การควบคุมระบบตัวแปรตัวเดียว แบบ IMC

Internal Model Control of Single Input Single Output Systems

ดร.มงคล มงคลวงศ์โรจน์
อาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
กรุงเทพฯ 10520

บทคัดย่อ

บทความนี้กล่าวถึง การออกแบบระบบควบคุมด้วย IMC (Internal Model Control) สำหรับระบบควบคุมแบบป้อนกลับเชิงเส้นตัวแปรตัวเดียวโดยย่อ ทฤษฎีความเสถียรของระบบควบคุมด้วย IMC พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างการออกแบบระบบควบคุมด้วย IMC เพื่อแสดงให้เห็นว่า IMC สามารถนำมาประยุกต์กับระบบต่าง ๆ ในทางปฏิบัติได้เป็นอย่างดี

บทนำ

ทฤษฎีระบบควบคุมอัตโนมัติ มีบทบาทสำคัญเป็นอย่างมากต่องการอุตสาหกรรม โดยเฉพาะอย่างยิ่งในยุคที่คอมพิวเตอร์ได้ถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลาย ทฤษฎีระบบควบคุมอัตโนมัติปัจจุบันมีอยู่หลายทฤษฎีด้วยกัน อาทิเช่น Optimal Control, Smith Predictor, Inferential Control, Model Algorithmic Control, Dynamic Matrix Control และ Internal Model Control ระบบควบคุมอัตโนมัติ โดยทั่วไปนิยมใช้ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ เกณฑ์ตัดสินในการวัดคุณภาพของตัวควบคุมสามารถพิจารณาได้ดังนี้ ประการแรกความสามารถในการรักษาให้เอาว์พุท หรือ ตัวแปรที่ต้องการควบคุมไม่เปลี่ยนแปลง เมื่อมีสิ่งรบกวนที่สามารถวัดได้หรือสิ่งรบกวนที่ไม่สามารถวัดได้ (Measureable and Unmeasureable disturbances) กระทำต่อระบบ หรือ ขบวนการนั้น ๆ ประการที่สอง เมื่อมีการเปลี่ยนค่า set point เอาว์พุทจะต้องเปลี่ยนตามได้อย่างเรียบ และ รวดเร็ว ประการที่สาม ความเสถียร และสมรรถนะของระบบจะต้องอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้

บทความนี้จะได้กล่าวถึงทฤษฎี Internal Model Control (IMC) ซึ่งได้ถูกพัฒนามาตั้งแต่ปี ค.ศ. 1982 โดย Gacia, C.E. และ Morari, M. [1] สามารถเขียนเป็น Block Diagram ในรูปของลาปลาส ตามรูปที่ 1 ได้ดังนี้

$$m(s) = \frac{g_c(s)}{\{1 + g_c(s)\,[g(s) - \tilde{g}(s)]\}}\,[y_s(s) - d(s)] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$y(s) = \frac{g(s)g_c(s)}{\{1 + g_c(s)\,[g(s) - \tilde{g}(s)]\}}\,[y_s(s) - d(s)] + d(s) \quad \ldots\ldots(2)$$

$m(s)$ = สัญญาณควบคุม (Manipulated Variable)

$y(s)$ = เอาว์พุท หรือ ตัวแปรที่ต้องการควบคุม

$d(s)$ = สิ่งรบกวน (Disturbance)

$g(s)$ = ทรานเฟอร์ฟังก์ชันของระบบ

$\tilde{g}(s)$ = โมเดลคณิตศาสตร์ของระบบ

$g_c(s)$ = ตัวควบคุมระบบ (Controller)

$y_s(s)$ = ค่าที่ตั้ง (Set point)

<u>คุณสมบัติของ IMC</u>

พิจารณาถึงผลที่ได้จากสมการที่ (2) เป็นดังนี้

1) สำหรับ Perfect Model : $\tilde{g}(s) = g(s)$ แทนค่าลงในสมการที่ (2) จะได้

$$y(s) = g(s)\, g_c(s)\, [y_s(s) - d(s)] + d(s) \quad \text{................(3)}$$

สมการที่ (3) แสดงให้เห็นว่าระบบควบคุมแบบป้อนกลับจะเสถียรก็ต่อเมื่อ $g(s) \cdot g_c(s)$ เสถียร

2) เมื่อเลือกให้ $g_c(s) = \tilde{g}^{-1}(s)$ แล้วแทนในสมการที่(2) ก็ จะได้

$$y(t) = y_s(t) \quad \text{.................(4)}$$

สมการที่ (4) แสดงให้เห็นว่าเป็นกรณี Infinite gain

3) เมื่อสมมติ $\lim_{t \to \infty} d(t) = d$ = ค่าคงที่

แล้วเลือก $\lim_{t \to \infty} y_s(t) = y_s$ = ค่าคงที่

และ $g_c(0) = \tilde{g}^{-1}(0)$

โดยอาศัย Final Value Theorem จะได้

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = y_s \quad \text{.................(5)}$$

