

การสร้างแบบจำลองวิสโคไฮเปอร์อีลาสติกของยางล้อไร้ลมโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ Viscohyperelastic Modeling of Non-Pneumatic Tire using Finite Element Method

รวีวัฒน์ รักสัง^{1, 2} และ ชاکริต สุวรรณจำรัส^{1, 2*}

¹ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล 25/25 ถ. พุทธรณีสาย 4 ต. ศาลายา อ. พุทธรณีสาย จ. นครปฐม 73170

² ห้องปฏิบัติการกลศาสตร์เชิงคอมพิวเตอร์เพื่อการออกแบบ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล
25/25 ถ. พุทธรณีสาย 4 ต. ศาลายา อ. พุทธรณีสาย จ. นครปฐม 73170

*ติดต่อ: Chakrit.suv@mahidol.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มุ่งไปที่การสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้สมการเชิงโครงสร้างแบบวิสโคไฮเปอร์อีลาสติกในการทำนายพฤติกรรมไดนามิกและการสูญเสียฮิสเตอร์ซิสของยางล้อไร้ลม แบบจำลองไฮเปอร์อีลาสติกชนิดออกเดนและแบบจำลองวิสโคอีลาสติกชนิดทั่วไปของแมกซ์เวลล์ได้ถูกนำมาจำลองการเสียรูปยืดหยุ่นและไม่ยืดหยุ่นของดอกยางและซี่ล้อยางล้อไร้ลมตามลำดับ แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของการทดสอบการผ่อนคลายความเค้นได้ถูกวิเคราะห์ที่ค่าความเค้นเฉือนต่างๆ เพื่อศึกษาอิทธิพลของสมบัติวิสโคอีลาสติกของชิ้นงานทดสอบตึงยึดที่เตรียมจากซี่ล้อของยางล้อไร้ลม แบบจำลองวิสโคไฮเปอร์อีลาสติกได้ถูกนำไปสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลมเพื่อศึกษาอิทธิพลของการเสียรูปแบบไดนามิกและการสูญเสียฮิสเตอร์ซิสของยางล้อไร้ลม โดยการกดชิ้นงานด้วยแรง 14 kN และปล่อยให้ชิ้นงานคืนรูปกลับสู่จุดเริ่มต้นตามลำดับ จากผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างแรงและระยะยุบพบว่าแบบจำลองมีพฤติกรรมการสูญเสียฮิสเตอร์ซิสดังจะเห็นได้จากวงรอบฮิสเตอร์ซิสที่เกิดขึ้นในระหว่างกดและการคืนรูปของยางล้อไร้ลม และนำมาคำนวณการสูญเสียพลังงานฮิสเตอร์ซิสของยางล้อไร้ลมได้เท่ากับ 3.13812 J ผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองที่ได้พัฒนาขึ้นสามารถนำไปช่วยในการจำลองการทดสอบและวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์แบบไดนามิกเพื่อช่วยในการออกแบบยางล้อไร้ลมต่อไป

คำหลัก: ยางล้อไร้ลม; วิสโคไฮเปอร์อีลาสติก; ฮิสเตอร์ซิส; มูนีร์ฟลิน; แบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์

Abstract

This research aimed to develop finite element model based on viscohyperelastic constitutive equation for predicting dynamic behavior and hysteresis energy loss of Non-Pneumatic Tire (NPT). The Ogden hyperelastic model and generalized Maxwell viscoelastic model were applied to model elastic and inelastic deformation of NPT's tread and spoke, respectively. The finite element model of relaxation test was analyzed to study the effect of viscoelastic properties based on tensile specimen which prepared from NPT's spoke. Consequently, the viscohyperelastic material model was implemented with the finite element model of NPT to study the effects of dynamic deformation and hysteresis loss of the tire. The vertical force of 14 kN was loaded and unloaded on the model to deform and relax to initial position, respectively. The analysis results have shown that the model exhibit hysteresis loss behavior which can be observed from occurred hysteresis loop. The hysteresis energy loss can be calculated as 3.13812 J. The developed model can be used for simulation of the tire testing and finite element analyzing of NPT in the near future.

Keywords: Non-pneumatic tire; Viscohyperelastic; Hysteresis; Mooney-Rivlin; Generalized Maxwell.

1. บทนำ

ปัจจุบันอัตราการสิ้นเปลืองเชื้อเพลิงได้กลายเป็นปัจจัยสำคัญที่ต้องคำนึงถึงในการคมนาคมเนื่องจากความพยายามในการอนุรักษ์สิ่งแวดล้อมและพลังงานที่เพิ่มมากขึ้น ค่าความต้านทานการหมุน (Rolling Resistance) ของยางล้อเป็นหนึ่งในตัวแปรสำคัญที่ส่งผลกระทบต่ออัตราการสิ้นเปลืองเชื้อเพลิงของยานพาหนะ ค่าความต้านทานการหมุนมีค่าเท่ากับพลังงาน (J) ที่สูญเสียต่อระยะทาง (m) เนื่องจากการเสียรูปไม่ยืดหยุ่น (Inelastic Deformation) หรือการสูญเสียฮิสเทอรีซิส (Hysteresis Loss) ของยางล้อ ดังนั้นค่าความต้านทานการหมุนจึงมีหน่วยเป็นแรงหรือนิวตัน (N) การอธิบายค่าความต้านทานการหมุนของยางล้อสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสัมประสิทธิ์ความต้านทานการหมุน (Rolling Resistance Coefficient) สัมประสิทธิ์ความต้านทานการหมุนเป็นค่าคงที่ไม่มีหน่วยที่มีค่าเท่ากับอัตราส่วนระหว่างความต้านทานการหมุน ต่อแรงกระทำในแนวตั้งฉากกับยางล้อ วิธีการทดสอบความต้านทานต่อการหมุนสามารถแบ่งได้เป็น 4 วิธีหลักๆ ได้แก่ 1) Drum testing Method, 2) Trailer Method, 3) Coast-Down Method และ 4) Fuel Consumption Method วิธีการทดสอบความต้านทานต่อการหมุนที่ได้รับความนิยมที่สุดคือวิธีการทดสอบโดยใช้วงล้อเหล็กทดสอบ (Drum Testing Method) เนื่องจากสามารถทดสอบในห้องปฏิบัติการและตัดผลกระทบจากตัวแปรอื่นๆ ที่ส่งผลต่อความต้านทานการหมุนของยางล้อได้ง่าย [1] วิธีการในการวัดค่าความต้านทานการหมุนโดยใช้วงล้อเหล็กทดสอบสามารถสรุปได้เป็น 4 วิธี ได้แก่ 1) วิธีวัดจากแรง (Force Method), 2) วิธีวัดจากแรงบิด (Torque Method), 3) วิธีวัดจากกำลัง (Power Method) และ 4) วิธีวัดจากความหน่วง (Deceleration Method) โดยวิธีการวัดจากแรงสามารถทำได้โดยวัดค่าแรงปฏิกิริยาที่แกนหมุนของยางล้อ (Tyre Spindle Force) [2]

