

## ประสิทธิภาพของสกรูยึด

Efficiency of Threaded Fasteners

ดร. ศิริศักดิ์ หาญชูวงศ์

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

### บทคัดย่อ

การหาประสิทธิภาพของสกรูในปัจจุบัน ไม่ว่าจะเป็นสกรูกำลังหรือสกรูยึด สมการที่ใช้จะมีเพียงสมการเดียวซึ่งสามารถพบเห็นได้ในตำราการออกแบบเครื่องจักรกลทั่วไป บทความนี้จะชี้ให้เห็นข้อจำกัดของสมการประสิทธิภาพที่ใช้กันอยู่ และจะพัฒนาสมการประสิทธิภาพขึ้นมาใหม่โดยสามารถครอบคลุมทั้งสกรูกำลังและสกรูยึดโดยไม่มีข้อจำกัดใดๆ

### Abstract

To determine the efficiencies of screws today, either power screw or threaded fastener, only one equation found in most Machine Design textbook is used. This paper discusses the restriction of this equation, then a more general equation without any restriction for both power screw and threaded fastener is derived.

## 1 บทนำ

การคำนวณหาประสิทธิภาพของสกรูที่พอกันอยู่ทั่วไปเป็นการหาประสิทธิภาพของสกรูกำลัง เนื่องจากกลไกการทำงานของสกรูเป็นเรื่องที่ค่อนข้างซับซ้อน ทำให้เกิดการเข้าใจผิด นำสมการประสิทธิภาพของสกรูกำลังไปประยุกต์ใช้กับสกรูยึดและสลักเกลียวกับันต์อยู่เสมอ

ความแตกต่างระหว่างสกรูกำลังกับสลักเกลียวก็คือ สกรูกำลังถูกใช้ยกน้ำหนักขณะที่การเคลื่อนที่สัมผัสในแนวรัศมีระหว่างเกลียวในกับเกลียวนอกที่สัมผัสกันจะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นทิศทางของแรงเสียดทานทั้งที่เกลียวและที่ collar จะอยู่ในแนวสัมผัส ส่วนสลักเกลียวเวลาขันเข้า แรงดึงในตัวสลักเกลียวจะเพิ่มขึ้น การเคลื่อนที่สัมผัสในแนวรัศมีระหว่างเกลียวในกับเกลียวนอกที่สัมผัสกันไม่เท่ากับศูนย์ ดังนั้นทิศทางของแรงเสียดทานที่เกลียวและที่ฐานันต์จะไม่อยู่ในแนวสัมผัส

## 2 การวิเคราะห์ทางทฤษฎี

### 2.1 แรงกระทำที่จุดสัมผัสจุดหนึ่งบนเกลียว

พิจารณารูปที่ 1 และ 2 จุดหาหนึ่งบนหน้าสัมผัสของเกลียวจะมีแรงกระทำอยู่ 2 แรง คือแรงดึงฉากกับแรงเสียดทาน แรงดึงฉากจะเขียนแทนด้วยสมการ vector ได้ดังนี้

$$d\vec{P}_n = |d\vec{P}_n| (-\sin\alpha \cos\beta \vec{i} + \sin\beta \vec{j} - \cos\alpha \cos\beta \vec{k}) \quad (1)$$

เมื่อ  $\tan\beta = \tan\alpha \cos\alpha$

แรงเสียดทานจะมีขนาด  $\mu_t |d\vec{P}_n|$  ส่วนทิศทางนั้นจะตรงข้ามกับทิศทางของการเคลื่อนที่สัมผัสของเกลียวในกับเกลียวสลัก ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้ดังนี้

