในศูนย์ปฏิบัติการวิจัยและพัฒนา คณะวิศวกรรมศาสตร์ สจธ. ทุกท่าน ที่กรุณาช่วยเหลือ  
ในด้านการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์



๖  
เอกสารอ้างอิง

1. Krol,J.,The Automatic HydraulicRam, Proceeding of the Institute of Mechanical Engineering,Vol. 165, 1951, P. 53-65.
2. อำรง เปรมปรีดี การศึกษาวิจัยเทคโนโลยีเหมาะสมเพื่อพัฒนาชนบท, วิศวกรรมก้าวหน้า, พฤศจิกายน 2522
3. ถาวร ทองเปี่ยม เครื่องส่งน้ำแบบไฮดรอลิกแรม, วิทยานิพนธ์ระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต, ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, พ.ศ. 2520
4. ธวัช มีชัย และ อวยพร เรืองศรี การปรับปรุงประสิทธิภาพของเครื่องส่งน้ำแบบไฮดรอลิกแรม, วิทยานิพนธ์ระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต, ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, พ.ศ. 2521
5. จุลละพงษ์ จุลละโพธิ์, ประจักษ์ ใจเย็น และวิโรจน์ เยาวพงศ์ศิริ การออกแบบสร้างและทดสอบเครื่องไฮดรอลิกแรม, การประชุมทางวิชาการ เรื่อง เทคโนโลยีสำหรับการพัฒนาชนบท, มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 23 - 24 มกราคม 2524
6. จุลละพงษ์ จุลละโพธิ์ และรัตน์ เชียงสอน อิทธิพลของพื้นที่หน้าตัดการไหลในลิ้นส่งต่อสมรรถนะของไฮดรอลิกแรม การประชุมทางวิชาการเรื่อง ปัญหาพลังงานและการแก้ไข, มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตหาดใหญ่, 2 - 4 กรกฎาคม 2524
7. กองบริการอุตสาหกรรมภาคเหนือ กรมส่งเสริมอุตสาหกรรม (2523) ไฮดรอลิกแรม, อุตสาหกรรมสาร, ปีที่ 23 ฉบับที่ 11 พฤศจิกายน 2523
8. Wylie,E.B.and Streeter,V.L.,Fluid Transients,McGraw-Hill,New York, 1978.

9. Chaudhry, M.H., Applied Hydraulic Transients, Van Nostrand,  
New York, 1979.
10. Baasiri, M and Tullis, J.P., Air Release During Column Separation,  
Journal of Fluid Engineering, Volume 105 March 1983, P. 113-118.

ภาคผนวก ก.

การวิเคราะห์ความดันและอัตราการไหลหน้าลิ้นกระตุ่นและลิ้นส่ง

ในการวิเคราะห์ความดันและอัตราการไหลหน้าลิ้นกระตุ่นและลิ้นส่งสามารถแบ่ง  
เป็นกรณีต่าง ๆ ได้ 4 กรณีคือ

ก.1 ลิ้นกระตุ่นเปิด ลิ้นส่งปิด

$$\text{จากสมการ (27) } Q = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{H_{PNS}}$$

$$\text{เมื่อลิ้นส่งปิด } q = 0 \quad \text{ดังนั้น } Q_{PNS} = Q$$

$$\therefore Q_{PNS} = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{H_{PNS}} \quad (\text{ก.1})$$

จากสมการที่ (20) และตำแหน่ง  $i = NS$

$$\therefore H_{PNS} = C_P - BQ_{PNS} \quad (\text{ก.2})$$

แทน (ก.2) ลงใน (ก.1) และหาค่า  $Q_{PNS}$  ได้

$$Q_{PNS} = -BC_V + \sqrt{(BC_V)^2 + 2C_V C_P} \quad (\text{ก.3})$$

$$\text{เมื่อ } C_V = (Q_0 \tau)^2 / 2H_0 \quad (\text{ก.4})$$

ค่า  $H_{PNS}$  หาได้จากการแทน  $Q_{PNS}$  กลับไปสมการ (ก.2)

สมการ (ก.3) ใช้ได้ในกรณีที่  $Q_{PNS}$  และ  $H_{PNS}$  มีค่าเป็นบวก แต่ในกรณีที่  
ก่อนที่ลิ้นกระตุ่นเปิดพบว่าความดันในท่อ  $H_{PNS}$  ต่ำกว่าบรรยากาศ เมื่อลิ้นกระตุ่นเปิดมีผลให้  
ความดัน  $H_{PNS}$  มีค่าเป็นความดันบรรยากาศ

