

การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดสองสมการของ  
ซอฟต์แวร์ OpenFOAM ด้วยการไหลผ่านร่องรูปทรงสี่เหลี่ยม  
Validation of Two-Equation Turbulence Models of OpenFOAM with  
the 3-D Lid-Driven Cavity Flow

กิตติพิศ โลกศุภไพบูลย์<sup>1,2</sup> และ ชاکริต สุวรรณจำรัส<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup> ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล 25/25 ถนนพุทธมณฑลสาย 4 ต. ศาลายา อ. พุทธมณฑล จ. นครปฐม 73170

<sup>2</sup> ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์เพื่อการออกแบบ (LCMD) ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล  
25/25 ถนนพุทธมณฑลสาย 4 ต. ศาลายา อ. พุทธมณฑล จ. นครปฐม 73170

\*ติดต่อ: E-mail chakrit.suv@mahidol.ac.th, เบอร์โทรศัพท์ 02-8892138 ต่อ 6416, เบอร์โทรสาร 02-8892138 ต่อ 6429

### บทคัดย่อ

แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดสองสมการส่งผ่าน ประกอบด้วย แบบจำลอง  $k - \varepsilon$  แบบจำลอง  $k - \omega$  แบบจำลอง  $k - \omega SST$  และแบบจำลอง  $RNG k - \varepsilon$  ซอฟต์แวร์ OpenFOAM ซึ่งเป็นโอเพ่นซอร์สซอฟต์แวร์ (Open Source Software) ที่ไม่มีค่าลิขสิทธิ์การใช้งานและเปิดให้แก้ไขโค้ด (Code) ได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้แบบจำลองความปั่นป่วนเหล่านี้ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดสองสมการ การจำลองการไหลผ่านร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนได้ถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลอง แบบจำลองปริมาตรจำกัด 3 มิติ ของร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมซึ่งถูกสร้างขึ้นมาด้วยการแบ่งเซลล์ตามความกว้าง×ความยาว×ความสูง จำนวน  $60 \times 180 \times 60$  เซลล์ ได้ถูกนำมาวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดสองสมการทั้งหมด ฟังก์ชันผนัง (Wall Function) ได้นำมาใช้บนผนังของโครงสร้างเซลล์ของแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วน ผลการเปรียบเทียบพบว่าแบบจำลอง  $RNG k - \varepsilon$  สามารถแสดงการไหลภายในร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมได้ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากที่สุด ผลการตรวจสอบความถูกต้องแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดสองสมการทำให้ทราบถึงความแม่นยำในการคำนวณการไหลชนิดปั่นป่วนด้วยซอฟต์แวร์ OpenFOAM แบบจำลองความปั่นป่วนภายในซอฟต์แวร์ OpenFOAM จะได้ถูกนำไปใช้ในการจำลองการไหลชนิดปั่นป่วนอื่นๆ ต่อไป

**คำหลัก:** แบบจำลองความปั่นป่วน; ซอฟต์แวร์ OpenFOAM; ร่องรูปทรงสี่เหลี่ยม

### Abstract

The two-equation turbulence models compose of  $k - \varepsilon$ ,  $k - \omega$ ,  $k - \omega SST$ , and  $RNG k - \varepsilon$  model. OpenFOAM is the open source software without the license cost and opening to edit codes had been applied these turbulence models. To validate the two-equation turbulence models, the lid-driven cavity flow model was compared with the experiment. The 3-D finite volume model of lid-driven cavity was created by the cell dividing in width×length×height of  $60 \times 180 \times 60$  cells had been analyzed by the two-equation turbulence models. The wall function was defined on the cell structure wall of each turbulence model. The comparison shown that the  $RNG k - \varepsilon$  model could represent the flow inside lid-driven cavity, good agreement with the experimental results. The validation of the two-equation turbulence models confirmed the accuracy of the turbulent viscous flow simulation by the OpenFOAM. The turbulence models of OpenFOAM will be useful to simulate the other turbulent viscous flows in the further work.

