

การศึกษาการสั่นสะเทือนจากแรงไม่สมดุลของเครื่องจักรต่อโครงสร้างอาคาร

A Study of Vibration Induced by Machine Unbalanced Force on A Building Structure

วิทยา ยงเจริญ, สมนึก จุญจิจิตเสถียร
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถ.พญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330
โทร. 66(2)2186610, โทรสาร 66(2)2522889

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาการสั่นสะเทือนจากแรงไม่สมดุลของเครื่องจักรต่อโครงสร้างอาคาร ประกอบด้วย 3 ส่วน ส่วนแรกได้แก่การพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ชื่อ TFRAME สำหรับวิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติและผลตอบสนองสูงสุดของโครงสร้างอาคารจากแรงไม่สมดุลของเครื่องจักร ด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน ส่วนที่สองใช้โปรแกรม TFRAME ศึกษาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างอาคาร 3 ชั้น ที่สมมติขึ้นเป็นอาคารทำจากวัสดุคอนกรีตเสริมเหล็ก ขนาดสูง 12 เมตร กว้าง 4 เมตร และลึก 4 เมตร ส่วนสุดท้าย ทำการทดลองเปรียบเทียบผลการคำนวณกับโปรแกรม TFRAME โดยจำลองโครงสร้าง 3 ชั้น 2 เสา ทำจากเหล็ก มีขนาดสูง 1.80 เมตร และกว้าง 0.60 เมตร กับเครื่องจักรไม่สมดุลเป็นพัดลมดูดอากาศความเร็วรอบประมาณ 1300 รอบต่อนาที

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ TFRAME ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างอาคารที่ประมาณเป็นโครงข่ายแบบ 2 มิติ (Plane frame structure) อาศัยระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ประมาณส่วนประกอบหลักของโครงสร้างเป็นคานแบบบอยเลอร์ใน 2 มิติ เพื่อสร้างระบบสมการเชิงอนุพันธ์แทนการสั่นสะเทือนของโครงสร้างอาคาร จากนั้นใช้วิธีการคอนเวนชัน (Conventional method) รวมระบบของตัวแยกการสั่นสะเทือนเข้าไปในระบบสมการของโครงสร้างอาคาร แล้วหาคำตอบโดยใช้วิธีการแปลงด้วยเมตริกซ์โมเดล (Modal analysis)

การศึกษาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างอาคาร 3 ชั้น โดยใช้โปรแกรม TFRAME ซึ่งแบ่งโครงสร้างออกเป็น 39 เอลิเมนต์ ขนาด 117 ระดับขั้นความเสรี (Degree of freedoms) พบว่าโครงสร้างอาคาร 3 ชั้นที่สมมติขึ้นนั้น มีค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นใน 3 โหมดแรกเป็นการสั่นทางด้านข้างของอาคาร และ 3 โหมดถัดมาเป็นการสั่นแบบสมมาตรในแนวตั้ง ส่วนการเพิ่มน้ำหนักเข้าไปในโครงสร้างนั้นจะทำให้ความถี่ธรรมชาติของอาคารลดต่ำลงในทุก ๆ โหมด โดยเฉพาะในตำแหน่งที่โหนดเซพมีขนาดการขจัดสูงด้วย แล้วความถี่ธรรมชาติโหนดนั้นจะลดต่ำลงมาก สำหรับการติดตั้งเครื่องจักรไม่สมดุลในโครง

สร้างโดยตรง ผลตอบสนองสูงสุดของโครงสร้างจะขึ้นอยู่กับขนาดและความถี่ของแรงไม่สมดุลของเครื่องจักร ความถี่ธรรมชาติและ โหมดเซพของโครงสร้างอาคาร และตำแหน่งที่ติดตั้งเครื่องจักร โดยผลตอบสนองสูงสุดของอาคารในพิกัด ต่าง ๆ จะมีลักษณะใกล้เคียงกับโหมดเซพของอาคารในโหมดที่มีความถี่ใกล้เคียงกับความถี่ของแรงไม่สมดุล และการติดตั้งเครื่องจักรในตำแหน่งที่โหนดเซพ ณ ความถี่นั้นมีความสูงด้วยแล้ว จะทำให้ผลตอบสนองสูงสุดในทุก ๆ พิกัดมีค่าสูงขึ้นด้วย ส่วนการติดตั้งเครื่องจักรบนตัวแยกการสั่นสะเทือนในอาคารเป็นผลให้ความถี่ ธรรมชาติของอาคารในทุก ๆ โหมดเปลี่ยนแปลงไป ขึ้นอยู่กับค่าความถี่ธรรมชาติ และมวลของชุดแยกการสั่นสะเทือน โดยเฉพาะเมื่อความถี่ธรรมชาติของชุดแยกการสั่นสะเทือนใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติโหนดใดโหนดหนึ่งของอาคารแล้วจะทำให้ความถี่ธรรมชาติของ โครงสร้างอาคารรวมเครื่องจักร เปลี่ยนแปลงไปมาก แนวโน้มของผลตอบสนองสูงสุดเหมือนกับกรณีที่ติดตั้งเครื่องจักรโดยตรงแต่จะมีขนาดน้อยกว่า ยกเว้นในกรณีที่ความถี่ธรรมชาติของชุดแยกการสั่นสะเทือนมีค่าใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของอาคารในโหมดที่มีทิศทางสั่นทางเดียวกัน จะทำให้ผลตอบสนองสูงสุดของอาคารมีค่าสูง สำหรับการเพิ่มมวลของเครื่องจักรบนชุดแยกการสั่นสะเทือนนั้นจะช่วยลดขนาดของผลตอบสนองสูงสุดได้

Abstract

The purpose of this thesis was to study the effects of vibration due to machine unbalanced force on a building structure. The thesis consists mainly of three parts. First, developing a computer program "TFRAME" to analyze the natural frequencies, mode shapes and maximum responses of general structures subjected to harmonic loads by using FORTRAN language. Second, calculating the vibration responses of a 3-storey reinforcement concrete building of height 12 m., width 4 m. and depth 4 m. by using TFRAME. Last, comparing the results between program "TFRAME" and experimental

structure made from steel of height 1.80 m. and width 0.60 m. with a small fan having angular velocity about 1300 RPM.