สมการที่ (5) แสดงให้เห็นว่าไม่เกิดค่าผิดพลาด (Offset)

<u>การออกแบบตัวควบคุมของระบบควบคุมด้วย IMC</u>

จากคุณสมบัติของ IMC ทั้งสามข้อในสมการที่ (3) (4) และ (5) แสดงให้เห็นว่าสามารถออกแบบตัวควบคุมโดยการแฟคเตอร์โมเดลคณิตศาสตร์ออกเป็นสองส่วน ดังนี้

$$\tilde{g}(s) = \tilde{g}_+(s) \cdot \tilde{g}_-(s) \quad \text{.................(6)}$$

โดยที่ $\tilde{g}(s)$ = โมเดลคณิตศาสตร์ของระบบ

$\tilde{g}_+(s)$ = โมเดลคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วย Time delay หรือส่วนที่ไม่เสถียร

$\tilde{g}(S)$ = โมเดลคณิตศาสตร์ที่สามารถเป็นจริงได้และเสถียร

เพราะฉะนั้น ตัวควบคุมของระบบควบคุมด้วย IMC คือ

$$g_c(S) = \tilde{g}_-^{-1}(S) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

เพื่อให้เป็นไปตามสมการที่ (4) คือ $g_c(0) = \tilde{g}^{-1}(0)$ ดังนั้น จำเป็นต้องให้ $|\tilde{g}_+(0)| = 1$ และเนื่องจากว่าในทางปฏิบัติไม่สามารถได้โมเดลคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์เหมือนระบบจริง (Perfect Model) ดังนั้น

$$g(S) = \tilde{g}(S)\,[1+L(S)] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(8)$$

และ $|L(i\omega)| \leqslant l(\omega)$

โดยที่ $L(S)$ = Uncertainty ของโมเดลคณิตศาสตร์

ให้ $$g_c(S) = \tilde{g}_-^{-1}(S)\,.\,h(S) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(9)$$

โดยที่ $h(S)$ = ฟิลเตอร์ (Filter) ทำหน้าที่ช่วยเมื่อโมเดลคณิตศาสตร์ ไม่ Perfect.

ในระบบควบคุมอัตโนมัติที่ควบคุมด้วย IMC ทางปฏิบัติได้แสดงในรูปที่ (2) ซึ่งเป็น Block Diagram เมื่อโมเดลคณิตศาสตร์ไม่ Perfect จากรูปที่ (2) ดังกล่าวพอสรุปได้ว่าระบบควบคุมป้อนกลับจะเสถียรก็ต่อเมื่อ

$$|h(i\omega)\,.\,\tilde{g}_+(i\omega).L(i\omega)| < 1 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

เนื่องจาก $|\tilde{g}_+(i\omega)| = 1$ จากสมการที่ (10) จะได้ขนาดของฟิลเตอร์เป็นดังนี้

$$|h(i\omega)| < l^{-1}(\omega) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

การออกแบบระบบควบคุมด้วย IMC ขนาดของฟิลเตอร์ในทางปฏิบัติจะใช้ค่าดังนี้

$$|h(i\omega)| = [l(1+\beta_r) + \beta_r]^{-1} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

โดยที่ β_r เป็นค่าเสมือน Safty factor ซึ่งมากกว่า หรือเท่ากับประมาณ -3 d b หรือเท่ากับ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ทรานเฟอร์ฟังก์ชันของระบบ

$$g(s) = \frac{5(S-1)\,e^{-(1+\theta)S}}{(S+2)^2} \quad ; \; 0 \leqslant |\theta| \leqslant 0.2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

พิจารณาโมเดลคณิตศาสตร์

$$\tilde{g}(S) = \frac{5(S-1)e^{-S}}{(S+2)^2} \qquad \text{..............(14)}$$

$$\text{Uncertian } L(S) = [e^{-\theta S} - 1]\ ;\ 0 \leqslant \theta \leqslant 0.2 \qquad \text{................(15)}$$

