

การวิเคราะห์สนามความเค้นเชิงกลาริตีรอบจุดมุมของรอยต่อในวัสดุต่างชนิดภายใต้ภาระอุณหภูมิ และแรงดึงโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ

(Analysis of Stress Singularity Field in Dissimilar Material Joints under Thermal and Tensile Loading using 3D-FEM)

ชัยพล ทรงสิทธิโชค และอรรถพร วิเศษสินธุ์*

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เลขที่ 50 ถนนพหลโยธิน แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

ติดต่อ: fengapw@ku.ac.th, 02-942-8555 ต่อ 1861

บทคัดย่อ

เนื่องจากชิ้นงานทางสายงานวิศวกรรมสมัยใหม่มักเกิดขึ้นจากการนำวัสดุที่มีคุณสมบัติเชิงกลแตกต่างกันมาประกอบเข้าด้วยกันเพื่อให้ได้ชิ้นงานที่มีคุณสมบัติวัสดุตามที่ผู้ออกแบบต้องการ ปัญหาที่เกิดขึ้นตามมา คือ การเกิดความเสียหายของชิ้นงานที่รอยต่อระหว่างวัสดุต่างชนิดกัน บริเวณนี้จะเกิดความเค้นสูงเมื่อชิ้นงานถูกกระทำจากแรงภายนอกซึ่งเป็นผลทำให้ความแข็งแรงและอายุการใช้งานของชิ้นงานลดลง งานวิจัยชิ้นนี้จึงมุ่งเน้นที่จะหาค่าของความเค้นบริเวณเชิงกลาริตี (Stress Singularity Field) ที่เกิดจากภาระทางแรงดึงและอุณหภูมิรอบบริเวณจุดมุมของรอยต่อวัสดุ 2 ชนิดที่เชื่อมต่อกันแบบอุดมคติด้วยวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method, FEM) โดยนำวัสดุต่างชนิดกัน 3 ชิ้นมาเชื่อมติดกันที่อุณหภูมิสูงจากนั้นลดอุณหภูมิลงมาที่อุณหภูมิห้องและดึงให้ยืดออก จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความยาวรัศมีจากจุดเชิงกลา จากนั้นนำค่าความเค้นที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาผลกระทบที่เกิดจากความเค้นตกค้างของภาระทางอุณหภูมิ

คำหลัก: ความเค้นเชิงกลาริตี วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จุดต่อวัสดุต่างชนิดแบบ 3 มิติ ความเค้นค้างจากอุณหภูมิ

Abstract

Nowadays, many engineering materials consist of dissimilar materials that have the different in mechanical properties to serve the need of designer and to improve the mechanical properties of specimens. However, there are some problems about the mismatch of material properties on the interconnection that has a large different Young's modulus and thermal expansion coefficients. Under external forces, the mismatch of material properties problem causes the excessive stress around the corner and along the free edge of the interconnection. In this paper, three layers of dissimilar material properties are jointed in bonding process and then tensioned by external force at room temperature. The stress singularity fields that cause by thermal load around the corner of dissimilar material joints are determined. Then the relationship between stress and length of radius away from the singular point is determined by using FEM. Finally, the value of stress will be analyzed to find the effect of residual thermal stress in the model.

Keywords: Stress Singularity Field, Finite Element Method, 3D Dissimilar Material Joints, Residual Thermal Stress

1. บทนำ

ชิ้นส่วนที่มีรอยต่อของวัสดุต่างชนิดกันมาเชื่อมติดกันนั้นสามารถพบได้ในชิ้นส่วนทางวิศวกรรมหลายๆชนิด โดยเฉพาะอย่างยิ่งชิ้นส่วนในอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์องค์ประกอบหลักของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน คือ แผงวงจร และชิปประมวลผลซึ่งแผงวงจรและชิปจะเชื่อมติดกันด้วยวัสดุจำพวกโพลีเมอร์หรือเรซิน ดังนั้นจึงอาจกล่าวได้ว่าการจัดเรียงตัวในรูปแบบดังกล่าวมีลักษณะเป็นแบบแซนด์วิช ซึ่งในกระบวนการประกอบชิ้นงานจะทำให้เกิดความร้อนสูงในระหว่างการเชื่อมติดชิ้นงาน หลังจากกระบวนการเชื่อมเสร็จชิ้นงานจะถูกปล่อยให้เย็นตัวลงมาที่อุณหภูมิห้อง ดังนั้นขณะที่ชิ้นงานมีอุณหภูมิสูงจะเกิดการขยายตัวของชิ้นงานขึ้นและหลังจากอุณหภูมิของชิ้นงานลดลงจะทำให้เกิดการหดตัวของชิ้นงาน ซึ่งการยืดและหดตัวของชิ้นงานที่เป็นผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมินี้ทำให้เกิดความเค้นขึ้นภายในชิ้นงานซึ่งเรียกว่าความเค้นตกค้างภายในชิ้นงาน ทำให้มีผลกระทบต่ออายุการใช้งานของชิ้นงานเป็นอย่างมาก ดังนั้นการที่จะศึกษาเพื่อหาความเค้นตกค้างภายในชิ้นงานที่มีผลจากภาระทางอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตจึงมีความสำคัญอย่างมาก

ซึ่งในอดีตได้มีผู้ทำการศึกษาค่าของความเค้นบริเวณซิงกูลาริตีไว้มากมาย อาทิเช่น William [1-4] ได้ใช้การวิเคราะห์เชิงตัวเลขในการหาค่าความเค้นซิงกูลาริตีในรอยบากรูปสี่เหลี่ยมที่ยาวมากๆ และนำข้อมูลที่ได้นำมาประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์การกระจายตัวของความเค้นแถวจุดปลายของรอยแตก ต่อมา Zak และ William [5] ใช้ไอเกนฟังก์ชันวิเคราะห์ความเค้นบริเวณซิงกูลาริตีที่ปลายของรอยแตกที่ตั้งฉากกับพื้นผิวย่อยต่อของชิ้นงานที่มีวัสดุสองชนิดมาประกบกัน พบว่าค่าไอเกนจะอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 ขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์ของการกระจายตัวของความเค้นและระดับความเค้นซิงกูลาริตีของรอยแตก

Aksentian [6] หาค่าไอเกนและไอเกนเวกเตอร์ที่จุดซิงกูลาริตีของชิ้นงานที่มีวัสดุต่างชนิดมาประกบกันในรูปแบบ 3 มิติ โดยที่คุณสมบัติของวัสดุต่างกัน Bogoy และ Wang [7-8] ได้วิเคราะห์ปัญหาการรอยต่อของชิ้นงานที่มีคุณสมบัติวัสดุต่างกันมาประกบกันบนแผ่นเรียบ โดยได้ทดสอบภายใต้แรงดึง พบว่าระดับความเค้นซิงกูลาริตีขึ้นอยู่กับค่าคุณสมบัติของวัสดุและองศาจากการรอยต่อที่เข้าไปในชิ้นงาน

Kawai, Fujitani และ Kobayashi [9] ได้วิเคราะห์ค่าความเค้นที่รอยแตกรูปทรงกลวยโดยประยุกต์วิธีของวิลเลียมมาใช้ในการแก้ปัญหาการรอยแตก 3 มิติ โดยการใช้การวิเคราะห์เชิงตัวเลขมาวิเคราะห์ค่าไอเกนของรอยแตกรูปทรงกลวย Kawai, Fujitani และ Kumagai [10] ได้ศึกษาความเค้นซิงกูลาริตีของรอยแตกใน 3 มิติโดยเฉพาะพฤติกรรมของรอยแตกที่เป็นเส้นตรงจากจุดเริ่มต้นไปจนถึงจุดสิ้นสุด Bazent กับ Estenssoro [11] และ Yamada กับ Okumura [12] ได้พัฒนาการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับแก้สมการหาค่าไอเกนโดยตรงเพื่อหาระดับความเค้นซิงกูลาริตี และการเปลี่ยนแปลงเชิงมุมของความเค้นและระยะรัศมีต่อความยาว การวิเคราะห์ไอเกนนี้ถูกนำมาใช้หาค่าระดับซิงกูลาริตีที่จุดบนรอยแตกของแผ่นวัสดุที่มีคุณสมบัติเหมือนกัน

ต่อมา Pageau, Joseph และ Biggers [14] ได้ประยุกต์การวิเคราะห์ไอเกนจากไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับวิเคราะห์รอยต่อบนแผ่นเรียบของวัสดุที่มีคุณสมบัติต่างกัน ค่าความเค้นและค่ารัศมีต่อความยาวหาจากการกำหนดค่าไอเกนจากส่วนจริง และส่วนเชิงซ้อนของระดับความเค้นซิงกูลาริตี Pageau และ Biggers [15] ได้หาระดับความเค้นบริเวณซิงกูลาริตีและการเปลี่ยนแปลงเชิงมุมและความเค้นรอบจุดซิงกูลาริตีในรอยต่อของชิ้นงาน 3 มิติที่มีคุณสมบัติวัสดุต่างกัน โดยใช้สมมติฐานแผ่นความเครียด 2 มิติ

Koguchi [16] ได้ตรวจสอบค่าระดับความเค้นเชิงกลาริตีที่จุดมุมและบนเส้นความเค้นเชิงกลาริตีระหว่างวัสดุสองชนิดที่มีคุณสมบัติต่างกัน โดยใช้การวิเคราะห์ค่าไอเกน ส่วนการกระจายตัวของความเค้นรอบจุดมุมหาได้โดยวิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์ Koguchi [17] ได้ประมาณค่าความเข้มของความเค้นบริเวณเชิงกลาริตีจากความเค้นที่ได้จากวิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (least square method)

