ประสิทธิภาพของครีบตามแนวยาว 4 ชนิด ในสภาวะลดความชื้น

Fin Efficiencies of 4 Longitudinal Fins in Dehumidifying Conditions

รชต อมรพัฒนาวัฑฒ์,ณัฐวัฒน์ วรพรพงศ์, พงศกร รัตนวิเชียรวงศ์, ร้อยทิศ ญาติเจริญ,
วริศรา จินดารุ่งเรือง, อดุลย์ โพธิ์แก้วและวรเชษฐ์ ภิรมย์ภักดิ์*

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ตำบลแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี 20131
*ติดต่อ: worapiro@eng.buu.ac.th, โทรศัพท์: 038 102222 ต่อ 3385

บทคัดย่อ

ครีบมักจะถูกประยุกต์ใช้ในการเพิ่มพื้นที่การถ่ายเทความร้อนในกระบวนการถ่ายเทความร้อนต่างๆ โดยถ้าอุณหภูมิของผิวครีบทั้งหมดต่ำกว่าอุณหภูมิจุดน้ำค้าง ครีบจะอยู่ในสภาวะผิวเปียกทั้งหมด ซึ่งมีงานวิจัยน้อยมากที่ศึกษาเกี่ยวกับประสิทธิภาพของครีบเปียกทั้งหมด ดังนั้น ในงานวิจัยนี้ จึงเป็นการศึกษาประสิทธิภาพของครีบเปียกทั้งหมดสำหรับครีบที่มีโปรไฟล์ 4 ลักษณะ คือ โปรไฟล์สี่เหลี่ยม โปรไฟล์สามเหลี่ยม โปรไฟล์พาราโบลาโค้งเว้า และโปรไฟล์พาราโบลาโค้งนูน โดยสมการที่ได้จะเป็นฟังก์ชั่นของความชันของเอนทัลปีของอากาศชื้นอิ่มตัว ซึ่งจะต้องอาศัยการทำซ้ำในการหาคำตอบของสมการ จากผลลัพธ์ที่ได้ พบว่า ครีบที่มีพื้นที่หน้าตัดใหญ่กว่า จะให้อัตราการถ่ายเทความร้อนและประสิทธิภาพที่สูงกว่า ยิ่งไปกว่านั้น ประสิทธิภาพของครีบเปียกทั้งหมดจะต่ำกว่าประสิทธิภาพของครีบแห้งทั้งหมด แต่จะมีค่าสูงกว่าประสิทธิภาพของครีบเปียกบางส่วน

คำหลัก*:* ครีบตามแนวยาว, ครีบเปียก, ประสิทธิภาพของครีบ,

Abstract

Fins are widely used in many applications of heat exchange processes. If the dew point temperature is higher than the fin tip temperatures, the fully wet surface condition is present. In this study, the fin efficiencies in fully wet surface condition for the longitudinal fin of rectangular, triangular, concave parabolic, and convex parabolic profiles are presented. According to the derivation, the fin efficiencies are the function of the slope of moist air enthalpy. Thus, the method of iteration is required for solution. From the results, it shows that the fin with larger cross-section has a higher efficiency. Moreover, the fin efficiencies for fully wet conditions are lower than those for fully dry conditions but they are higher than those for partially wet conditions.

Keywords*:* Fin efficiency, Fully wet surface conditions, Longitudinal fin

1. บทนำ

ครีบ เป็นชิ้นส่วนที่ถูกใช้ในอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนหลายชนิด เพื่อเพิ่มอัตราการถ่ายเทความร้อนโดยการเพิ่มพื้นที่ผิวสัมผัสกับก๊าซ ในการคำนวณหาอัตราการถ่ายเทความร้อนผ่านครีบนั้น ประสิทธิภาพของครีบเป็นตัวแปรที่จำเป็นในสมการการถ่ายเทความร้อน โดยประสิทธิภาพของครีบที่อยู่ในสภาวะแห้งนั้น ได้ถูกนำเสนออย่างต่อเนื่อง Kraus et al. [1] ได้นำเสนอสมการสำหรับคำนวณประสิทธิภาพของครีบในลักษณะต่างๆ เช่น ครีบตามแนวยาว ครีบหนาม ครีบวงกลม ต่อจากนั้น Arslanturk [2], Joneidi et al. [3], Kulkarni and Joglekar [4] ได้นำเสนอวิธีการคำนวณ

