

การศึกษาการคำนวณค่าประสิทธิภาพการนำความร้อนในวัสดุพอร์นเม็ดกลมอัดแน่น
กรณีค่าความพรุนเปลี่ยนแปลงโดยวิธีการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์
Study of the Calculation of Effective thermal conductivity in Packed-beds
Spherical Porous Media with Various the Porosity using finite difference method

ไพลิน หาญขุนทด¹, จัตุพล ป้องกัน¹, สรุเดช ลินจะโป๊ะ¹, ธนากร ภูเงินขำ² และบัณฑิต กฤตาคม^{1*}

ห้องปฏิบัติการวิจัยการพัฒนาในเทคโนโลยีของวัสดุพอร์น

(Development in Technology of Porous Materials Research Laboratory: DiTo-Lab)

¹สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน

744 ถนนสุนทรารายณ์ ตำบลในเมือง อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา 30000

²สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน

744 ถนนสุนทรารายณ์ ตำบลในเมือง อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา 30000

*ติดต่อ: E-mail: pilin.ha@rmuti.ac.th และ bundit.kr@rmuti.ac.th โทรศัพท์ 044 233 073 โทรสาร 044 233 074

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการศึกษาการคำนวณแบบหนึ่งมิติเพื่อหาค่าประสิทธิภาพการนำความร้อน (k_{eff}) ของวัสดุพอร์นเม็ดกลมอัดแน่น โดยใช้วิธีการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ที่อยู่ในสภาวะคงที่ วัสดุพอร์นที่เลือกมาคำนวณ คือ เม็ดเหล็กกลม แต่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง (d) แตกต่างกัน 4 ขนาด คือ 0.20, 0.50, 1.00 และ 1.30 cm ส่งผลให้มีค่าความพรุน (ϵ) เท่ากับ 0.36, 0.38, 0.40 และ 0.42 ตามลำดับ พลังงานความร้อนที่ให้แก่ระบบ คือ 95 W แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการคำนวณแบ่งเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงที่หนึ่งเป็นการรับความร้อนทำมาจากเซรามิกส์ ขนาดความหนา 0.1 cm ช่วงที่สองเป็นวัสดุพอร์นที่มีขนาด 3 cm x 10 cm ช่วงสุดท้ายเป็นช่วงระบบระบายความร้อนทำมาจากเซรามิกส์ ขนาดความหนา 0.1 cm เพื่อใช้ระบายความร้อนอุณหภูมิตลอดทั้งแผ่น ที่อุณหภูมิ 25 °C จากผลการคำนวณพบว่าโครงสร้างทางอุณหภูมิ (θ_x) ตลอดความยาวในแนวแกน (X) มีแนวโน้มลดลง เมื่อค่าความพรุน ϵ เพิ่มขึ้นทำให้ค่าประสิทธิภาพการนำความร้อน (k_{eff}) ของวัสดุพอร์นเม็ดกลมอัดแน่นมีแนวโน้มลดลง ผลการเปรียบเทียบของค่า k_{eff} ที่ได้ที่จากสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ($k_{eff, pre}$) และค่าที่ได้จากสมการทั่วไป ($k_{eff, nor} = \epsilon k_{gas} + (1-\epsilon) k_{solid}$) พบว่า $k_{eff, pre}$ มากกว่า $k_{eff, nor}$ เล็กน้อย จึงอาจกล่าวได้ว่าแบบจำลองที่สร้างขึ้นมีความแม่นยำและสามารถใช้งานได้น่าเชื่อถือ

คำหลัก: ค่าประสิทธิภาพการนำความร้อน; ค่าความพรุน; วิธีการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