Attaporn และ Koguchi [18-19] ได้หาค่าความเข้มของความเค้นบริเวณเชิงกลาริตีโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ (3D-Enriched FEM) ซึ่งเป็นวิธีที่พัฒนาขึ้นมาเพื่อหาค่าความเข้มของความเค้นบริเวณเชิงกลาริตีได้โดยตรงจากการคำนวณทางไฟไนต์เอลิเมนต์ และสามารถลดจำนวนเอลิเมนต์ลงจากการใช้เอลิเมนต์แบบละเอียดในวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทั่วไปโดยใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่แต่สามารถประมาณค่าได้ใกล้เคียงกับการใช้เอลิเมนต์แบบละเอียด โดยการเพิ่มความซับซ้อนของสมการไฟไนต์เอลิเมนต์

Koguchi และ Nakajima [20] ได้ทำการศึกษาเพื่อหาความเค้นบริเวณเชิงกลาริตีที่เกิดจากผลของแรงดึงภายนอกที่กระทำ โดยใช้วิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ และวิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์ ในวัสดุประกอบแบบแซนด์วิช ซึ่งประกอบด้วยวัสดุที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันสามชนิด ผลที่ได้คือทำให้ทราบความเค้นที่หน้าสัมผัสทั้งสองหน้าของชิ้นงาน

Koguchi, Nakajima และ Saito [21] ได้ทำการศึกษาต่อจากแบบจำลองเดิมโดยทำการเพิ่มภาระทางอุณหภูมิเข้าไป โดยวิธีการศึกษา ยังคงใช้วิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์ในวัสดุประกอบแบบแซนด์วิช ผลที่ได้คือสามารถทราบความเค้นที่เกิดขึ้นที่ความหนาต่างๆของชั้นเรซินที่หน้าสัมผัสทั้งสองของชิ้นงาน

อย่างไรก็ตามงานวิจัยที่ใช้วิธีการทางบาวนด์รีเอลิเมนต์นั้นไม่สามารถนำไปใช้สำหรับชิ้นส่วนที่มีค่าคุณสมบัติของวัสดุในแต่ละส่วนของชิ้นงานที่แตกต่างกันได้เช่นวัสดุที่ถูกแรงกระทำจนเกิดความต่างของคุณสมบัติ

แยกเป็นแบบอิลาสติกและพลาสติก เพราะไม่มีเอลิเมนต์กำหนดภายใน ซึ่งการที่มีเอลิเมนต์ภายในดังกล่าวนี้สามารถที่จะนำไปพัฒนาการวิเคราะห์สนามความเค้นเชิงกลาริตีแบบอิลาสติก-พลาสติกได้ ดังนั้นในเบื้องต้นสำหรับงานวิจัยเฉพาะวัสดุแบบอิลาสติก กิตติศักดิ์

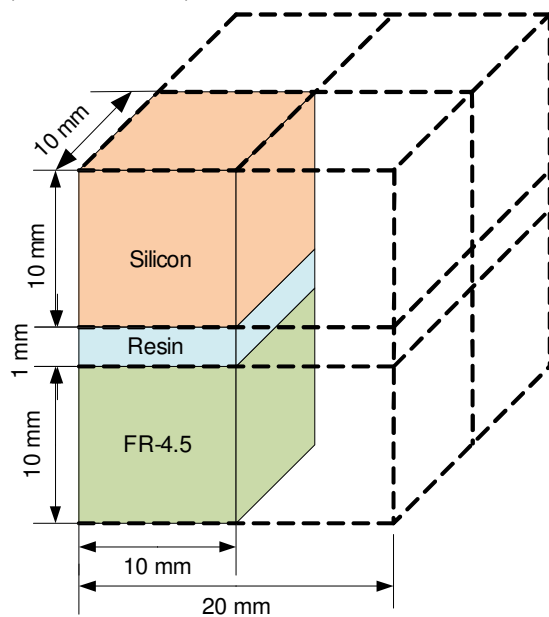
ทวิรัตน์ผล และ อรรถพร วิเศษสินธุ์ [22] ได้ทำการศึกษาและวิเคราะห์ค่าความเข้มของความเค้นในบริเวณเชิงกลาริตี โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติที่มีเอลิเมนต์เต็มทุกส่วนภายในชิ้นงานแบบจำลองแซนด์วิช และนำไปปรับภาระแรงดึงภายนอก จากนั้นได้ทำการเปลี่ยนความหนาของวัสดุและชนิดของวัสดุเพื่อทดสอบหาความสัมพันธ์ระหว่างคุณสมบัติของวัสดุที่มีผลต่อความเค้นที่เกิดขึ้นภายในชิ้นงาน โดยผลที่ได้จากงานวิจัยทำให้ทราบค่าความเข้มของความเค้นและค่าความเค้นภายในชิ้นและจำนวนเอลิเมนต์ที่เหมาะสมที่ใช้ในการคำนวณไฟไนต์เอลิเมนต์เท่ากับ 74000 เอลิเมนต์ ซึ่งไม่มีปัญหาทางการคำนวณ โดยแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์นี้ได้นำมาปรับปรุงให้เป็นแบบจำลองที่ใช้วิจัยในบทความนี้ด้วย