เมื่อขันนัตเข้า แรงดึงในตัวสลักเกลียวจะเพิ่มขึ้น ทำให้เส้นผ่าศูนย์กลางของสลักเกลียวหดเล็กน้อยในขณะที่เส้นผ่าศูนย์กลางของนัตขยายออก ดังนั้นส่วนประกอบในแนวรัศมีของระยะซัดของเกลียวในกับเกลียวสลักจึงมีทิศทางพุ่งออก สำหรับส่วนประกอบในแนวสัมผัสจะมีทิศทางตามทิศทางการขันนัตเข้าดังแสดงในรูปที่ 3 ดังนั้นแรงเสียดทานบนเกลียวจะเขียนแทนด้วยสมการ vector ได้ดังนี้

$$d\vec{f}_t = -\mu_t |d\vec{P}_n| (\cos\theta \sin\gamma \vec{i} + \cos\theta \cos\gamma \vec{j} + \sin\theta \vec{k}) \quad (2)$$

เมื่อ  $\tan\theta = \tan\beta\cos\gamma - \tan\alpha\sin\gamma$

$\gamma$  = มุมระหว่าง projection ของแรงเสียดทานบนระนาบ  $rt$  กับแกน  $-r$   
 แรงลัพธ์ของแรงตั้งฉากและแรงเสียดทานมีค่าเท่ากับ

$$d\vec{R} = |d\vec{P}_n| [-(\sin\alpha\cos\beta' + \mu_t \cos\theta\sin\gamma)\vec{i} + (\sin\beta' - \mu_t \cos\theta\cos\gamma)\vec{j} - (\cos\alpha\cos\beta' + \mu_t \sin\theta)\vec{k}] \quad (3)$$

กำหนดให้  $q_a$  = ความเข้มข้นของแรงในแนวแกนที่กระทำบนเกลียว (แรง/ความยาว)

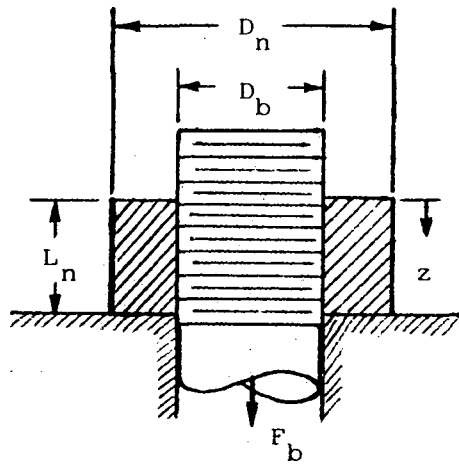
$$= |d\vec{P}_n/ds| (\cos\alpha\cos\beta' + \mu_t \sin\theta)$$

$$C_r = (\sin\beta' - \mu_t \cos\theta\cos\gamma) / (\cos\alpha\cos\beta' + \mu_t \sin\theta)$$

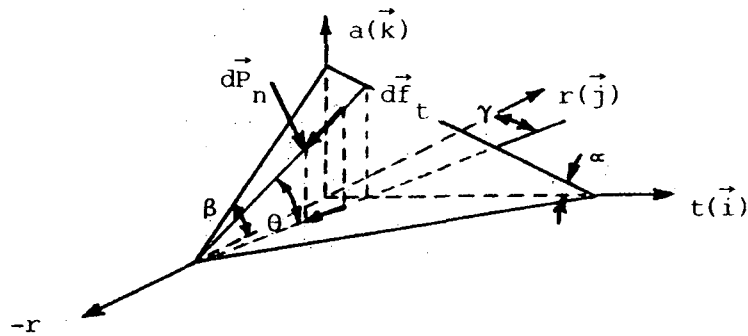
$$C_t = (\sin\alpha\cos\beta' + \mu_t \cos\theta\sin\gamma) / (\cos\alpha\cos\beta' + \mu_t \sin\theta)$$