รูปที่ 3 แสดงการจำลองการตอบสนองของโมเดลคณิตศาสตร์แบบ Open loop เมื่อ $|\theta| = 0$ หรือ $\tilde{g}(S) = g(S)$ ซึ่งเป็นกรณี Perfect model และรูปที่ 4 แสดงการจำลองการตอบสนองของโมเดลคณิตศาสตร์ แบบ Open loop เมื่อ $|\theta| = 0.2$ เป็นกรณีที่ เกิด Maximum Error รูปที่ 5 แสดง Bode Plot ของค่า Uncertainties โดยกำหนดให้ค่า $\beta_r = \frac{1}{\sqrt{2}}$ or $\beta_r = 3$ db จากรูปดังกล่าวได้แสดงค่า $[1(1+\beta_r)+\beta_r]^{-1}$ เพื่อใช้ในการหาค่า time Constant ของฟิลเตอร์ ซึ่งจะได้เท่ากับ 0.36 วินาที และเพื่อให้เป็นไปตามคุณสมบัติของ IMC ข้อที่ 3 คือ $\lim_{s \to 0} h(S) = 1$ จะได้ฟิลเตอร์ของระบบเป็นดังนี้

$$h(S) = \frac{1}{(0.36S+1)} \qquad \text{..................(16)}$$

ขั้นต่อไป แฟคเตอร์โมเดลคณิตศาสตร์ออกเป็นสองส่วนดังนี้ $\tilde{g}(s) = \tilde{g}_+(s) \cdot \tilde{g}_-(s)$

จะได้

$$\tilde{g}_-(S) = \frac{5(S+1)}{(S+2)} \qquad \text{...................(17)}$$

และ

$$\tilde{g}_+(S) = \frac{(S-1)\,e^{-S}}{(S+1)} \qquad \text{...................(18)}$$

ดังนั้นตัวควบคุมระบบจะเป็น

$$g_c(S) = \frac{0.2(S+2)^2}{(S+1)} \qquad \text{..................(19)}$$

และ

$$g_c'(S) = g_c(S) \cdot h(S)$$

$$= \frac{0.2(S+2)^2}{(S+1)(0.36S+1)} \qquad \text{..................(19)}$$

ที่ Steady State

$$g_c'(0) = \frac{4}{5}$$

เนื่องจาก $\tilde{g}\_(0) = \frac{5}{4}$

$$\therefore \quad g_c'(s) = -\frac{0.2\ (s+2)^2}{(s+1)\ (0.36s+1)} \quad \text{.............(21)}$$

รูปที่ 6 แสดงรายละเอียดของส่วนประกอบต่าง ๆ ได้แก่ โมเดลคณิตศาสตร์ ฟิลเตอร์ และทรานเฟอร์ฟังก์ชั่นของระบบในตัวอย่าง

รูปที่ 7 แสดงการตอบสนองของระบบควบคุมแบบป้อนกลับด้วย IMC ในกรณีที่เป็น Perfect Model คือ $\tilde{g}(s) = g(s)$

และรูปที่ 8 ได้แสดงการตอบสนองของระบบควบคุมแบบป้อนกลับด้วย IMC ในกรณีที่ $|\theta| = 0.2$ คือ Maximum Model Error

สรุป

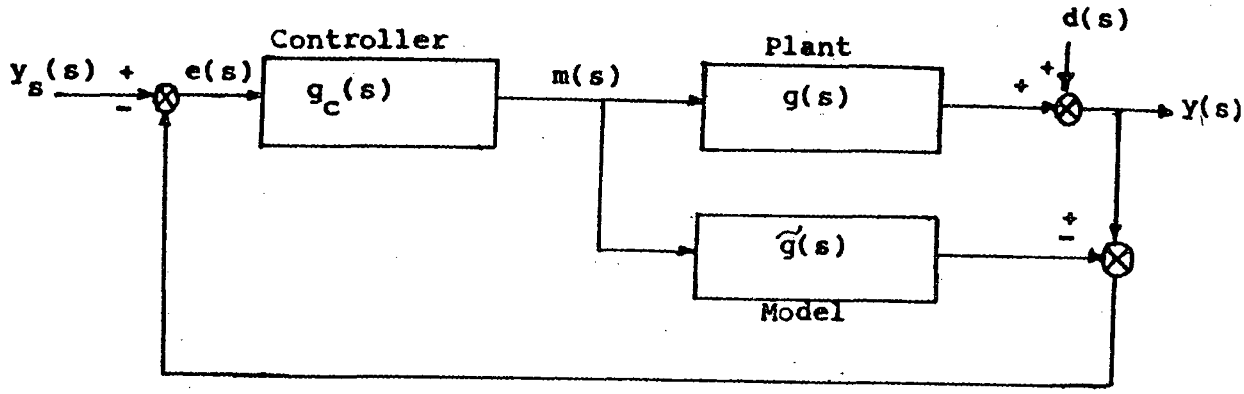
ระบบควบคุมแบบป้อนกลับด้วย IMC จะประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ โมเดลคณิตศาสตร์ของระบบ ตัวควบคุมระบบ และ ฟิลเตอร์ ในทางปฏิบัติจำเป็นต้องมีฟิลเตอร์เนื่องจาก-ว่าไม่สามารถสร้างโมเดลให้เหมือนระบบจริงได้อย่างสมบูรณ์ การออกแบบตัวควบคุม และฟิลเตอร์ต้องอาศัยทฤษฎีความเสถียรของระบบควบคุมแบบป้อนกลับ จากตัวอย่างดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า - Internal Model Control สามารถใช้ควบคุมระบบ หรือขบวนการต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดี

เอกสารอ้างอิง

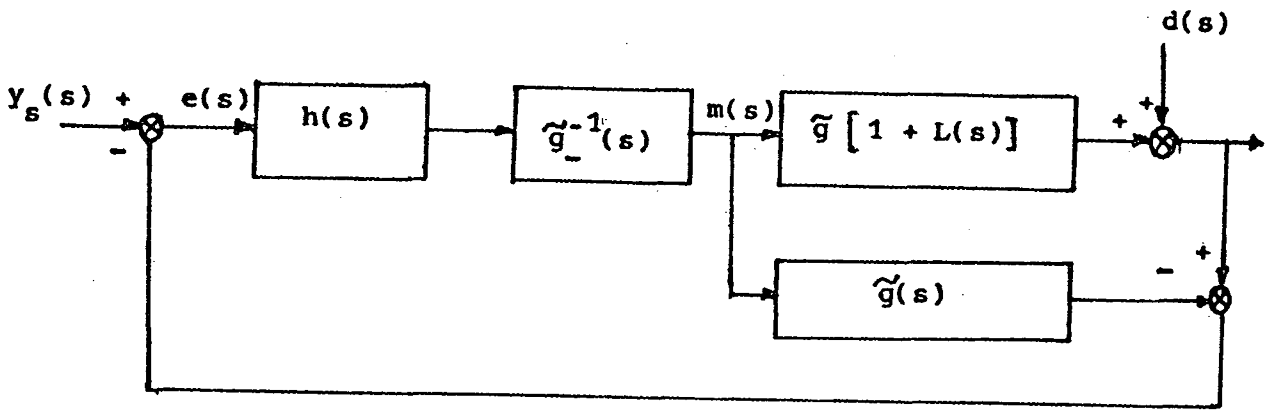
[1] Garcia, C.E., Morari, M., "Internal Model Control 1 , A Unifying Review and Some New Results", Ing.Eng. Chem. Process. Des. Dev. PP. 308 - 323 , 1982.

[2] Brosillow, C.B. "The Structure and Design of Smith Predictors from the Viewpoint of Inferential Control", Join Autotmatic Control Conference Proceedings, Denver, CO, 1979.

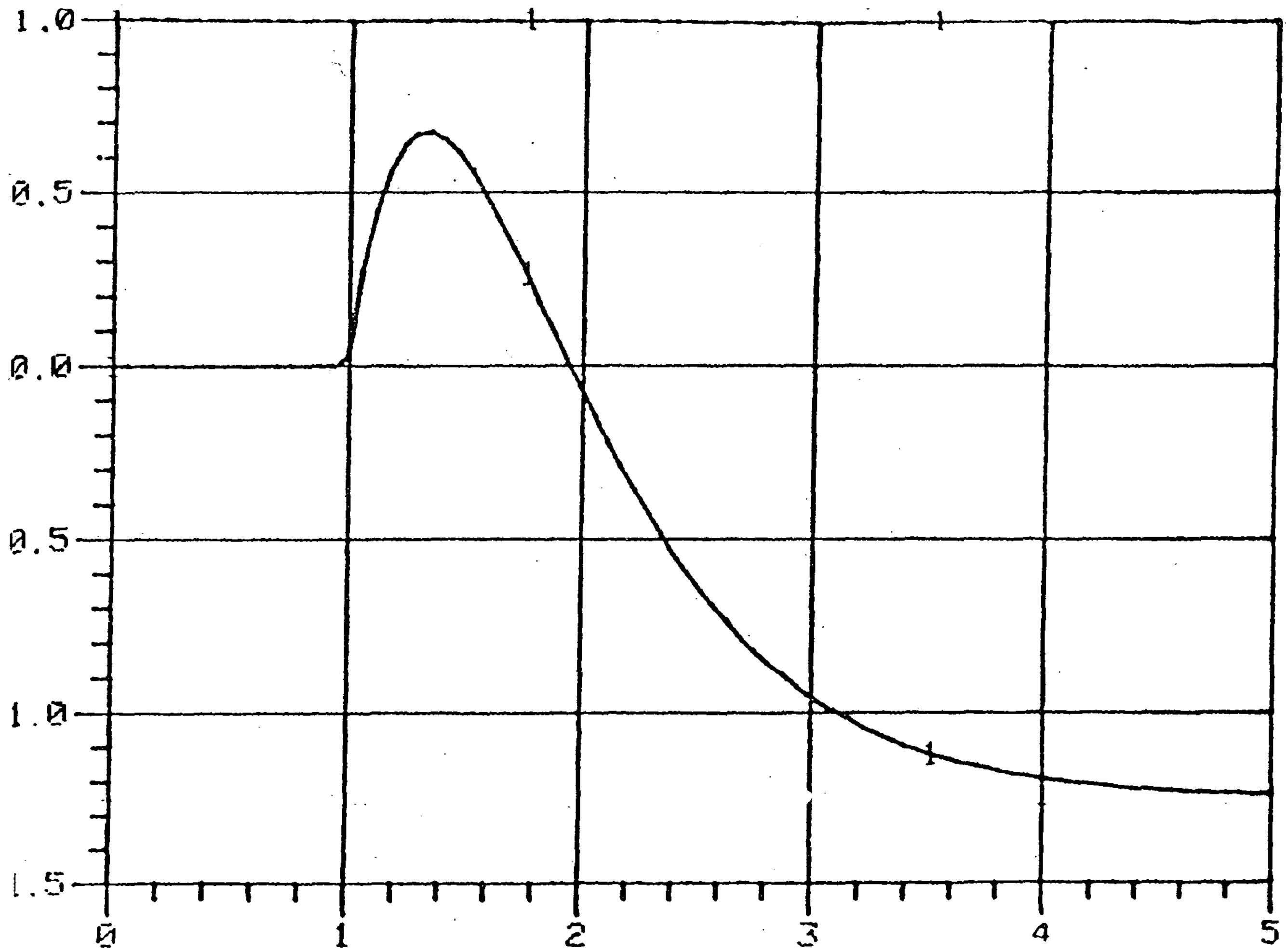
[3] Koppel, L.B. "Introduction to Control Theory with Application to Process Control" Prentice Hall : Englewood Cliffs, NJ 1968.