**Keywords:** turbulence model; OpenFOAM; lid-driven cavity.

## 1. บทนำ

สมการนาเวียร์-สโตกส์แบบเฉลี่ยเรย์โนลด์ (Reynolds Averaged Navier-Stoke) หรือ RANS จะได้พจน์ความเค้นเรย์โนลด์ (Reynolds Stress) เกิดขึ้นในการจำลองการไหลปั่นป่วน แบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence Model) ได้ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อการคำนวณพจน์ความเค้นเรย์โนลด์นี้ แบบจำลองความปั่นป่วนที่ได้มีการพัฒนา เช่น แบบจำลองศูนย์สมการ หนึ่งสมการ สองสมการ และเจ็ดสมการ เป็นต้น [1] แบบจำลองความปั่นป่วนได้ถูกพัฒนาขึ้นมาด้วยวิธีปริมาตรจำกัด และนำไปแก้ปัญหาคาร์ไหลปั่นป่วนต่างๆ Hassaan และคณะ [2] ได้วิเคราะห์การไหลของอากาศผ่านรถขนส่งที่มีรูปร่างแบบ boat-tail คือ มีด้านท้ายเล็กกว่ากลางรถโดยใช้ซอฟต์แวร์ ANSYS FLUENT แบบจำลอง  $k - \omega SST$  ถูกนำมาใช้คำนวณความปั่นป่วนของการไหลผ่านรถขนส่งดังกล่าวพบว่าแรงดูดจากการไหลของอากาศผ่านรถรูปร่างแบบนี้จะมีค่าลดลง 50% จากรถที่มีรูปร่างเท่ากันตลอดคัน Altinisik [3] ได้ใช้ซอฟต์แวร์ STAR-CCM+ วิเคราะห์การไหลผ่านพื้นที่ด้านบนของรถยนต์นั่งส่วนบุคคลยี่ห้อ FIAT รุ่น Linea แบบจำลอง  $k - \epsilon$  ได้ถูกนำมาจำลองการไหลของอากาศไหลผ่านรถยนต์รุ่นดังกล่าว และนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดสอบพบว่าค่าสัมประสิทธิ์แรงต้าน (Drag Coefficient) ของแบบจำลองจะมีค่าน้อยกว่าการทดสอบจริง 5.3% - 7.8% Ha และคณะ [4] ได้ศึกษาการลดแรงดูดของรถกระบะขณะขับเคลื่อนด้วยแผ่นครีบบนด้านหลัง (Rear Flap) ซอฟต์แวร์ Fluent 6.3 ได้ถูกนำมาจำลองการไหลของอากาศผ่านรถกระบะที่ได้ติดตั้งแผ่นครีดังกล่าวด้วยแบบจำลอง  $k - \omega SST$  พบว่าค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านจะลดลงเมื่อเพิ่มความยาว และมุมหักงอของแผ่นครีบ Kurec และคณะ [5] ได้ศึกษาการไหลของอากาศผ่านสปอยเลอร์รถยนต์นั่งส่วนบุคคลซึ่งทำให้เพิ่มแรงกด (Downforce) ให้กับตัวรถได้ การศึกษานี้ได้ใช้ซอฟต์แวร์ ANSYS FLUENT จำลองการไหลปั่นป่วนของอากาศผ่านรถยนต์ที่ติดตั้งสปอยเลอร์ด้วยแบบจำลอง *realizable*  $k - \epsilon$  ( $r - k - \epsilon$ ) แบบจำลอง  $k - \omega SST$  แบบจำลอง  $k - k_L - \omega$  และแบบจำลอง *transition*  $SST$  ผลการจำลองได้นำไปตรวจสอบความแม่นยำกับผลการทดสอบแบบจำลองของรถยนต์ในอุโมงค์ลมพบว่า

แบบจำลอง  $r - k - \epsilon$  และ  $k - k_L - \omega$  มีผลการคำนวณใกล้เคียงกับการทดลองมากที่สุด Muiruri และคณะ [6] ได้ทำการเปรียบเทียบการจำลองการไหลผ่านใบพัดกังหันลมด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน 4 แบบ ประกอบด้วย แบบจำลอง  $k - \omega SST$  แบบจำลอง  $RNG k - \epsilon$  แบบจำลอง  $r - k - \epsilon$  และแบบจำลอง Spalart-Allmaras ( $S - A$ ) แบบจำลองการไหลทั้งหมดถูกสร้างด้วยซอฟต์แวร์ ANSYS FLUENT พบว่าการใช้แบบจำลอง  $k - \omega SST$  ให้ผลใกล้เคียงกับข้อมูลที่นำมาเปรียบเทียบมากที่สุด

แบบจำลองความปั่นป่วนเพื่อการคำนวณพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ได้ถูกพัฒนาและประยุกต์ใช้ในงานวิศวกรรมต่างๆ อนึ่งการประยุกต์ใช้งานที่ได้สืบค้นเหล่านี้จำเป็นต้องใช้ซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์ซึ่งมีค่าลิขสิทธิ์ใช้งานสูงจึงทำให้ถูกจำกัดการใช้งานเฉพาะองค์กร งานวิจัยนี้ได้ นำแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดสองสมการส่งผ่านซึ่งมีในโอเพนซอร์สซอฟต์แวร์ที่ไม่มีค่าลิขสิทธิ์การใช้งาน (ซอฟต์แวร์ OpenFOAM) มาตรวจสอบความถูกต้องเพื่อให้เกิดความมั่นใจที่จะนำแบบจำลองความปั่นป่วนเหล่านี้ไปใช้กับการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมได้ต่อไป

## 2. แบบจำลองความปั่นป่วนสองสมการ

แบบจำลองความปั่นป่วนได้มีการพัฒนาขึ้นเพื่อนำมาประมาณพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ การประมาณค่าของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ของแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วนจำเป็นต้องใช้สมการการส่งผ่าน (Transport Equation) เป็นจำนวนที่ไม่เท่ากัน ดังนั้นแบบจำลองสองสมการ (Two-Equation Model) จึงประกอบด้วยแบบสมการการส่งผ่านที่ถูกนำมาใช้ในการประมาณค่าพจน์ความเค้นของเรย์โนลด์จำนวนสองสมการนั่นเอง

### 2.1 แบบจำลอง $k - \epsilon$

แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดที่ต้องใช้สมการการส่งผ่านจำนวนสองสมการซึ่งเป็นที่รู้จักและได้รับความนิยมนำมาใช้งานอย่างกว้างขวาง ได้แก่ แบบจำลอง  $k - \epsilon$  สาเหตุที่แบบจำลอง  $k - \epsilon$  ได้รับความนิยมจำลองการไหลแบบปั่นป่วนเนื่องมาจากเป็นแบบจำลองที่สามารถใช้งานได้ง่ายและมีความสะดวกในการคำนวณแบบจำลอง  $k - \epsilon$  จะประกอบด้วยสมการพลังงานจลน์ปั่นป่วน (Turbulence Kinetic Energy) และสมการ