"TFRAME" has been developed for solving the force vibration problems on a plane frame structure, by using the finite element method which divides the overall structure into several 2-D Euler's beam elements and creates a system of simultaneous differential equation representing vibration properties of the structure. Then, combines the equations of the structure with the isolating properties by using the conventional method. Finally, solves the simultaneous differential equations by transforming the generalize coordinates to the principle coordinates using modal matrix.

The assuming structure with 39 beam components and 117 degree of freedoms analyzed by "TFRAME" showed that the structure has an finite number of natural frequencies. The first three modes of natural frequencies are lateral vibrations and the next three modes are symmetrical vibrations. Adding more weight in the structure will lower all natural frequencies especially where mode shape is higher. Next, direct installing of unbalanced machines on the structure indicated that the shape of maximum responses were similar to the shape of the nearest frequency between machine and the structure. And installing machine on the position where mode shape is higher, will increase all maximum responses. Finally, installing machine on an isolation base will changing all natural frequencies especially when the isolation frequency is tuned with the structural frequency in the same direction. The maximum responses behaved as same as direct installing but had less magnitude and higher weight of isolation base will lower magnitude of vibration.

1. บทนำ

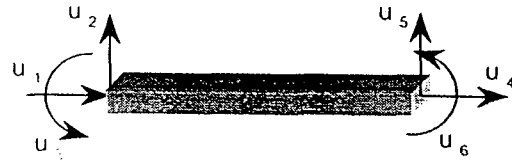
เครื่องจักรที่มีลักษณะการทำงานเป็นวงจักร อันได้แก่ เครื่องจักรที่มีลักษณะการทำงานแบบหมุน หรือแบบเคลื่อนที่กลับไปกลับมา เช่น คอมเพรสเซอร์ มอเตอร์ เครื่องยนต์ และเทอร์ไบน์ แบบต่าง ๆ เป็นต้น โดยทั่วไปในขณะที่ทำงานจะมีแรงไม่สมดุลเกิดขึ้น ซึ่งจะเหนี่ยวนำให้เกิดการสั่นสะเทือน โดยจะขึ้นอยู่กับความถี่ในการทำงาน และขนาดของแรงไม่สมดุล ดังนั้นเมื่อนำเครื่องจักรเหล่านี้ไปติดตั้งกับโครงสร้างอาคารแบบต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นอาคารพักอาศัยหรือในโรงงานอุตสาหกรรมแล้ว แรงไม่สมดุลที่เกิดขึ้นจากเครื่องจักรเหล่านี้สามารถเหนี่ยวนำให้โครงสร้างของอาคารสั่นสะเทือนได้

การแก้ปัญหาการสั่นสะเทือนดังกล่าวสามารถทำได้โดยการหลีกเลี่ยงค่าความถี่ของการสั่นแบบธรรมชาติของโครงสร้างอาคาร ซึ่งสามารถทำได้หลายวิธี เช่น การเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างอาคาร การเปลี่ยนตำแหน่งการวางเครื่องจักร หรือการลดผลการถ่ายทอดการสั่นสะเทือนโดยใช้ตัวแยกการสั่นสะเทือน ได้แก่ สปริงตัวหน่วง และมวลเฉื่อย เป็นต้น

2. ทฤษฎี

2.1 การสร้างสมการการสั่นสะเทือนของโครงสร้างอาคาร

โดยอาศัยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบ่งโครงสร้างทั้งหมดออกเป็นคานย่อย ๆ แล้วกำหนดสมการการสั่นสะเทือนของเอลิเมนต์ย่อยขึ้นจากสมการของลากรางจ์ ดังนี้



รูปที่ 1 เอลิเมนต์ของคานแบบออยเลอร์ใน 2 มิติ

$$[m]_e \{\ddot{u}_i\}_e + [k]_e \{u_i\}_e = \{f_i\}_e \quad (1)$$

เมื่อ $\{u_i\}_e$ คือ การขจัดของพิกัดย่อย ๆ ของคาน

$[m]_e$ คือ เมตริกซ์มวลของคานแต่ละเอลิเมนต์

$[k]_e$ คือ เมตริกซ์ความแข็งเกร็งของคานแต่ละเอลิเมนต์

$\{f_i\}_e$ คือ แรงภายนอกที่กระทำในแต่ละตำแหน่งจุดต่อ

สำหรับแต่ละคานที่ประกอบกันเป็นโครงสร้างนั้น มีคานบางตัวที่ต้องหมุนท่ามต่าง ๆ กับแนวระดับ ดังนั้นจึงต้องมีการปรับปรุงสมการที่ (1) ให้สามารถใช้ได้กับคานที่วางตัวท่ามมุมใด ๆ ดังนี้

$$[\bar{m}]_e \{\ddot{\bar{u}}_i\}_e + [\bar{k}]_e \{\bar{u}_i\}_e = \{\bar{f}_i\}_e \quad (2)$$

เมื่อ $[R]$ คือ เมตริกซ์การเปลี่ยนแปลง

$$\{u_i\}_e = [R] \{\bar{u}_i\}_e$$

$$[R]^T [m]_e [R] = [\bar{m}]_e$$

$$[R]^T [k]_e [R] = [\bar{k}]_e$$

$$\{u_i\}_e = [R] \{\bar{u}_i\}_e$$

หลังจากที่ได้สมการของแต่ละคานแล้วจึงนำเมตริกซ์มาประกอบกันเป็นสมการรวมของโครงสร้างทั้งหมด เชื่อมโยงกันด้วยพิกัดของจุดต่อ ได้สมการดังต่อไปนี้

$$[M] \{\ddot{q}_i\} + [K] \{q_i\} = \{Q_i\} \quad (3)$$

เมื่อ $[A]_e$ คือ เมตริกซ์สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ใช้แปลงพิกัดของคานย่อย เป็นพิกัดทั่วไปของโครงสร้างทั้งหมด