ยางล้อไร้ลม (Non-pneumatic Tire, NPT) มีส่วนประกอบหลักคือ 1) คานเฉือน (Shear Band) และ 2) โครงสร้างซี่ล้อ (Spoke Structure) โดยโครงสร้างซี่ล้อสามารถผลิตได้โดยใช้พลาสติกชนิดโพลียูรีเทน (PU) ซึ่งเป็นวัสดุที่มีค่าความสูญเสียพลังงานวิสโคอีลาสติก (Viscoelastic) หรือการสูญเสียฮิสเทอรีซิสต่ำ ยางล้อไร้

ลมจึงเป็นตัวเลือกที่มีความน่าสนใจในการพัฒนายางล้อที่มีความต้านทานต่อการหมุนต่ำ [3] ยางล้อไร้ลมที่มีโครงสร้างคานเฉือนแบบมีรูพรุน (Porous Composite Shear Band) ได้ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อลดความต้านทานการหมุนของยางล้อไร้ลมให้ดียิ่งขึ้น แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลมโดยใช้คานเฉือนแบบมีรูพรุนได้ถูกนำมาเปรียบเทียบกับคานเฉือนแบบไม่มีรูพรุนเพื่อศึกษาอิทธิพลของรูพรุนต่อความต้านทานการหมุนที่ความสามารถในการรับภาระ (Loading Capacity) เท่ากัน โดยแบบจำลองไฮเปอร์อีลาสติกชนิดออกเดน (Ogden Hyperelastic Model) และแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์ (Generalized Maxwell Model) ที่ถูกเขียนในรูปของอนุกรมพอนี (Prony Series) ได้ถูกนำมาอธิบายพฤติกรรมวิสโคอีลาสติกของโครงสร้างยางล้อไร้ลมทั้งสองแบบ [4] ต่อมาแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้สมการวิสโคไฮเปอร์อีลาสติกของยางล้อไร้ลมที่ได้พัฒนาขึ้นได้ถูกนำไปหาค่าเหมาะสมที่สุด (optimization) ของตัวแปรต่างๆ ได้แก่ โมดูลัสเฉือน (shear modulus) ของซี่ล้อ ความหนาของซี่ล้อและคานเฉือน โดยใช้วิธี Parametric Study, Design of Experiment (DOE) และ Sensitivity Analysis เพื่อหาความต้านทานการหมุน ความแข็งแรงในแนวตั้ง (Vertical Stiffness) และความดันสัมผัส (Contact Pressure) ที่ดีที่สุด [5] นอกจากนั้นแบบจำลองยังได้ถูกนำไปหาค่าเหมาะสมที่สุดของความต้านทานการหมุนของยางล้อไร้ลมที่มีโครงสร้างซี่ล้อแบบเซลล์หกเหลี่ยม (Hexagonal Cellular Spoke) โดยมีตัวแปรต่างๆ ได้แก่ ความหนาซี่ล้อแบบเซลล์ มุมภายในของเซลล์ (Cell Angle) และความหนาคานเฉือน [6] แบบจำลองวิสโคอีลาสติกที่ขึ้นกับอุณหภูมิ (Thermoviscoelastic Model) ของยางล้อไร้ลมถูกพัฒนาขึ้นเพื่อทำนายการสูญเสียพลังงานในการหมุน และความร้อนที่เกิดขึ้นในโครงสร้างของยางล้อไร้ลม โดยค่าคงที่ของแบบจำลองไฮเปอร์อีลาสติกชนิดโยห์ (Yeoh Hyperelastic Model) ได้มาจากการทดสอบดึงยืด (Tension Test) และกดอัด (Compression Test) และค่าคงที่สมบัติวิสโคอีลาสติกหาได้จากการทดสอบโดยใช้วิธีการวิเคราะห์สมบัตินทางกลแบบพลวัต (Dynamic Mechanical Analysis, DMA) แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์แบบสามมิติ (3D) ได้

ถูกนำมาวิเคราะห์ความเค้นโดยใช้วิธีการวิเคราะห์การหมุนแบบสถานะคงตัว (Steady State Rolling) และพลังงานความเครียดแบบวัฏจักรที่เกิดขึ้นจะถูกแปลงเป็นความร้อนเพื่อหาค่าอุณหภูมิและเปรียบเทียบกับผลการทดสอบจริง [3]