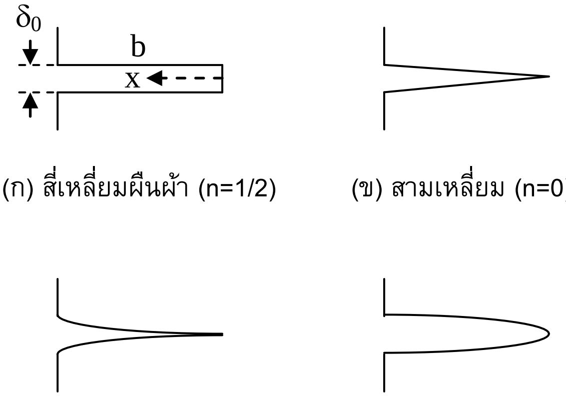
ประสิทธิภาพของครีบแห้งและศึกษาผลกระทบของตัวแปรต่างๆ ที่มีต่อประสิทธิภาพของครีบ สำหรับประสิทธิภาพของครีบที่อยู่ในสภาวะเปียกนั้น Threlkeld [5] ได้นำเสนอวิธีศักย์เอนทัลปี (Enthalpy potential method) สำหรับเป็นพื้นฐานในการคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนผ่านผิวเปียก พร้อมทั้งนำเสนอประสิทธิภาพของครีบสี่เหลี่ยมผืนผ้าตามแนวยาวที่อยู่ในสภาวะเปียกอีกด้วย Wang et al. [6] ได้นำเสนอประสิทธิภาพของครีบวงกลมที่อยู่ในสภาวะเปียกเพื่อประยุกต์ใช้กับครีบแผ่นในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อติดครีบ Pirompugd and Wongwises [7] ได้นำเสนอสมการสำรับคำนวณประสิทธิภาพของครีบเปียกบางส่วนสำหรับครีบตามแนวยาว 4 ชนิด

ในงานวิจัยนี้ซึ่งเป็นโครงงานวิศวกรรมของนิสิตในระดับปริญญาตรี จะเป็นการศึกษาเกี่ยวกับประสิทธิภาพของครีบตามแนวยาว 4 ชนิด ที่อยู่ในสภาวะเปียกทั้งหมด คือ ครีบที่มีโปรไฟล์สี่เหลี่ยม ครีบที่มีโปรไฟล์สามเหลี่ยม ครีบที่มีโปรไฟล์พาราโบลาโค้งเว้า ครีบที่มีโปรไฟล์พาราโบลาโค้งนูน

2. ทฤษฎี

ครีบตามแนวยาว คือ ครีบที่มีพื้นที่หน้าตัดด้านข้างเป็นแนวยาวซึ่งเป็นไปตามสมการที่ (2.1) ดังนี้

$$f(x) = \frac{\delta_0}{2}\left(\frac{x}{b}\right)^{\left(\frac{1-2n}{1-n}\right)} \qquad \dots (2.1)$$



(ก) สี่เหลี่ยมผืนผ้า (n=1/2) (ข) สามเหลี่ยม (n=0)

(ค) โค้งเว้า (n=∞) (ง) โค้งนูน (n=1/3)

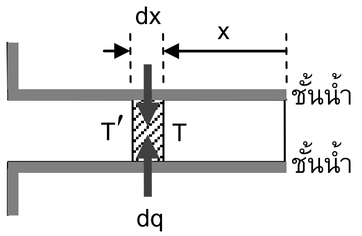
รูปที่ 2.1 ครีบสามแนวยาวทั้ง 4 ชนิด

ประสิทธิภาพของครีบจะถูกนิยามดังต่อไปนี้

$$\eta = \frac{q_{actual}}{q_{ideal}} \qquad \dots (2.2)$$

3. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

พิจารณาการไหลของของไหล ดังรูปที่ (3.11)



