

## การวิเคราะห์ความเค้นบริเวณรูวงรีเสริมเหล็กของถังความดัน ด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์

รศ.ดร.เดช พุทธเจริญทอง

รศ.จำรูญ ตันติพิศาลกุล

รอ.พิษณุ ศรีมยุรา วน.

### บทคัดย่อ

ความเค้นบริเวณรูวงรีเสริมเหล็กของถังความดันทรงกระบอกสามารถหาได้ด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ โดยเลือกใช้แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์ชนิดสามมิติทรงสี่เหลี่ยม 8 จุดต่อ (Node) จำนวน 346 เอลิเมนต์ ความเค้นที่ได้จากการวิเคราะห์ดังกล่าวจะนำมาเปรียบเทียบความแม่นยำตรงกับทฤษฎีของฮิกส์(Hicks) ซึ่งเป็นทฤษฎีการเสริมรูวงรีในแผ่นราบที่นำมาใช้ในถังทรงกระบอกและเปรียบเทียบกับความเค้นที่ได้จากการวัดด้วยเกจวัดความเครียด (strain gauge) รอบรูวงรีเสริมเหล็กในถังความดันทรงกระบอก ซึ่งเป็นผลงานวิจัยของจำรูญ ตันติพิศาลกุล

จากการเปรียบเทียบผลของการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์กับทฤษฎีของฮิกส์ ในกรณีที่รูวงรีมีความโค้งน้อย การกระจายของความเค้นรอบรูวงรีเสริมเหล็กสอดคล้องกับทฤษฎีของฮิกส์เมื่อแผ่นเหล็กเสริมมีความหนาเท่ากับความหนาของถังความดัน และค่าความเค้นสูงสุดจะคลาดเคลื่อน 2.68 เปอร์เซ็นต์ ในกรณีที่รูวงรีมีความโค้งมากการกระจายของความเค้นจะกลับกันกับทฤษฎีของฮิกส์ และค่าความเค้นสูงสุดจะคลาดเคลื่อน -1.28 เปอร์เซ็นต์

ในการเปรียบเทียบผลของการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์กับการวัดด้วยเกจวัดความเครียดในลักษณะเดียวกันกับข้างต้น จะได้กระจายของความเค้นสอดคล้องกัน และค่าความเค้นสูงสุดจะคลาดเคลื่อน 3.81 เปอร์เซ็นต์และ 0.79 เปอร์เซ็นต์ ทั้งในกรณีที่รูวงรีมีความโค้งน้อยและมากตามลำดับ

จะเห็นว่าผลของการวิเคราะห์ความเค้นบริเวณรูวงรีเสริมเหล็กด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ ให้ผลอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ การวิเคราะห์ดังกล่าวจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งที่จะใช้เป็นแนวทางในการวิเคราะห์ถังความดันที่มีการเจาะรูวงรีและเสริมเหล็กได้อย่างปลอดภัยและประหยัดเวลา

**An Analysis of Stress Around Reinforced Elliptical Holes  
in Pressure Vessels by Finite Element Method**

Associate Prof. Dr. Dech Budchareantong

Associate Prof. Chamroon Tantipisalkul

Lt. Pisanu Sommayura RTN.

**Abstract**

Stress concentration in a cylindrical pressure vessel with reinforced elliptical hole was evaluated by the finite element method. The finite element model of the reinforced elliptical hole consisted of 346 rectangular prisms, 8-node elements. The numerical results for stress concentration around the elliptical hole was compared with Hicks' prediction (flat plate stress concentration), and also with Chamroon's experimental results.

A comparison of the finite element solution to Hicks' prediction in case of the small curvature elliptical hole, the stress distribution around the reinforced elliptical hole is yield sufficient result as expected. The maximum stress is 2.68 %, if the pressure vessel and the reinforced plate have the same thickness. In case of the large curvature elliptical hole, stress distribution contradicts Hicks' prediction and the maximum stress is -1.28%

In the same matter, a comparison of the finite element solution to the experimental results are 3.81 % and 0.79 % for the small and large curvature elliptical hole, respectively.

In conclusion, the results indicated that the finite element analysis produced reasonable stress concentration for the cylindrical pressure vessel with reinforced elliptical hole.

## บทนำ

ดังรับความดันที่ใช้ในงานอุตสาหกรรม มักจะต้องมีการเจาะรูเช่นรูวงรีหรือรูวงกลม เพื่อสำหรับใช้มือลัดงทำความสะดวกหรือเพื่อสำหรับต่อท่อทางต่าง ๆ บริเวณที่เจาะรูดังกล่าวจะเกิดความเค้นสูงกว่าบริเวณอื่นของถัง ส่งผลให้เกิดการปูดและร้าวซึ่งเป็นปัญหาที่เคยเกิดขึ้นในโรงงานอุตสาหกรรมผลิตถังรับความดันในประเทศ ปัญหาดังกล่าวแก้ไขได้โดยการเสริมเหล็กตรงบริเวณรูเจาะเพื่อลดความเข้มของความเค้นให้มีค่าต่ำลง แต่ขนาดของการเสริมอาจโตเกินความจำเป็น และได้มีงานวิจัยที่เกี่ยวกับความเค้นที่เกิดขึ้นในการเสริมรูวงรีดังนี้