Abstract

This paper proposed the study of one-dimensional calculations to determine the effective thermal conductivity (k_{eff}) of packed-beds spherical porous media using finite differential method at a steady state. The porous material was iron ball with different 4 diameters (d), i. e., 0.20, 0.50, 1.00 and 1.30 cm, having the porosity (ϵ) of 0.36, 0.38, 0.40 and 0.42 respectively. The power heater given to

the system was 95 W. The mathematical model used in the calculation was divided into 3 section. The first section was the heat generator made from 0.1 cm thickness ceramic. The second section was the porous material with size of 3 cm x 10 cm. For the final section, the cooling system was made of 0.1 cm thickness ceramic playing the role as cooling the temperature throughout the sheet to keep at 25 °C. From the calculation, it was found that the temperature structure (θ_x) throughout the axial length (X) tended to decrease when the porosity (ϵ) increased. The thermal conductivity (k_{eff}) of the porous material was decreased. The comparison results of the k_{eff} obtained from the proposed mathematical models, ($k_{eff,pre}$) and obtained from general equations ($k_{eff, nor} = \epsilon k_{gas} + (1-\epsilon) k_{solid}$) was found that $k_{eff, pre}$ was slightly higher than $k_{eff, nor}$. Therefore, it can be said that the model gave accurated prediction and can be used reliably.

Keywords: Effective thermal conductivity; Porosity; Finite difference method.

1. บทนำ

การส่งถ่ายความร้อนผ่านตัวกลางที่มีรูพรุนเป็นที่สนใจอย่างมากในการใช้งานทางเคมี เครื่องกล ธรณีวิทยา สิ่งแวดล้อม และปิโตรเลียม [1] ชั้นของความพรุนถูกนำมาใช้ในระบบระบายความร้อนอุตสาหกรรมจำนวนมาก รวมถึงเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน (heat exchangers) เครื่องอบแห้ง (dryers) เครื่องดูดซับ (absorbers) การกลั่นและหอสกัด (distillation and extraction columns) เครื่องปฏิกรณ์เคมี (chemical reactors) เตาเผาขยะ (incinerators) เตาเผาไหม้ (combustor) กระบวนการความร้อนกลับคืน (heat recovery process) และระบบเก็บความร้อน (heat storage system) [2] การหาค่าประสิทธิภาพการนำความร้อนของวัสดุพรุนชนิดต่าง ๆ เช่น วัสดุเม็ด (granular materials) (บรรจุแบบสุ่ม) วัสดุผสมเส้นใย (fibrous composites) โฟมเซลล์แบบเปิด (opened-cell foam) และวัสดุพรุนเม็ดกลมอัดแน่น (packed-beds) เป็นข้อมูลที่สำคัญในการออกแบบอุปกรณ์ในโรงงานอุตสาหกรรม

ซึ่งในกระบวนการหาค่าประสิทธิภาพการนำความร้อนของวัสดุพรุนโดยทั่วไปจะมีอยู่ 2 รูปแบบในการหาค่า คือ การศึกษาเชิงทดลอง และการทำนายค่าจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สำหรับงานวิจัยที่ผ่านมาส่วนใหญ่มี

การศึกษาเชิงทดลอง [3-6] จะเป็นการสร้างอุปกรณ์การทดลองตามมาตรฐานต่างๆ ทำให้ต้องใช้เวลาในการสร้างชุดอุปกรณ์และมีค่าใช้จ่าย นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่นำเอาทั้งสองรูปแบบร่วมกัน [7] ใช้วิธีการทำนายค่าจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แต่ก็ยังคงต้องใช้ข้อมูลจากการทดลองเข้ามาร่วมด้วย

งานวิจัยที่ผ่านมาส่วนใหญ่จะศึกษาหาค่าประสิทธิภาพการนำความร้อน ด้วยวิธีการทดลองมากกว่าทางคณิตศาสตร์ หรือใช้ทั้งสองวิธีร่วมกัน แต่ก็มีนักวิจัยที่บางกลุ่มที่สนใจแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ [8-11] บทความวิจัยนี้จึงเป็นการศึกษาและนำเสนอวิธีการทำนายค่าจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาค่าประสิทธิภาพการนำความร้อนของวัสดุพรุนเม็ดกลมอัดแน่น ซึ่งวัสดุที่ใช้ คือ เม็ดเหล็กกลม ที่มีค่าความพรุน (ϵ) แตกต่างกัน 4 ค่าได้แก่ 0.20, 0.50, 1.00 และ 1.30 cm ซึ่งเกิดจากกรณีเม็ดเหล็กกลม มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 4 ขนาด คือ 0.36, 0.38, 0.40 และ 0.42 ตามลำดับ