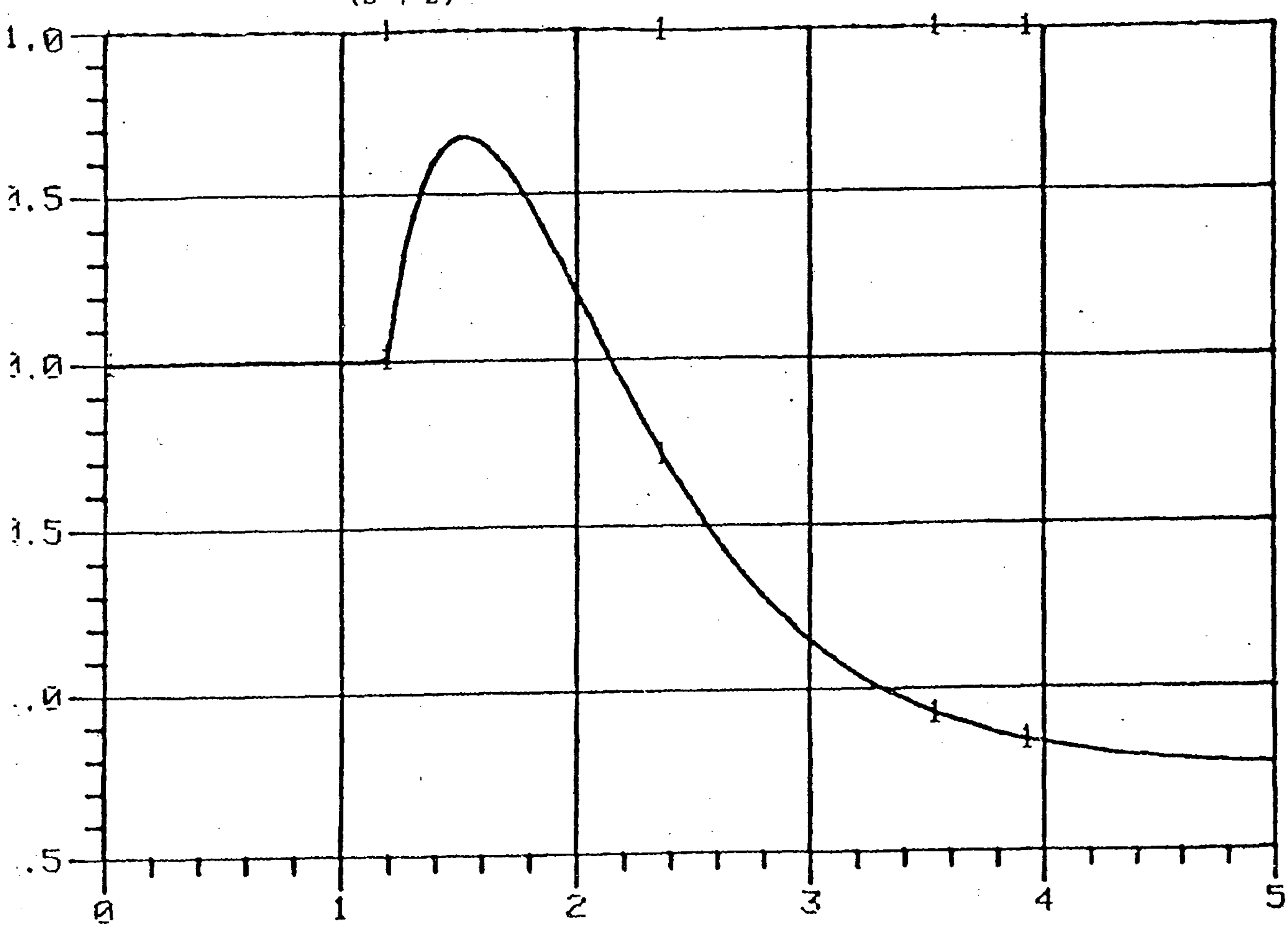
รูป 1 โครงสร้างการควบคุมระบบแบบ IMC



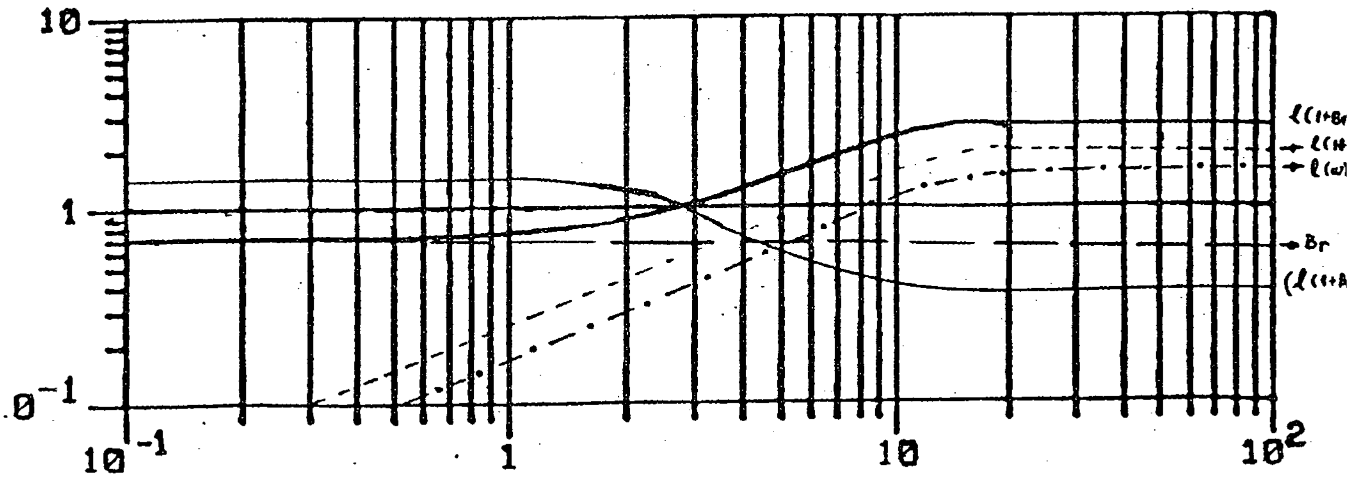
รูป 2 บลอคไดอะแกรมการควบคุมระบบแบบ IMC ในกรณีที่โมเดลมีค่าผิดพลาด