รูป 3.1 การถ่ายเทความร้อนผ่านครีบ

จากรูปที่ 3.1 จะสามารถหาอุณหภูมิที่ตำแหน่ง x+dx ได้ดังนี้

$$T' = T + \frac{dT}{dx}dx \qquad \dots (3.1)$$

เพราะฉะนั้นอนุพันธ์ T′ เทียบกับ x สามารถหาได้ดังต่อไปนี้

$$\frac{dT'}{dx} = \frac{dT}{dx} + \frac{d^2T}{dx^2}dx \qquad \dots (3.2)$$

เพราะฉะนั้น อัตราการถ่ายเทความร้อนที่เปลี่ยนไประหว่างสองตำแหน่ง สามารถหาได้ดังนี้

$$dq = q' - q = \left[kA\frac{dT'}{dx}\right] - \left[kA\frac{dT}{dx}\right]$$

$$= \left[kA\frac{dT}{dx} + kA\frac{d^2T}{dx^2}dx\right] - \left[kA\frac{dT}{dx}\right]$$

$$= kA\frac{d^2T}{dx^2}dx \qquad \dots (3.3)$$

เมื่อ A คือ พื้นที่หน้าตัดของครีบ

กำหนดให้ $b'_w = \frac{di}{dT}$ โดย i คือ เอนทัลปีของอากาศชื้นอิ่มตัวที่อุณหภูมิ T จะได้

$$\frac{dT}{dx} = \frac{di}{di}\frac{dT}{dx} = \frac{dT}{di}\frac{di}{dx} = \frac{1}{b'_w}\frac{di}{dx} \qquad \dots (3.4)$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{1}{b'_w}\frac{d^2i}{dx^2} \quad \ldots (3.5)$$

เพราะฉะนั้นสามารถเขียนสมการ dq ใหม่ได้เป็น

$$dq = \frac{kL\delta_0}{b'_w}\frac{d^2i}{dx^2}dx \quad \ldots (3.6)$$

กำหนด γ คือ เอนทัลปีของอากาศชื้นอิ่มตัวที่อุณหภูมิผิวครีบ (i) - เอนทัลปีของอากาศชื้น (i_s) เพราะฉะนั้น

$$dq = \frac{kL\delta_0}{b'_w}\frac{d^2\gamma}{dx^2}dx \quad \ldots (3.7)$$

เมื่อคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนจากอากาศไปยังครีบ โดยอาศัยสมการการพาความร้อนจะได้

$$\begin{aligned} dq &= \frac{hA}{C_p}(i - i_s) \\ &= \frac{h}{C_p}(2Ldx + 2\delta_0 dx)(i - i_s) \\ &= \frac{2hLdx}{C_p}(i - i_s) + \frac{2h\delta_0 dx}{C_p}(i - i_s) \end{aligned} \quad \ldots (3.8)$$

ในกรณีที่ครีบบางมากๆ $\delta_0 \ll L$ เพราะฉะนั้น $2h\delta_0 dx(i - i_s) \ll 2hLdx(i - i_s)$ ซึ่งจะได้

$$\begin{aligned} dq &\approx \frac{2hLdx}{C_p}(i - i_s) \\ &= \frac{2hLdx}{C_p}\gamma \end{aligned} \quad \ldots (3.9)$$

อัตราการถ่ายเทความร้อนจากอากาศไปยังครีบจากสมการที่ (3.9) จะต้องมีค่าเท่ากับอัตราการถ่ายเทความร้อนโดยการนำ ที่เปลี่ยนแปลงไปในช่วง dx ดังนี้

$$\frac{kL\delta_0}{b'_w}\frac{d^2\gamma}{dx^2}dx = \frac{2hLdx}{C_p}\gamma$$

$$\frac{d^2\gamma}{dx^2} - \frac{2h}{k\delta_0}\frac{b'_w}{C_p}\gamma = 0 \quad \ldots (3.10)$$

สมการที่ (3.10) สามารถหาคำตอบทั่วไป ได้ดังนี้

$$\gamma = c_1 e^{M_T x} + c_2 e^{-M_T x} \quad \ldots (3.11)$$

เมื่อ $M_T = \frac{2h}{k\delta_0}\frac{b'_w}{C_p}$

โดยมีเงื่อนไขขอบเขต คือ

เมื่อ x = b แล้ว $\gamma = \gamma_0$ … (3.12)

เมื่อ x = 0 แล้ว $\frac{d\gamma}{dx} = 0$ … (3.13)

โดย γ_0 คือ เอนทัลปีของอากาศชื้นอิ่มตัวที่อุณหภูมิฐานครีบ(i_o) - เอนทัลปีของอากาศชื้น(i_s)

$$\gamma(x) = \frac{\gamma_0 \cosh M_T x}{\cosh M_T b} \quad \ldots (3.14)$$

เพราะฉะนั้น

$$q_0 = \frac{k\delta_0 L M_T \gamma_0}{b'_w}\tanh M_T b \quad \ldots (3.15)$$

ประสิทธิภาพของครีบ สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2.2) ดังนี้