ในปี ค.ศ.1957 ฮิคส์<sup>[1]</sup> ได้วิจัยถึงการกระจายความเค้นรอบรูวงรีเสริมเหล็กในแผ่นราบและขนาดของพื้นที่หน้าตัดที่จำเป็นในการเสริม เพื่อให้เกิดความเข้มของความเค้นรอบรูสูงขึ้นเล็กน้อยจากแผ่นราบที่ไม่มีรูเจาะ โดยไม่คำนึงถึงความหนาของแผ่นเสริม ต่อมาในปี ค.ศ.1958 ฮิคส์<sup>[2]</sup> ได้กล่าวถึงการเสริมรูวงรีในถังรับความดัน โดยใช้ทฤษฎีการเสริมรูวงรีในแผ่นราบจากผลงานในปี ค.ศ.1957 ซึ่งมีได้มีการคำนึงถึงผลของความโค้งและความหนาของแผ่นเสริม

ต่อมา จำรูญ ตันติพิศาลกุล<sup>[3]</sup> ได้ทำการวิจัยหาความเค้นรอบรูวงรีที่ได้รับการเสริมในถังความดันทรงกระบอก โดยใช้เกจวัดความเครียด วัดค่าความเค้นที่เกิดขึ้นรอบรูวงรี ในกรณีเมื่อการเสริมรูวงรีที่มีความโค้งน้อยและมีพื้นที่หน้าตัดของการเสริมคงที่ตามทฤษฎีของฮิคส์ การเสริมรูวงรีที่มีความโค้งมากและการเสริมรูวงรีตามมาตรฐาน ASME เพื่อเปรียบเทียบค่ากับทฤษฎีของฮิคส์ และในเวลาต่อมา ธเนศ วงกาฬสินธุ์<sup>[4]</sup> ได้ทำการวิจัยหาค่าความเข้มของความเค้นรอบรูวงรีที่ได้รับการเสริมในถังความดันทรงกระบอกใช้เกจวัดความเครียดวัด โดยศึกษาถึงการเจาะรูวงรีหลายขนาดและมีพื้นที่หน้าตัดของการเสริมต่าง ๆ กัน

ในปัจจุบัน วิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ซึ่งเป็นวิธีวิเคราะห์เชิงตัวเลขหรือ Numerical method วิธีหนึ่ง ที่อาศัยเครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยคำนวณค่าต่าง ๆ ในปัญหาที่ยุ่งยากและซับซ้อนได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว ดังนั้นการวิเคราะห์หาค่าความเค้นรอบรูวงรีที่ได้รับการเสริมในถังความดันทรงกระบอกด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ จึงเป็นอีกวิธีหนึ่งที่จะนำมาใช้ช่วยในการออกแบบการเสริมรูวงรีในถังความดันให้มีความปลอดภัยรวดเร็วและประหยัดค่าใช้จ่าย

## การดำเนินการวิจัย

การวิจัยจะคำนวณหาความเค้นตรงบริเวณที่รูเจาะแบบวงรีที่ได้รับการเสริมขมู้งถึงความดันทรงกระบอกด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ และนำผลคำนวณที่ได้รับมาเปรียบเทียบกับการวิเคราะห์ความเค้นด้วยเกจวัดความเครียด ตามเอกสารอ้างอิง<sup>[3]</sup> การวิเคราะห์ความเข้มของความเค้นด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์จะใช้โปรแกรมสำเร็จรูปซูปเปอร์แซพ ซึ่งสามารถวิเคราะห์ปัญหา 3 มิติได้เป็นอย่างดีและสามารถใช้กับเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ได้ด้วย ขั้นตอนของการวิเคราะห์มีดังนี้

1. การทดสอบแบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์ เพื่อให้ผลของการวิเคราะห์โดยไฟไนท์เอลิเมนต์มีความเชื่อถือได้สูง จึงทดสอบแบบจำลองก่อน โดยแบ่งการทดสอบแบบจำลองออกเป็น 3 กรณีคือ แบบจำลองของแผ่นราบมีรูเจาะวงรี แบบจำลองของแผ่นราบมีรูเจาะวงรีที่ได้รับการเสริม กับแบบจำลองถึงความดันทรงกระบอก

1.1 แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์ของแผ่นราบมีรูเจาะวงรี ในการวิเคราะห์จะใช้แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์ชนิด 2 มิติ ประกอบด้วยเอลิเมนต์สี่เหลี่ยม 4 จุดต่อ (node) จำนวน 211, 314, 346, 496 เอลิเมนต์ตามลำดับ โดยใช้แบบจำลองเป็นแผ่นเหล็กสี่เหลี่ยมจัตุรัสเจาะรูวงรีตรงกลาง (รูปที่ 1) ซึ่งรูตรงกลางจะมีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับขนาดของแผ่นราบ แล้วนำผลที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎีของฮิลล์

จากผลของการวิเคราะห์ปรากฏว่า แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์ 346 เอลิเมนต์มีความเหมาะสมมากที่สุด คือความเค้นสูงสุดที่วิเคราะห์ได้จะคลาดเคลื่อนจากทฤษฎีของฮิลล์ ประมาณ 0.16 % เมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลองที่ประกอบด้วย 496 เอลิเมนต์ ซึ่งให้ค่าคลาดเคลื่อนใกล้เคียงกันคือ 0.14% รูปที่ 2 แสดงการกระจายของความเค้นรอบรูวงรีที่คำนวณจากแบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์ 346 เอลิเมนต์กับทฤษฎีของฮิลล์