อัตราการกระจาย (Dissipation Rate) ดังแสดงด้วย

สมการ (1) และ (2) ตามลำดับ [7]

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \text{div}(\rho k \bar{U}) = \text{div} \left( \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \cdot \nabla k \right) + 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - \rho \varepsilon \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \text{div}(\rho \varepsilon \bar{U}) = \text{div} \left( \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot \nabla \varepsilon \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2)$$

โดย

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_i} \right) \quad (3)$$

$$\overline{U'_i U'_j} = \frac{2}{3} \delta_{ij} k - \frac{2\mu_t S_{ij}}{\rho} \quad (4)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

เมื่อ  $C_\mu = 0.09$ ,  $\sigma_k = 1.00$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1.30$ ,  $C_1 = 1.44$  และ  $C_2 = 1.92$

สภาวะขอบเขต (Boundary Condition) ของพลังงานจลน์ปั่นป่วน และอัตราการกระจายในชั้นย่อยหนืดแสดงได้ดังสมการ (6) และ (7) ตามลำดับ

$$k = u_\tau^2 C_\mu^{-1/2} \quad (6)$$

$$\varepsilon = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\kappa y} \quad (7)$$

โดย

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (8)$$

เมื่อ  $\kappa = 0.41$

## 2.2. แบบจำลอง $k - \omega$

แบบจำลอง  $k - \omega$  เป็นแบบจำลองที่มีสมการการส่งผ่านจำนวนสองสมการเช่นเดียวกับแบบจำลอง  $k - \varepsilon$  Wilcox [8, 9] ได้พัฒนาแบบจำลอง  $k - \omega$  ซึ่งประกอบด้วยสมการพลังงานจลน์ปั่นป่วน และสมการการส่งผ่านของความถี่ปั่นป่วน (Turbulence Frequency) ดังสมการ (9) และ (10) ตามลำดับ

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \text{div}(\rho k \bar{U}) = \text{div} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \cdot \nabla k \right) + 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \delta_{ij} - \beta^* \rho k \omega \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \text{div}(\rho \omega \bar{U}) = \text{div} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \cdot \nabla \omega \right) + \gamma_1 \left( 2\rho S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \rho \omega \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \delta_{ij} \right) - \beta \rho \omega^2 \quad (10)$$

โดย

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \quad (11)$$

$$\omega = \frac{\varepsilon}{k} \quad (12)$$

เมื่อ  $\sigma_k = 2.00$ ,  $\sigma_\omega = 2.00$ ,  $\gamma_1 = 0.553$ ,  $\beta = 0.075$  และ  $\beta^* = 0.09$

สภาวะขอบเขตของพลังงานจลน์ปั่นป่วนจะเหมือนกับแบบจำลอง  $k - \varepsilon$  ในขณะที่ความถี่ปั่นป่วนกรณีโหนดของเซลล์ที่ติดผนังอยู่ในชั้นย่อยหนืด ( $y^+ < 5$ ) และในชั้นย่อยเฉื่อย ( $30 < y^+ < 200$ ) แสดงได้ดังสมการ (13) และ (14) ตามลำดับ

$$\omega = \frac{6\nu}{\beta y^2} \quad (13)$$

$$\omega = \frac{u_\tau}{\kappa C_\mu^{1/2} y} \quad (14)$$

## 2.3 แบบจำลอง $k - \omega$ SST

แบบจำลอง  $k - \omega$  SST ได้ถูกพัฒนาโดย Menter [10] ซึ่งประกอบด้วยสมการพลังงานจลน์ปั่นป่วน และสมการการส่งผ่านของความถี่ปั่นป่วนดังสมการ (15) และ (16) ตามลำดับ

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \text{div}(\rho k \bar{U}) = \text{div} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \cdot \nabla k \right) + 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \delta_{ij} - \beta^* \rho k \omega \quad (15)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \text{div}(\rho \omega \bar{U}) = \text{div} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \cdot \nabla \omega \right) + \gamma_1 \left( 2\rho S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \rho \omega \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \delta_{ij} \right) - \beta \rho \omega^2 + \frac{2\rho}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial X_k} \frac{\partial \omega}{\partial X_k} \quad (16)$$

โดย

$$\mu_t = \frac{a_1 \rho k}{\max(a_1 \omega, \sqrt{2S_{ij} S_{ij} F_2})} \quad (17)$$

เมื่อ  $\sigma_k = 1.00$ ,  $\sigma_{\omega 1} = 2.00$ ,  $\sigma_{\omega 2} = 1.17$ ,  $\gamma_1 = 0.44$ ,  $\beta = 0.083$  และ  $\beta^* = 0.09$

สภาวะขอบเขตของพลังงานจลน์ปั่นป่วน และความถี่ปั่นป่วนจะเหมือนกับแบบจำลอง  $k - \omega$

## 2.4 แบบจำลอง $RNG k - \varepsilon$

แบบจำลอง Renormalization Group (RNG)  $k - \varepsilon$  หรือแบบจำลอง  $RNG k - \varepsilon$  ถูกพัฒนาเพื่อใช้กับการไหลที่มีค่าตัวเลขเรย์โนลด์สูงๆ โดย Yakhot และคณะ [11] หรือแบบจำลอง  $RNG k - \varepsilon$  จะประกอบด้วยสมการความปั่นป่วนของพลังงานจลน์ และสมการการอัตราการกระจายดังแสดงด้วยสมการ (18) และ (19) ตามลำดับ