ในบทความนี้ได้มุ่งเน้นที่จะศึกษาหาความเค้นบริเวณเชิงกลาริตีที่มีภาระของอุณหภูมิจากกระบวนการขึ้นรูปและภาระแรงดึงจากแรงภายนอกที่กระทำต่อแบบจำลองโดยใช้แบบจำลองแบบแซนด์วิชที่ประกอบด้วยวัสดุที่มีคุณสมบัติแตกต่างกัน 3 ชนิด เพื่อหาความเค้นที่เกิดขึ้นที่หน้าสัมผัสทั้งสองของแบบจำลองและผลของความเค้นตกค้างที่เกิดจากภาระทางอุณหภูมิ

2. แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

แบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้เป็นแบบจำลอง 3 มิติที่มีวัสดุ 3 ชนิดมาเชื่อมต่อติดกันแบบอุดมคติ โดยรูปแบบการเชื่อมต่อของวัสดุทั้ง 3 ชนิดเป็นไปตามรูปที่ 1 และเนื่องจากแบบจำลองที่สร้างขึ้นมีลักษณะสมมาตร ดังนั้นในการคำนวณจึงได้เลือกใช้แบบจำลองขนาดเท่ากับ 1 ใน 4 เท่าของขนาดแบบจำลองจริง โดยแบบจำลองที่เลือกใช้นั้นได้กำหนด

ความหนาของชั้นเรซินเท่ากับ 1 มิลลิเมตร และมีค่าคุณสมบัติของวัสดุแสดงไว้ในตารางที่ 1

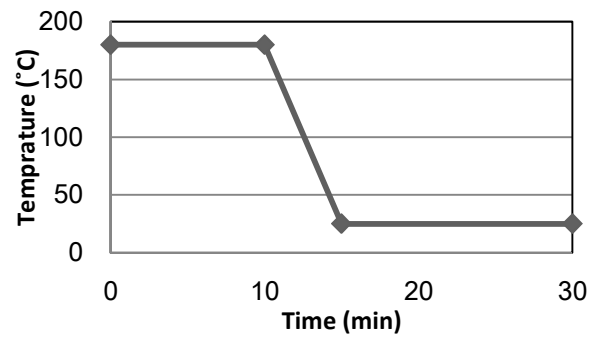


รูปที่ 1 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

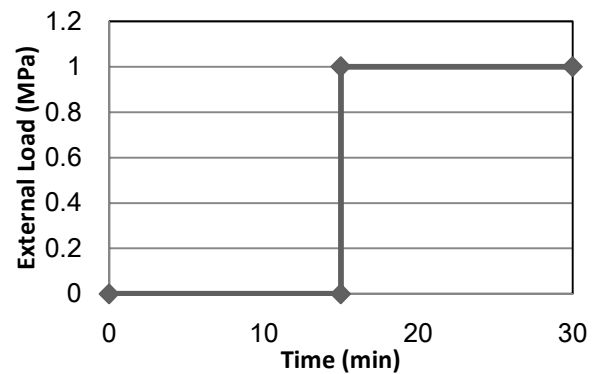
ตารางที่ 1 คุณสมบัติของวัสดุ

Material	Young's modulus (GPa)	Poisson's ratio	Thermal Expansion [$10^{-6}/K$]
Silicon	166.0	0.26	3.0
Resin	2.74	0.38	33.0
FR-4.5	15.34	0.15	14.0

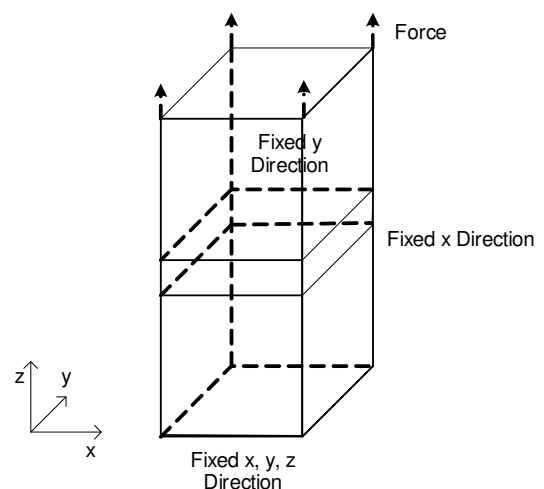
แบบจำลองจะถูกดึงด้วยแรงภายนอก ($\sigma_0 = 1$ MPa) บนพื้นผิวด้านบน โดยแบบจำลองจะถูกยึดด้านไว้ทั้ง 3 ด้านจากนั้นจะใส่แรงดึงด้านบนเพียงด้านเดียว และรับภาระทางอุณหภูมิที่ 25 ถึง 180 องศาเซลเซียส ดังแสดงในรูปที่ 2 ที่สภาวะเริ่มต้นแบบจำลองจะถูกให้ความร้อนที่อุณหภูมิ 180 องศาเซลเซียส เป็นเวลา 10 นาที จากนั้นทำการลดอุณหภูมิลงมาที่ 25 องศาเซลเซียสที่นาที่ที่ 15 และแบบจำลองจะถูกดึงด้วยแรงภายนอกที่นาที่ที่ 15 ไปจนถึงนาที่ที่ 30