1.2 แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์ของแผ่นราบมีรูเจาะวงรีที่ได้รับการเสริม จากผลการวิเคราะห์ในหัวข้อ 1.1 ในการวิเคราะห์ความเค้นรอบรูเจาะวงรีที่ได้รับการเสริมจะเลือกใช้แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์จำนวน 346 เอลิเมนต์แต่จะใช้เอลิเมนต์ชนิด 3 มิติ 8 จุดต่อแทนชนิด 2 มิติ 4 จุดต่อข้างต้น (รูปที่ 3) เมื่อเปรียบเทียบผลของการวิเคราะห์ ปรากฏว่าความเค้นสูงสุดในกรณีที่มีรูวงรีมีขนาดเล็กมากและความหนาของแผ่นเสริมเท่ากับความหนาของแผ่นราบให้ผลสอดคล้องกับทฤษฎีของฮิลล์มาก (ดูรูปที่ 4)

จากการวิเคราะห์ดังกล่าวมาแล้ว จะเห็นว่าความเค้นสูงสุดที่วิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์มีค่าใกล้เคียงกับผลการวิเคราะห์ของฮิลล์

1.3 แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์ของถังความดันทรงกระบอก จะเลือกใช้แบบจำลองที่ประกอบด้วยเอลิเมนต์ชนิดสี่เหลี่ยม 3 มิติ 8 จุดต่อ ที่ประกอบด้วย 132, 168 และ 192 เอลิเมนต์ (รูปที่ 5) จากผลของการวิเคราะห์ ปรากฏว่าความเค้นตามแนวเส้นรอบวงและตามแนวแกนมีค่าสอดคล้องกับทฤษฎีความเค้นในถังความดันผนังบาง และแบบจำลองที่ประกอบด้วย 192 เอลิเมนต์เป็นแบบจำลองที่มีความคลาดเคลื่อนน้อยมาก(ดูตารางที่ 1)

2. การวิเคราะห์ความเข้มของความเค้นรอบรูวงรีที่ได้รับการเสริมในถังความดันทรงกระบอกมีฝาปิดที่รูเจาะ แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์ของถังความดันทรงกระบอกที่มีรูเจาะวงรีที่ได้รับการเสริม จะใช้แบบจำลองเดียวกันกับแบบจำลอง 3 มิติในหัวข้อ 1.2 และถังความดันทรงกระบอกในหัวข้อ 1.3 ผลที่ได้จากการวิเคราะห์จะนำไปเปรียบเทียบกับทฤษฎีของฮิลล์และของจอร์จ เพื่อให้นักวิเคราะห์ใกล้เคียงกับสภาพการใช้งานจริงของถังรับความดันและสามารถเปรียบเทียบกับผลการวิจัยของจอร์จ จึงทำการวิเคราะห์ความเข้มของความเค้นรอบรูวงรีที่ได้รับการเสริมในถังความดันทรงกระบอก โดยคำนึงถึงผลของฝาปิด ซึ่งผลจากฝาปิดจะทำให้มีแรงกระทำรอบรูวงรีตามสมการ  $F = pA$  เมื่อ  $p$  คือความดันภายในและ  $A$  คือพื้นที่ของฝาปิดที่รับความดัน แรงที่เกิดจากฝาปิดกระจายไปตามจุดต่อรอบ ๆ รูวงรีซึ่งเป็นไปตามผลงานของGalerkin<sup>[5]</sup> คือ Elliptical Plate ที่มีเงื่อนไขการรองรับแบบง่ายและรับโหลดกระจายสม่ำเสมอ ขนาดของแผ่นเสริมและขนาดของฝาปิดที่มีระยะเหลื่อมเข้ามาในรูวงรีมากที่สุดเท่าที่จะทำได้เพื่อให้มีพื้นที่ในการประกอบประกบกันความดันรั่วไหลได้สูงสุด ในกรณีที่รูวงรีมีความโค้งมากจะออกแบบให้ระยะเหลื่อมของฝาปิดเหลื่อมเข้ามาในรูวงรีมีขนาด 0.6875 นิ้ว ตามมาตรฐาน ASME ที่กำหนดค่าต่ำสุดให้ใช้

### สรุปผลการวิเคราะห์

จากการวิเคราะห์ค่าความเข้มของความเค้นรอบรูวงรีที่ได้รับการเสริมในถังความดันทรงกระบอก โดยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์สามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ดังนี้

1. ในการวิเคราะห์ค่าความเข้มของความเค้นรอบรูวงรีที่ได้รับการเสริมในถังความดันทรงกระบอกเมื่อคำนึงถึงผลของฝาปิด เพื่อให้การวิเคราะห์ที่ได้ใกล้เคียงกับสภาพการใช้งานจริงและสามารถเปรียบเทียบกับการวิจัยของจอร์จได้ ผลจากการวิเคราะห์ได้ค่าความเข้มของความเค้นสูงสุดและการกระจายของความเค้นรอบรูวงรีสอดคล้องกับการวิจัยโดยใช้เกจวัดความเครียดของจอร์จ ทั้งในกรณีที่รูวงรีมีความโค้งน้อยและโค้งมาก ดัง