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{k\delta_0 L M_T \gamma_0 \tanh M_T b}{2hb'_w bL\gamma_0/C_p} \\ &= \frac{\tanh M_T b}{M_T b} \end{aligned} \quad \ldots (3.16)$$

ในทำนองเดียวกัน สำหรับครีบที่มีโปรไฟล์ในลักษณะอื่นๆ ก็สามารถหาเอนทัลปีที่ตำแหน่งต่างๆ และประสิทธิภาพของครีบ ได้ดังนี้

- ครีบสามเหลี่ยมตามแนวยาว

$$\gamma = \frac{\gamma_0 I_0(2M_T\sqrt{bx})}{I_0(2M_T b)} \quad \ldots (3.17)$$

$$\eta = \frac{I_1(2M_T b)}{M_T b I_0(2M_T b)} \quad \ldots (3.18)$$

- ครีบโค้งเว้าตามแนวยาว

$$\gamma = \gamma_0\left(\frac{x}{b}\right)^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}(1+4{M_T}^2b^2)^{\frac{1}{2}}} \quad \ldots (3.19)$$

$$\eta = \frac{2}{1+\sqrt{1+(2M_T b)^2}} \quad \ldots (3.20)$$

- ครีบสี่เหลี่ยมตามแนวยาว

$$\gamma = \gamma_0\left(\frac{x}{b}\right)^{\frac{1}{4}}\frac{I_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{4}{3}M_T b^{\frac{1}{4}} x^{\frac{3}{4}}\right)}{I_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{4}{3}M_T b\right)} \quad \ldots (3.21)$$

$$\eta = \frac{1}{M_T b}\frac{I_{\frac{2}{3}}\left(\frac{4}{3}M_T b\right)}{I_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{4}{3}M_T b\right)} \qquad \ldots (3.22)$$

เมื่อ I_a คือ Modified Bessel function of the first kind with order a

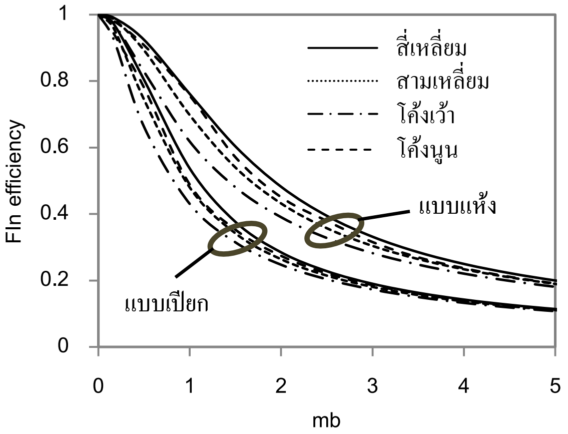
ในการหาค่า $I_{-1/3}$ นั้น ไม่สามารถใช้โปรแกรมสำเร็จรูปได้ จึงจำเป็นที่จะต้องเขียนโปรแกรมขึ้นมาเอง

นอกจากนี้ เนื่องจากเอนทัลปีและประสิทธิภาพของครีบเป็นฟังก์ชั่นของ b'_w ซึ่งขึ้นอยู่กับอุณหภูมิที่ผิวครีบ ดังนั้น จึงจำเป็นที่จะต้องอาศัยการทำซ้ำ โดยเริ่มการการสมมติอุณหภูมิเฉลี่ยของครีบ เพื่อให้สามารถคำนวณหา b'_w ได้ แล้วจึงตรวจสอบอุณหภูมิที่ได้หลังจากการคำนวณประสิทธิภาพของครีบอีกครั้งหนึ่ง