งานวิจัยนี้มุ่งเน้นไปที่การพัฒนาแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลม (รูปที่ 1) โดยมีพื้นฐานอยู่บนสมการเชิงโครงสร้างวิโคไฮเปอร์อีลาสติกเพื่อใช้ในการทำนายการสูญเสียฮีสเตอร์ซิสของยางล้อไร้ลม โดยค่าคงที่ของวิโคไฮเปอร์อีลาสติกและวิโคอีลาสติกที่ได้จากงานวิจัยที่ผ่านมา [7] ได้ถูกนำมากำหนดให้กับแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของการทดสอบการผ่อนคลายความเค้น (Relaxation Test) เพื่อศึกษาอิทธิพลของสมบัติวิโคอีลาสติกบนชิ้นงานทดสอบ (Specimen) ที่เตรียมจากซี่ล้อยางล้อไร้ลม สุดท้ายแบบจำลองวิโคไฮเปอร์อีลาสติกที่ได้พัฒนาขึ้นจะถูกนำไปกำหนดให้กับแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลมเพื่อศึกษาการเกิดการสูญเสียฮีสเตอร์ซิสและนำไปใช้ในการออกแบบยางล้อไร้ลมต่อไป



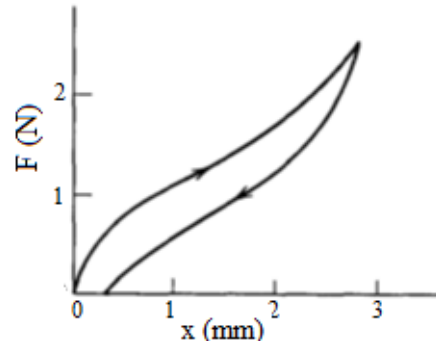
(ก)

(ข)

รูปที่ 1 ยางล้อไร้ลมรุ่น Tweel ผลิตโดยบริษัท Michelin (ก) มุมมองด้านข้าง (ข) ลายดอกยาง

2. แบบจำลองวิโคอีลาสติกไฮเปอร์อีลาสติก

ยางล้อเป็นวิโคอีลาสติกชนิดหนึ่งซึ่งมีการเสียรูปแบบวัฏจักร (Cyclic Deformation) ในระหว่างการหมุนบนถนน สมบัติวิโคอีลาสติกทำให้ความเค้นและความเครียดที่ขึ้นกับเวลาที่เกิดขึ้นมีเฟส (Phase) ที่แตกต่างกันในการเสียรูปแบบวัฏจักรและทำให้เกิดการสูญเสียฮีสเตอร์ซิส [8, 9] การสูญเสียฮีสเตอร์ซิสสามารถเขียนให้อยู่ในรูปวงรอบฮีสเตอร์ซิส (Hysteresis Loop) ของแรงและระยะยืดได้ดังแสดงในรูปที่ 2 การสูญเสียฮีสเตอร์ซิสทำให้ส่วนหนึ่งของพลังงานความเครียดของ



รูปที่ 2 วงรอบฮีสเตอร์ซิสของแรงและระยะยืด [9]

ยางล้อเปลี่ยนไปอยู่ในรูปความร้อน ซึ่งทำให้อัตราการสิ้นเปลืองเชื้อเพลิงโดยรวมของยานพาหนะเพิ่มขึ้นในที่สุด ดังนั้นการสูญเสียฮีสเตอร์ซิสจึงสามารถพิจารณาเป็นแรงเสมือน (Pseudo Force) ชนิดหนึ่งที่ต่อต้านการหมุนของยางล้อ และส่งผลต่อค่าความต้านทานการหมุน การสูญเสียฮีสเตอร์ซิสทำให้สูญเสียพลังงาน 90-95% ของการสูญเสียพลังงานทั้งหมดของการหมุนยางล้อ ในขณะที่การสูญเสียที่เหลือมีที่มาจาก 1) การสูญเสียพลังงานแรงเสียดทานจากการสัมผัสกันระหว่างยางล้อกับพื้นถนน 2) ความเฉื่อย (Inertial Distortion) และ 3) แรงต้านทางอากาศพลศาสตร์ (Aerodynamic Drag) [3-5] การพัฒนาแบบจำลองสมบัติทางกลเชิงความร้อน (Thermomechanical Model) โดยใช้สมการวิโคอีลาสติกจึงมีความจำเป็นในการทำนายการสูญเสียฮีเตอร์ซิสและความต้านทานการหมุนของยางล้อ

สมการการเชิงโครงสร้างวิโคไฮเปอร์อีลาสติกได้ถูกนำมาจำลองพฤติกรรมการเสียรูปของส่วนประกอบต่างๆ ของยางล้อไร้ลม โดยแบบจำลองไฮเปอร์อีลาสติกชนิดออกเดนและแบบจำลองวิโคอีลาสติกชนิดทั่วไปของแมกซ์เวลล์ได้ถูกนำมาจำลองพฤติกรรมการเสียรูปแบบออีลาสติกและอินอีลาสติกตามลำดับ แบบจำลองไฮเปอร์อีลาสติกของออกเดนสามารถเขียนในรูปสมการได้ดังนี้

$$W = \sum_{n=1}^3 \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (1)$$

โดย W คือพลังงานความเครียด λ_i คือค่าหลักของเทนเซอร์การยืด (Principal Values of the Stretch Tensor) μ_n และ α_n คือค่าคงที่ของวัสดุ แบบจำลองวิโคอีลาสติกชนิดทั่วไปของแมกซ์เวลล์สามารถเขียนในรูปสมการได้ดังนี้