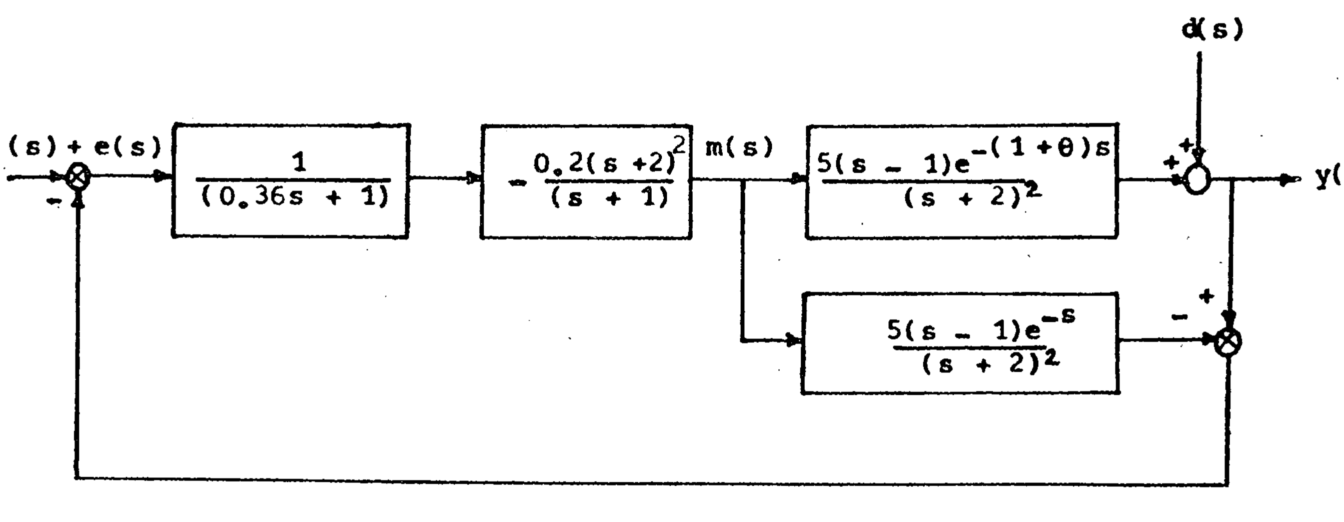
รูป 3 $g(s) = \frac{5(s-1)e^{-s}}{(s+2)^2}$ สำหรับอินพุทแบบขั้น