$$\{\bar{u}_i\}_e = [A]_e \{q_i\}$$

$$[M] = \sum_{e=1}^p [A]_e^T [\bar{m}]_e [A]_e$$

$$[K] = \sum_{e=1}^P [A]_e^T [\bar{k}]_e [A]_e$$

$$\{Q_i\} = \sum_{e=1}^P [A]_e^T \{f_i\}_e$$

จากสมการที่ (3) นี้สามารถหาค่าความถี่ธรรมชาติและโหมดเซพของโครงสร้างอาคารทั้งหมดได้ โดยไม่คำนึงถึงค่าความหน่วงเนื่องจากมีผลกระทบต่ค่าความถี่ธรรมชาติน้อยมาก ส่วนผลตอบสนองสูงสุดของพิกัดโครงสร้างอาคารนั้นผลกระทบเนื่องจากความหน่วงเป็นตัวแปรหนึ่งที่ควรสนใจโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อเข้าใกล้สภาวะเรโซแนนซ์ ดังนั้นจึงสร้างเมตริกซ์ความหน่วงของโครงสร้างโดยประมาณขึ้นจากวิธีการประมาณความหน่วงแบบสัดส่วน (Proportional damping) เริ่มต้นจากเมตริกซ์โมเมนต์เฉื่อยซึ่งได้มาโดยนำโหมดเซพที่แต่ละความถี่มาเขียนเรียงต่อกันไปตั้งแต่ความถี่ต่ำที่สุดจนถึงความถี่สูงสุด ดังนั้นกำหนดให้

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (4)$$

เมื่อ α และ β เป็นค่าคงที่ใด ๆ

ในการหาค่าผลตอบสนองสูงสุดของอาคาร ใช้วิธีการแปลงจากพิกัดทั่วไปเป็นพิกัดหลักโดยการคูณด้วยเมตริกซ์โมเมนต์เฉื่อย ซึ่งผลการเปลี่ยนแปลงจะให้เมตริกซ์ทแยงมุมของเมตริกซ์มวล เมตริกซ์ความแข็งเกร็ง และเมตริกซ์ความหน่วง ทำให้สามารถหาค่าตอบของแต่ละสมการแยกกันได้ ดังนี้

$$[M_r] \{\ddot{\delta}_i\} + [C_r] \{\dot{\delta}_i\} + [K_r] \{\delta_i\} = [\Phi]^T \{Q_i\} \quad (5)$$

เมื่อ $\{q_i\} = [\Phi] \{\delta\}$ °

$$[M_r] = [\Phi]^T [M] [\Phi]$$

$$[C_r] = [\Phi]^T [C] [\Phi]$$

$$[K_r] = [\Phi]^T [K] [\Phi]$$

ซึ่งเมตริกซ์จัตุรัสทางซ้ายมือทั้งหมดเป็นเมตริกซ์ทแยงมุม ดังนั้นสมการที่ (5) นี้สามารถหาค่าตอบได้โดยอิสระต่อกัน หรือเขียนสมการได้ใหม่เป็น

$$\ddot{\delta}_r + 2\zeta_r \omega_r \dot{\delta}_r + \omega_r^2 \delta_r = \frac{\sum_{i=1}^n \Phi_{ir} F_i}{\sum_{i=1}^n m_i \Phi_{ir}^2} \quad (6)$$

เมื่อ δ_r คือพิกัดหลักในโหมดที่ r

ζ_r คือแฟคเตอร์ความหน่วงโมเมนต์ในโหมดที่ r

ω_r คือความถี่ธรรมชาติในโหมดที่ r

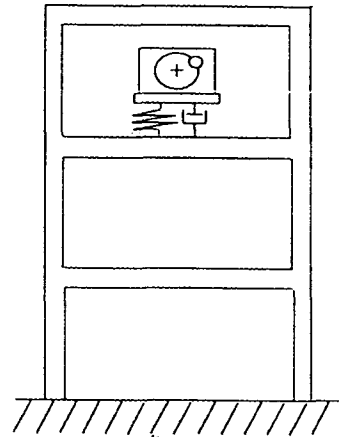
Φ_{ir} คือสมาชิกของโหมดเซพในโหมดที่ r

F_i คือแรงกระตุ้นเป็นฟังก์ชันของเวลา

ค่าตัวรับที่ได้จากสมการที่ (5) หรือ (6) นี้เป็นการจัดสูงสุดในเทอมของพิกัดหลัก ดังนั้นเมื่อหาค่าตอบได้จากทุก ๆ สมการแล้วให้นำมารวมกันแบบเชิงเส้นจะได้คำตอบของสมการในเทอมของพิกัดทั่วไป หรือเขียนในรูปสมการได้เป็น $\{q_i\}_{\max.} = [\Phi] \{\delta\}_{\max.}$

2.2 การรวมระบบแยกการสั่นสะเทือนกับโครงสร้างอาคาร

การติดตั้งระบบแยกการสั่นสะเทือนในโครงสร้างอาคารเป็นการเพิ่มระดับขั้นความเสถียร โดยสมมติว่าสามารถรวมคุณสมบัติของชุดแยกการสั่นสะเทือนเข้าไปในระบบสมการของโครงสร้างอาคารโดยตรงได้ด้วยวิธีการคอนเวนชัน ซึ่งพิจารณาการเกี่ยวโยงกันของพิกัดจุดต่อแบบการจัดสัมพัทธ์ ดังตัวอย่างในรูปที่ 2 นี้



รูปที่ 2 ตัวอย่างการติดตั้งชุดแยกการสั่นสะเทือนในอาคาร

ในรูปที่ 2 นี้ก่อนอื่นต้องสมมติก่อนว่าโครงสร้างที่พิจารณาถูกแบ่งออกเป็นกี่ส่วนและมีกี่จุดต่อ หลังจากนั้นจึงสร้างระบบสมการของโครงสร้างอาคารขึ้น ต่อมาเมื่อนำชุดแยกการสั่นสะเทือนไปติดตั้งในอาคารจะต้องสมมติว่าติดอยู่กับพิกัดใด ที่ตำแหน่งจุดต่อที่เท่าไร แล้วนำคุณสมบัติต่าง ๆ ของชุดแยกการสั่นสะเทือนเหล่านี้รวมเข้ากับเมตริกซ์เดิมของโครงสร้าง ในพิกัดที่เกี่ยวข้องพร้อม ๆ กับเพิ่มพิกัดใหม่ที่เป็นของชุดแยกการสั่นสะเทือนเข้าไปด้วย ส่วนเมตริกซ์ของความหน่วงที่หาได้จากประมาณแบบสัดส่วนนั้นจะอยู่ในรูปเมตริกซ์ทแยงมุมในเทอมของพิกัดหลัก ดังนั้นต้องหาค่าย้อนกลับมาในเทอมของพิกัดทั่วไปก่อน แล้วจึงเพิ่มคุณสมบัติของชุดแยกการสั่นสะเทือนเข้าไป ในที่สุดจะได้ระบบสมการแทนการสั่นสะเทือนของระบบโครงสร้างอาคารในเทอมของพิกัดทั่วไป การแก้สมการเริ่มต้นจากหาค่าความถี่ธรรมชาติและโหมดเซพของระบบก่อน จากนั้นสร้างเมตริกซ์โมเมนต์เฉื่อยเพื่อใช้ในการแปลงจากพิกัดทั่วไปเป็นพิกัดหลัก ดังเช่นในสมการที่ (5) และทำการแก้สมการเพื่อหาค่าผลตอบสนองสูงสุด