2. รายการสัญลักษณ์

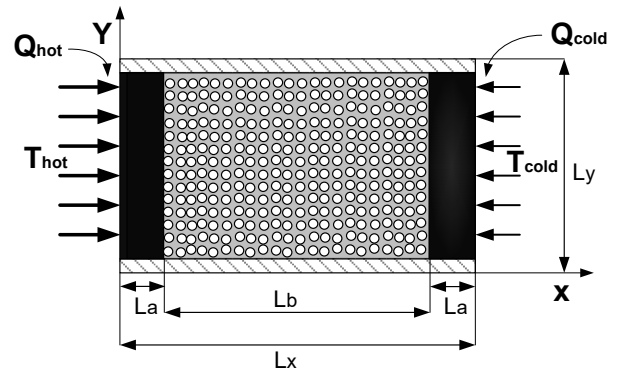
- | | |
|-------|--------------------------|
| L_a | ความยาวของเซรามิกส์ (cm) |
| L_b | ความยาวของวัสดุพรุน (cm) |

L_x	ความยาวทั้งหมดของชุดทดลองในแนวแกน x (cm)
L_y	ความยาวทั้งหมดของชุดทดลองในแนวแกน y (cm)
T_{hot}	อุณหภูมิด้านสูง (°C)
T_{cold}	อุณหภูมิด้านต่ำ (°C)
T	อุณหภูมิที่จุดต่างๆ (°C)
k_{∞}	ค่าการนำความร้อนของเหล็กทึบ ($W/m \cdot ^\circ C$)
k_a	ค่าการนำความร้อนของเซรามิกส์ทึบที่เป็นจุดอ้างอิง ($W/m \cdot ^\circ C$)
k_x	ค่าการนำความร้อนของทั้งหมด ($W/m \cdot ^\circ C$)
$k_{eff,pre}$	ค่าประสิทธิผลการนำความร้อนที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ($W/m \cdot ^\circ C$)
$k_{eff,nor}$	ค่าประสิทธิผลการนำความร้อนที่ได้จากสมการอย่างง่าย ($W/m \cdot ^\circ C$)
Q_{hot}	ค่าการถ่ายโอนความร้อนด้านสูง (W)
Q_{cold}	ค่าการถ่ายโอนความร้อนด้านต่ำ (W)
Δx	ผลต่างของระยะห่างสองจุด (cm)
ΔT	ผลต่างของอุณหภูมิด้านสูงและด้านต่ำ (°C)
ϵ	ค่าความพรุน
θ_x	ตัวแปรไร้หน่วยของอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆ
θ_L	ตัวแปรไร้หน่วยของอุณหภูมิด้านต่ำ
X	ตัวแปรไร้หน่วยของระยะที่ตำแหน่งต่างๆ
λ_x	ตัวแปรไร้หน่วยของค่าการนำความร้อน

3. แบบจำลองทางกายภาพ

รูปที่ 1 แสดงแบบจำลองทางกายภาพของการหาค่าประสิทธิผลการนำความร้อนของวัสดุพรุนชนิดเม็ดกลมอัดแน่น โดยแบบจำลองจะแบ่งเป็น 3 ส่วนคือ ส่วนที่ 1 เป็นการรับความร้อน (T_{hot}) ทำมาจากเซรามิกส์มีความหนา $L_a = 1$ cm ส่วนที่ 2 เป็นวัสดุพรุนที่บรรจุเม็ดเหล็กกลม มีความหนา $L_b = 8$ cm ส่วนที่ 3 เป็นส่วนระบายความร้อน (T_{cold}) ทำมาจากเซรามิกส์และมีความหนา $L_a = 1$ cm จากทั้ง 3 ส่วนเป็นกระบวนการที่ทำให้

อุณหภูมิแตกต่างกัน และทำการหาค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดเพื่อการถ่ายเทความร้อนจากรูปแบบทางกายภาพนี้ จะสมมติฐานที่จำเป็นในการคำนวณ พิจารณาอยู่ในสภาวะคงที่ (Steady state) ของไหลในระบบอัดตัวไม่ได้ (Incompressible flow) พิจารณาแบบ 1 มิติเฉพะแกน x เท่านั้น คุณสมบัติทางกายภาพในช่วงของวัสดุพรุนมีค่าที่ไม่มีค่าคงที่ในระบบ พิจารณาให้อากาศที่แทรกอยู่ในวัสดุพรุนไม่มีการเคลื่อนที่ ไม่พิจารณาการแผ่รังสีความร้อนในช่วงของวัสดุพรุน ไม่คิดผลของความหนืด และไม่คิดผลที่เกิดจากแรงเนื่องจากน้ำหนักของของไหล