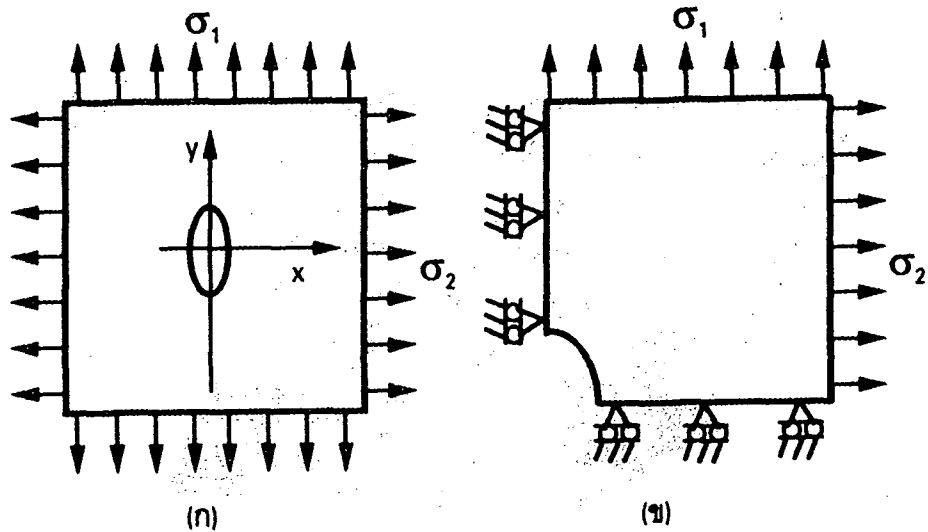
แสดงในรูปที่ 6 และ 7 สำหรับกรณีที่รูวงรีมีความโค้งมาก และกำหนดให้ความกว้างของฝาปิดที่เหลื่อมเข้าไปในรูวงรี มีขนาด 0.6875 นิ้ว ตามมาตรฐาน ASME ที่กำหนดค่าต่ำสุดให้ค่าความเข้มของความเค้นสูงสุดที่ได้จากการวิเคราะห์อยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ คือมีค่าสูงขึ้นเพียง 30 % จากกรณีไม่มีรูเจาะ

2. จากผลการวิเคราะห์ความเข้มของความเค้นรอบรูวงรีที่ได้รับการเสริมในถังความดันทรงกระบอก เมื่อคำนึงถึงผลของฝาปิดโดยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ที่สอดคล้องกับการวิจัยโดยใช้เทจวัดความเครียด แสดงว่าสามารถใช้วิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ ช่วยในการออกแบบการเสริมรูวงรี เมื่อรูวงรีมีขนาดต่างกันและมีค่าความโค้งที่ต่างกันให้มีความเหมาะสมในการใช้งาน ซึ่งวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์จะช่วยให้การวิเคราะห์ทำได้รวดเร็วและประหยัดค่าใช้จ่าย

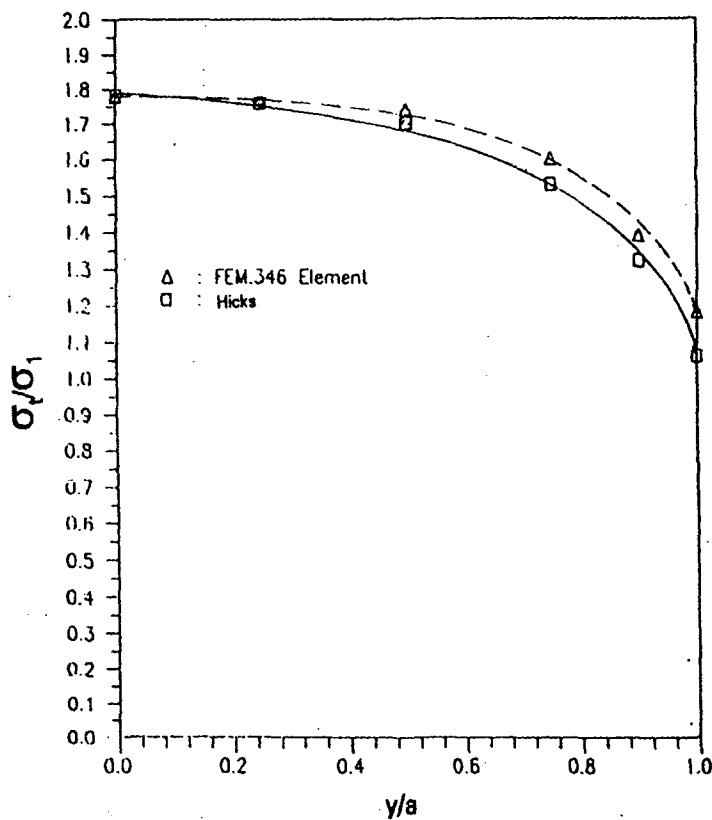
นอกจากนี้สามารถใช้แบบจำลองถังรับความดัน การเสริมรูวงรี ผลของแรงจากฝาปิดและการแบ่งเอลิเมนต์ของแบบจำลองที่ได้ดำเนินการวิจัยมาแล้วนี้เป็นแบบอย่างในการทำวิจัยในโอกาสต่อไปได้

### ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการวิจัยต่อไป

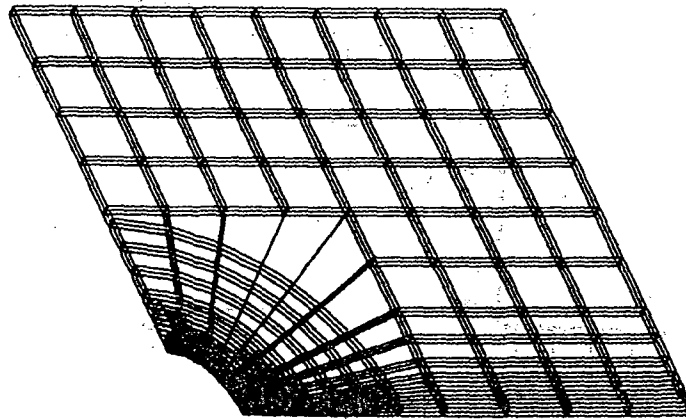
1. ศึกษารอยเชื่อมและช่องว่างระหว่างแผ่นเสริมและถังความดันว่าจะมีผลต่อค่าความเข้มของความเค้นรอบรูวงรีอย่างไร
2. วิเคราะห์ความเข้มของความเค้นรอบรูวงรี ในถังความดันทรงกระบอกที่ได้รับการเสริม โดยมีการเจาะรูวงรีหลายขนาดและมีพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเสริมที่ต่างกัน โดยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์เปรียบเทียบตัวอย่างการวิจัยของ ธเนศ ซึ่งใช้วิธีเทจวัดความเครียด
3. วิเคราะห์ความกว้างของฝาปิดที่เหลื่อมเข้ามาในรูวงรีว่าจะมีผลต่อความเข้มของความเค้นรอบรูวงรีที่ได้รับการเสริมอย่างไร
4. ถ้าเลือกใช้แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์ชนิดเอลิเมนต์ 3 มิติผนังโค้งที่ประกอบด้วย 20 node หรือมากกว่า น่าจะให้ผลการวิเคราะห์ที่แม่นยำยิ่งขึ้น