สมการ(3) เขียนใหม่ได้เป็น

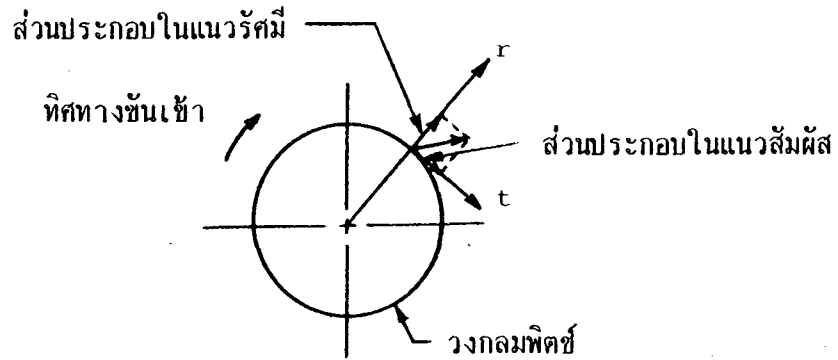
$$d\vec{R} = -q_a ds (C_t \vec{i} - C_r \vec{j} + \vec{k}) \quad (4)$$



รูปที่ 1 สลักเกลียวและนัต



รูปที่ 2 ระนาบเวกเตอร์แทนหน้าสัมผัสของเกลียวนัต



รูปที่ 3 ระยะขาดสัมผัสของเกลียววนตเทียบกับเกลียวสลัก

2.2 แรงกระจายบนเกลียว

แรงกระจายบนเกลียวเสนอโดย Stoeckly และ Macke [1] มีสมการดังนี้

$$q_a = \frac{F_b e^{B(1-z/L_n)}}{L_n \sinh A} \left( A \cosh \frac{Az}{L_n} - B \sinh \frac{Az}{L_n} \right) \quad (5)$$

เมื่อ  $q_a$  = แรง/หน่วยความยาว

$F_b$  = แรงดึงในตัวยึดเกลียว

$$A = L_n \tan \beta / D_b \lambda^2$$

$$B = \sqrt{(2L_n / D_b \lambda)^2 + A^2}$$

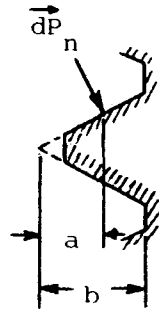
$$\lambda^2 = ph / A_b D_b (1/A_b + 1/A_n) + C_r \tan \beta$$

$$h = -4(1-\nu^2) \left[ \frac{\ln c + (1-c)K}{2\beta - \sin 2\beta} + \frac{C_r \tan \beta \ln c}{2\beta + \sin 2\beta} + \frac{(1-c)(\cos 2\beta - c)(1 + C_r \tan \beta)}{\sin 2\beta - 2\beta \cos 2\beta} \right]$$

$c = a/b$  รูปที่ 4

$$K = \frac{1}{2(1-\nu)} \left[ 1 + (1-2\nu) \frac{2\beta}{\sin 2\beta} \right]$$

ลักษณะกราฟของสมการ(5)จะเป็นเส้นโค้งที่มีค่าความเข้มข้นสูงสุดที่เกลียวแรกของการขบกันประมาณ 3 เท่าของค่าเฉลี่ย และจะลดลงเรื่อยๆจนน้อยที่สุดที่เกลียวสุดท้ายของการขบกัน



รูปที่ 4 ตำแหน่งที่แรงกระทำบนเกลียวนัต

2.3 ความเค้นและความเครียดในสลักเกลียวและนัต

โดยการสมมติว่านัตเป็นกระบอกกลวงหนาและสลักเกลียวเป็นกระบอกตัน และมีแรงกระทำอย่างสมมาตรดังรูปที่ 5 กระบอกกลวงอยู่ภายใต้ความดันภายใน ( $p_i = C_r q_a / p$ ) ในขณะที่กระบอกตันอยู่ภายใต้ความดันภายนอก ( $p_o = p_i$ ) ความเค้นที่ผิวนอกของสลักเกลียวที่ระยะ z ไคามีค่าดังนี้

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{1}{A_b} \int_0^z q_a dz \\ \sigma_r &= -C_r q_a / p \\ \sigma_t &= -C_r q_a / p \end{aligned} \tag{6}$$