2.3 โปรแกรมคอมพิวเตอร์ TFRAME

โปรแกรม TFRAME เป็นโปรแกรมที่ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการคำนวณค่าความถี่ธรรมชาติ และผลตอบสนองสูงสุดของปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงข่ายแบบระนาบ (Plane frame structure) เนื่องจากแรงไม่สมดุลของเครื่องจักร ประกอบด้วยส่วนรับข้อมูลและแสดงผลข้อมูลทั้งหมด 4 ส่วนด้วยกัน ได้แก่ไฟล์ AFRMIN.DAT เป็นไฟล์ที่ใช้ใน

การป้อนข้อมูลในการคำนวณทั้งหมด ไฟล์ PRIMAR.DAT เป็นไฟล์ที่ใช้เก็บข้อมูลที่รับจากไฟล์ AFRMIN.DAT ทั้งนี้เพื่อใช้ในการตรวจสอบการป้อนข้อมูล ไฟล์ PUREFQ.DAT แสดงข้อมูลในส่วนของความถี่ธรรมชาติและโหมดเฉพาะของโครงสร้างอาคาร และไฟล์ RESPON.DAT แสดงข้อมูลในส่วนของค่าความถี่ธรรมชาติและโหมดเฉพาะของระบบโครงสร้างรวมเครื่องจักร นอกจากนี้ยังแสดงผลตอบสนอง สูงสุดสำหรับพิกัดทั่วไปของระบบโครงสร้าง

โปรแกรม TFRAME ถูกพัฒนาขึ้นจากโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน อาศัยลำดับขั้นตอนในการคำนวณเช่นเดียวกับในหัวข้อที่ 2.1 และ 2.2 สำหรับการหาค่าความถี่ธรรมชาติและโหมดเฉพาะ อาศัยหลักการเปลี่ยนแปลงเสมือน (Similarity transformation) ทำให้เมตริกซ์ที่ต้องการหาค่าน้อยอยู่ในรูปร่างง่าย ซึ่งการแปลงดังกล่าวนี้ประกอบด้วย การลดรูปจากเมตริกซ์ทั่ว ๆ ไปเป็นเมตริกซ์เฮสเซนเบิร์กด้านบน (Upper Hessenberg form) แล้วใช้วิธีการคิวอาร์ (QR method) หาค่าเจาะจงและเวกเตอร์เจาะจงของเมตริกซ์ จากนั้นจึงแทนค่าย้อนกลับ วิธีการนี้ให้ความแม่นยำในการคำนวณและมีเสถียรภาพค่อนข้างสูง

3. การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของโครงสร้างอาคาร

กำหนดให้เป็นโครงสร้างอาคาร 3 ชั้น มี 4 เสา ขนาดกว้าง 4 เมตร สูง 12 เมตรและลึก 4 เมตร ผลการวิเคราะห์ประกอบด้วย ค่าความถี่ธรรมชาติและโหมดเฉพาะของอาคารก่อนและหลังติดตั้งเครื่องจักร ทั้งติดตั้งโดยตรงและติดตั้งบนชุดแยกการสั่นสะเทือนในอาคาร ผลตอบสนองสูงสุดของอาคารเมื่อติดตั้งเครื่องจักรในโครงสร้างโดยตรง และผลตอบสนองสูงสุดของอาคารเมื่อติดตั้งเครื่องจักรในโครงสร้างผ่านตัวแยกการสั่นสะเทือน โดยในการวิเคราะห์นี้แบ่งโครงสร้างของอาคารออกเป็น 42 เอลิเมนต์ 39 จุดต่อ ดังนั้นเมตริกซ์ของโครงสร้างจะมีระดับขั้นความเสรี (Degree of freedom) 117 และข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณมีค่าดังในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 ข้อมูลของโครงสร้างอาคารที่ใช้ในการคำนวณ

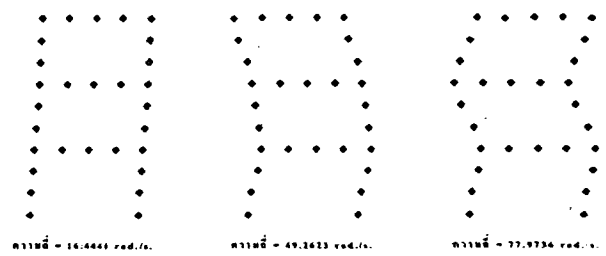
ชนิดของเอลิเมนต์	เสา	คาน
พื้นที่หน้าตัด (m^2)	0.18	0.30
โมดูลัสของความยืดหยุ่น (N/m^2)	25×10^9	25×10^9
มวลต่อหน่วยความยาว (kg/m)	417.6	696.0
โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ (m^4)	0.00135	0.00625