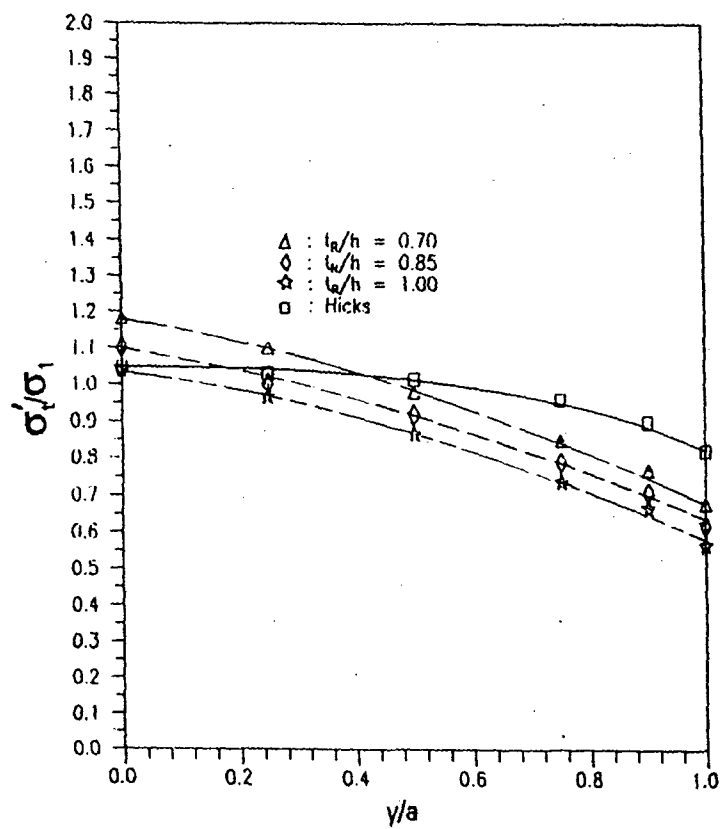
รูปที่ 1 แสดงแบบจำลองแผ่นเหล็กเจาะรูวงรีที่ได้รับความเค้น และการใส่เงื่อนไขที่กระทำกับแบบจำลอง



รูปที่ 2 เปรียบเทียบการกระจายของความเค้นรอบรูวงรีในแผ่นเหล็กที่ได้รับความเค้นที่คำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับทฤษฎีของฮิกส์ [สมการ (ก.1)ภาคผนวก] เมื่อ  $n = 2$ ;  $a/b = 1.56$

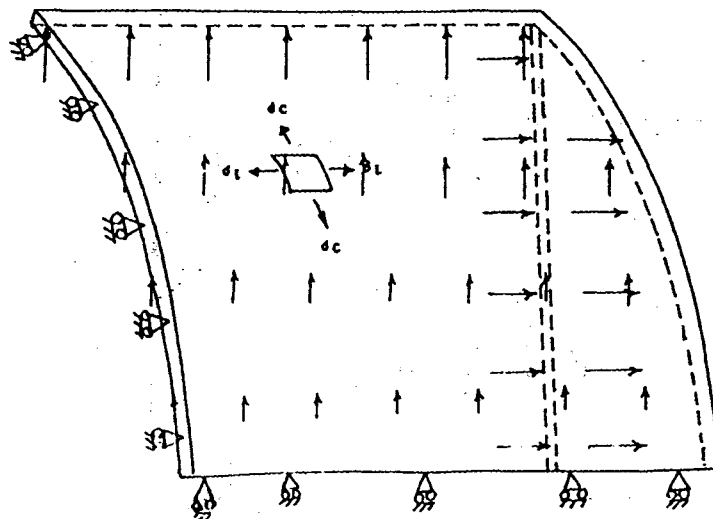


รูปที่ 3 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติของ  
แผ่นเหล็กเจาะรูวงรีที่ได้รับการเสริม



รูปที่ 4 เปรียบเทียบความเค้นรอบรูวงรีที่ได้รับการเสริมในแผ่นเหล็ก  
ที่ได้รับความเค้นซึ่งมีความหนาของแผ่นเสริมต่าง ๆ กัน  
กับค่าที่หาจากสมการของฮิกส์ เมื่อ a/b = 1.56