รูปที่ 1 แบบจำลองทางกายภาพของการหาค่าประสิทธิผลการนำความร้อนของวัสดุพรุน

4. สมการหลักควบคุม

สมการควบคุมหลัก (Governing equation) ที่ใช้ในชั้นของชุดทดลอง โดยในการคำนวณหาค่าประสิทธิผลการนำความร้อนของวัสดุพรุนชนิดเม็ดกลมอัดแน่น จะใช้เป็นสมการอนุรักษ์เชิงพลังงาน (Conservation of energy) ดังสมการต่อไปนี้

$$\frac{d}{dx} \left(k_x \frac{dT}{dx} \right) = 0 \quad (1)$$

และเงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) สำหรับอุณหภูมิที่จุดต่างๆ สามารถเขียนได้ดังสมการดังนี้

$$T(0) = T_{\text{hot}} \quad (2)$$

$$T(L_x) = T_{\text{cold}} \quad (3)$$

เมื่อสมการหลักถูกแก้ไขจากการกระจายอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆ ทำการหาค่าพลังงานการถ่ายโอนความร้อนกับแบบจำลองทางกายภาพจากสมการดังนี้

$$Q_{\text{hot}} = k_a L_y \left(\frac{T_{\text{hot}} - T_{\text{hot} - \Delta X}}{\Delta X} \right) \quad (4)$$

$$Q_{\text{cold}} = k_a L_y \left(\frac{T_{\text{cold} + \Delta X} - T_{\text{cold}}}{\Delta X} \right) \quad (5)$$

ภายใต้สภาวะคงที่ค่า Q_{hot} และ Q_{cold} ควรมีค่าที่เท่ากันหรือใกล้เคียงกัน ทำการหาค่าการนำความร้อนรวม k_x ของแบบจำลองทางกายภาพจากสมการ (6)

$$k_x = \frac{Q_{\text{hot}} L_x}{L_y (T_{\text{hot}} - T_{\text{cold}})} \quad (6)$$

ทำการหาค่าประสิทธิภาพการนำความร้อนของวัสดุพูนเม็ดกลมอัดแน่น $k_{\text{eff, pre}}$ จากแบบจำลองทางกายภาพ ซึ่งจะมีค่าความพูน ε เข้ามาเกี่ยวข้องในสมการ (7)

$$k_{\text{eff, pre}} = \frac{L_b}{\frac{L_x}{k_x} - \frac{2L_a}{k_a}} (1 - \varepsilon) \quad (7)$$

ตัวแปรของสมการไร้หน่วยต่าง ๆ เพื่อจัดรูปสมการควบคุมหลักให้เป็นไร้หน่วยจะแสดงดังต่อไปนี้

$$\theta_x = \frac{T}{T_{\text{hot}}}, \quad \theta_L = \frac{T_{\text{cold}}}{T_{\text{hot}}}, \quad X = \frac{x}{L_x}, \quad \lambda_x = \frac{k_x}{k_\infty} \quad (8)$$

จากนั้นทำการนำเอาตัวแปรของสมการไร้หน่วยต่าง ๆ หรือสมการที่ (8) แทนลงในสมการควบคุมหลักหรือสมการที่

(1) และเงื่อนไขขอบเขตหรือสมการที่ (2) ถึง (7) จะได้เป็นสมการที่ (9)