### ก.2 ลึ้นกระตุนปิด ลึ้นสงเป็ด

การที่ลึ้นสงเป็ดแสดงวาคความค้ในทอนำมีค่าสูงกวาคความค้ในถึเก็บและค่าคงที่  
เนื่องจกนน้ำทกลึ้น และแรงสปริง (กรณีที่มีแรงสปริงช่วยกค) รวมกัน

$$\text{จากสมการ (30) } q = \sqrt{(H_{PNS} - H_D - a)/b}$$

$$\text{ในท่น } Q_{PNS} = q$$

$$Q_{PNS} = \frac{1}{\sqrt{b}} \sqrt{H_{PNS} - H_D - a} \quad (\text{ก.5})$$

จากสมการ (ก.2)

$$H_{PNS} = C_P - BQ_{PNS}^2 \quad (\text{ก.2})$$

แทนค่า (ก.5) ลงใน (ก.6) หาค่า  $Q_{PNS}$  ได้

$$Q_{PNS} = \frac{-BC_K^2 + C_K \sqrt{B^2 C_K^2 - 4(H_D + a - C_P)}}{2} \quad (\text{ก.6})$$

$$\text{โดยที่ } C_K = \frac{1}{\sqrt{b}} \quad (\text{ก.7})$$

หาค่า  $H_{PNS}$  ได้จากสมการ (ก.2)

### ก.3 กรณีลึ้นกระตุนและลึ้นสงปิด

กรณีลึ้นสงและลึ้นกระตุนปิดยอมมีผลให้  $Q = 0$  ดังนั้นเมื่อแทนค่า  $Q_{PNS} = 0$   
ลงในสมการ (ก.2) จะได้

$$H_{PNS} = C_P \quad (\text{ก.8})$$

### ก.4 กรณีลึ้นกระตุนและลึ้นสงเป็ด

จากสมการ (31)

$$Q_{PNS} = \frac{Q_o \tau}{\sqrt{H_o}} \sqrt{H_{PNS}} + \sqrt{(H_{PNS} - H_D - a)/b} \quad (\text{ก.9})$$

$$\text{หรือ } Q_{PNS} = \sqrt{\frac{2C_P H_{PNS}}{V}} + \sqrt{\frac{(H_{PNS} - H_D - a)/b}{V}} \quad (\text{ก.9})$$

และจากสมการ (ก.2)