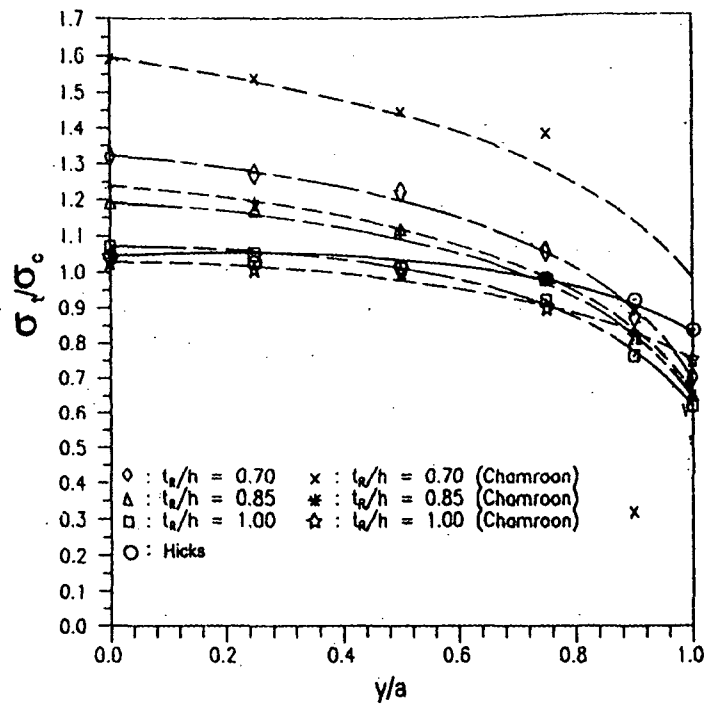




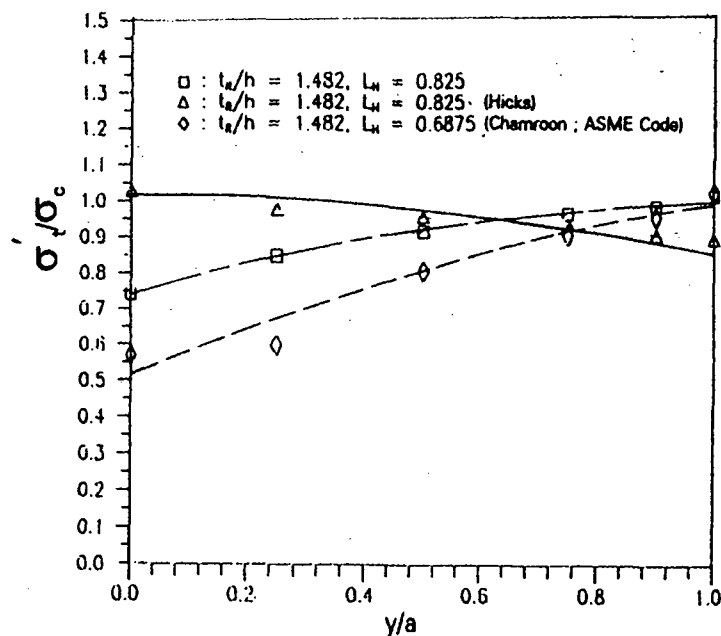
รูปที่ 5 แสดงแบบจำลองถึงความดันทรงกระบอก  
และภาวะที่เกิดจากความดันภายใน

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบค่าความเค้นตามแนวเส้นรอบวง ( $\sigma_c$ ) และตามแนว  
แกน ( $\sigma_L$ ) ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีจำนวนเอลิเมนต์ต่าง ๆ กับ  
วิธีคำนวณตามทฤษฎีความเค้นในถังความดันผนังบาง

กรณีที่	จำนวนเอลิเมนต์	$\sigma_c$	% error	$\sigma_L$	% error
1	132	4314.694	-1.52	2129.30	-2.80
2	168	329.50	-1.18	2144.632	-2.10
3	192	4355.44	-0.59	155.37	1.61
Exact	-	4381.29	-	2190.64	-



รูปที่ 6 เปรียบเทียบวัดความเค้นรอบรูวงรีที่ได้รับการเสริมเหล็กในถังความดันทรงกระบอก เมื่อคำนึงถึงผลของฝาปิดกับผลจากการทดลองของจำรูญ และฮิกส์ เมื่อ  $R/a = 5.9$



รูปที่ 7 เปรียบเทียบความเค้นรอบรูวงรีที่ได้รับการเสริมเหล็กในถังความดันทรงกระบอก เมื่อคำนึงถึงผลของฝาปิดกับผลจากการทดลองของจำรูญ (ASME code) และฮิกส์ เมื่อ  $R/a = 2.8$