4. ผลลัพธ์และการวิเคราะห์

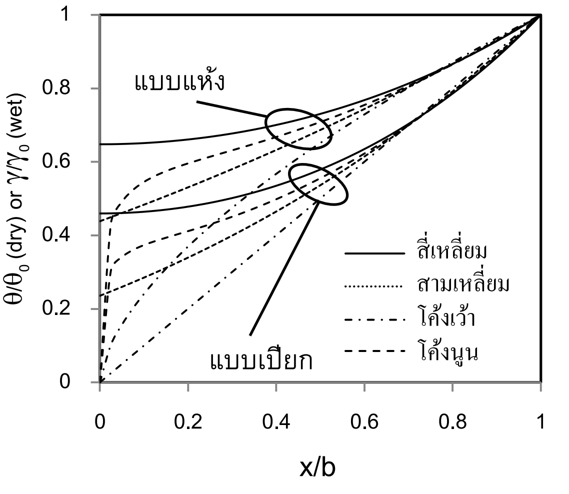
จากสมการที่ (3.16), (3.18), (3.20), (3.22) จะทำให้สามารถคำนวณประสิทธิภาพของครีบเปียกในสภาวะต่างๆได้ ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการสร้างแบบจำลองสำหรับการถ่ายเทความร้อนในสภาวะเปียกโดยใช้ครีบเป็นอย่างมาก เพราะในปัจจุบันสมการที่ใช้คำนวณประสิทธิภาพของครีบเปียกมีอยู่อย่างจำกัด คือ มีเฉพาะสมการสำหรับครีบสี่เหลี่ยมผืนผ้าและครีบวงกลมเท่านั้น

จากรูปที่ 4.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพของครีบที่ mb ต่าง โดย $m = \frac{2h}{k\delta_0}$ เป็นตัวแปรที่อยู่ในสมการคำนวณประสิทธิภาพของครีบในสภาวะแห้ง จากรูป จะพบว่า ประสิทธิภาพของครีบเปียกจะต่ำกว่าประสิทธิภาพของครีบแห้ง ทั้งที่อัตราการถ่ายเทความร้อนในครีบเปียกสูงกว่า แต่เนื่องจากอัตราการถ่ายเทความร้อนทางอุดมคติของครีบเปียกจะมีค่าสูงกว่ามาก จึงจำให้ประสิทธิภาพของครีบเปียกลดต่ำลง นอกจากนี้ จะพบว่า ประสิทธิภาพของครีบสี่เหลี่ยมจะมีค่าสูงที่สุด แล้วตามด้วย ครีบโค้งนูน ครีบสามเหลี่ยม และครีบโค้งเว้า เนื่องจากพื้นที่หน้าตัดของครีบสี่เหลี่ยมมีค่าสูงที่สุด จึงทำให้ครีบสามารถนำความร้อนได้ในปริมาณมากที่สุดนั่นเอง



รูปที่ 4.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง η กับ $m_T b$

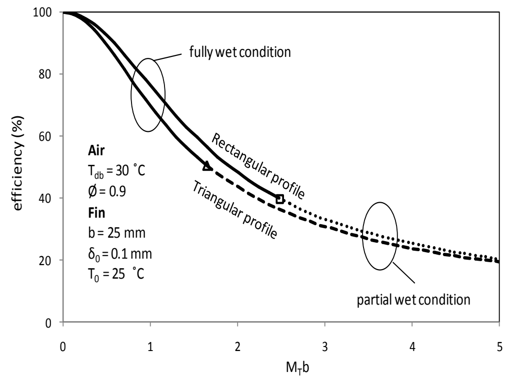
จากรูปที่ 4.2 แสดงการกระจายอุณหภูมิตามความยาวครีบ สำหรับครีบแห้ง และการกระจายเอนทัลปีตามความยาวครีบ สำหรับครีบเปียก โดยจะพบว่าที่ฐานครีบ (x/b = 1) ความลดชัดของอุณหภูมิและเอนทัลปีของครีบสี่เหลี่ยมจะมีค่าสูงที่สุด ซึ่งแสดงถึงอัตราการถ่ายเทความร้อนที่มากที่สุดนั่นเอง



รูปที่ 4.2 การกระจายอุณหภูมิและเอนทัลปี

รูปที่ 4.3 แสดงประสิทธิภาพของครีบที่ $M_T b$ ต่างๆ โดยในส่วนที่เปียกทั้งหมด (Fully wet condition) จะได้จากสมการที่ (3.16) และสมการที่ (3.18) ส่วนประสิทธิภาพของครีบเปียกบางส่วน (Partially wet condition) ได้จากงานวิจัยของ Pirompugd and Wongwises (2013) จากรูป จะพบว่า ประสิทธิภาพของ