ความเค้นที่ผิวในของนัตที่ระยะ z ไคามีค่าดังนี้

$$\begin{aligned} \sigma_z &= -\frac{1}{A_n} \int_0^z q_a dz \\ \sigma_r &= \frac{C_r q_a D_b^2}{p(D_n^2 - D_b^2)} \left( 1 - \frac{D_n^2}{4r^2} \right) \end{aligned} \tag{7}$$

$$\sigma_t = \frac{C_r q_a D_b^2}{p(D_n^2 - D_b^2)} \left(1 + \frac{D_n^2}{4r^2}\right)$$

จากกฎของHooke ความเครียดในทิศสัมผัสที่ผิวนอกของสลักเกลียวที่ระยะ  $z$  ใด ๆ มีค่า

$$\epsilon_t = \frac{u_{br}}{D_b/2} = \frac{1}{E} \left[ -\frac{C_r q_a}{p} + \frac{v C_r q_a}{p} - \frac{v}{A_b} \int_0^z q_a dz \right]$$

ดังนั้น

$$u_{br} = -\frac{D_b}{2E} \left[ (1-v) \frac{C_r q_a}{p} + \frac{v}{A_b} \int_0^z q_a dz \right] \quad (8)$$

ความเครียดในทิศสัมผัสที่ผิวในของนัตที่ระยะ  $z$  ใด ๆ มีค่า

$$\epsilon_t = \frac{u_{nr}}{D_b/2} = \frac{1}{E} \left[ \frac{C_r q_a}{p} \left( \frac{D_n^2 + D_b^2}{D_n^2 - D_b^2} \right) + \frac{v C_r q_a}{p} + \frac{v}{A_n} \int_0^z q_a dz \right]$$

ดังนั้น

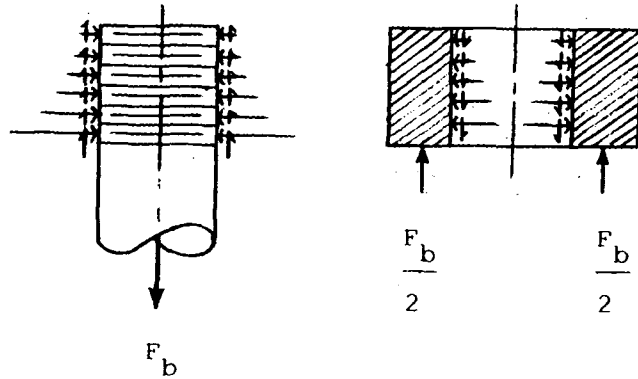
$$u_{nr} = \frac{D_b}{2E} \left[ \left( \frac{D_n^2 + D_b^2}{D_n^2 - D_b^2} \right) \frac{C_r q_a}{p} + \frac{v}{A_n} \int_0^z q_a dz \right] \quad (9)$$

ความเครียดในทิศสัมผัสที่ระยะ  $r_c$  ที่ฐานนัต ( $z=L_n$ ) มีค่า

$$\epsilon_t = \frac{u_{nc}}{r_c} = \frac{1}{E} \left[ \left(1 + \frac{D_n^2}{4r_c^2}\right) \frac{C_r q_a D_b^2}{p(D_n^2 - D_b^2)} + \left(\frac{D_n^2}{4r_c^2} - 1\right) \frac{v C_r q_a D_b^2}{p(D_n^2 - D_b^2)} + \frac{v F_b}{A_n} \right]$$

ดังนั้น

$$u_{nc} = \frac{r_c}{E} \left[ \left( (1-v) + (1+v) \frac{D_n^2}{4r_c^2} \right) \frac{C_r q_a D_b^2}{p(D_n^2 - D_b^2)} + \frac{v F_b}{A_n} \right] \quad (10)$$



รูปที่ 5 แรงกระทำบนสลักเกลียวและนัต

2.4 ทิศของแรงเสียดทานบนเกลียวนัต

แรงเสียดทานบนเกลียวนัตจะมีทิศตรงข้ามกับระยะขจัดสัมผัสของเกลียวนัตเทียบกับเกลียวสลัก ดังรูปที่ 6 เมื่อแรงดึงในตัวสลักเปลี่ยนไป  $dF_b$  ระยะขจัดสัมผัสของเกลียวนัตเทียบกับเกลียวสลักหาได้ดังนี้