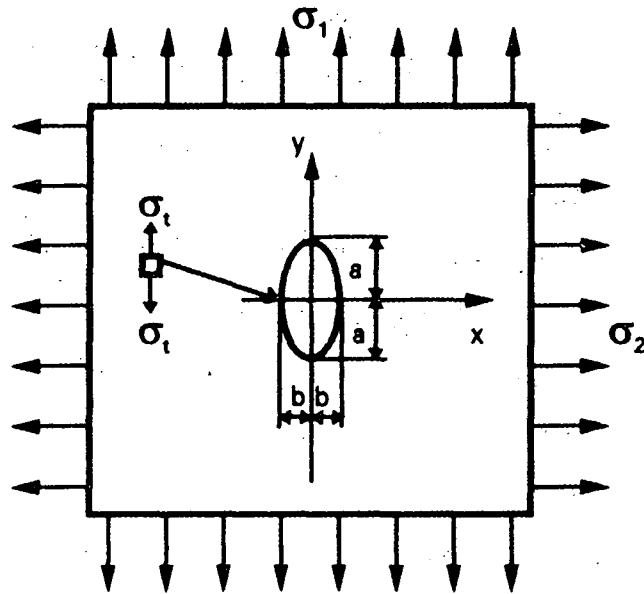
### เอกสารอ้างอิง

1. Hicks, Raymond, 1957, "Reinforced Elliptical Holes in Stressed Plates," Journal of the Royal Aeronautical Society.; Vol. 61, October, pp.688-693.
2. Hicks, Raymond, 1968, "The Design of Reinforced Elliptical Holes in Pressure Vessels," British Welding Journal, March, pp.130-132.
3. จำรูญ ดันดีพิศาลกุล, 2520, การรวมจุดความเค้นรอบรูวงรีเสริมเหล็กในถัง ความดันทรงกระบอก, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล, กรุงเทพฯ, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, หน้า 11-23.
4. ธเนศ วงศ์กาฬสินธุ์, 2522, การทดลองหาความเค้นในถังรับความดันมีรูเจาะแบบวงรีที่ได้รับการเสริม, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล, กรุงเทพฯ, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, หน้า 12-40
5. Galerkin, B.G., 1923 "Uniformly Loaded Elliptical Plate with Simply Supported Edge," Zeitschrift for Angewandte Mathematik and Mechanik. Vol.3 pp.113-117.
6. Daryl, L.L., 1986, A First Course in the Finite Element method, Boston, PWS Publishers, pp.242-550.
7. Mequid, S.A., 1986, "Finite Element Analysis of Defence Hole System for the Reduction of Stress Concentration in a Uniaxially Load Plate with Two Coaxial Hole", Engineering Fracture Mechanics, Vol.25, No.4, pp.403-413.
8. Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger S., 1957, Theory of Plate and Shells, second edition, Singapore, McGraw-Hill International Editions, pp. 310-313.
9. Zienkiewicz, O.C., 1977, The Finite Element Method, third edition, Maidenhead, McGraw-Hill Book Company (UK) Limited, pp. 169-176.
10. Devai, C.S. and Abel, J.F., 1972, Introduction to The Finite Element Method, Van Nostrand Reinhold Company, New York.

### ภาคผนวก

1. ความเค้นรอบรูเจาะวงรีในแผ่นราบที่ได้รับความเค้น 2 แนวแกน

ฮิลส์ได้วิเคราะห์การกระจายของความเค้นสัมผัสที่เกิดขึ้นรอบรูเจาะวงรีในแผ่นราบซึ่งได้รับความเค้นหลัก 2 แนวแกน ดังแสดงในรูป ก. ได้ค่าความเค้นสัมผัส  $\sigma_t$



รูป ก.

ที่เกิดขึ้นรอบรูวงรีจากตำแหน่งปลายแกนสั้น ( $y = 0$ ) ถึงตำแหน่งปลายแกน ยาว ( $y = a$ ) ตามสมการ

$$\sigma_t = \frac{\sigma_1}{n} \left\{ \frac{2(n+1)k + (n-1)(k^2 - 1) - (n-1)(k+1)^2 [2(y/a)^2 - 1]}{(k^2 + 1) - (k^2 - 1)[2(y/a)^2 - 1]} \right\} \quad (ก.1)$$

เมื่อ  $\sigma_1$  และ  $\sigma_2$  = ความเค้นหลักที่อยู่ไกลจากรูวงรีในแนวแกน 2a และ 2b

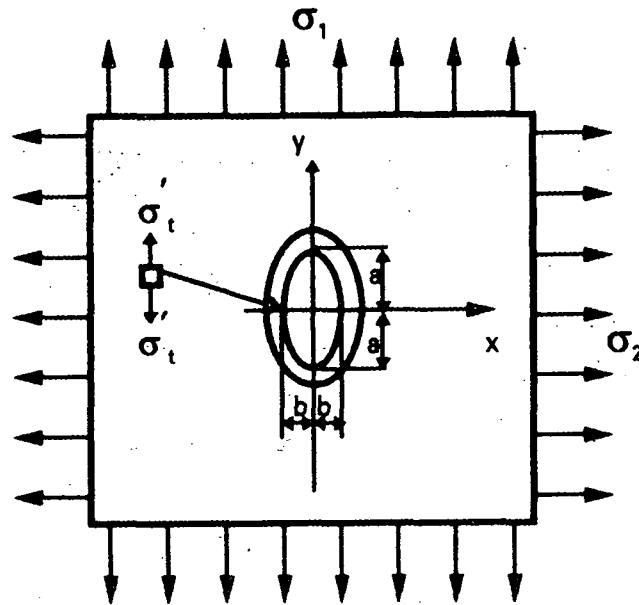
2a และ 2b = ความยาวของแกนยาวและแกนสั้นของรูวงรี

$$k = \frac{a}{b}$$

$$n = \sigma_1 / \sigma_2$$

$\sigma_t$  = ความเค้นสัมผัสรอบรูวงรี

2. ความเค้นรอบรูเจาะวงรีที่ได้รับการเสริมในแผ่นราบที่ได้รับความเค้น 2 แนวแกน  
 อีคส์ได้วิเคราะห์การเสริมรูวงรีในแผ่นราบที่ได้รับความเค้นหลัก 2 แนวแกน  
 (รูป ข.) เพื่อให้เกิดความเค้นสูงสุดรอบรูสูงขึ้นเล็กน้อยจากกรณีแผ่นราบไม่เจาะรู



รูป ข.

