

การควบคุมเสถียรภาพของอากาศยาน 4 ใบพัด โดยใช้ตัวควบคุมแบบคลาสสิก Stability Control of a Quadrotor by using Classical Control

ธิตี นิลทองคำ¹ และวิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ^{2*}

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

*ติดต่อ: โทรศัพท์: 0-2218-6449, โทรสาร: 0-22186583

Email: ²viboon.s@chula.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการนำเสนอการใช้อัตว์ควบคุมแบบคลาสสิกมาควบคุมเสถียรภาพของอากาศยานไร้คนขับขนาดเล็กชนิดขึ้นลงแนวดิ่งแบบ 4 ใบพัด(Quadrotor) อากาศยานชนิดนี้มีความสามารถในการทรงตัวกลางอากาศในสภาพแวดล้อมที่มีลมและทำงานในพื้นที่จำกัดได้ดี เหมาะกับการนำไปใช้ในงานถ่ายภาพและงานสำรวจต่างๆ บทความนี้จะแสดงถึงแบบจำลองระบบสมการทางพลศาสตร์ของอากาศยาน โดยใช้สมการนิวตัน-ออยเลอร์ในการวิเคราะห์ และแสดงการออกแบบระบบควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพทางการบิน(Attitude Stabilization)ของอากาศยาน 4 ใบพัดด้วยระบบควบคุมแบบคลาสสิกให้สามารถบินรักษาระดับ(Hovering) ได้ตามที่ต้องการมีการแสดงผลการจำลองระบบควบคุมเสถียรภาพของระบบด้วยโปรแกรม Matlab/Simulink เพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองจริง

คำหลัก:อากาศยาน 4 ใบพัด / เครื่องบินขึ้นลงแนวดิ่ง / อากาศยานไร้คนขับ

Abstract

The vertical take-off and landing (VTOL) micro unmanned aerial vehicle (MAVs), known as a Quadrotor aircraft. It has four rotors, can hover and fly at low speed indoor or no strong windy environment and can take-off and land in limited area. Quadrotor is suitable for survey and photography. This paper will present the design of attitude stabilization with classical control system based on the dynamic model of the Quadrotor, which use Newton-Euler equations in the analysis. Finally, it also presents the result of stabilization simulation model of control system using Matlab/Simulink and result of experiment

Keywords: Quadrotor/ VTOL (Vertical Take-Off and Landing / MAVs

1. บทนำ

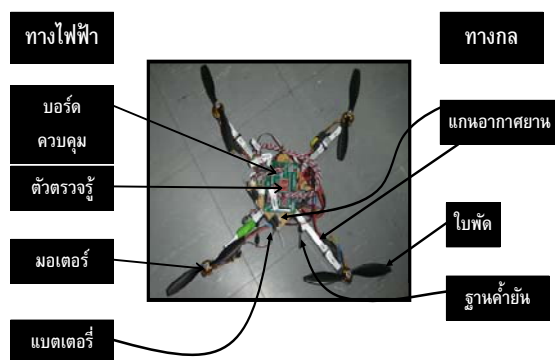
อากาศยานไร้คนขับขนาดเล็ก (Micro Unmanned Aerial Vehicle, MAVs)[1] เป็นคำจำกัดความของเครื่องบินขนาดเล็กที่มีระบบควบคุมอัตโนมัติสามารถเคลื่อนที่ไปสู่จุดหมายและทำงานตามคำสั่งที่ได้กำหนดไว้ตามโปรแกรมอย่างแม่นยำ จึงมีการนำอากาศยานไร้คนขับไปใช้แทนอากาศยานแบบมีคนขับในงานภารกิจทั้งทางทหารและพลเรือนอย่างกว้างขวาง เช่น งานทางด้านการช่วยเหลือ งานสำรวจทรัพยากร งานถ่ายภาพ งานส่งสิ่งของในพื้นที่เสี่ยงภัย เป็นต้น