รูปที่ 2 กราฟอุณหภูมิกับเวลาที่ใช้ในการทดลอง



รูปที่ 3 กราฟแรงดึงกับเวลาที่ใช้ในการทดลอง



รูปที่ 4 ปัญหาขอบเขตในแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

3. การวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์

3.1 วิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์

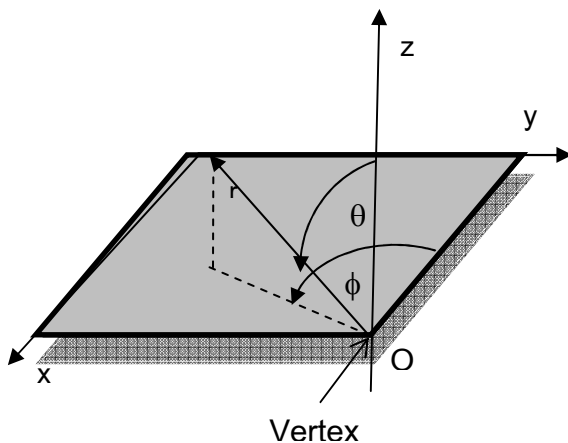
สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ถูกสร้างขึ้นในรูปของค่าการเคลื่อนตัวตามชนิดของเอลิเมนต์ ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ใช้เอลิเมนต์ชนิดทรง 6 หน้า (Hexahedron Element) สมการไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติที่ใช้จึงเป็นสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ทรง 6 หน้าปกติ [13] โดยค่าการเคลื่อนตัวสามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (1)

$$u_i = \sum_{n=1}^8 N_n \bar{u}_{in} \quad (1)$$

โดยค่า u_i คือค่าการเคลื่อนตัว N_n คือฟังก์ชันการประมาณภายในของจุดต่อ $\bar{u}_{in}$ คือค่าการเคลื่อนตัวของจุดต่อ n คือลำดับที่ของจุดต่อ

4. ผลทางไฟไนต์เอลิเมนต์

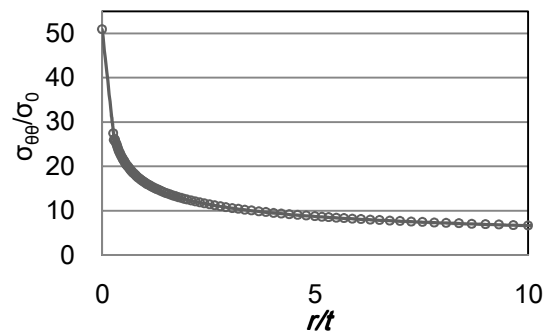
จาก [22] พบว่าเมื่อออกแรงดึงกระทำด้านบนของแบบจำลองทำให้ค่าความเค้นเกิดขึ้นสูงที่บริเวณขอบของรอยต่อระหว่างวัสดุต่างชนิดกันโดยเฉพาะบริเวณจุดมุมรอยต่อจะเกิดสูงที่สุด จากนั้นจะมีค่าลดลงในบริเวณที่ห่างออกไปจากจุดมุมเป็นระยะรัศมี (r) ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 6 ในบทความนี้ความเค้นที่นำมาวิเคราะห์เป็นความเค้นบริเวณรอยต่อซึ่งวัดจากจุดมุมและห่างออกไปตามมุม θ เท่ากับ 90 องศาและ ϕ เท่ากับ 45 องศา ตามแนวระบบพิกัดเชิงขั้ว (r, θ, ϕ) ดังแสดงได้ดังรูปที่ 4 โดยสามารถแบ่งผลการวิเคราะห์ได้ดังต่อไปนี้



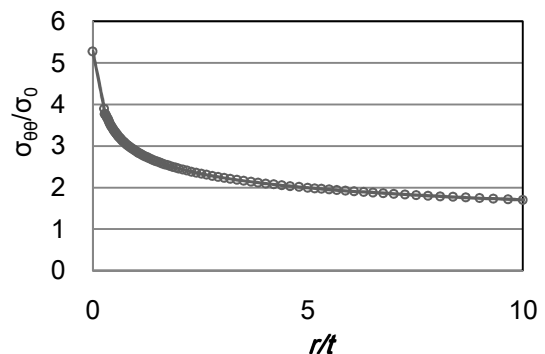
รูปที่ 5 ระบบพิกัดเชิงขั้ว r θ และ ϕ

4.1. กรณีที่ไม่มีภาระทางอุณหภูมิเข้ามาเกี่ยวข้อง

ในกรณีที่ไม่มีอุณหภูมิเข้ามาเกี่ยวข้องนั้นเป็นการวิเคราะห์การเกิดความเค้นจากภาระแรงดึงอย่างเดียว พบว่าความเค้นที่เกิดขึ้นในชิ้นงานจะมีลักษณะตามกราฟในรูปที่ 6 และรูปที่ 7 โดยในรูปที่ 6 จะเป็นความเค้นในหน้าสัมผัสระหว่างซิลิคอนกับเรซิน และรูปที่ 7 จะเป็นหน้าสัมผัสของเรซินกับ FR 4.5