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \text{div}(\rho k \bar{U}) &= \text{div} \left( \alpha_k \left( \mu + \rho C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \cdot \nabla k \right) - \tau_{ij} \cdot S_{ij} - \rho \varepsilon \quad (18) \\ \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \text{div}(\rho \varepsilon \bar{U}) &= \text{div} \left( \alpha_{\varepsilon} \left( \mu + \rho C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \cdot \nabla \varepsilon \right) - C_{\varepsilon 1} \rho \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \cdot S_{ij} \\ &\quad - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (19) \end{aligned}$$

โดย

$$\tau_{ij} = \overline{U'_i U'_j} = \frac{2}{3} \delta_{ij} k - \frac{2\mu_t S_{ij}}{\rho} \quad (20)$$

$$\mu_t = \rho C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (21)$$

เมื่อ  $\alpha_k = 1.39$ ,  $\alpha_{\varepsilon} = 1.39$ ,  $C_{\varepsilon 1} = 1.42$ ,  $C_{\varepsilon 2} = 1.68$

สภาวะขอบเขตของพลังงานจลน์ปั่นป่วน และอัตราการกระจายจะเหมือนกับแบบจำลอง  $k - \varepsilon$

## 3. แบบจำลองการไหลผ่านร่องรูปทรงสี่เหลี่ยม

การสร้างแบบจำลองการไหลผ่านร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมจะใช้วิธีปริมาตรจำกัด (Finite Volume Method) เพื่อคำนวณการไหลแบบปั่นป่วน

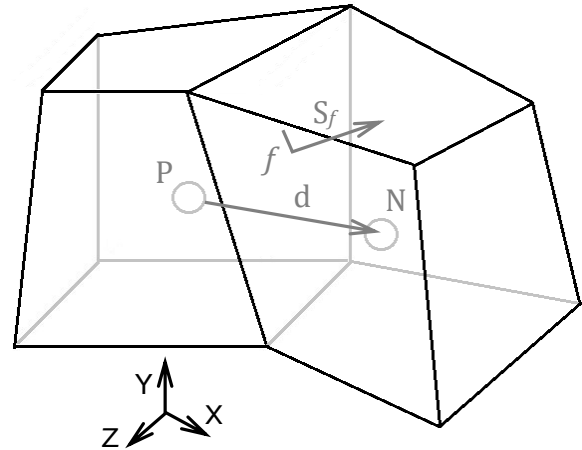
### 3.1 วิธีปริมาตรจำกัด

สมการการไหลปั่นป่วนของของไหลไม่อัดตัวแสดงได้ดังสมการ (22)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \text{div}(\bar{\theta} \bar{U}) &= \frac{1}{\rho} \text{div}(\Gamma \cdot \nabla \bar{\theta}) + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial(-\rho u' \bar{\theta}')}{\partial X} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial(-\rho v' \bar{\theta}')}{\partial Y} + \frac{\partial(-\rho w' \bar{\theta}')}{\partial Z} \right) + S_{\bar{\theta}} \quad (22) \end{aligned}$$

เมื่อ  $\bar{\theta}$  คือ คุณสมบัติเฉลี่ยของการไหลใด ๆ

วิธีปริมาตรจำกัดจะต้องสร้างสมการไม่ต่อเนื่องจากการไหลปั่นป่วนให้สอดคล้องกับรูปร่างเซลล์ภายในโครงสร้างเซลล์ของการไหลใด ๆ ในรูปที่ 1



รูปที่ 1 ตัวอย่างส่วนประกอบของเซลล์ภายในโดเมนการไหลใด ๆ

พจน์ลาปลาเซียนจากสมการ (22) สามารถใช้วิธีการประมาณเชิงเส้นด้วยการอินทิเกรตตลอดเซลล์ที่สนใจใด ๆ (เซลล์ P) ภายในโครงสร้างเซลล์ดังสมการ (23)

$$\begin{aligned} \int \nabla \cdot (\Gamma \nabla \bar{\theta}) dV &= \int dS \cdot (\Gamma \nabla \bar{\theta}) \\ &= \sum_f \Gamma_f S_f \cdot (\nabla \bar{\theta})_f \quad (23) \end{aligned}$$

โดย

$$S_f \cdot (\nabla \bar{\theta})_f = |S_f| \frac{\bar{\theta}_N - \bar{\theta}_P}{|d|} \quad (24)$$

พจน์การพาของสมการ (22) สามารถนำมาประมาณเชิงเส้นด้วยการอินทิเกรตตลอดเซลล์ P ภายในโครงสร้างเซลล์ทำให้ได้สมการไม่ต่อเนื่องดังแสดงด้วยสมการ (25)

$$\begin{aligned} \int \nabla \cdot (\rho U \bar{\theta}) dV &= \int dS \cdot (\rho U \bar{\theta}) \\ &= \sum_f S_f \cdot (\rho U)_f \bar{\theta}_f \quad (25) \end{aligned}$$

พจน์การไม่คงที่กับเวลาของสมการ (22) สามารถนำมาประมาณเชิงเส้นแบบ Euler ด้วยการอินทิเกรตตลอดเซลล์ P ภายในโครงสร้างเซลล์ทำให้ได้สมการไม่ต่อเนื่องดังแสดงด้วยสมการ (26)