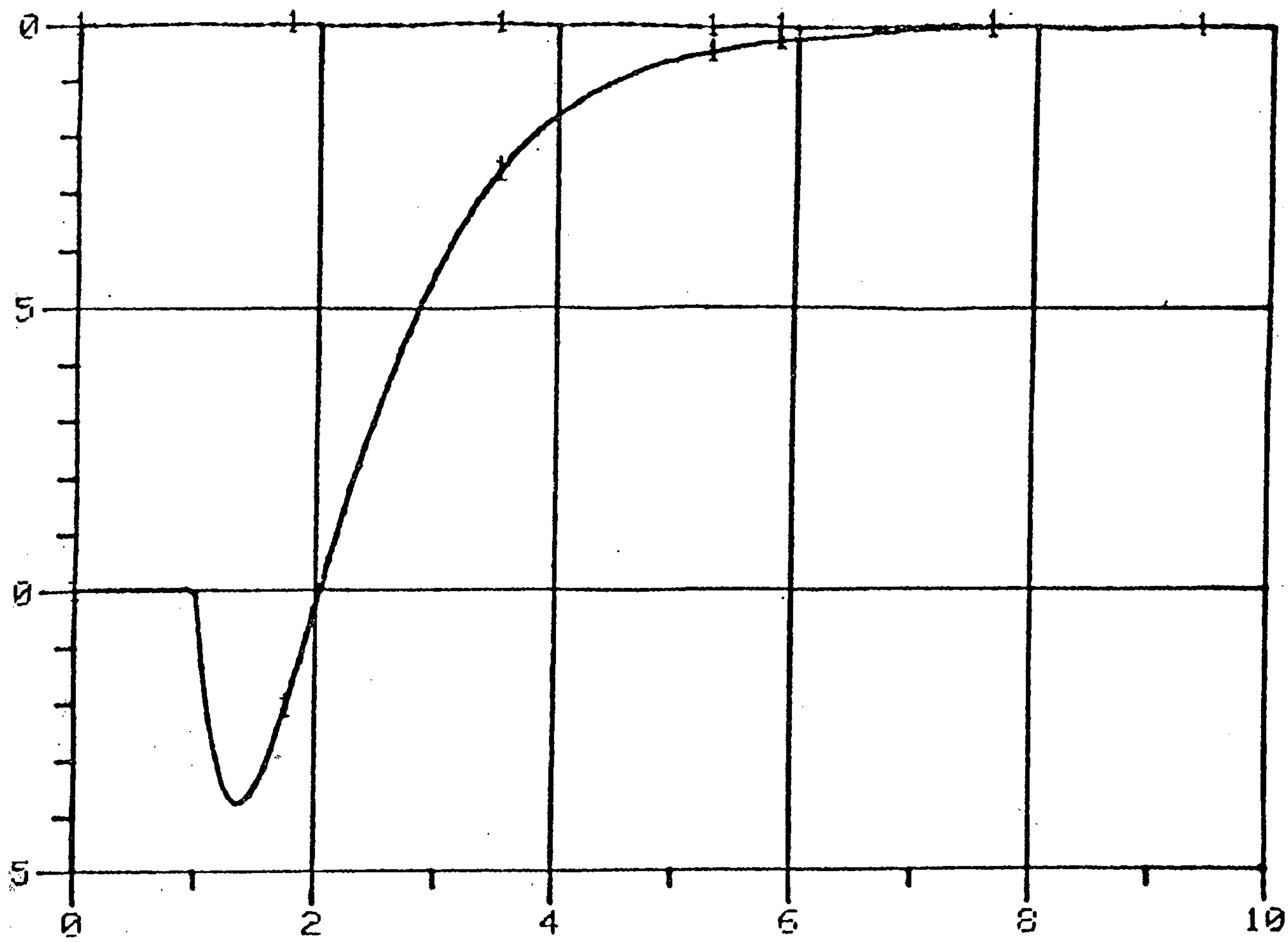
รูป 4 $g(s) = \frac{5(s-1)e^{-(1+\theta)s}}{\;}$ สำหรับอินพุทแบบขั้น