ในแนวรัศมี มีค่า  $du_{nr} - du_{br}$

ในแนวสัมผัส มีค่า  $D_b (d\phi_n) / 2$

เมื่อ  $\phi_n$  เป็นมุมที่นัตถูกขันเข้า

เมื่อต้องการเพิ่มแรงดึงในตัวสลักเกลียวเป็น  $F_b$  จะต้องทำให้ความยาวของตัวสลักเกลียวยืคออกเท่ากับ

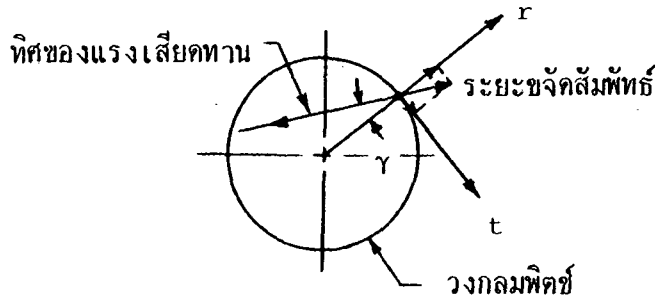
$$\delta_b = \frac{F_b L_b}{A_b E} \tag{11}$$

และมุมที่ต้องขันนัตเข้าเพื่อให้เกิดระยะยืคตามสมการ (11) มีค่า

$$\phi_n = \frac{2 \delta_b}{D_b \tan \alpha} = \frac{2 F_b L_b}{D_b A_b E \tan \alpha} \tag{12}$$

ดังนั้นทิศทางของแรงเสียดทานหาได้จากสมการ

$$\tan\gamma = \frac{D_b d\phi_n / 2}{du_{nr} - du_{br}} = \frac{L_b / A_b E \tan\alpha}{\frac{d}{dF_b}(u_{nr} - u_{br})} \quad (13)$$



รูปที่ 6 ทิศทางของแรงเฉือนทานบนเกลียวตัน

2.5 ทิศทางของแรงเฉือนทานที่ฐานนัต

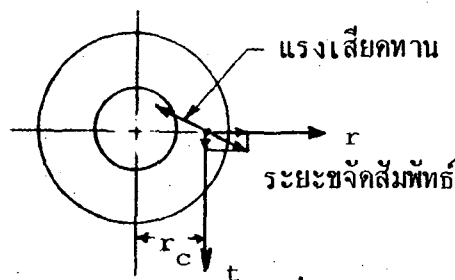
เนื่องจากต้องการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสกรูยึดกับสกรูกำลัง ดังนั้นจะสมมติว่าแรงปฏิกิริยาที่ฐานนัตกระทำเป็นเส้นที่รัศมี  $r_c$  ดังรูปที่ 7 แรงเฉือนทานที่จุดเดียวกันนี้จะมีทิศทางตรงข้ามกับระยะขจัดสัมพัทธ์ของฐานนัตเทียบกับผิวหน้าที่รองรับนัต

ระยะขจัดสัมพัทธ์ในแนวรัศมีมีค่าเท่ากับ  $du_{nc}$

ระยะขจัดสัมพัทธ์ในแนวสัมผัสมีค่าเท่ากับ  $D_b d\phi_n / 2$

ดังนั้น ทิศทางของแรงเฉือนทานจะหาได้จากสมการ

$$\tan\gamma_c = \frac{D_b d\phi_n / 2}{du_{nc}} = \frac{L_b / A_b E \tan\alpha}{\frac{d}{dF_b} u_{nc}} \quad (14)$$