จากผลการคำนวณสามารถนำมาวิเคราะห์เป็นข้อ ๆ ได้ดังต่อไปนี้

3.1 ความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างอาคาร

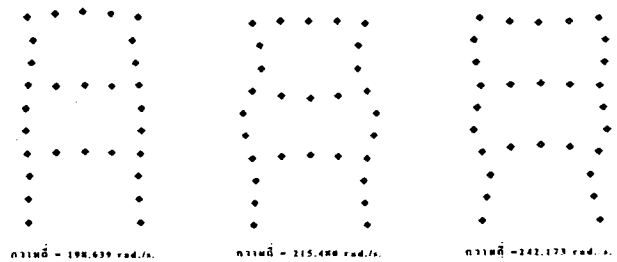
ก่อนติดตั้งเครื่องจักร

ผลการศึกษาพบว่าโครงสร้างของอาคารตามที่ถูกแบ่งนี้มีค่าความถี่ธรรมชาติทั้งหมด 111 ค่า (117 หักออก 6 จากเงื่อนไขบังคับที่ฐานเสาทั้งสองข้าง) ในที่นี้สนใจเฉพาะความถี่ 6 โหมดแรกเท่านั้น เนื่องจากมีความถี่อยู่ในช่วงความถี่การทำงานของเครื่องจักรโดยทั่วไป ซึ่งความถี่ใน 3 โหมดแรกเป็นความถี่ของการสั่นทางด้านข้างของอาคาร (มีการขจัดในแนวตั้งน้อยมาก) ส่วนอีก 3 โหมดถัดมาเป็นการสั่นในแนวตั้งแบบสมมาตร (มีการขจัดในแนวระดับน้อยมาก) ดังในรูปต่อไปนี้



รูปที่ 3 ความถี่ธรรมชาติและโหมดเฉพาะ สำหรับโหมดที่ 1 ถึง 3

จากรูปที่ 3 ลักษณะของการสั่นในโหมดที่ 1 มีการขจัดสูงสุดอยู่ในชั้นที่ 3 ส่วนในโหมดที่ 2 มีการขจัดสูงสุดอยู่ในชั้นที่ 1 และในโหมดที่ 3 นั้นมีการขจัดสูงสุดอยู่ในชั้นที่ 2

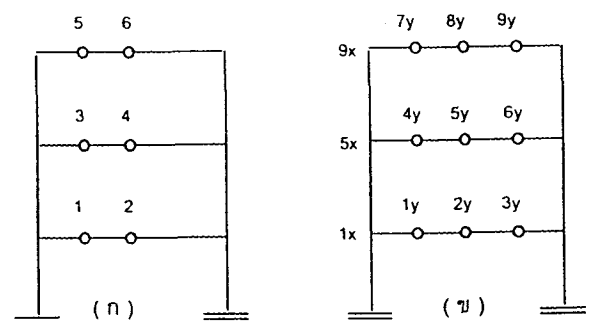


รูปที่ 4 ความถี่ธรรมชาติและโหมดเฉพาะ สำหรับโหมดที่ 4 ถึง 6

จากรูปที่ 4 ลักษณะของการสั่นในโหมดที่ 4 มีการขจัดสูงสุดอยู่ในชั้นที่ 3 ส่วนในโหมดที่ 5 มีการขจัดสูงสุดอยู่ในชั้นที่ 2 และในโหมดที่ 6 นั้นมีการขจัดสูงสุดอยู่ในชั้นที่ 1

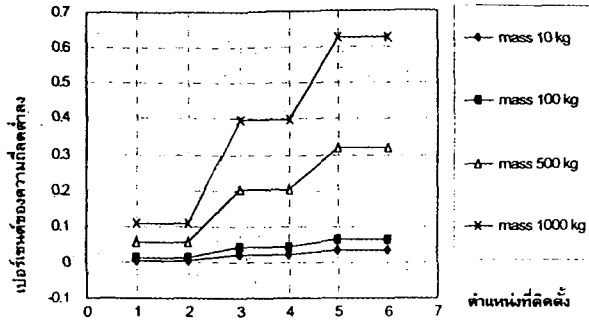
ติดตั้งเครื่องจักรในโครงสร้างโดยตรง

การติดตั้งเครื่องจักรในโครงสร้างโดยตรงเป็นผลให้ความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างในโหมดต่าง ๆ มีค่าลดลง ขึ้นอยู่กับปัจจัย 2 อย่างได้แก่ น้ำหนักของโครงสร้างส่งผลให้ความถี่ธรรมชาติลดลงมากขึ้นเมื่อน้ำหนักของเครื่องจักรมากขึ้น และตำแหน่งที่ติดตั้งเครื่องจักรซึ่งถ้าหากโหมด ณ ตำแหน่งที่ติดตั้งโหมดใดมีค่าสูงแล้วความถี่ธรรมชาติโหมดนั้นจะลดต่ำลงมาก



รูปที่ 5 ตำแหน่งที่ติดตั้งเครื่องจักรและพิกัดที่วัดผลตอบสนองสูงสุด

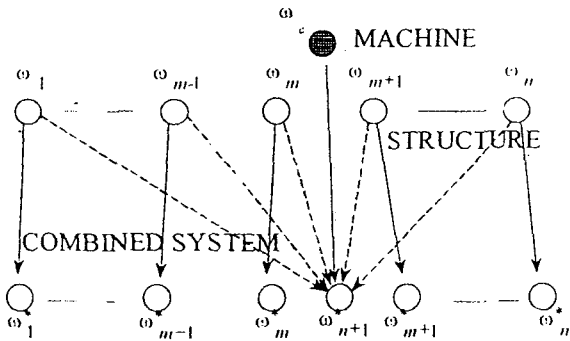
จากรูปที่ 6 นี้สังเกตว่าโหมดเฉพาะของการสั่นโหมดที่ 1 นี้ การขจัดสูงสุดคือการขจัดในแนวนอนของชั้นที่ 3 ดังนั้น การติดตั้งเครื่องจักรในชั้นนี้ (ตำแหน่ง 5 และ 6) จะทำให้ความถี่ในโหมดที่ 1 ลดลงมากที่สุด



รูปที่ 6 ความถี่ในโหมดที่ 1 ที่ลดต่ำลง เมื่อติดตั้งเครื่องจักร

ติดตั้งเครื่องจักรในโครงสร้างบนชุดแยกการสั่นสะเทือน

การติดตั้งเครื่องจักรบนโครงสร้างผ่านชุดแยกการสั่นสะเทือน เป็นผลให้ระบบใหม่ที่เกิดขึ้นมีระดับขึ้นความเสถียรเพิ่มขึ้น (จากชุดแยกการสั่นสะเทือน) โดยในโหมดเดิมของโครงสร้างจะให้ค่าความถี่ใกล้เคียงกับความถี่ก่อนติดตั้งเครื่องจักร ในขณะที่ความถี่โหมดใหม่ที่เกิดขึ้นก็จะมีความถี่ใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของชุดแยกการสั่นสะเทือน ดังรูป