$$G(t) = G_0 - \sum_{i=1}^n G_i (1 - e^{-t/\tau_i}) \quad (2)$$

$$\tau_i = \eta_i / E_i \quad (3)$$

โดย $G(t)$ คือโมดูลัสการผ่อนคลายความเค้นเฉือน (Shear Relaxation Modulus) G_0 คือโมดูลัสเฉือนที่เวลา $t=0$ G_i คือพจน์ที่ i^{th} ของโมดูลัสเฉือน τ_i คือพจน์ที่ i^{th} ของเวลาคลายตัว (Relaxation Time) มีหน่วยเป็นวินาที E_i คือโมดูลัสการยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity) และ η_i คือความหนืด ค่าคงที่ของสมการไฮเปอร์อีลาสติกของส่วนประกอบต่างๆ ของยางล้อไร้ลม ได้แก่ ดอกยาง (Tread) และซี่ล้อ (Spoke) ที่ได้จากการทดสอบกดอัด (Compressive Test) และดึงยืด (Tensile Test) ในงานวิจัยก่อนหน้าของผู้วิจัยสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 1 ค่าคงที่ของสมการวิสโคอีลาสติกของส่วนประกอบต่างๆ ของยางล้อไร้ลมในรูปของอนุกรมโพรนี (Prony Series) สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 2 ค่าคงที่ไฮเปอร์อีลาสติกได้ถูกนำมาสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์และเปรียบเทียบกับผลการทดสอบจริงในงานวิจัยที่ผ่านมา พบว่ามีค่าความคาดเคลื่อนของชิ้นงานทดสอบซี่ล้อและคานเฉือน 5.33 และ 5.61% ตามลำดับ

ตารางที่ 1 ค่าคงที่ของสมการวัสดุไฮเปอร์อีลาสติกของส่วนประกอบต่างๆ ของยางล้อไร้ลม [7]

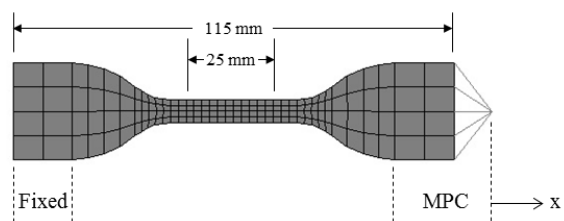
ค่าคงที่	ส่วนประกอบ	
	ซี่ล้อ	คานเฉือน
λ_1	0.112983	1.15673
λ_2	-11.0664	1.06228
α_1	3.1488	5.37146
α_2	-1.75206	-2.31827

ตารางที่ 2 ค่าคงที่ของสมการวัสดุวิสโคอีลาสติกของส่วนประกอบต่างๆ ของยางล้อไร้ลม [4, 5]

i^{th}	τ_i	G_i	
		ซี่ล้อ	คานเฉือน
1	0.2	0.125	0.2
2	0.02	0.125	0.2
3	0.002	0.125	0.2

3. แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของการทดสอบผ่อนคลายความเค้น

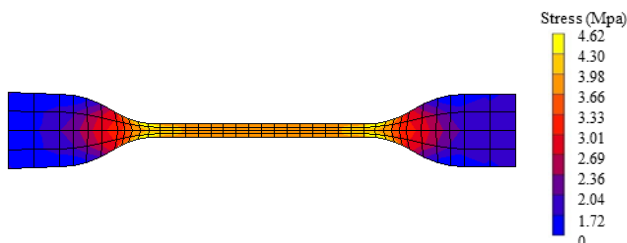
แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของการทดสอบผ่อนคลายความเค้นได้ถูกสร้างขึ้นเพื่อศึกษาการสั่นแบบจำลองวิสโคไฮเปอร์อีลาสติก และศึกษาผลกระทบของค่าคงที่วิสโคอีลาสติกที่มีต่อการจำลองพฤติกรรมการเสถียรแบบขึ้นกับเวลา ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่มีความสำคัญในการจำลองการเสถียรแบบวัฏจักรที่พบได้ในการหมุนของยางล้อ แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของการทดสอบผ่อนคลายความเค้นประกอบด้วยโครงร่างตาข่าย (Mesh) ของชิ้นงานทดสอบ (Specimen) ตามมาตรฐานการทดสอบ ASTM D412 โดยมีความยาวเกจ (Gage Length) เท่ากับ 25 mm โครงร่างตาข่ายของชิ้นงานทดสอบประกอบด้วยเอลิเมนต์แผ่นบางแบบ 4 โหนด (4-Node Quadrilateral Element) จำนวน 152 เอลิเมนต์และโหนด (Node) จำนวน 196 โหนด และใช้สมการเอลิเมนต์แบบเปลือกหนา (Thick Shell Approximation) ในการจำลองพฤติกรรมการเสถียรของชิ้นงานทดสอบ โดยกำหนดให้ทุกเอลิเมนต์มีความหนา 2.04 mm แบบจำลองวิสโคไฮเปอร์อีลาสติกโดยใช้ค่าคงที่จากตารางที่ 1 และ 2 ซึ่งได้จากงานวิจัยก่อนหน้าของผู้วิจัยได้ถูกนำมาอธิบายพฤติกรรมการเสถียรของชิ้นงานทดสอบแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของการทดสอบการผ่อนคลายความเค้นและเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions) สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3 เงื่อนไขบังคับแบบหลายจุด (Multiple Point Constraint, MPC) ได้ถูกนำมาจำลองการกระจายแรงดึงยึดลงบนขอบปลายด้านที่ถูกดึงยึดของชิ้นงานทดสอบ แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นงานทดสอบถูกกำหนดให้ดึงยึด โดยมีระยะยึดเป็นฟังก์ชันของเวลาจากระยะ $x = 0$ mm ไปเป็น $x = 100$ mm ในช่วงเวลา $0 < t < 0.01$ วินาที หลังจากนั้นแบบจำลองจะถูกกำหนดให้ดึงยึดค้างไว้ที่ระยะ $x = 100$ mm ในช่วงเวลา $0.01 < t < 10$ วินาที