รูปที่ 7 ทิศทางของแรงเฉือนทานที่ฐานนัต



## 2.6 แรงบิดที่ใช้ขันนัตเข้า

แรงบิดที่ใช้ขันนัตเข้ามีค่า

$$T = \int_0^L n \left( \frac{D_b}{2} C_t q_a \right) dz + \mu_c F_b r_c \sin \gamma_c \quad (15.1)$$

หรือ

$$T = \frac{D_b}{2} \int_0^L C_t q_a d(z/L_n) + \mu_c r_c F_b \sin \gamma_c \quad (15.2)$$

## 2.7 ประสิทธิภาพ

$$\text{ประสิทธิภาพของสกรู}(e) = \frac{\text{พลังงานที่เก็บสะสมในตัวสลักเกลียว}(U_s)}{\text{พลังงานที่ใช้ในการขันนัตเข้า}(U_t)}$$

เนื่องจากแรงดึงในตัวสลักเกลียวเป็นปฏิภาคโดยตรงกับระยะยี่ดั่วออกของสลัก ดังนั้น พลังงานที่เก็บอยู่ในตัวสลักเกลียวจะมีค่า

$$U_s = F_b \delta_b / 2 = F_b^2 L_b / 2A_b E$$

พลังงานที่ใช้ในการขันนัตเข้ามีค่า

$$U_t = \int_0^{\phi} n T d\phi_n = \frac{2L_b}{D_b A_b E \tan \alpha} \int_0^{\phi} T dF_b$$

$$= \frac{F_b^2 L_b}{2A_b E \tan \alpha} \left[ \int_0^1 \frac{e^{B(1-z/L_n)}}{\sinh A} \left( A \cosh \frac{Az}{L_n} - B \sinh \frac{Az}{L_n} \right) d(z/L_n) + \frac{2\mu_c r_c \sin \gamma_c}{D_b} \right]$$

ดังนั้น

$$e = \frac{\tan\alpha}{1 + \int_{F_b/L_n}^1 \frac{q_a}{F_b/L_n} d(z/L_n) + \frac{2\mu_c r_c \sin\gamma_c}{D_b}} \quad (16)$$

กรณีพิเศษ เมื่อ  $L_b \gg 0$  และ  $\alpha$  มีค่าน้อย จะทำให้  $\gamma = 90^\circ$  และ  $\theta = -\alpha$

ดังนั้น

$$C_t = \frac{\sin\alpha \cos\beta' + \mu_t \cos\alpha}{\cos\alpha \cos\beta' - \mu_t \sin\alpha} = \tan\alpha \left( \frac{\cos\beta' + \mu_t \cot\alpha}{\cos\beta' - \mu_t \tan\alpha} \right) \quad (17)$$

จะได้

$$e = \frac{\tan\alpha}{1 + \int_{F_b/L_n}^1 \frac{q_a}{F_b/L_n} d(z/L_n) + \frac{2\mu_c r_c \sin\gamma_c}{D_b}}$$

เนื่องจาก  $\int_0^1 \frac{q_a}{F_b/L_n} d(z/L_n) = 1$

ดังนั้น

$$e = \frac{\tan\alpha}{C_t + 2\mu_c r_c \sin\gamma_c / D_b} \quad (18)$$

ถ้า  $\mu_t \gg \mu_c$  จะได้

$$e = \frac{\tan\alpha}{C_t} = \frac{\cos\beta' - \mu_t \tan\alpha}{\cos\beta' + \mu_t \cot\alpha} \quad (19)$$

สมการ (19) นี้จะเหมือนกับสมการที่ใช้หาค่าประสิทธิภาพของสกรูกำลังที่พบกันอยู่ในตำราการออกแบบเครื่องจักรกลทั่วไป

กรณีทั่วไป ถ้า  $\mu_t \gg \mu_c$  จะได้

$$e = \frac{\tan \alpha}{1 - \int_0^1 \frac{C_t e^{B(1-z/L_n)}}{\sinh A} (A \cosh \frac{Az}{L_n} - B \sinh \frac{Az}{L_n}) d(z/L_n)} \quad (20)$$