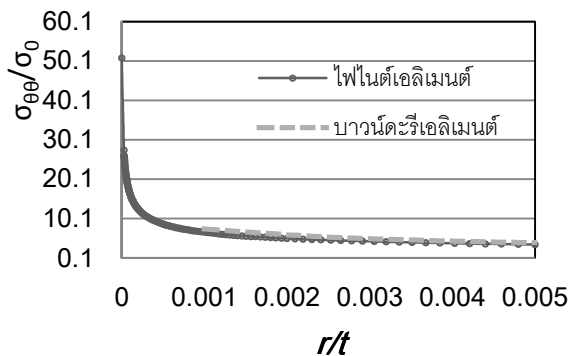
รูปที่ 6 ความเค้นที่เกิดขึ้นในหน้าสัมผัสระหว่างซิลิคอนกับเรซิน



รูปที่ 7 ความเค้นที่เกิดขึ้นในหน้าสัมผัสของเรซินกับ FR4.5

จากรูปที่ 6 และ 7 พบว่าความเค้นจะมีค่าสูงมากเมื่อเข้าใกล้จุดมุมของรอยต่อทั้งสองและมีค่าต่ำลงเข้าใกล้ศูนย์ในบริเวณที่ห่างออกมาจากจุดมุม และเมื่อเปรียบเทียบระหว่างหน้าสัมผัสจะพบว่าความเค้นที่หน้าสัมผัสระหว่างซิลิคอนกับเรซินจะมีค่ามากกว่าความเค้นที่หน้าสัมผัสของเรซินกับ FR4.5 เนื่องจากคุณสมบัติวัสดุในบริเวณรอยต่อของซิลิคอนกับเรซินนั้นมีค่าต่างกัน

มากกว่าทำให้เกิดความเค้นสูงได้ โดยบทสรุปนี้อ้างอิงจากบทความ [21]



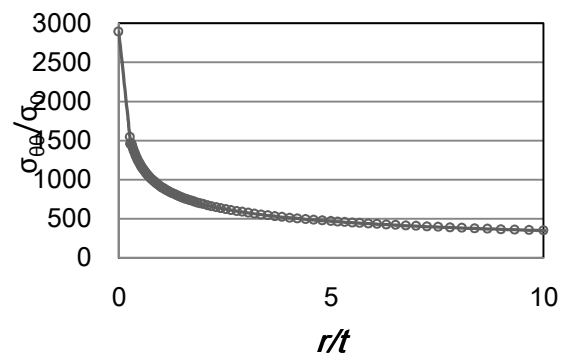
รูปที่ 8 การเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับแบบจำลองวิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์

จากรูปที่ 8 จะพบว่าแนวโน้มของแบบจำลองที่ใช้ในวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีทิศทางการเปลี่ยนแปลงของความเค้นในทิศทางเดียวกับแบบจำลองที่ใช้ในวิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์โดยอ้างอิงจากบทความ [21] ดังนั้นแสดงว่าแบบจำลองที่สร้างขึ้นในการวิเคราะห์แบบไฟไนต์เอลิเมนต์มีแนวโน้มที่ถูกต้อง และสามารถแสดงค่าความเค้นได้ในระดับที่ละเอียดกว่าแบบจำลองของวิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์

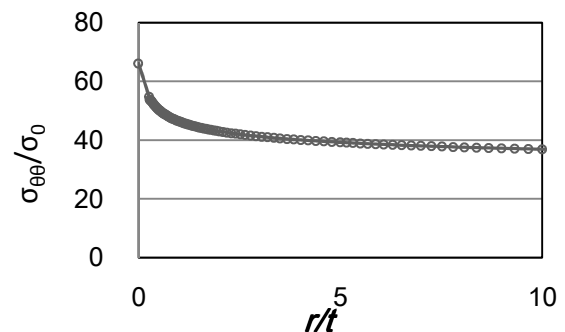
4.1. กรณีที่มีภาระทางอุณหภูมิเข้ามาเกี่ยวข้อง