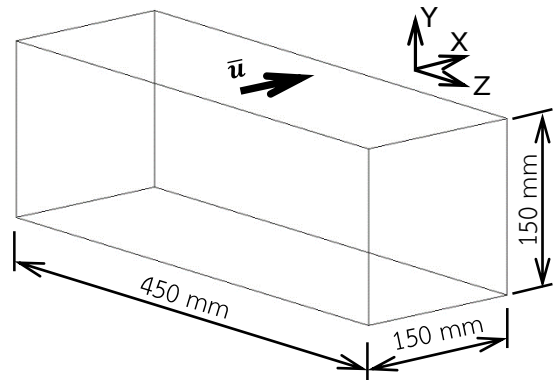
$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \bar{\theta} dV = \frac{\rho_P \bar{\theta}_P \dot{V}_P - \rho_P \bar{\theta}_P V_P}{\Delta t} \quad (26)$$

เมื่อ  $\rho_P$  คือ ความหนาแน่นของเซลล์ P เมื่อเวลาเท่ากับ  $t$   
 $V_P$  คือ ปริมาตรของเซลล์ P เมื่อเวลาเท่ากับ  $t$   
 $\bar{\theta}_P$  คือ ผลเฉลยที่โหนด P เมื่อเวลาเท่ากับ  $t$  ใดๆ  
 $\rho_P$  คือ ความหนาแน่นของเซลล์ P เมื่อเวลาเท่ากับ  $t+\Delta t$   
 $\bar{\theta}_P$  คือ ผลเฉลยที่โหนด P เมื่อเวลาเท่ากับ  $t+\Delta t$  และ  
 $\dot{V}_P$  คือ ปริมาตรของเซลล์ P เมื่อเวลาเท่ากับ  $t+\Delta t$

พจน์ความดันเรย์โนลด์จะประมาณด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดสองสมการส่งผ่านซึ่งสามารถนำมาอินทิเกรตตลอดเซลล์ P ภายในโครงสร้างเซลล์ทำให้ได้สมการไม่ต่อเนื่องของแต่ละพจน์เช่นเดียวกับตัวแปรอื่นๆ ( $\bar{U}$  และ  $p$ ) ดังแสดงด้วยสมการ (23) – (26) อนึ่งการคำนวณค่าตอบของสมการโมเมนตัมของการไหลชนิดด้วยระบบกริดเฉียงจะใช้วิธีการทำซ้ำแบบ PISO [12]

### 3.2 การตรวจสอบความถูกต้อง

โดเมนการไหลของน้ำผ่านร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมมีความกว้าง×ความยาว×ความสูง เท่ากับ 150×450×150 mm จะเป็นโดเมนการไหล 3 มิติ แสดงดังรูปที่ 2 ตามการทดลองของ Koseff และ Street [13] น้ำมีความหนาแน่น 997.05 kg/m<sup>3</sup> และความหนืดไคน์มาติกเท่ากับ 0.89×10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>/s การไหลด้วยความเร็วคงที่ 0.05953 m/s ของน้ำผ่านด้านบนของร่องสี่เหลี่ยมตามความกว้าง 0.15 m ทำได้โดยใช้การหมุนของสายพานซึ่งติดตั้งด้านบนของร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมบรรจุน้ำ ซึ่งจะทำให้การไหลนี้มีค่าตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1×10<sup>4</sup> และเป็นกริดการนำเซลล์รูปทรงสี่เหลี่ยมมาแบ่งโดเมนการไหลจนกระทั่งระยะโหนดของเซลล์ติดผนังทำให้มีค่า  $y^+$  เท่ากับ 5 ดังนั้นจะต้องแบ่งโดเมนด้วยเซลล์ขนาดเท่าๆกันโดยกระจายอย่างสม่ำเสมอตาม ความกว้าง×ความยาว×ความสูง เป็นจำนวน 60×180×60 เซลล์ ตามลำดับผนังของโครงสร้างเซลล์จะกำหนดสภาวะขอบเขตเริ่มต้นของความเร็วเป็น No-Slip ซึ่งมี  $\bar{U} = 0$  ทุกด้าน ยกเว้น



รูปที่ 2 โดเมนการไหลของน้ำผ่านร่องรูปทรงสี่เหลี่ยม

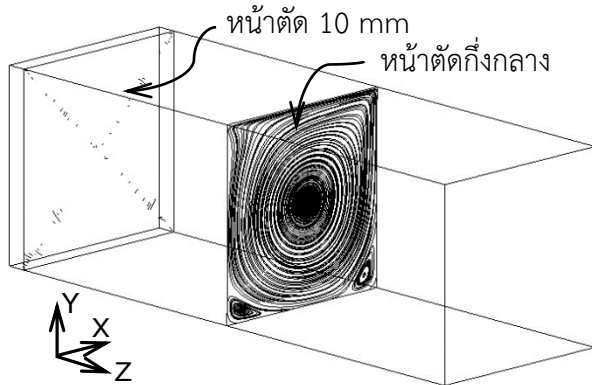
ผนังด้านบนจะกำหนดความเร็วตามแนวความกว้าง ( $\bar{u}$ ) เท่ากับ 0.05953 m/s สภาวะขอบเขตเริ่มต้นของความดันจะกำหนดให้มีค่าความชันความดันเท่ากับศูนย์ ( $\nabla p = 0$ ) ทุกด้านของผนัง ยกเว้นด้านบนจะกำหนดให้มีค่าความดันเท่ากับศูนย์