### 3 ผลลัพธ์เชิงตัวเลข

ข้อมูลที่ใช้ทดสอบหาผลลัพธ์เชิงตัวเลขมีดังนี้

วัสดุ เหล็กกล้ามี  $E=30,000,000 \text{ psi}$  และ  $\nu=0.3$

ขนาด เส้นผ่าศูนย์กลางพิชของเกลียว  $D_b=0.9188''$  (ขนาดตัวสลัก 1")

เส้นผ่าศูนย์กลางภายนอกของนัต (เทียบเท่า)  $D_n=1.5''$

ความหนาของนัต  $L_n=0.875''$

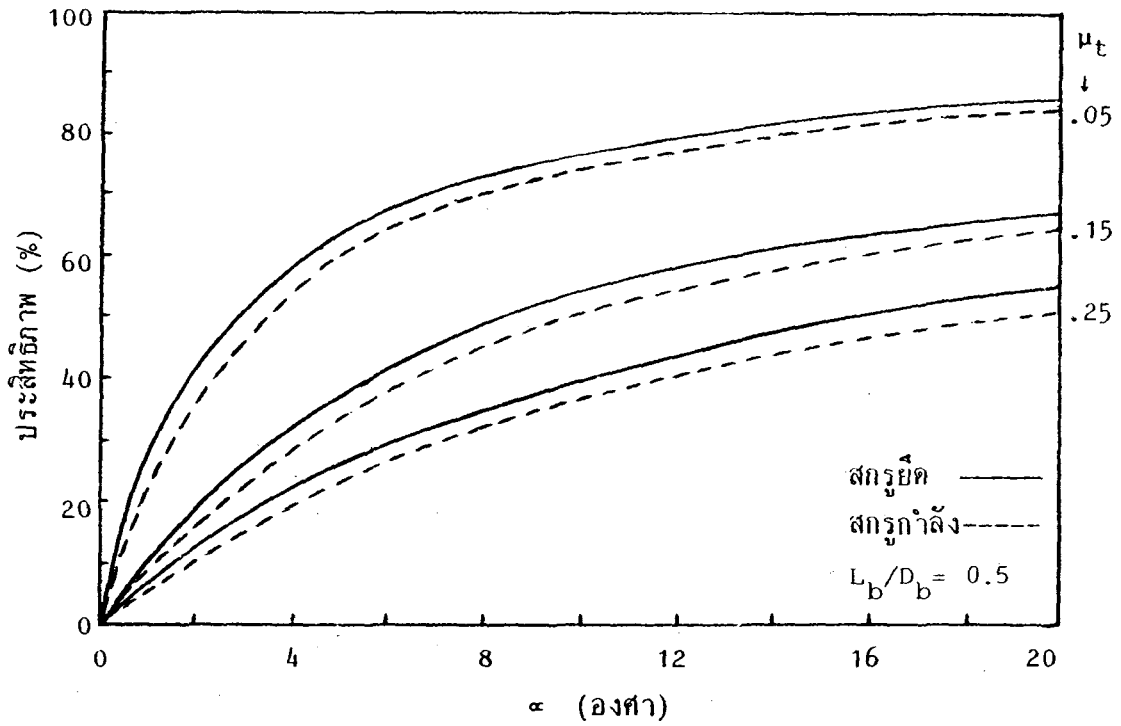
รูปที่ 8 แสดงให้เห็นว่า ประสิทธิภาพของสกรูจะเพิ่มขึ้นเมื่อความเสียหายของเกลียว