เพราะว่าอากาศยานไร้คนขับจะมีต้นทุนการผลิตที่ถูกกว่าระยะเวลาการบินมากขึ้นเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกของเครื่องลดลง สามารถบรรทุกอุปกรณ์สำหรับภารกิจได้มากกว่า และที่สำคัญลดความเสี่ยงภัยที่จะเกิดกับนักบิน

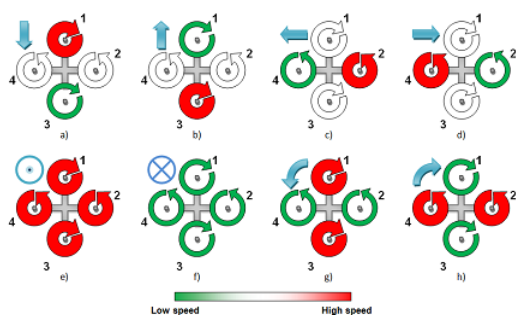
อากาศยานไร้คนขับ สามารถแบ่งออกได้เป็นสองประเภทหลักๆ[2] คือ อากาศยานแบบปีกตรึง และอากาศยานแบบปีกหมุนซึ่งแบ่งย่อยได้เป็นแบบปีกหมุนแกนเดียว เช่น เฮลิคอปเตอร์ และแบบปีกหมุนหลายแกน เช่น อากาศยานหลายใบพัด (Multi-rotor) โดยที่อากาศยาน 4 ใบพัด(Quadrotor) ถือเป็นอากาศยานแบบปีก

หมุนหลายแกนขนาดเล็กชนิดหนึ่ง มีความสามารถขึ้นลง แนวตั้งได้คล้ายกับเฮลิคอปเตอร์แต่มีแกนใบพัดแยกกัน เคลื่อนที่ด้วยความเร็วต่ำ มีเสถียรภาพการทรงตัวกลางอากาศสูงกว่าเฮลิคอปเตอร์ที่มีใบพัดเดียว และทำงานในพื้นที่จำกัดได้ดีกว่าเครื่องบินปีกตรึง[3]

โครงสร้างของอากาศยาน 4 ใบพัดจะประกอบด้วย 2 ส่วนหลักๆ คือโครงสร้างทางกล (Mechanical part) ทำหน้าที่เป็นส่วนรองรับแรงกระทำจากภายนอก เช่น แรงขับ แรงยก แรงดึงดูดเนื่องจากน้ำหนัก และแรงต้านทานอากาศ เป็นต้น ซึ่งแบ่งแยกออกเป็น โครงอากาศยาน (Body frame) ใบพัด (Propeller) ฐานค้ำยัน (Landing gear) และส่วนที่สอง อุปกรณ์ทางไฟฟ้ามีหน้าที่ควบคุมการเคลื่อนที่ การรับรู้ของอากาศยาน เช่น ตัวตรวจจับ (Sensor) บอร์ดควบคุม (Microcontroller) มอเตอร์ แบตเตอรี่ ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1. โครงสร้างอากาศยาน 4 ใบพัด



รูปที่ 2. การเคลื่อนที่ของอากาศยาน 4 ใบพัด

ในสภาพการบินรักษาระดับ (Hovering) การเคลื่อนที่ของอากาศยาน 4 ใบพัดจะมีใบพัดที่หมุนสวนทิศกันอย่างละคู่วางในแนวตรงข้ามกันทำหน้าที่สร้างแรงบิด (Torque force) หักล้างกันเองเพื่อให้สามารถอยู่ในสภาวะคงตัวได้และการควบคุมเสถียรภาพทางการบินในแนวแกนหมุน (Orientation) จะทำด้วยการปรับเปลี่ยนความเร็วของใบพัดทั้งสี่ซึ่งการบอกท่าทางการบิน (Attitude) ของอากาศยาน 4 ใบพัดจะบอกเป็นมุม