สภาวะขอบเขตเริ่มต้นของพลังงานจลน์ปั่นป่วน ( $k$ ) อัตราการกระจาย ( $\epsilon$ ) และความถี่ปั่นป่วน ( $\omega$ ) จะกำหนดฟังก์ชันผนัง (Wall Function) ให้เป็นตามสมการดังที่ได้กล่าวไปในหัวข้อที่ 2

### 4. ผลการทดลองและวิจารณ์

การจำลองการไหลภายในร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมไม่คงที่กับเวลาจะเริ่มต้นคำนวณที่เวลา 0 วินาที จนกระทั่งถึงเวลา 120 วินาที ร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมมีน้ำไหลผ่านด้านบนด้วยความเร็วคงที่ 0.05953 m/s จากอิทธิพลของสายพาน ที่เวลา 90 วินาที ที่ตำแหน่งกึ่งกลางความยาวของร่องสี่เหลี่ยม และที่ระยะห่างจากด้านท้าย 10 mm จะแสดงผลโดยใช้เส้นกระแสภายในหน้าต่าง 2 มิติ ดังรูปที่ 3 พบว่าเส้นกระแสจะเกิดขึ้นได้อย่างต่อเนื่องเฉพาะบนหน้าต่างที่ตำแหน่งกึ่งกลางของร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมเท่านั้น สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เนื่องมาจากอิทธิพลความหนืดของผนังด้านท้ายของร่องรูปทรงสี่เหลี่ยม จุดศูนย์กลางการหมุนของกระแสการไหลภายในร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมจะเกิดขึ้นและเคลื่อนที่ไปอยู่ที่กึ่งกลางหน้าต่างแสดงได้ในรูปที่ 4 ซึ่งตรงกันกับการใช้เทคนิคการมองเห็นการไหลของ Rhee และคณะ [14] เมื่อนำผลของเส้นกระแสการไหลที่จากตำแหน่งกึ่งกลางที่เวลา 90 วินาที ซึ่งคำนวณได้จาก

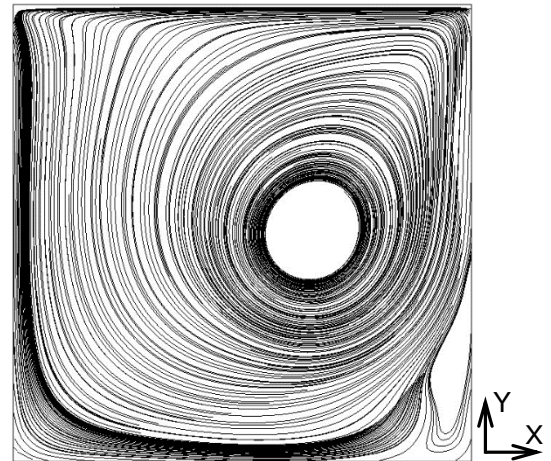




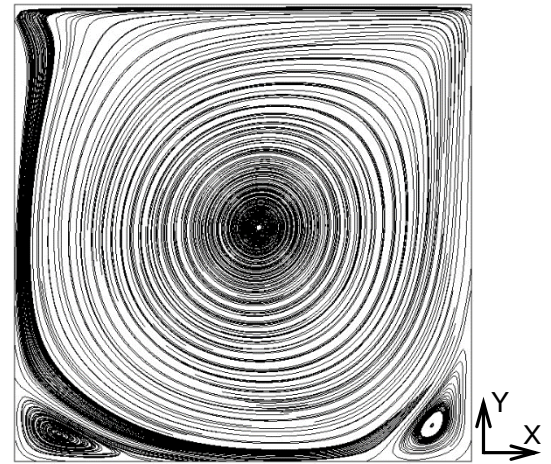
รูปที่ 3 เส้นกระแสการไหลของน้ำภายในหน้าตัดที่ตำแหน่งกึ่งกลางความยาวร่องรูปทรงสี่เหลี่ยม และที่ระยะห่างจากด้านท้าย 10 mm ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน  $k - \epsilon$

แบบจำลองแต่ละชนิดมาเปรียบเทียบกันดังแสดงในรูปที่ 5 พบว่า แบบจำลอง  $RNG k - \epsilon$  จะแสดงเส้นกระแสหมุนวน (Eddy Stream) ได้ใกล้เคียงกับการทดลองของ Koseff และ Street [13] มากที่สุด ทำให้เห็นกระแสหมุนวนจุดล่างขวา จุดล่างซ้าย และจุดบนซ้าย ตามลำดับได้อย่างชัดเจน ถึงแม้ว่าแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดอื่นจะคำนวณการเกิดกระแสการไหลภายในร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมได้ไม่ใกล้เคียงกับผลการทดลอง แต่แบบจำลองเหล่านี้ก็สามารถแสดงกระแสหมุนวนให้เกิดขึ้นที่ตำแหน่งดังกล่าวของหน้าตัดกึ่งกลางร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมได้เช่นกัน เพียงแต่ว่ากระแสหมุนวนจุดล่างซ้ายและขวาของแบบจำลอง  $k - \omega$  และ  $k - \omega SST$  จะเกิดขึ้นตั้งแต่วเวลา 60 วินาที แล้วค่อยๆ สลายไปเมื่อเวลาเพิ่มขึ้น ในขณะที่แบบจำลอง  $k - \epsilon$  จะเกิดกระแสหมุนวนจุดบนซ้ายที่เวลา 130 วินาที ซึ่งช้ากว่าการทดลองจริง