ลดลง

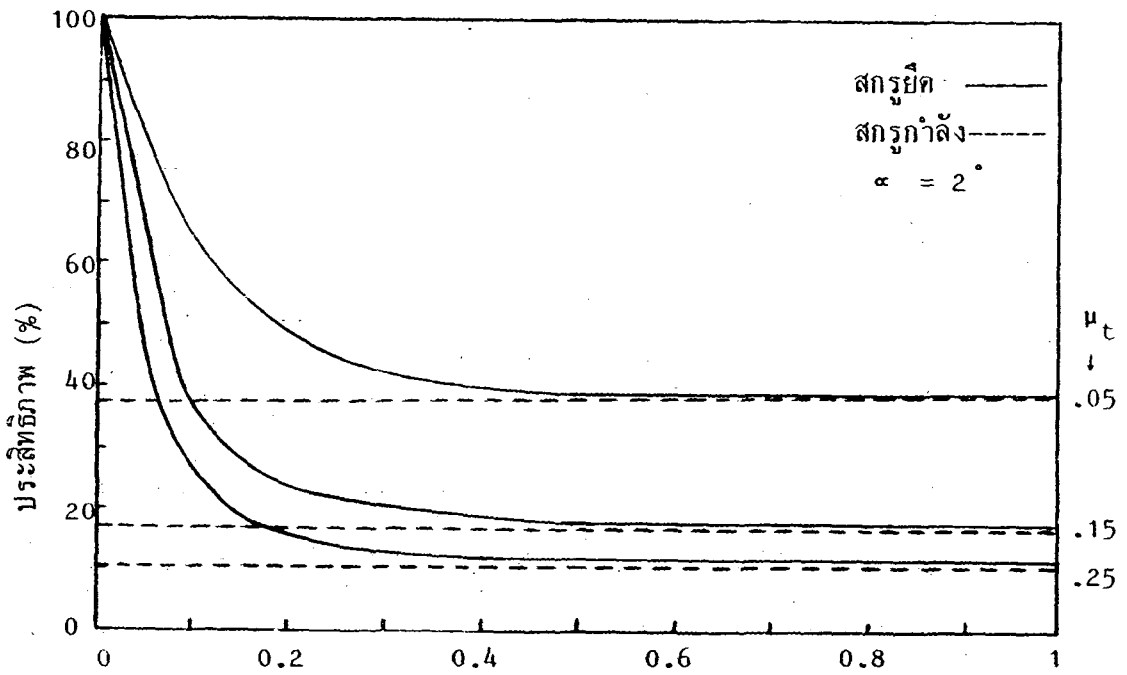
รูปที่ 9 แสดงให้เห็นว่า ที่อัตราส่วน  $L_b/D_b$  คำน้อยๆ ประสิทธิภาพของสกรูจะมีค่าสูงกว่าค่าที่คำนวณจากสมการสกรูกำลัง และจะมีค่าใกล้เคียงกันเมื่อ  $L_b/D_b \geq 1$

### 4 สรุป

ประสิทธิภาพของสกรูขึ้นอยู่กับความเสียหายทั้งที่เกลียวและที่ฐานนัต สลักเกลียวที่มีความยาวมาก แรงเสียหายจะมีทิศใกล้กับแนวสัมผัสมาก ทำให้เกิดความต้านทานต่อการขันนัตเข้าสูงสุด ส่วนสลักเกลียวสั้น แรงเสียหายมีทิศเบี่ยงเบนออกจากแนวสัมผัส ความต้านทานต่อการขันนัตเข้าเกิดจากส่วนประกอบในแนวสัมผัสเท่านั้น แรงบิดที่ใช้ขันสำหรับสลักเกลียวสั้นจึงมีค่าน้อยกว่าแรงบิดที่ใช้สำหรับสลักเกลียวยาวเมื่อต้องการแรงดึงในตัวสลักเท่ากัน



รูปที่ 8 ผลของความเสียหายและมุมลาดเกลียวที่มีต่อประสิทธิภาพของสกกรู



รูปที่ 9 ผลของอัตราส่วนของความยาวคอเส้นผ่าศูนย์กลางที่มีต่อประสิทธิภาพของสกกรู

เอกสารอ้างอิง

1. Stoeckly, E.E., and Macke, H.J. "Effect of Taper on Screw-Thread Load Distribution," Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, Vol. 74, 1952. pp 103-112 .
  2. Juvinall, R.C. Fundamentals of Machine Component Design, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1983.
-