$$H_{PNS} = C_P - BQ_{PNS} \quad (\text{ก.2})$$

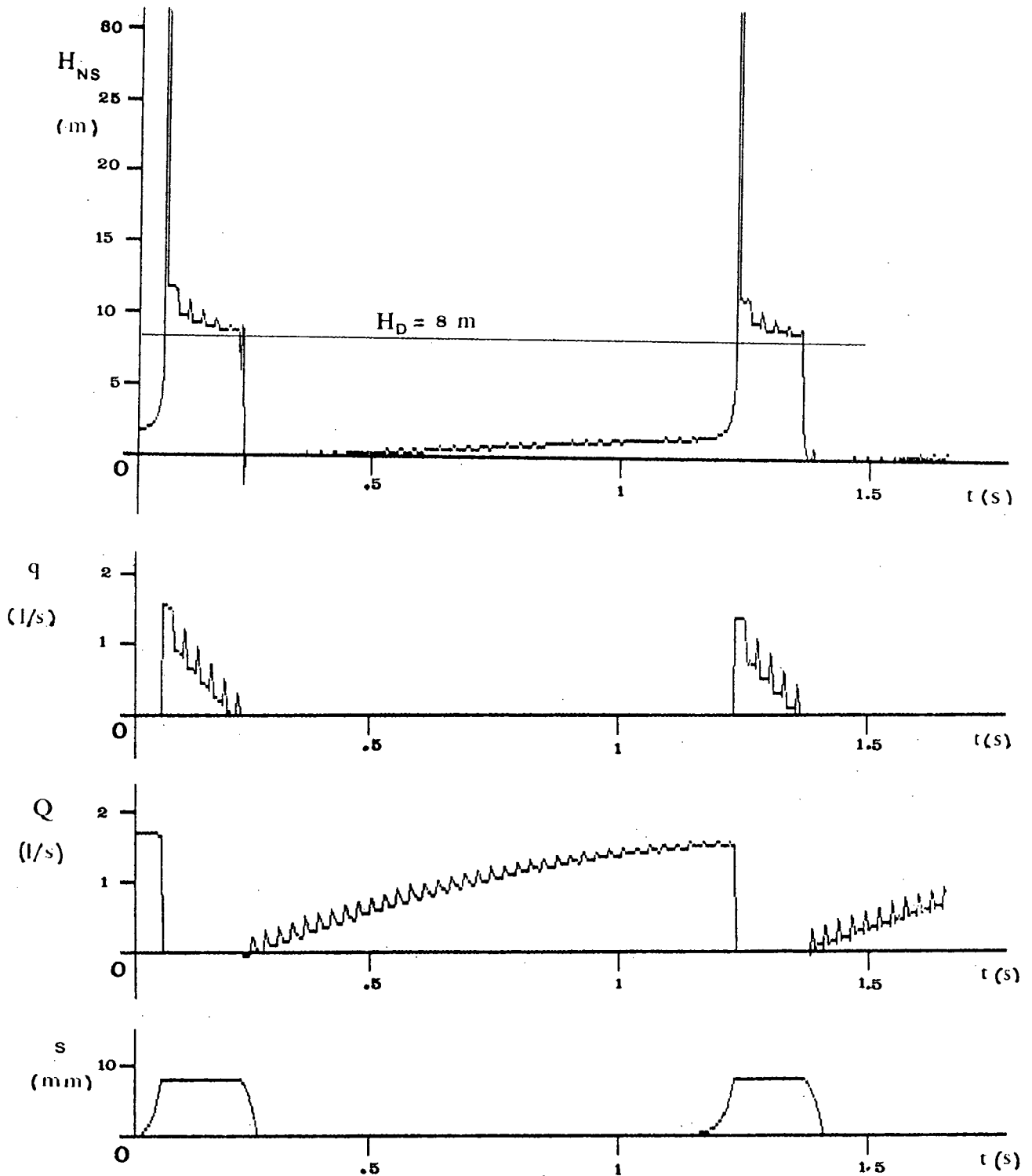
การแก้สมการ (ก.9) และ (ก.2) เพื่อหาค่า  $Q_{PNS}$  และ  $H_{PNS}$  ใช้วิธีการ  
ทำซ้ำ (Iteration)

## ภาคผนวก ข.

รายการสัญลักษณ์

A	พื้นที่หน้าตัดของท่อ
$A_G$	พื้นที่ทางออกของลื่นกระตุ่น
a	ความเร็วเสียงในน้ำ ความเร่งของลื่นกระตุ่น ค่าคงที่ของลื่นส่ง
B	ค่าคงที่
C	แคแรก เทอริสติก
$C_{DK}$	สัมประสิทธิ์ของแรงหน่วงเนื่องด้วยความเร็ว
$C_{DP}$	สัมประสิทธิ์ของแรงหน่วงเนื่องด้วยความดัน
$C_d$	สัมประสิทธิ์การไหลผ่านลื่นกระตุ่น
$C_K$	ค่าคงที่
$C_M$	ค่าคงที่แคแรก เทอริสติกลบ
$C_P$	ค่าคงที่แคแรก เทอริสติกบวก
$C_V$	ค่าคงที่
D	เส้นผ่าศูนย์กลางกลางท่อ
F	แรงกระทำบนชุดลื่นกระตุ่น
f	คาแฟเตอร์ความเสียดทานของท่อ
G	ระยะช่วงชัก
g	อัตราเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก
H	ความดันวัดเป็นความสูงของน้ำ
$H_D$	ความดันส่ง
$H_P$	ความดันที่จุด P
$H_R$	ความดันเข้า
$h_L$	ความดันตกเมื่อผ่านลื่นส่ง