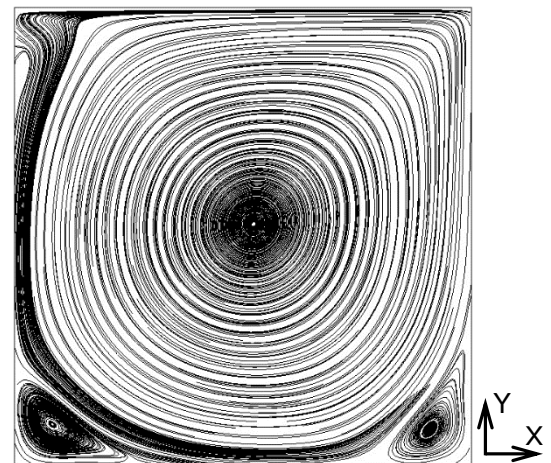
ความเร็วของการไหลบนหน้าตัดกึ่งกลางความยาวของร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมที่คำนวณได้ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนถูกนำมาแยกตามแกน X และ Y เป็นความเร็ว  $u$  และ  $v$  ตามลำดับ เมื่อนำความเร็ว  $u$  และ  $v$  ที่ตำแหน่งกึ่งกลางความกว้างและความสูงไปพล็อตเป็นกราฟเปรียบเทียบกับผลการทดลองดังแสดงในรูปที่ 6 พบว่าแบบจำลองความปั่นป่วนแต่ละชนิดมีค่าคลาดเคลื่อนจากการทดลองสรุปได้ในตารางที่ 1



(ก)

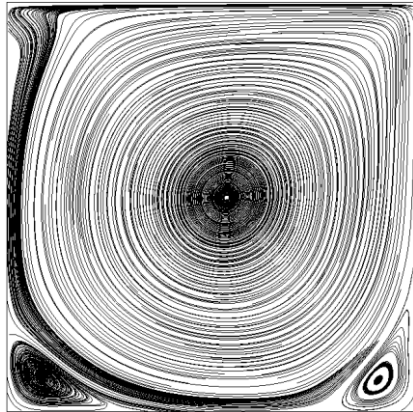


(ข)

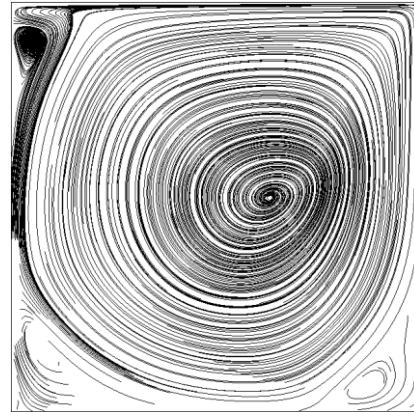


(ค)

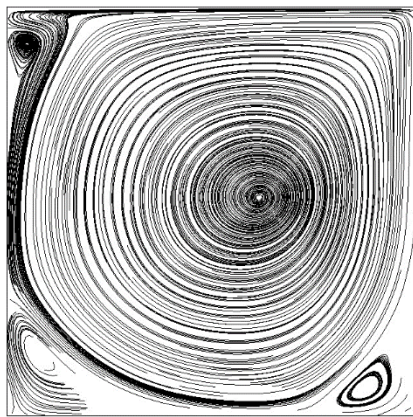
รูปที่ 4 จุดศูนย์กลางการหมุนของเส้นกระแสการไหลภายในหน้าตัดด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน  $k - \epsilon$  ที่เวลา (ก) 30 วินาที (ข) 60 วินาที และ (ค) 120 วินาที



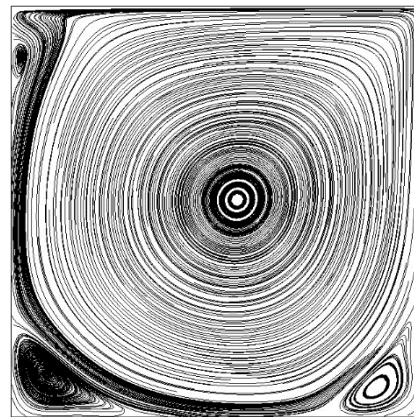
(ก)



(ข)



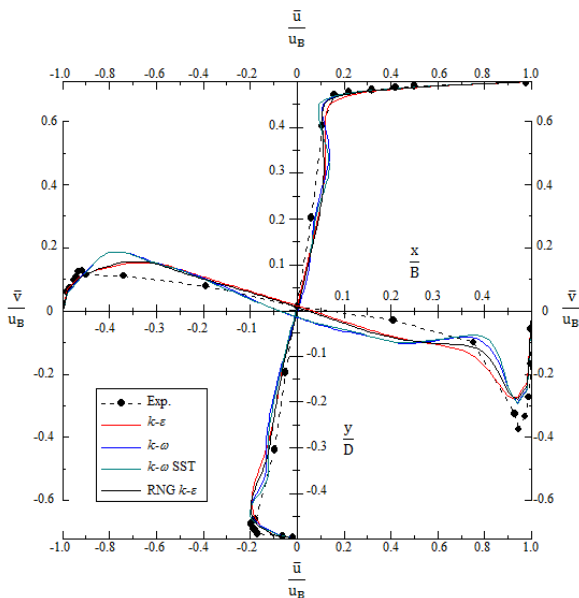
(ค)



(ง)