รูปที่ 7 ลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ธรรมชาติของระบบรวม

ในกรณีที่ความถี่ธรรมชาติของชุดแยกการสั่นสะเทือนใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติโหมดใดโหมดหนึ่งของอาคารในทิศทางการสั่นทางเดียวกัน พบว่า ความถี่ธรรมชาติของระบบรวมที่เกิดขึ้นจะเปลี่ยนแปลงไปมากกว่า ดังตัวอย่างจากการคำนวณ ใช้มวลขนาด 10 กิโลกรัม วางบนสปริงที่มีความถี่ธรรมชาติทาง x และทาง y เป็น 16.00 และ 22.6 เรเดียนต่อวินาที ตามลำดับ

ตารางที่ 2 ความถี่ของระบบรวมติดตั้งเครื่องจักรบน isolation base

ความถี่ (rad/s)	x	y	1	2	3	4
ตำแหน่งติดตั้ง						
1	15.9813	*6.4624	22.6272	49.2640	77.9728	198.6075
2	15.9813	*6.4624	22.6271	49.2640	77.9728	198.6076
3	15.9374	*6.5083	22.6272	49.2622	77.9732	198.6074
4	15.9374	*6.5083	22.6270	49.2622	77.9732	198.6074
5	15.9058	*6.5407	22.6271	49.2637	77.9724	198.6092
6	15.9058	*6.5407	22.6269	49.2637	77.9724	198.6104
ความถี่ก่อนติดตั้ง	16.0000	*6.4441	22.6274	49.2623	77.9736	198.6386

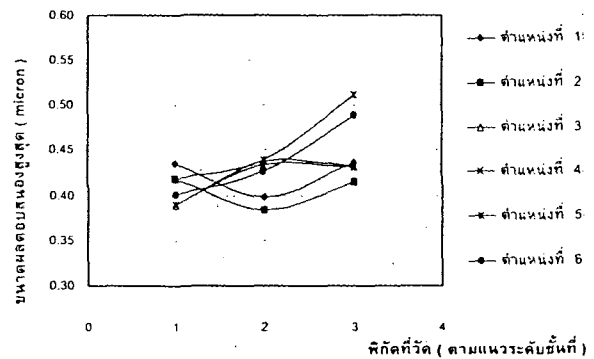
จากตารางที่ 2 ใช้ตำแหน่งที่ติดตั้งดังในรูปที่ 5 (ก) พบว่าโหมดที่ 1 และ x มีการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ธรรมชาติมากที่สุด โดยเฉพาะ

เมื่อติดตั้งเครื่องจักรในชั้นที่ 3 (ตำแหน่งที่ 5 และ 6) ส่วนโหมดที่ 2 และ y มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากเนื่องจากทิศทางในการสั่นสะเทือนเป็นคนละทิศทางการ

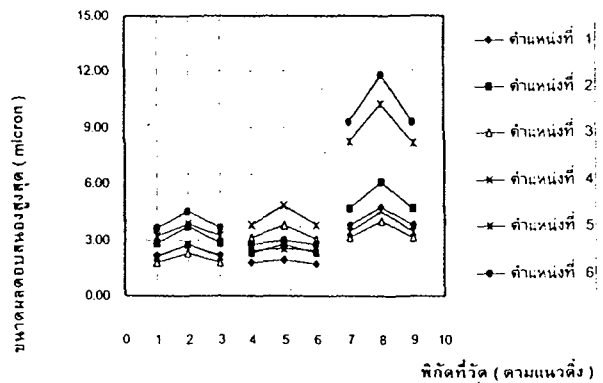
3.2 ผลตอบสนองสูงสุดของอาคารเมื่อติดตั้งเครื่องจักรโดยตรง

สำหรับการติดตั้งเครื่องจักรไม่สมดุลในโครงสร้างโดยตรงนั้น แรงไม่สมดุลจากเครื่องจักรจะถ่ายทอดลงไปอาคารเป็นผลให้อาคารทั้งหมดสั่นสะเทือนด้วยความถี่เท่ากับค่าความถี่ของแรงไม่สมดุล และจากการคำนวณซึ่งพิจารณาเฉพาะผลตอบสนองสูงสุดของแต่ละพิกัดในโครงสร้างพบว่า ถ้าความถี่ของแรงไม่สมดุลใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติโหมดใดโหมดหนึ่งของอาคาร แล้วลักษณะผลตอบสนองสูงสุดจะมีรูปร่างคล้ายกันกับลักษณะโหมดเซพของอาคาร ณ ความถี่นั้น นั่นคือพิกัดใด ๆ ในอาคารที่การจذبในโหมดนี้มีค่าสูง จะมีผลตอบสนองสูงสุด สูงด้วย แต่ถ้าหากความถี่ของแรงไม่สมดุลมีค่าอยู่ระหว่างความถี่ 2 ค่าใด ๆ แล้ว พบว่าผลตอบสนองสูงสุดของอาคารจะมีลักษณะร่วมกันระหว่างโหมดเซพของทั้ง 2 โหมดนั้น ๆ จากตัวอย่างในการคำนวณโดยใช้เครื่องจักรมวล 100 กิโลกรัม ซึ่งมีแรงไม่สมดุลขนาด 100 sin 200t ติดตั้งโดยตรงในโครงสร้างที่ตำแหน่งต่าง ๆ ดังรูปที่ 5 (ก) และหาค่าผลตอบสนองสูงสุดของพิกัดต่าง ๆ ดังรูปที่ 5 (ข)

จากรูปที่ 8 เนื่องจากความถี่ของแรงไม่สมดุลมีค่า 200 เรเดียนต่อวินาที



(ก) ผลตอบสนองสูงสุดของพิกัดตามแนวนอน



(ข) ผลตอบสนองสูงสุดของพิกัดตามแนวตั้ง

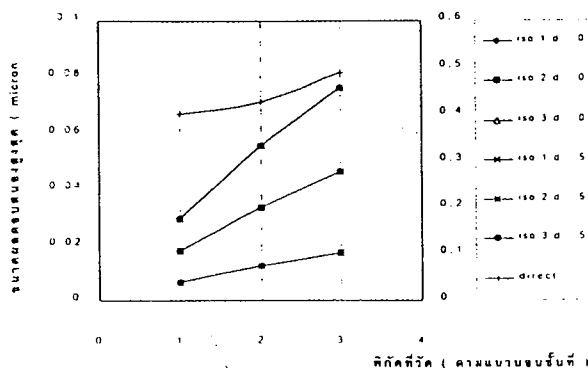
รูปที่ 8 ผลตอบสนองสูงสุดของอาคารเมื่อติดตั้งเครื่องจักรโดยตรง