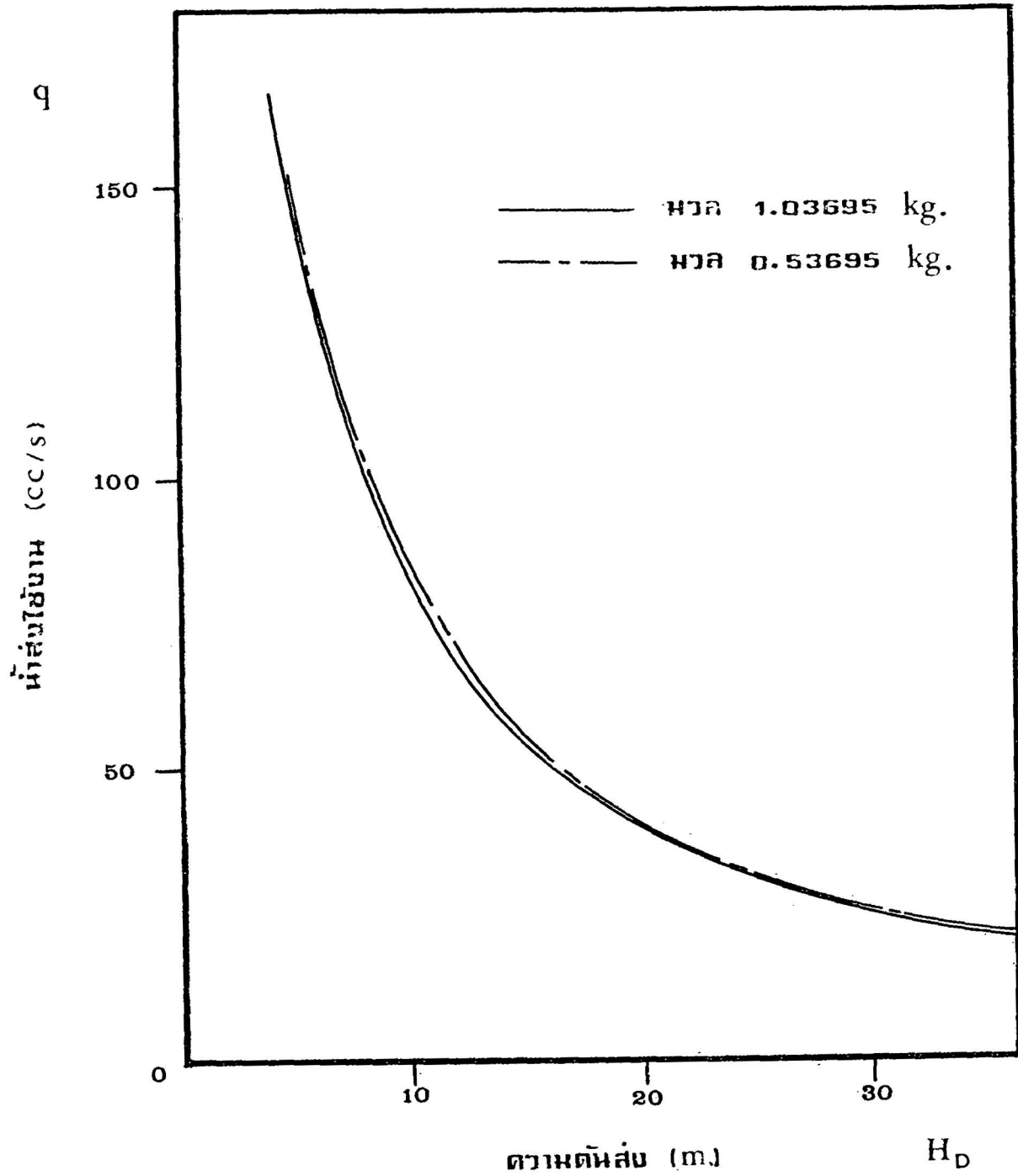
i	ตำแหน่งใด ๆ ในท่อส่งน้ำ
m	มวลของลึนกระตุ่น
N	ตำแหน่งใด ๆ ในท่อ
NS	ตำแหน่งที่ลึนกระตุ่นและลึนส่ง
Q	น้ำสูญเสียที่ผ่านลึนกระตุ่น
q	น้ำส่งใช้งาน
R	ค่าคงที่
s	ระยะทางเคลื่อนที่ของลึนกระตุ่น
t	เวลา
U	ความเร็วของน้ำหน้าลึนกระตุ่น
V	ความเร็วของน้ำ
w	ความเร็วของลึนกระตุ่น
x	ระยะทางวัดตามแนวแกน
λ	สัมประสิทธิ์
τ	ค่าคงที่