รูปที่ 5 เส้นกระแสการไหลของน้ำภายในหน้าตัดที่ตำแหน่งกึ่งกลางความยาวร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน (ก)  $k - \epsilon$  (ข)  $k - \omega$  (ค)  $k - \omega$  SST และ (ง)  $RNG k - \epsilon$



รูปที่ 6 กราฟความเร็วเฉลี่ย  $\bar{u}$  และ  $\bar{v}$  บนหน้าตัดกึ่งกลางของร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมที่เวลา 60 วินาที

ตารางที่ 1 ค่าความคลาดเคลื่อนของความเร็ว

Turbulence Model	Difference	
	$\bar{v}/u_B$	$\bar{u}/u_B$
$k - \epsilon$	0.0393948	0.0440471
$k - \omega$	0.0397113	0.0368046
$k - \omega$ SST	0.0419778	0.0339588
$RNG k - \epsilon$	0.0376504	0.0364825

## 5. สรุปผล

การประยุกต์แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดสองสมการ เพื่อนำมาวิเคราะห์กระแสการไหลของน้ำภายในร่องรูปทรงสี่เหลี่ยม พร้อมด้วยการใช้ฟังก์ชันผนังของซอฟต์แวร์ OpenFOAM พบว่า แบบจำลอง  $RNG k - \epsilon$  จะสามารถแสดงการเกิดกระแสมวนวนที่จุดล่างขวา จุดล่างซ้าย และจุดบนซ้าย เรียงเป็นลำดับได้ใกล้เคียงกับการทดลองจริง ในขณะที่แบบจำลอง  $k - \epsilon$ ,



$k - \omega$  และ  $k - \omega SST$  ก็สามารถแสดงกระแสไหลวนได้เช่นกันแต่พฤติกรรมการไหลจะเข้าสู่สภาวะสมบูรณ์ (Fully Developed Condition) เร็วกว่าแบบจำลอง  $RNG k - \epsilon$  อย่างไรก็ตามความเร็วของกระแสไหลวนภายในร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมของแบบจำลองสองสมการทั้งหมดมีค่าใกล้เคียงกับการทดลองมาก ซึ่งใช้เวลา 60 วินาที ค่าความเร็วที่ตำแหน่งกึ่งกลางความกว้างและความสูงของหน้าตัดกึ่งกลางความยาวร่องรูปทรงสี่เหลี่ยมมีค่าคลาดเคลื่อนจากการทดลองเฉลี่ยเท่ากับ 0.038753

#### 6. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับเงินสนับสนุนจากสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัยและบริษัทพัฒนาซีอีอาร์เอ็ม จำกัด ภายใต้โครงการพัฒนานักวิจัยและงานวิจัยเพื่ออุตสาหกรรม (พวอ.) สัญญาเลขที่ PHD61I0003

#### 7. เอกสารอ้างอิง

[1] Versteeg, H.K. and Malalasekera, D.C. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*, Prentice Hall, England.

[2] Hassaan M., Badlani D. and Nazarinia M. (2018). On the effect of boat-tails on a simplified heavy vehicle geometry under crosswinds, *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*, vol. 183, December 2018, pp. 172 – 186.

[3] Altinisik A. (2017). Aerodynamics coastdown analysis of a passenger car for various configurations, *International Journal of Automotive Technology*, vol. 18(2), April 2017, pp. 245 – 254.

[4] Ha J., Jeong S. and Obayashi S. (2011). Drag reduction of a pickup truck by a rear downward flap, *International Journal of Automotive Technology*, vol. 12(3), June 2011, pp. 369 – 374.

[5] Kurec K., Remer M., Mayer T., Tudruj S. and Piechna J. (2019). Flow control for a car-mounted

rear wing, *Mechanical Sciences*, vol. 152, March 2019, pp. 384 – 399.

[6] Muiruri P.I., Motsamai O.S. and Ndeda R. (2019). A comparative study of RANS-based turbulence models for an upscale wind turbine blade, *SN Applied Sciences*, vol. 1(5), February 2019, 1-237.

[7] Launder B.E. and Spalding D.B. (1974). The Numerical Computation of Turbulent Flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 3(2), March 1974, pp. 269 – 289.

[8] Wilcox D.C. (1993). *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, California.

[9] Wilcox D.C. (2008). Formulation of the  $k - \omega$  turbulence model revisited, *AIAA Journal*, vol. 46(11), November 2008, pp. 2823 – 2838.

[10] Menter F.R. (1993). Zonal two equation  $k - \omega$  turbulence models for aerodynamic flows, paper presented in *Proceedings of 23<sup>rd</sup> Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Laser Conference*; Orlando, FL, U.S.A.

[11] Yakhot V., Thangam S., Gatski T.B., Orszag S.A. and Speziale C.G. (1992). Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique, *Physic of Fluids A: Fluid Dynamics*, vol. 4(7), August 1992, pp. 1510 – 1520.

[12] ชาคริต สุวรรณจรัส. (2561). *พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัด*, สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยมหิดล, นครปฐม.

[13] Koseff J.R. and Street R.L. (1984). The lid-driven cavity flow: a synthesis of qualitative and quantitative observations, *Transactions of the ASME*, vol. 106, December 1984, pp. 390 – 398.

[14] Rhee H.S., Koseff J.R. and Street R.L. (1984). Flow visualization of a recirculating flow by rheoscopic liquid and liquid crystal techniques, *Experiments in Fluids*, vol. 2(2), June 1984, pp. 57 – 64.