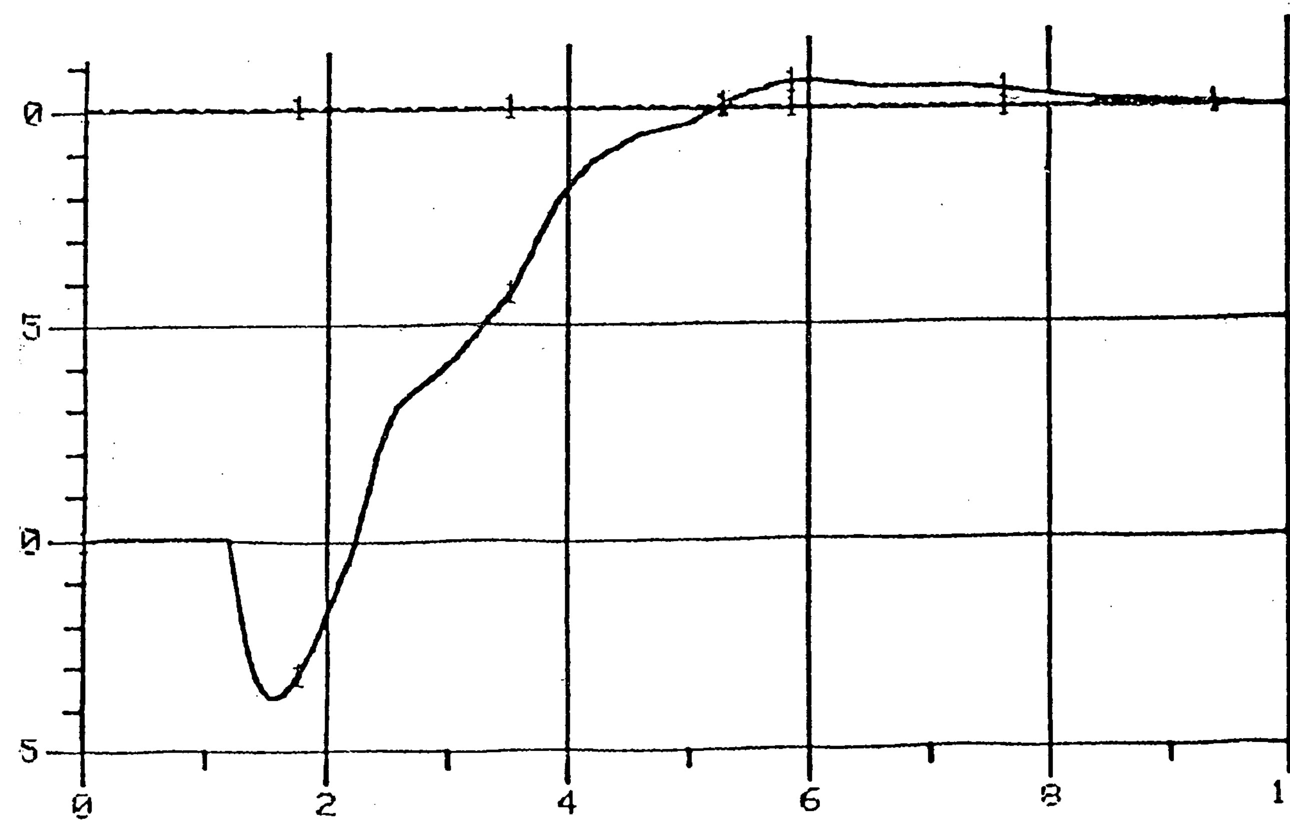
รูป 5 แสดง Bode Plot ของค่า Uncertainties



รูป 6 บลอคไดอะแกรมของระบบในตัวอย่างควบคุมแบบ IMC



รูป 7 การตอบสนองของระบบปิดแบบป้อนกลับควบคุมด้วย IMC เมื่อโมเดลไม่มีค่าผิดพลาด



รูป 8 การตอบสนองของระบบปิดแบบป้อนกลับควบคุมด้วย IMC เมื่อโมเดลมีค่าผิดพลาดสูงสุด