รูปที่ 8

กราฟแสดงค่าความดันหน้าลิ้นกระตุณและลิ้นส่ง อัตราไหลของน้ำส่งใช้งาน อัตราการไหลของน้ำสูญเสีย และตำแหน่งของลิ้นกระตุณ เมื่อความดันส่งมีค่า 8 เมตร ระยะช่วงชัก 8 มิลลิเมตร และมวลลิ้นกระตุณ 1.03695 กิโลกรัม

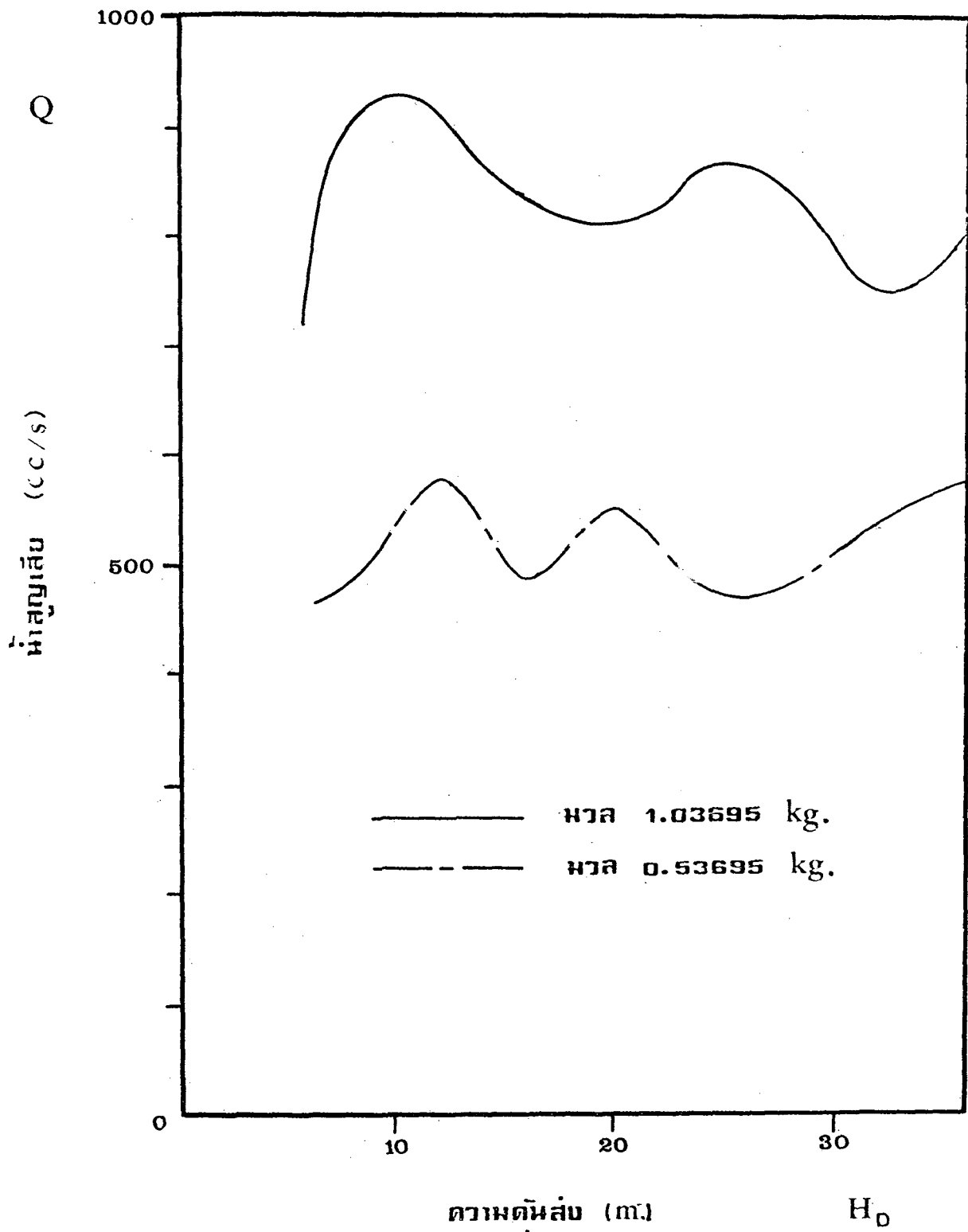




รูปที่ 9