วินาที ใกล้เคียงกับความถี่โหมดที่ 4 ของอาคารขนาด 198.6386 เรเดียนต่อวินาที ซึ่งเป็นโหมดของการสั่นสะเทือนในแนวตั้ง โหมดเซพนี้มีการจذبสูงสุดในตำแหน่งกึ่งกลางของชั้นที่ 3 รองลงมาเป็นชั้นที่ 1

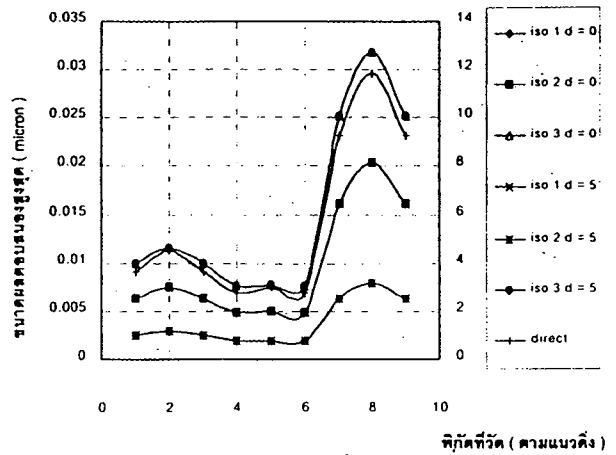
และชั้นที่ 2 ตามลำดับ ดังนั้นจะเห็นว่าผลตอบสนองสูงสุดในแนวตั้งมีค่าสูงกว่าผลตอบสนองสูงสุดในแนวนอนมาก โดยเฉพาะเมื่อติดตั้งเครื่องจักรในชั้นที่ 3 (ตำแหน่งที่ 5 และ 6) จะส่งผลให้ผลตอบสนองสูงสุดของอาคารในพิภคของชั้นที่ 3 มีค่าสูง และจุดที่มองเห็นได้ชัดอีกจุดหนึ่งคือการติดตั้งเครื่องจักรในตำแหน่งกึ่งกลางจะให้ผลตอบสนองสูงสุดโดยรวม ๆ แล้วสูงกว่าติดตั้งเครื่องจักรที่ตำแหน่ง 1 ใน 4 ของช่วงเสา

3.3 ผลตอบสนองสูงสุดเมื่อติดตั้งเครื่องจักรบน isolation base

กรณีที่ตั้งเครื่องจักรไม่สมดุลบนฐานแยกการสั่นสะเทือนในโครงสร้างอาคารนั้น จะให้ผลตอบสนองสูงสุดมีลักษณะคล้ายกันกับกรณีที่ตั้งเครื่องจักรโดยตรงในโครงสร้าง คือจะขึ้นอยู่กับอิทธิพลของโหมดเฉพโหมดที่มีความถี่ใกล้เคียงกับความถี่ของแรงไม่สมดุล แต่จะมีขนาดน้อยกว่าเนื่องจากการลดขนาดของแรงไม่สมดุลผ่านฐานแยกการสั่นสะเทือนก่อนที่จะถ่ายทอดไปยังโครงสร้างอาคาร จากการศึกษาพบว่ายังอัตราส่วนระหว่างความถี่ของแรงไม่สมดุลต่อความถี่ของชุดแยกการสั่นสะเทือนมีค่าสูงเท่าไร ผลตอบสนองสูงสุดของอาคารจะยังมีค่าลดต่ำลงในทุก ๆ พิกัด หรือสามารถลดผลตอบสนองสูงสุดของโครงสร้างอาคารได้โดยการเพิ่มมวลของฐานรองรับเครื่องจักรให้มากขึ้นในขณะเดียวกันต้องรักษาความถี่ธรรมชาติของชุดแยกการสั่นสะเทือนให้เท่าเดิม แต่พบว่าในกรณีที่ความถี่ของชุดแยกการสั่นสะเทือนเกิดตรงกับค่าความถี่ธรรมชาติโหมดใด โหมดหนึ่งของโครงสร้างอาคารแล้วจะทำให้ผลตอบสนองสูงสุดของอาคารในทุก ๆ พิกัดมีค่าสูงขึ้น โดยเฉพาะเมื่อความถี่ของแรงไม่สมดุลการสั่นในทิศทางการสั่นเดียวกันกับทิศทางการสั่นในโหมดที่มีความถี่ตรงกัน ตัวอย่างการคำนวณสมมติให้ติดตั้งเครื่องจักรขนาด 100 กิโลกรัม มีแรงไม่สมดุลขนาด $100 \sin 200t$ นิวตัน บนฐานแยกการสั่นสะเทือน 3 แบบ โดยแบบที่ 1 มีค่าความถี่ธรรมชาติทาง x และ y เป็น 10 และ 14.1421 เรเดียนต่อวินาที สำหรับแบบที่ 2 ค่าความถี่ธรรมชาติทาง x และ y เป็น 16 และ 22.6274 เรเดียนต่อวินาที และแบบที่ 3 นั้นค่าความถี่ธรรมชาติทาง x และ y เป็น 20 และ 28.2843 เรเดียนต่อวินาที นอกจากนี้ยังเปรียบเทียบผลการคำนวณระหว่างกรณีที่ใช้ตัวหน่วงที่มีค่าสัมประสิทธิ์ของความหน่วงเป็น 5 กับกรณีที่ไม่มีความหน่วง ได้ผลการคำนวณดังรูปต่อไปนี้



(ก) ผลตอบสนองสูงสุดของพิภคตามแนวนอน



(ข) ผลตอบสนองสูงสุดของพิภคตามแนวตั้ง
รูปที่ 9 ผลตอบสนองสูงสุดเมื่อติดตั้งเครื่องจักรบน isolation