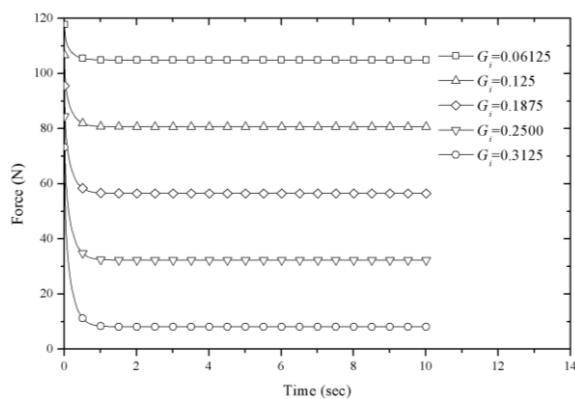
รูปที่ 3 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของการทดสอบการผ่อนคลายความเค้นและเงื่อนไขขอบเขต

ค่าโมดูลัสเฉือน (G_i) ของวัสดุซีลจะ ถูกปรับเปลี่ยนให้มีค่าเท่ากับ 0.0625, 0.125, 0.1875, 0.25 และ 0.3125 และวัดค่าแรงดึงที่เวลาต่างๆ เพื่อศึกษาอิทธิพลของค่าคงที่วิสโคอีลาสติกที่มีผลต่อการวิเคราะห์แบบขึ้นกับเวลา (Dynamic Analysis) ของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ยางล้อไร้ลม โดยการกำหนดช่วงเวลาและปรับเปลี่ยนค่าโมดูลัสเฉือนดังกล่าวมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาพฤติกรรมการผ่อนคลายความเค้นที่สามารถสังเกตได้ชัดเจนจากการวัดค่าแรงที่ลดลงเมื่อขึ้นงานทดสอบถูกดึงค้างไว้ และค่าแรงจะมีค่าเข้าใกล้ค่าคงที่ค่าหนึ่งที่สูงอยู่กับค่าโมดูลัสเฉือน ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าวจะไม่สามารถพบได้ในการทดสอบหรือการจำลองแบบไม่ขึ้นกับเวลา (Static Analysis) และวัสดุที่ไม่มีพฤติกรรมแบบวิสโคอีลาสติก

ผลการวิเคราะห์การผ่อนคลายความเค้นของขึ้นงานทดสอบซีลล้อโพลียูรีเทนสามารถแสดงเป็นค่าความเค้นและการเสียรูปได้ดังแสดงในรูปที่ 4 และแสดงเป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงและเวลาได้ดังรูปที่ 5



รูปที่ 4 ผลการวิเคราะห์ความเค้นและการเสียรูปของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของการทดสอบการผ่อนคลายความเค้น



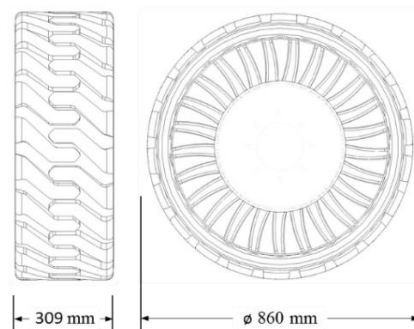
รูปที่ 5 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงยึดและเวลาของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของขึ้นงานทดสอบซีลล้อโพลียูรีเทนที่ค่าความเค้นเฉือนต่างๆ

จากผลการวิเคราะห์พบว่าค่าแรงที่จำเป็นต่อการดึงยึดขึ้นงานทดสอบค้างไว้ที่ระยะ 100 mm มีค่าลดลงอย่างรวดเร็วในช่วงเวลา $0.01 < t < 1$ วินาที ในขณะที่แรงมีค่าลดลงอย่างเชื่องช้าในช่วงเวลา $t > 1$ วินาที ค่าใกล้เคียงค่าคงที่ค่าหนึ่งจนถึงจุดที่ค่าแรงเปลี่ยนแปลงน้อยมากหรือแทบไม่เปลี่ยนแปลงเลย นอกจากนี้ผลการวิเคราะห์ยังแสดงให้เห็นว่าค่าโมดูลัสเฉือนที่แตกต่างกันให้ผลค่าแรงสุดท้ายที่ใช้ในการดึงยึดขึ้นงานค้างไว้ที่ระยะ 100 mm ที่แตกต่างกัน โดยค่าโมดูลัสเฉือนที่มากและน้อยที่สุดจะให้ผลค่าแรงคงที่สุดท้ายที่มากและน้อยที่สุดตามลำดับ

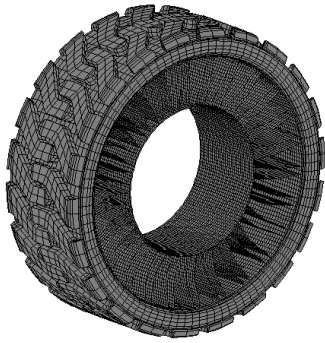
4. แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลม

แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลมได้ถูกสร้างขึ้นโดยซอฟต์แวร์ไฟไนต์เอลิเมนต์ MSC.Patran โดยมีขนาดได้แก่เส้นผ่านศูนย์กลางและความกว้างหน้ายางดังแสดงในรูปที่ 6 รายละเอียดของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลมสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 7 โดยแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลมแบ่งออกเป็น ส่วนประกอบ 4 ส่วน ได้แก่ 1) ดอกยาง 2) แก้มยาง 3) ชั้นลวด และ 4) ซีลล้อโพลียูรีเทน รายละเอียดดังแสดงในรูปที่ 8 รายละเอียดของเอลิเมนต์ต่างๆ ที่ใช้ในการสร้างส่วนประกอบต่างๆ ของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลมได้แสดงในตารางที่ 3