ครีบเปียกทั้งหมดจะมีค่าสูงกว่าประสิทธิภาพของครีบเปียกบางส่วน โดยเมื่อ M_Tb มีค่ามากขึ้น ครีบจะเริ่มเข้าสู่สภาวะเปียกเปียกบางส่วน อัตราการถ่ายเทความร้อนจะน้อยลง จึงทำให้ประสิทธิภาพของครีบลดลง ข้อควรระวังก็คือ รูปที่ 4.1 และรูปที่ 4.3 เป็นรูปที่เกิดจากสภาวะแวดล้อมต่างกัน จึงไม่สามารถเปรียบเทียบกันได้



รูปที่ 4.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง η กับ m_Tb

5. สรุป

5.1 ในงานวิจัย ได้นำเสนอสมการสำหรับคำนวณหาประสิทธิภาพของครีบเปียกตามแนวยาว 4 ชนิด คือ ครีบสี่เหลี่ยม ครีบสามเหลี่ยม ครีบโค้งเว้า และครีบโค้งนูน

5.2 ประสิทธิภาพของครีบเปียกจะมีค่าต่ำกว่าประสิทธิภาพของครีบแห้ง แต่จะมีค่าสูงกว่าประสิทธิภาพของครีบเปียกบางส่วน

5.3 ประสิทธิภาพของครีบสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะมีค่าสูงที่สุด แล้วตามด้วย ครีบโค้งนูน ครีบสามเหลี่ยม และครีบโค้งเว้า ตามลำดับ

6. กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ที่ได้ให้ทุนสนับสนุนงานวิจัยนี้ จนสามารถพัฒนาแบบจำลองต้นแบบขึ้นมาได้

7. รายการสัญลักษณ์

A	พื้นที่ผิวสำหรับการพาความร้อนหรือพื้นที่หน้าตัดสำหรับการถ่ายเทความร้อน (m^2)
b	ความยาวของครีบ (m)
b_w'	อัตราส่วนระหว่างผลต่างของเอนทัลปีต่อผลต่างของอุณหภูมิ ($J\ kg^{-1}\ K^{-1}$)
C_p	ความจุความร้อนจำเพาะ ($J\ kg^{-1}\ K^{-1}$)
h	สัมประสิทธิ์การพาความร้อน ($W\ m^{-2}\ K^{-1}$)
i	เอนทัลปีของอากาศ ($J\ kg^{-1}$)
i_s	เอนทัลปีของอากาศอิ่มตัว ($J\ kg^{-1}$)
k	ค่าการนำความร้อน ($W\ m^{-1}\ K^{-1}$)
L	ความกว้างของครีบ (m)
q_{actual}	อัตราการถ่ายเทความร้อนที่เกิดขึ้นจริง (W)
q_{ideal}	อัตราการถ่ายเทความร้อนสูงสุดที่เป็นไปได้ (W)
T	อุณหภูมิ (K)
x	ระยะตามความยาวของครีบ โดยเริ่มวัดจากปลายครีบ (m)
δ_0	ความหนาของครีบ (m)
η	ประสิทธิภาพของครีบ

7. เอกสารอ้างอิง

[1] A.D. Kraus, A. Aziz, J.R. Welty, Extended Surface Heat Transfer, John Wiley, New York, 2001.

[2] C. Arslanturk, A decomposition method for fin efficiency of convective straight fins with temperature-dependent thermal conductivity, International Journal of Heat and Mass Transfer 32 (2005) 831–841.

[3] A.A. Joneidi, D.D. Ganji, M. Babaelahi, Differential transformation method to determine fin efficiency of convective straight fins with temperature dependent thermal

conductivity, International Communications in Heat and Mass Transfer, 36 (2009) 757–762.

[4] D.B. Kulkarni, M.M. Joglekar, Residue minimization technique to analyze the efficiency of convective straight fins having temperature-dependent thermal conductivity, Applied Mathematics and Computation 215 (2009) 2184–2191.

[5] J.L. Threlkeld, Thermal environmental engineering, Prentice-Hall, Inc., New-York, NY, 1970.

[6] C.C. Wang, Y.C. Hsieh, Y.T. Lin, Performance of plate finned tube heat exchangers under dehumidifying conditions, Journal of Heat Transfer 119 (1997) 109-117.

[7] W. Pirompugd, S. Wongwises, Partially wet fin efficiency for the longitudinal fins of rectangular, triangular, concave parabolic, and convex parabolic profiles, Journal of the Franklin Institute, 350 (2013): 1424-1442.