ในกรณีที่มีอุณหภูมิเข้ามาเกี่ยวข้องนั้นพบว่าความเค้นที่เกิดขึ้นในชิ้นงานจะมีลักษณะตามกราฟในรูปที่ 9 และรูปที่ 10 โดยในรูปที่ 9 จะเป็นความเค้นในหน้าสัมผัสระหว่างซิลิคอนกับเรซิน และรูปที่ 10 จะเป็นหน้าสัมผัสของเรซินกับ FR4.5 จากรูปที่ 9 และ 10 พบว่าเมื่อมีภาระทางอุณหภูมิเข้ามาเกี่ยวข้องจะทำให้ค่าความเค้นในชิ้นงานมีค่าสูงขึ้นอย่างเห็นได้ชัด โดยความเค้นที่เพิ่มเข้ามานั้นคือผลของความเค้นตกค้างที่เกิดจากภาระทางอุณหภูมินั่นเอง จากรูปที่ 11 จะพบว่าเมื่อมีภาระทางอุณหภูมิเข้ามาในชิ้นงานจะทำให้ความเค้นที่เกิดขึ้นในชิ้นงานมีค่าเพิ่มขึ้นสูงมากอย่างเห็นได้ชัดเมื่อเทียบกับกรณีที่ไม่มีการภาระทางอุณหภูมิ แสดงว่าความเค้นตกค้างซึ่งเกิดจากภาระทางอุณหภูมิภายในชิ้นงานมีบทบาท

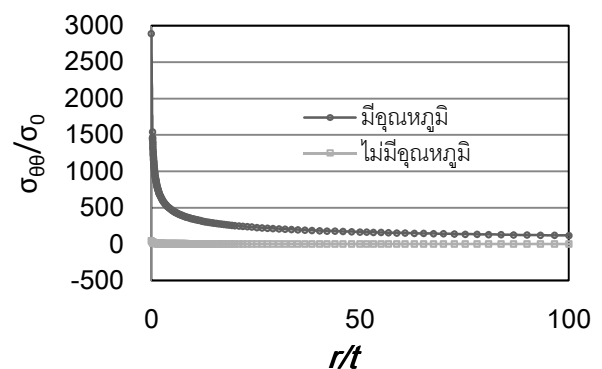
อย่างมากต่อความเค้นภายในชิ้นงาน และเมื่อนำไปเปรียบเทียบกับผลจากวิธีการทางบาวนด์รีเอลิเมนต์โดยอ้างอิงจากบทความวิชาการ [22] พบว่าผลที่ได้จากวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์มีการเปลี่ยนแปลงความเค้นในแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้นมากกว่าวิธีการทางบาวนด์รีเอลิเมนต์อย่างมาก สามารถแสดงสนามความเค้นเชิงกราฟที่ดีอย่างชัดเจน และสามารถให้ค่าความเค้นได้ในระดับที่มีความละเอียดสูงกว่ามากเช่นกัน ดังแสดงในรูปที่ 12



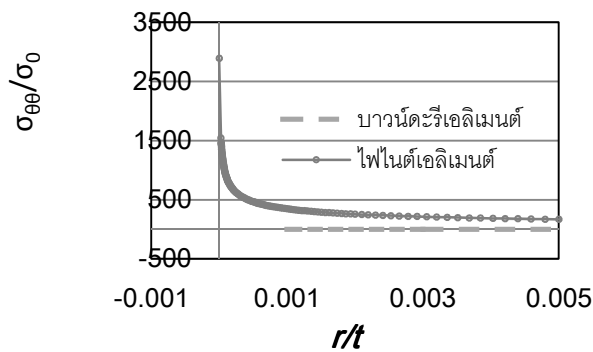
รูปที่ 9 ความเค้นที่เกิดขึ้นในหน้าสัมผัสระหว่างซิลิคอนกับเรซิน



รูปที่ 10 ความเค้นที่เกิดขึ้นในหน้าสัมผัสของเรซินกับ FR4.5



รูปที่ 11 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างกรณีที่มีและไม่มีภาระทางอุณหภูมิ



รูปที่ 12 การเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับแบบจำลองวิธีบารันดรีเอลิเมนต์

5. สรุป

ในบทความวิจัยนี้ความเค้นที่ได้จากแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์มีค่าความเค้นที่มีความสอดคล้องกับความเค้นที่ได้จากแบบจำลองทางวิธีบารันดรีเอลิเมนต์ โดยแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์นี้มีความละเอียดมากกว่าแบบจำลองบารันดรีเอลิเมนต์พร้อมทั้งมีเอลิเมนต์ด้านในแบบจำลอง ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ค่าความเค้นที่ได้เป็นค่าที่มีความละเอียดและแม่นยำสูงกว่า และสามารถแสดงความชัดเจนของสนามความเค้นซิงกูลาริตีได้ดีกว่า ซึ่งสามารถนำไปพัฒนาต่อยอดเพื่อที่จะศึกษาหาความเข้มของความเค้นบริเวณซิงกูลาริตีของวัสดุที่มีคุณสมบัติแบบออสโต-พลาสติกได้ต่อไป

6. เอกสารอ้างอิง

[1] Williams, M.L.(1952). Surface Stress Singularities Resulting From Various Boundary Condition in Angular Corners of Plates under Bending Proceedings, *First U.S. National Congress of Applied Mechanics*, ASME, 1952, pp. 325-329.

[2] Williams, M.L.(1952). Surface Stress Singularities Resulting From Various Boundary Condition in Angular Corners of Plates in Extension, *Journal of Application Mechanics*, Vol.19, Trans. ASME, Vol. 74, 1952, p. 526.