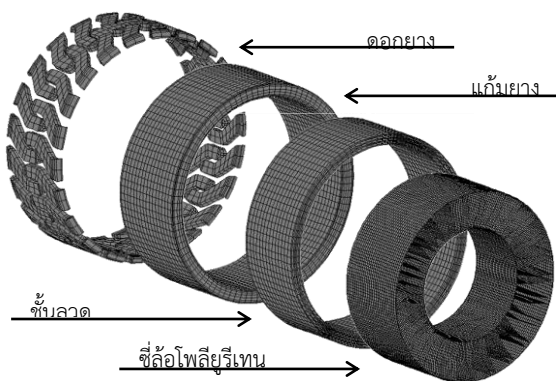
แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของซีลล้อได้ถูกสร้างขึ้นด้วยเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมแบบเปลือกหนา เช่นเดียวกับเอลิเมนต์ของขึ้นงานทดสอบในหัวข้อที่ผ่านมา โดยมีความหนาเฉลี่ย 5.8 mm ในขณะที่แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของดอกยาง และแก้มยางได้ถูกสร้างขึ้นโดยใช้เอลิเมนต์รูปทรงสี่เหลี่ยม (Hexagonal) โดยใช้สมการของเฮอermann (Herrmann Formulation) หรือสมการผสมผสาน



รูปที่ 6 แบบจำลองสามมิติของยางล้อไร้ลม



รูปที่ 7 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลม



รูปที่ 8 ส่วนประกอบของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลม

ตารางที่ 3 รายละเอียดของเอลิเมนต์ของส่วนประกอบต่างๆ ของยางล้อไร้ลม

	ชนิดของเอลิเมนต์	จำนวนเอลิเมนต์	ขนาดโดยเฉลี่ยของเอลิเมนต์ (mm)
ดอกยาง	Hexagonal	2,228	19.89
แก้มยาง	Hexagonal	11,904	16.15
ชั้นยาง	Quadrilateral	6,144	20.38
ซีลล้อ	Quadrilateral	35,500	8.74

(Hybrid Formulation) โดยทำการอินทิเกรตสนามการกระจัดและความดัน (Pressure and Displacement Field) แยกกันเพื่อป้องกันปัญหาการล็อกตัวของปริมาตร (Volumetric Locking)

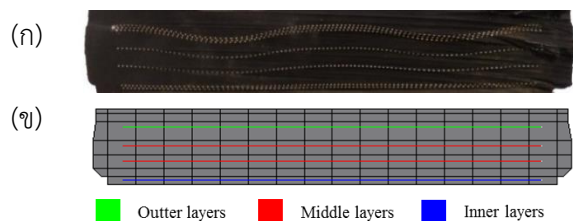
ชั้นลวด (Belt Layers) ภายในแก้มยางของยางล้อไร้ลมมีจำนวน 4 ชั้น ได้แก่ 1) ชั้นลวดนอก (Outer Layer) จำนวน 3 ชั้น 2) ชั้นลวดกลางที่ 1 (1st Middle Layer) 3) ชั้นลวดกลางที่ 2 (2nd Middle Layer) และ 4) ชั้นลวดใน (Inner Layer) จำนวน 2 ชั้น โดยในแต่ละชั้นถูกกำหนดให้มีเส้นผ่านศูนย์กลางลวด 1 mm และมีจำนวนลวดต่อหน่วยความยาว 0.3582 mm⁻¹ ถูกสร้างขึ้นโดยใช้

เอลิเมนต์ชนิดเสริมแรง (Reinforcement Bar หรือ Rebar Element) เอลิเมนต์ของชั้นลวดจะถูกฝังไว้ภายในเอลิเมนต์ของแก้มยาง โดยใช้สมการผูกมัด (Tying Equation) ในการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างองศาอิสระ (Degree of Freedom) ของเอลิเมนต์ชั้นลวดและแก้มยางในตำแหน่งที่เอลิเมนต์มีการซ้อนทับกันรายละเอียดของหน้าตัดขวาง (Cross Section) ของแก้มยางสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 9 แบบจำลองของชั้นลวดถูกกำหนดให้มีพฤติกรรมการเสีรูปร่างแบบเชิงเส้น โดยมีค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นเท่ากับ 200 GPa และค่าอัตราส่วนปัวซองก์ (Poisson's Ratio) เท่ากับ 0.3

5. การจำลองการสูญเสียฮิสเทอรีซิสของยางล้อไร้ลมด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลมจะถูกนำไปประกอบกับแบบจำลองแผ่นผิวของพื้นผิวทดสอบเพื่อสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของการทดสอบความแข็งแรงในแนวตั้ง (Vertical Stiffness Testing) เพื่อใช้ในการจำลองการสูญเสียฮิสเทอรีซิสดังแสดงในรูปที่ 10 ดอกยางล้อไร้ลมและพื้นผิวทดสอบจะถูกกำหนดให้มีการสัมผัสกัน โดยใช้แบบจำลองความเสียดทานของคูลอมป์ (Coulomb Friction Model) ในการคำนวณแรงเสียดทานระหว่างดอกยางกับพื้นผิวทดสอบ โดยกำหนดให้มีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเท่ากับ 0.8

การจำลองการสูญเสียฮิสเทอรีซิสแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การกดยางล้อ (Loading) และ 2) การคืนตัวของยางล้อ (Unloading) โดยในขั้นตอนการกดยางล้อ โหนดที่ผิวสัมผัสล่างของดอกยางล้อไร้ลมจะถูกกำหนดแรงกดเป็นฟังก์ชันของเวลา โดยมีแรงเพิ่มขึ้นจาก 0 N ไปเป็น 14 kN ในช่วงเวลา 0 < t < 1 sec หลังจากนั้นในขั้นตอนการคืนตัว แรงจะถูกกำหนดให้มีค่าลดลงจาก 14 kN ไปเป็น 0 N ในช่วงเวลา 1 < t < 2 sec



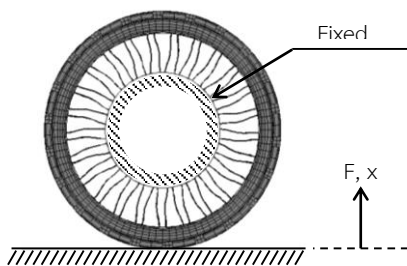
รูปที่ 9 (ก) หน้าตัดของแก้มยางล้อไร้ลมและชั้นลวด (ข) หน้าตัดของเอลิเมนต์แก้มยางล้อไร้ลมและชั้นลวด