$$\frac{d}{dX} \left(\lambda_x \frac{d\theta_x}{dX} \right) = 0 \quad (9)$$

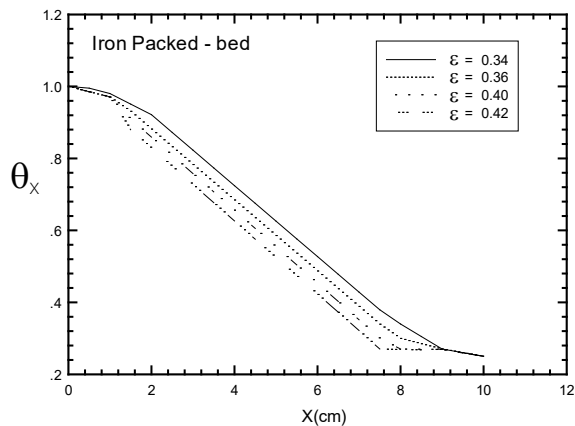
5. วิธีการคำนวณ

บทความวิจัยนี้จะเลือกใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ในการคำนวณหาค่าประสิทธิภาพการนำความร้อนของวัสดุพูนชนิดเม็ดกลมอัดแน่น เพื่อศึกษาอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงค่าความพูนของวัสดุพูน ที่มีผลต่อการกระจายตัวของอุณหภูมิ และการถ่ายโอนความร้อน โดยการทำนายพฤติกรรมคำนวณหาค่าประสิทธิภาพการนำความร้อนของวัสดุพูนชนิดเม็ดกลมอัดแน่น

6. ผลการคำนวณและอภิปรายผล

6.1 อิทธิพลของค่าความพูน ε ที่มีผลต่อ θ_x

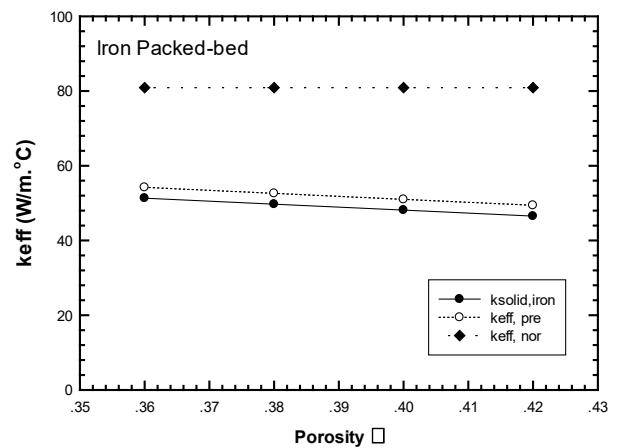
รูปที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะความยาวตามแนวแกน X กับอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆ θ_x ทำการศึกษาในกรณีที่ค่าความพูน ε เท่ากับ 0.36, 0.38, 0.40 และ 0.42 ตามลำดับ จากรูป จะพบว่าอุณหภูมิภายในวัสดุพูนลดลงอย่างเป็นเชิงเส้นตามความยาวในแนวแกน X สอดคล้องกับหลักการอุณหพลศาสตร์ของการถ่ายเทความร้อนจากอุณหภูมิสูง (T_{hot}) ไปยังอุณหภูมิต่ำ (T_{cold}) พิจารณาที่ตำแหน่ง X ใด ๆ พบว่าเมื่อ ค่าความพูนเพิ่มขึ้นจะส่งผลให้อุณหภูมิ θ_x มีค่าต่ำลง



รูปที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่าง X กับ θ_x

6.2 อิทธิพลของค่าความพรุน ϵ ที่มีผลต่อ k_{eff}

รูปที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความพรุน ϵ กับค่าประสิทธิภาพการนำความร้อน (k_{eff}) ค่าความพรุน ϵ เท่ากับ 0.36, 0.38, 0.40 และ 0.42 ตามลำดับ พบว่าเมื่อค่าความพรุน ϵ เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าประสิทธิภาพการนำความร้อนมีค่าลดลงเพราะเมื่อค่าความพรุน ϵ เพิ่มขึ้นอากาศที่แทรกอยู่ภายในวัสดุพรุนก็จะมากขึ้นการถ่ายเทความร้อนก็จะเป็นไปได้ยากขึ้น จึงทำให้ค่าประสิทธิภาพการนำความร้อนมีค่าน้อยลง และเพื่อเป็นการตรวจสอบความแม่นยำของค่าประสิทธิภาพการนำความร้อนที่ได้จากการคำนวณจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และค่าประสิทธิภาพการนำความร้อนที่ได้จากสมการอย่างง่าย ($k_{eff, nor} = \epsilon k_{gas} + (1 - \epsilon)k_{solid}$) จึงได้นำค่าการนำความร้อนของเหล็กทึบ มาทำการเปรียบเทียบพบว่าค่าการนำความร้อนของเหล็กทึบ (k_{solid}) มีค่ามากที่สุดและมีค่าลดลง $k_{eff, pre}$ และ $k_{eff, nor}$ ตามลำดับ และยังพบอีกว่า $k_{eff, pre}$ มีค่าใกล้เคียงกับ $k_{eff, nor}$ เพราะมีการพิจารณาส่วนที่เป็นวัสดุที่ด้านขอบของระบบด้วยจึงอาจส่งผลให้มีค่าสูงกว่า ด้วยเหตุนี้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นนี้มีค่าแม่นยำ