จากรูปที่ 9 พบว่าการติดตั้งเครื่องจักรไม่สมดุลบนฐานแยกการสั่นสะเทือนนั้นเป็นการลดขนาดของผลตอบสนองสูงสุดได้ดีมาก เทียบจากกรณีที่ตั้งโดยตรงซึ่งใช้สเกลของแกน y ทางด้านขวามือแทน ในที่นี้พบว่าการใช้ตัวแยกการสั่นสะเทือนที่มีความถี่ธรรมชาติสูง เป็นผลให้ขนาดของผลตอบสนองสูงสุดเพิ่มมากขึ้นด้วย ทั้งพิกัดในแนวแกน x และแกน y ส่วนผลของความหน่วงในที่นี้มีผลต่อขนาดของการจัดสูงสูดน้อยมาก ทั้งนี้อาจเนื่องจากสภาวะที่คำนวณค่อนข้างห่างจากสภาวะเรโซแนนซ์

4. สรุป

1. วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหา พฤติกรรมของโครงสร้างอาคารภายใต้ภาวะกระทำแบบฮาร์โมนิคได้ โดยประมาณว่าโครงสร้างทั้งหมดประกอบขึ้นจากเอลิเมนต์ของคานย่อย ๆ
2. โครงสร้างของอาคาร 3 ชั้นที่ใช้ในการศึกษาประกอบด้วยค่าความถี่ธรรมชาติหลาย ๆ โหมด มีจำนวนขึ้นอยู่กับการแบ่งเอลิเมนต์สำหรับความถี่ธรรมชาติใน 3 โหมดแรกนั้นเป็นความถี่ของการสั่นทางด้านข้างอาคาร ในขณะที่อีก 3 โหมดถัดมาเป็นการสั่นสะเทือนแบบสมมาตรในแนวตั้ง โหมดของการสั่นสะเทือนหลังจากนี้จะมีการสั่นจากหลาย ๆ ส่วนประกอบกัน
3. การเพิ่มน้ำหนักหรือภาระในโครงสร้างจะเป็นผลให้ความถี่ธรรมชาติโหมดต่าง ๆ มีค่าลดต่ำลง โดยเฉพาะเมื่อติดตั้งในตำแหน่งที่โหมดเฉพ ความถี่ใดซึ่งมีขนาดการขจัดค่อนข้างสูงแล้ว ความถี่โหมดนั้นจะมีค่าลดต่ำลงมาก
4. การติดตั้งเครื่องจักรผ่านฐานแยกการสั่นสะเทือน เป็นการเพิ่มระดับขั้นความเสรีในระบบสมการ โดยที่ความถี่หลังจากติดตั้งมีค่าใกล้เคียงกับความถี่เดิมมาก ยกเว้นในกรณีที่ความถี่ธรรมชาติของชุดแยกการสั่นสะเทือนมีค่าใกล้เคียงกับความถี่โหมดใดโหมดหนึ่งของอาคารจะทำให้ความถี่ของระบบรวมเปลี่ยนแปลงไปมากขึ้น ซึ่งเป็นกรณีที่ควรหลีกเลี่ยงสำหรับการติดตั้งเครื่องจักร
5. ผลตอบสนองสูงสุดของอาคารเมื่อติดตั้งเครื่องจักรไม่สมดุลโดยตรงในโครงสร้างอาคาร มีลักษณะใกล้เคียงกับโหมดเฉพของอาคารที่ความถี่ใกล้เคียงกับความถี่ของแรงไม่สมดุล หรือมีลักษณะประกอบ

กันในกรณีที่มีความถี่ของแรงไม่สมดุลอยู่ระหว่างความถี่ 2 ค่าของอาคาร ดังนั้นถ้าหากต้องการติดตั้งเครื่องจักรโดยตรงควรที่จะติดตั้งในตำแหน่งที่โหมดเซพของความถี่ที่ใกล้เคียงกับความถี่ของเครื่องจักร มีลักษณะเป็นโหนดหรือมีการจัดน้อยมาก

6. ผลตอบสนองสูงสุดของอาคารเมื่อติดตั้งเครื่องจักรไม่สมดุลผ่านตัวแยกการสั่นสะเทือน มีลักษณะใกล้เคียงกับกรณีติดตั้งเครื่องจักรโดยตรง แต่จะมีขนาดน้อยกว่ามาก ดังนั้นการติดตั้งเครื่องจักรบนตัวแยกการสั่นสะเทือนควรที่จะเลือกความถี่ของชุดแยกการสั่นสะเทือนให้มีค่าต่ำ ๆ ไว้เมื่อเทียบกับความถี่ของแรงไม่สมดุล และอาจลดขนาดของผลตอบสนองสูงสุดได้โดยการเพิ่มน้ำหนักของฐานรองเครื่องจักรให้มากขึ้น

7. เอกสารอ้างอิง

- [1] ปราโมทย์ เดชะอำไพ, "ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม กรุงเทพมหานคร, สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.
- [2] ก่อเกียรติ บุญชูกุล และคณะ, "การวิเคราะห์การสั่นสะเทือน : การเฝ้าตรวจและการจัดการดูแลรักษา", กรุงเทพมหานคร, เม็ดทรายพริ้นติ้ง, 2539.
- [3] M. L. James, G. M. Smith, J. C. Wolford and P. W. Whaley, "Vibration of Mechanical and Structural System : with Microcomputer Application", Harper-Collins College Publishers, 1993.
- [4] W. T. Thomson, "Theory of Vibration and Applications", Prentice-Hall, Inc., 1993.
- [5] B. T. Smith, "Matrix Eigensystem Routines-EISPACK Guide", Heidelberg : Springer-Verlag, Berlin, 1976.
- [6] A. D. Kiureghian, "Dynamic Response of Light Equipment in Structures", University of California, Berkeley, 1981.
- [7] V. Wowk, "Machinery Vibration : Measurement and analysis", McGraw-Hill, Inc., 1991.
- [8] K. Vladimir, "Dynamics in Engineering Structures", Butterworths, London, 1973.
- [9] J. N. Reddy, "An Introduction to the Finite Element Method", McGraw-Hill, Inc., 1993.
- [10] C. C. Steven and P. C. Raymond, "Numerical Methods for Engineers", McGraw-Hill, Inc., 1990.
- [11] L. Samuel and P. D. W. John, "The Component Element Method in Dynamics", McGraw-Hill. Inc., 1976