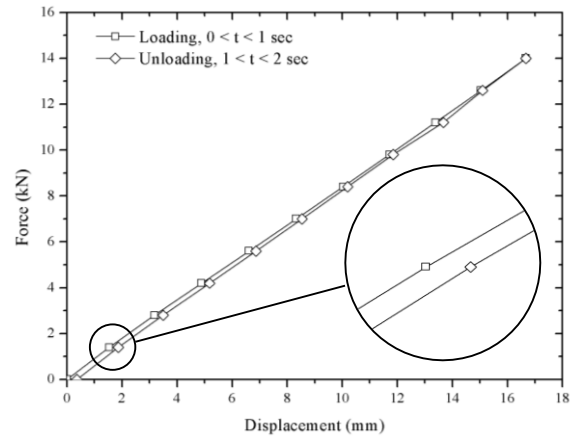
รูปที่ 10 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์การสูญเสียฮีสเตอร์ซิสของยางล้อไร้ลม

โหนดที่เส้นรอบวงในสุดของโครงสร้างซี่ล้อยางล้อไร้ลมจะถูกกำหนดให้ไม่มีการเคลื่อนที่ (Fixed) เพื่อให้สามารถคำนวณความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่ใช้ในการกดยางล้อไร้ลมและระยะยุบที่เวลาต่างๆ ได้ เงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของการสูญเสียฮีสเตอร์ซิสของยางล้อไร้ลมสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 11 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงและระยะยุบของแบบจำลองการสูญเสียฮีสเตอร์ซิสของยางล้อไร้ลมที่เวลาในการกด $0 < t < 2$ sec และแรงกด $0 < F < 14$ kN สามารถแสดงเป็นกราฟได้ดังรูปที่ 12 และผลการจำลองระยะยุบและการเสียรูปของยางล้อไร้ลมที่แรง 1.4 kN และเวลา 0.1 sec และ 1.9 sec สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 13

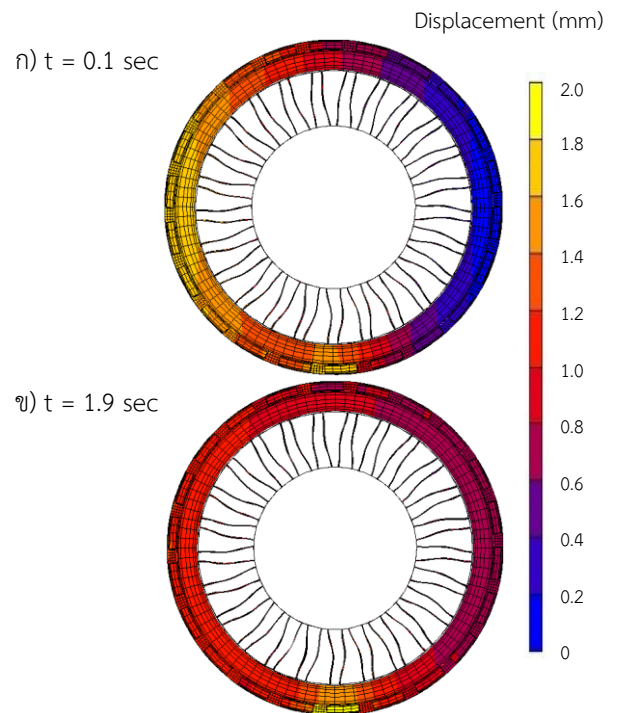
จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงและระยะยุบของแบบจำลองการสูญเสียฮีสเตอร์ซิสของยางล้อไร้ลม พบว่าแบบจำลองมีพฤติกรรมการสูญเสียฮีสเตอร์ซิสดังจะเห็นได้จากวงรอบฮีสเตอร์ซิส (Hysteresis Loop) ที่เกิดขึ้นในระหว่างกดและการคืนรูปของยางล้อไร้ลม ผลการคำนวณความต่างของพื้นที่ใต้กราฟวงรอบฮีสเตอร์ซิสของแรงและระยะยุบสามารถคิดเป็นการสูญเสียพลังงานฮีสเตอร์ซิสเท่ากับ 3.13812 J ต่อหนึ่งวัฏจักรการเสียรูปหรือ 1 รอบการหมุนของยางล้อไร้ลม



รูปที่ 11 เงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์การสูญเสียฮีสเตอร์ซิสของยางล้อไร้ลม



รูปที่ 12 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงและระยะยุบของแบบจำลองการสูญเสียฮีสเตอร์ซิสของยางล้อไร้ลม ที่เวลาในการกด $0 < t < 2$ sec และแรงกด $0 < F < 14$ kN



รูปที่ 13 ผลการวิเคราะห์ระยะยุบและการเสียรูปของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลมที่แรงกด 1.4 kN ที่เวลา ก) $t = 0.1$ sec และ ข) $t = 1.9$ sec

6. สรุปผล

แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลมที่ใช้สมการวัสดุวิสกอสไฮเปอร์อีลาสติกได้ถูกพัฒนาขึ้น โดยแบบจำลองไฮเปอร์อีลาสติกชนิดออกเดนและวิสกอสอีลาสติกชนิดทั่วไปของแมกซ์เวลล์ได้ถูกนำมาจำลองการเสียรูปแบบยืดหยุ่นและไม่ยืดหยุ่นตามลำดับ แบบจำลอง

วิสโคไฮเปอร์อีลาสติกได้ถูกกำหนดให้กับแบบจำลองวัสดุของดอกยางและซีล้อย่างล้อไร้ลมโดยใช้ค่าคงที่จากการวิจัยก่อนหน้า ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้

1) แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นงานทดสอบได้ถูกนำมาวิเคราะห์การทดสอบการผ่อนคลายความเค้น จากผลการวิเคราะห์พบว่าค่าแรงที่ใช้ในการดึงยึดชิ้นงานทดสอบค้ำไว้ที่ระยะ 100 mm มีค่าลดลงอย่างเชื่องช้าและมีค่าเข้าใกล้ค่าคงที่ค่าหนึ่งจนถึงจุดที่ค่าแรงเปลี่ยนแปลงน้อยมากหรือแทบไม่เปลี่ยนแปลงเลย ผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองวิสโคอีลาสติกสามารถนำมาใช้จำลองอิทธิพลของสมบัติวิสโคอีลาสติกในการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์แบบขึ้นกับเวลาได้

2) แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นงานทดสอบได้ถูกนำมาวิเคราะห์การทดสอบการผ่อนคลายความเค้นที่ค่าโมดูลัสเฉือนต่างๆ ได้แก่ 0.0625, 0.125, 0.1875, 0.25 และ 0.3125 จากผลการวิเคราะห์พบว่าค่าโมดูลัสเฉือนที่แตกต่างกันให้ผลค่าแรงสุดท้ายที่ใช้ในการดึงยึดชิ้นงานค้ำไว้ที่ระยะ 100 mm ที่แตกต่างกัน โดยค่าโมดูลัสเฉือนที่มากและน้อยที่สุดจะให้ผลค่าแรงคงที่สุดท้ายที่มากและน้อยที่สุดตามลำดับ

3) แบบจำลองวัสดุวิสโคไฮเปอร์อีลาสติกที่ได้ถูกตรวจสอบความถูกต้องแล้วได้ถูกนำไปสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลมเพื่อศึกษาการจำลองการสูญเสียฮิสเตอร์ซิสของยางล้อไร้ลม และถูกนำไปจำลองการทดสอบความแข็งแรงในแนวตั้ง โดยการกดชิ้นงานด้วยแรง 14 kN และปล่อยให้ชิ้นงานคืนรูปกลับสู่จุดเริ่มต้น จากผลการวิเคราะห์พบว่าแบบจำลองมีพฤติกรรมการสูญเสียฮิสเตอร์ซิสดังจะเห็นได้จากวงรอบฮิสเตอร์ซิส (Hysteresis Loop) ที่เกิดขึ้นในระหว่างกดและการคืนรูปของยางล้อไร้ลมจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงและระยะยุบของแบบจำลองการสูญเสียฮิสเตอร์ซิสของยางล้อไร้ลม

4) แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางล้อไร้ลมที่ได้สร้างขึ้นโดยใช้สมการเชิงโครงสร้างวิสโคไฮเปอร์อีลาสติกสามารถนำไปใช้ในการทำนายพฤติกรรมการสูญเสียพลังงานฮิสเตอร์ซิสของยางล้อไร้ลมได้เท่ากับ 3.13812 J และใช้ในการออกแบบยางล้อไร้ลมเพื่อทำนายความต้านทานต่อการหมุนและการเกิดความร้อนในยางล้อ (Build-Up Heat) ได้ต่อไปในอนาคต

7. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนงบประมาณจากศูนย์วิจัยเทคโนโลยียาง และสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย (สกว.) ภายใต้แผนงานวิจัยนวัตกรรมยางล้อรถเพื่ออุตสาหกรรมยางล้อรถไทยโครงการวิจัยยางล้อไร้ลม 1. การพัฒนาแบบจำลองยางล้อไร้ลมด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สัญญาเลขที่ RDG60T0140

8. เอกสารอ้างอิง

- [1] Andersen, L.G., Larsen, J.K., Fraser, E.S., Schmidt, B. and Dyre, J.C. (2015). Rolling Resistance Measurement and Model Development, *J. Transp. Eng.*, vol. 141, pp. 1-10.
- [2] International Organization for Standardization. ISO 28250:2009. Passenger Car, Truck and Bus Tyres - Methods of Measuring Rolling Resistance - Single Point Test and Correlation of Measurement Results (Geneva: ISO; 2009).
- [3] Yoo, S., Uddin, M.S., Heo, H., Ju, J., and Choi, S.-J. (2017). Thermoviscoelastic Modeling of a Nonpneumatic Tire with a Lattice Spoke. *Proc. Inst. Mech. Eng. D J. Automob. Eng.*, vol. 231, pp. 241-252.
- [4] Ju, J., Veeramurthy, M., Summers, J.D. and Thompson, L. (2013). Rolling Resistance of A Nonpneumatic Tire Having a Porous Elastomer Composite Shear Band, *Tire Science and Technology*, vol. 41(3), pp. 154-173.
- [5] Veeramurthy, M., Ju, J., Thompson, L.L. and Summers, J.D. (2014). Optimisation of Geometry and Material Properties of A Non-Pneumatic Tyre for Reducing Rolling Resistance, *International Journal of Vehicle Design*, vol. 66(2), pp. 193-216.
- [6] Kim, K., Heo, H., Uddin, M.S., Ju, J. and Kim, D.M. (2015). Optimization of Nonpneumatic Tire with Hexagonal Lattice Spokes for Reducing Rolling Resistance, *SAE Technical Paper*. vol. 2015-01-1515, pp. 0148-7191.
- [7] Rugsaj, R. and Suvanjumrat, C. (2018). Finite Element Analysis of Hyperelastic Material Model for Non-Pneumatic Tire, *Key Engineering Materials*, Vol. 775, pp. 554-559.
- [8] Shaw, M.T. and MacKnight, W.J. (2005). *Introduction to Polymer Viscoelasticity*, 3rd ed., John Wiley & Sons, USA.
- [9] Ferry, J.D. (1980). *Viscoelasticity Properties of Polymers*, 3rd ed., John Wiley & Sons, USA.