รูปที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่าง ϵ กับ k_{eff} ที่หามาจากวิธีการต่าง ๆ

7. สรุปผลการคำนวณ

จากการศึกษาและหาค่าประสิทธิภาพการนำความร้อน (k_{eff}) ของวัสดุพรุนชนิดเม็ดกลมอัดแน่นจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปผลการศึกษาดังนี้

- 1) โครงสร้างอุณหภูมิ θ_x จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อค่าความพรุน ϵ เพิ่มขึ้น
- 2) ค่าประสิทธิภาพการนำความร้อน k_{eff} ของวัสดุพรุนเม็ดกลมอัดแน่น มีแนวโน้มลดลง เมื่อค่าความพรุน ϵ และอุณหภูมิ θ_x เพิ่มขึ้น
- 3) ค่าประสิทธิภาพการนำความร้อนที่คำนวณได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ($k_{eff, pre}$) มีค่าสูงกว่าค่าประสิทธิภาพการนำความร้อนที่ได้ ($k_{eff, nor}$) จากสมการทั่วไป ($k_{eff, nor} = \epsilon k_{gas} + \epsilon k_{solid}$) เมื่อนำค่าไปเปรียบเทียบกับประสิทธิภาพการนำความร้อนที่คำนวณพบว่าค่า k_{solid} จะมีค่าน้อยกว่า $k_{eff, pre}$

$$k_{eff, pre} > k_{eff, nor}$$

7. กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้เขียนบทความขอขอบคุณ สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล

อีสาน ที่ได้ให้สถานที่ในการศึกษาและปฏิบัติงานวิจัยใน
ครั้งนี้จนทำให้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

8. เอกสารอ้างอิง

- [1] M. Kaviany. (1995). Principles of Heat Transfer in Porous Media Springer-Verlag New York Inc., USA.
- [2] J.K. Carson, S.J. Lovatta, D.J. Tannerb and A.C. Cleland. (2003). An analysis of the influence of material structure on the effective thermal conductivity of theoretical porous materials using finite element simulations, International Journal of Refrigeration, vol 26, pp.873-880.
- [3] Yagi, S. and Kunii, D. (1957). Studies on effective thermal conductivities in packed bed, *AIChE Journal*, vol. 3, pp. 373-381.
- [4] Schotte, W. 1960. Thermal conductivities of packed beds, *AIChE Journal*, vol. 6, pp 63-67.
- [5] Graßmann, A. and Peters, F. (1999) Experimental investigation of heat conduction in wet sand, *Heat and Mass Transfer*, vol. 35, pp. 289-294.
- [6] Buonanno, G., Carotenuto, A., Giovinco, G. and Massarotti, N. (2003). Experimental and theoretical modeling of the effective thermal conductivity of rough steel spheroid packed beds, *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 125, pp. 693-702.
- [7] R. Peamsuwan and B. Krittacom (2014). Estimating Correlation of Effective Thermal Conductivity on the Spherical Packed Bed Porous Media, *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 575, pp. 282-286.
- [8] Chen, J. C. and Churchill, S. W. (1963). Radiant heat transfer in packed beds, *AIChE Journal*, vol. 9, pp. 35-41.
- [9] Chan, C. K. and Tien, C. L. (1974). Radiative transfer in packed spheres, *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 96, pp 52-58.
- [10] Kamiuto, K., Iwamoto, M. and Nagumo, Y. (1993). Combined conduction and correlated-radiation heat transfer in packed-beds, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 7(3), pp. 496-501.
- [11] Polesek-Karczewska, S. (2003). Effective thermal conductivity of packed beds of spheres in transient heat transfer, *Heat and Mass Transfer*, vol. 39, pp. 375-380.