[3] Williams, M.L.(1957). On the Stress at the Base of a Stationary Crack, *Journal of Application Mechanics*, Vol. 24, Trans. ASME, Vol. 79, 1957, pp. 109-114.

[4] Williams, M.L.(1959). The Stress Around a Fault or Crack in Dissimilar Media, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 49, April 1959, pp. 199-204.

[5] Zak, A.R. and Williams, M.L.(1963). Crack Point Stress Singularities at a Bi-Material Interface, *Journal of Application Mechanics*, Trans. ASME, Brief Notes, March, 1963, pp. 142-143.

[6] Akentian, O.K.(1967). Singularities of the Stress-Strain State of A Plate in The Neighborhood of An Edge, *PMM*, Vol.31-1, 1967, pp. 178-186.

[7] Bogy, D.B.(1971). Two Edge-Bonded Elastic Wedges of Different Material and Wedge Angles under Surface Traction, *Journal of Application Mechanics*, ASME, Vol.38, No.2, June, 1971, pp.377-386.

[8] Bogy, D.B. and Wang, K.C.(1971). Stress Singularities at Interface Corners in Bonded Dissimilar Isotropic Elastic Materials, *Int. Journal of Solid Structure*, Vol. 7, November, 1971, pp.993-1005.

[9] Kawai, T., Fujitani, Y. and Kobayashi, M.(1977). Stress Analysis of the Conical Surface Pit Problem, *Proc. Int. Conference of Fracture Mechanic and Technology*, Hong Kong, March 1977, Vol.2, pp.1165-1170.

[10] Kawai, T., Fujitani, Y. and Kumagai, K.(1977). Analysis of Singularity at the Root of the Surface Crack Problem, *Proc. Int. Conference of Fracture*

Mechanic and Technology, Hong Kong, March 1977, Vol.2, pp.1157-1163.

[11] Bazant, Z. P., and Estenssoro, L. F. (1979). Surface Singularity and Crack Propagation, *Int. Journal of Solis Structure*, Vol. 15, 1979, pp.405-426.

[12] Yamada, Y. and Okumura, H. (1981). Analysis of Local Stress in Composite Materials by the 3-D Finite Element, *In Proc. Japan-U.S.A. Conference (Edited By K. Kawata and T. Akasaka)*, 1981, pp.55-64.

[13] Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L. The FINITE ELEMENT METHOD, 4 th ed., vol.1, Basic Formulation and Linear Problems, pp.112,133

[14] Pageau, S. S., Joseph, P. F. and Biggers, Jr S. B. (1995). Finite Element Analysis of Anisotropic Materials with Singular Inplan Stress Fields, *Int. Journal of Solis Structures*, Vol. 32, 1995, pp.571-591.

[15] Pageau, S. S., Joseph, P. F. and Biggers, Jr S. B. (1996). A Finite Element Approach to Three-Dimensional Singular Stress States in Anisotropic Multi-Material Wedges and Junctions, *Int. Journal of Solis Structures*, Vol. 33, 1996, pp. 33-47.

[16] Koguchi, H. (1996). Stress singularity analysis in three-dimensional bonded structure, *Int. Journal of Solid Structures*, Vol. 34, 1996, pp.461-480

[17] Koguchi, H. (2006). Stress singularity analysis in three-dimensional bonded structure, *Transactions of the JSME*, Vol. 72, No. 724-A, 2006, pp. 2058-2065

[18] Attaporn, W. and Koguchi, H. (2009). Intensity of stress singularity at a vertex and

along the free edges of the interface in 3D-dissimilar material joints using 3D-enriched FEM, *CMES: Computer Modelling in Engineering and Sciences*, Vol.39, No.3, 2009, pp.237-262.

[19] อรรถพร วิเศษสินธุ์ และ อีเดะโอะ โคะกุจิ (2554). การวิเคราะห์ความเข้มของค่าเชิงกลาริตีของสนามความเค้นในจุดต่อของวัสดุต่างชนิดกันโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ, *การประชุมทางวิชาการของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ครั้งที่ 49*, 1-4, กุมภาพันธ์ 2554

[20] Koguchi, H. and Nakajima, M. (2010). Influence of interlayer thickness on the intensity of singular stress field in 3D three-layered joints under an external load, *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, Vol 4, No. 7, 2010.

[21] Koguchi, H., Nakajima, M. and Saito, Y. (2010). Effect of interlayer thickness on stress singularity field near a vertex in three-Dimensional joints under thermal mechanical loading., *Materials Science and Engineering*, Vol. 10, 2010.

[22] กิตติศักดิ์ ทวีรัตนผล และ อรรถพร วิเศษสินธุ์ (2554). การวิเคราะห์ค่าความเข้มของค่าเชิงกลาริตีรอบจุดมุมของรอยต่อวัสดุ 2 ชนิดโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ, *การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 25*, 19-21, ตุลาคม 2554