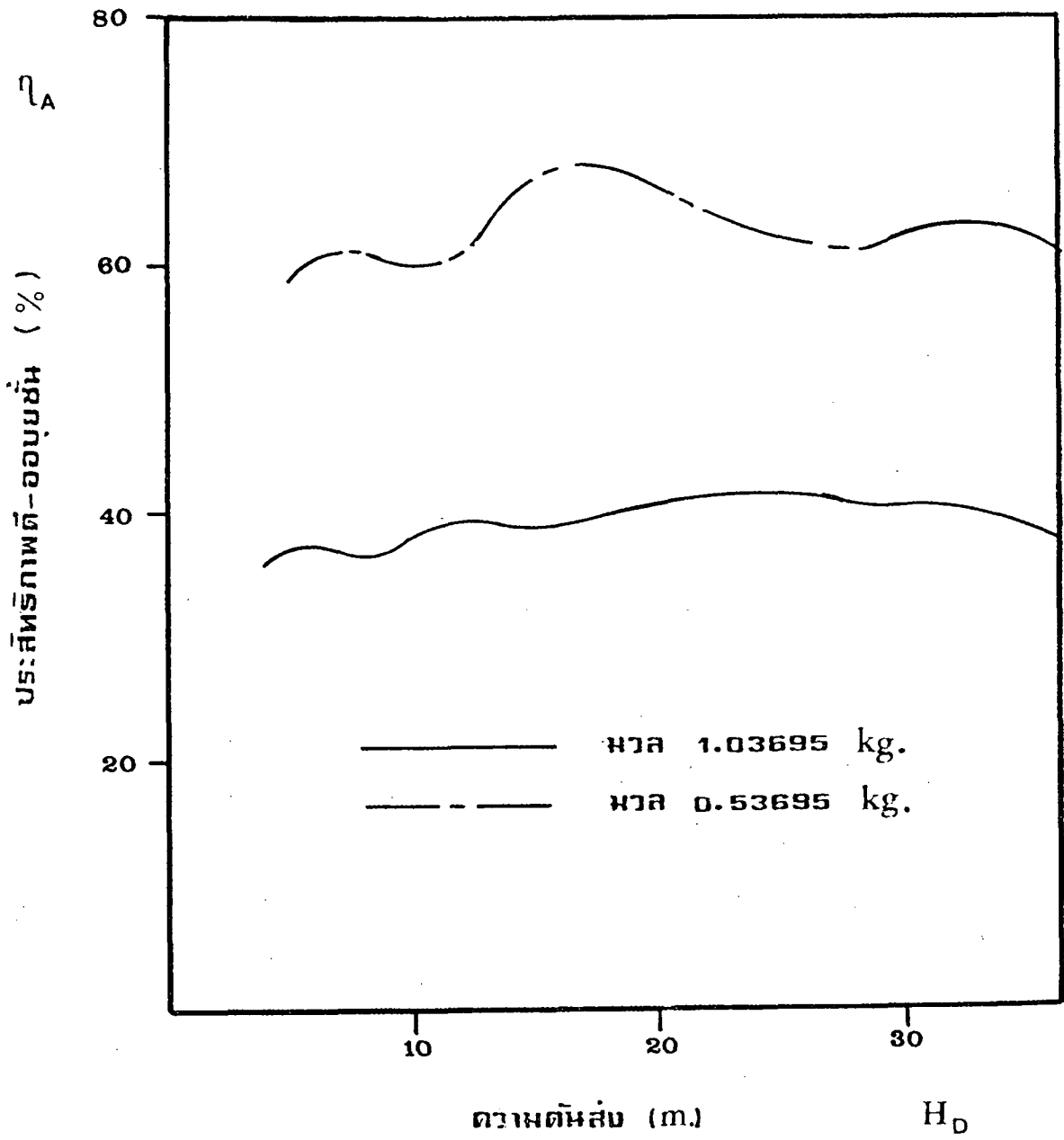
อัตราการไหลของน้ำส่งใช้งานที่ค่าความดันส่งต่าง ๆ เมื่อระยะช่วงชัก

8 มิลลิเมตร



รูปที่ 10

อัตราการไหลน้ำสูญเสียที่ความดันสูงต่าง ๆ เมื่อระยะช่วงชัก 8 มิลลิเมตร



รูปที่ 11

ประสิทธิภาพดี-ออกบู่ขึ้นที่ความตื้นน้ำต่าง ๆ เมื่อระยะช่วงชัก 8 มิลลิเมตร