ได้ค่าความเค้นสัมผัส  $\sigma'_t$  ที่เกิดขึ้นรอบรูวงรีจากตำแหน่งปลายแกนสั้น ( $y = 0$ ) ถึงตำแหน่ง  
 ปลายแกนยาว ( $y = a$ ) ตามสมการ

$$\sigma'_t = \frac{\sigma_1}{n} \left\{ \frac{(n-w)^2 [1 - (y/a)^2] + (1-w)^2 (y/a)^2 + 2kw(1-w)}{(n-w) - (n-1)(y/a)^2} \right\} \quad (ก.2)$$

เมื่อ  $\sigma_1$  และ  $\sigma_2$  = ความเค้นหลักที่อยู่ในแนวแกน  $2a$  และ  $2b$

$2a$  และ  $2b$  = ความยาวของแกนยาวและแกนสั้นของรูวงรี

$$n = \sigma_1 / \sigma_2$$

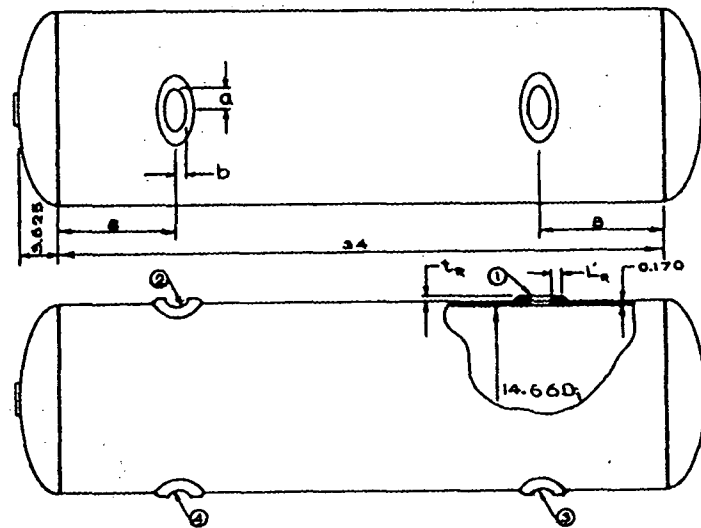
$w$  = พารามิเตอร์ของการเสริมรูวงรีมีค่า  $0, 0.1, 0.2, \dots$

$$k = \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{n-w}{1-w}}$$

$\sigma'_t$  = ความเค้นสัมผัสรอบรูวงรีเสริมเหล็ก

3. ถังทดสอบ ขนาดรูเจาะและการเสริม

ถังทดสอบ ขนาดรูเจาะและการเสริมของจำรูป ดังแสดงในรูป ค.

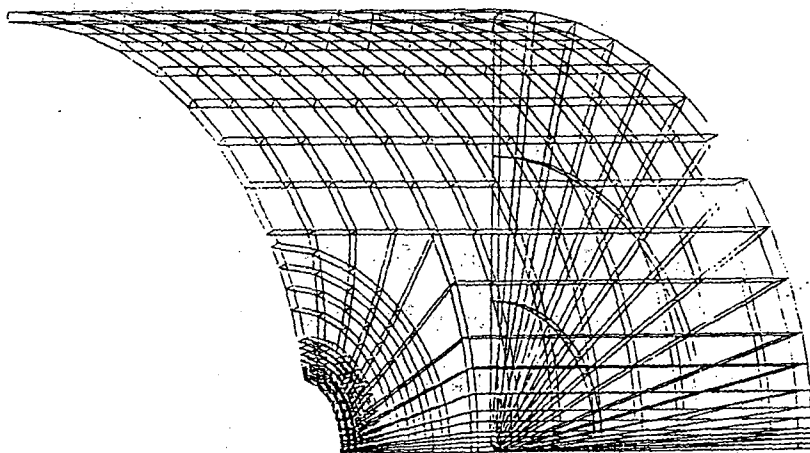


จำรูป	a นิ้ว	b นิ้ว	$L_R$ นิ้ว	$t_R$ นิ้ว	$\frac{t_R}{h}$	หมายเหตุ
1	1.248	0.8	1.0	0.119	0.70	
2	1.248	0.8	0.82	0.145	0.85	
3	1.248	0.8	0.70	0.170	1.00	
4	2.625	1.75	1.25	0.252	1.48	ASME Code

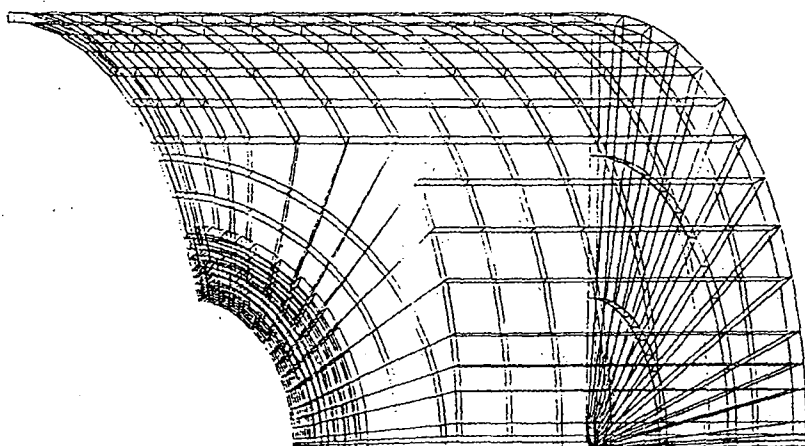
รูป ค. ถังทดสอบ ขนาดของรูเจาะและการเสริม

4. แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์

แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์ในถึงความดันทรงกระบอกซึ่งมีรูเจาะ แบบวงรี ได้รับการเสริมเหล็ก เมื่อ  $R/a = 5.9$  และ  $R/a = 2.8$  ดังแสดงในรูป ง. และ จ.



รูป ง. แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ในดั่งความดันทรงกระบอก  
ซึ่งมีรูเจาะวงรีที่ได้รับการเสริม เมื่อ  $R/a = 5.9$



รูป จ. แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ในดั่งความดันทรงกระบอก  
ซึ่งมีรูเจาะวงรีที่ได้รับการเสริม เมื่อ  $R/a = 2.8$