หมุนรอบแกนเคลื่อนที่ทั้งสามแกน ประกอบด้วย มุมหมุนรอบแกน x เรียกว่า roll (ϕ) มุมหมุนรอบแกน y เรียกว่า pitch (θ) และมุมหมุนรอบแกน z เรียกว่า yaw (ψ) การเคลื่อนที่ของอากาศยาน 4 ใบพัดสามารถแบ่งตามการควบคุมได้เป็น 2 แบบคือ การวางตัวแบบบวก (plus form) และการวางตัวแบบเอ็กซ์ (cross form) โดยจากรูปที่ 2 แสดงถึงการเคลื่อนที่ของอากาศยาน 4 ใบพัดแบบบวก [4] ในรูปแบบต่างๆ กันดังนี้ เมื่อมีการปรับเปลี่ยนความเร็วของใบพัด 1 และ 3 ให้เกิดความแตกต่างกันจะส่งผลต่อท่าทางการบินรอบแกน y หรือจะเรียกว่าการเคลื่อนที่ในแนวแกน pitch ซึ่งจะทำให้อากาศยาน 4 ใบพัดเกิดการเคลื่อนที่ไปด้านหน้าหรือด้านหลัง (รูป 2a, 2b) เมื่อปรับเปลี่ยนความเร็วของใบพัด 2 และ 4 ให้เกิดความแตกต่าง ท่าทางการบินจะหมุนรอบแกน x หรือเรียกว่าการเคลื่อนที่ในแนวแกน roll ส่งผลให้เครื่องบินเคลื่อนที่ไปทางซ้ายหรือทางขวา (รูป 2c, 2d) ขึ้นกับใบพัดด้านใดมีความเร็วการหมุนมากกว่ากัน ทิศทางเคลื่อนที่ที่จะไปด้านตรงข้าม และถ้าปรับเปลี่ยนความเร็วของใบพัดที่หมุนสวนทิศกันให้มีความเร็วการหมุนไม่เท่ากัน จะส่งผลให้อากาศยานหมุนรอบแกน z หรือหมุนรอบแกนตัวเอง (รูป 2g, 2h) เรียกว่าการเคลื่อนที่แบบ yaw และอันดับสุดท้ายการเคลื่อนที่ขึ้น-ลงของอากาศยาน 4 ใบพัดจะเกิดขึ้นจากแปรเปลี่ยนความเร็วใบพัดทั้ง 4 ให้หมุนเท่ากัน (รูป 2e, 2f) แต่ค่ามากน้อยแตกต่างกัน

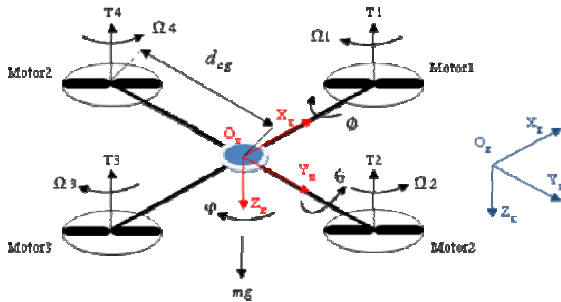
อากาศยาน 4 ใบพัดกำเนิดขึ้นตั้งแต่ในสมัยแรกของทศวรรษแห่งการบิน แต่เป็นเพียงในแนวความคิด ต่อมาเทคโนโลยีได้พัฒนาขึ้น อากาศยาน 4 ใบพัดจึงเริ่มมีผู้คนให้ความสนใจที่จะศึกษามากขึ้น อาทิเช่น มหาวิทยาลัยเพนซิลวาเนีย [5] ได้ศึกษาทำการทดสอบท่าทางการบินด้วยการติดอากาศยานกับแท่นยึดและใช้ระบบควบคุมย้อนกลับแบบเชิงเส้น PI และระบบควบคุมแบบไม่เชิงเส้น Back-stepping [6] ในการทดลองหรือมหาวิทยาลัยแห่งชาติประเทศออสเตรเลีย (ANU) [7] ได้สร้างอากาศยาน 4 ใบพัดโดยใช้ระบบควบคุมแบบ double lead compensator เป็นตัวควบคุม เป็นต้น

โดยในบทความนี้จะแสดงแบบจำลองทางพลศาสตร์ของอากาศยาน 4 ใบพัด ที่หาได้จากการพิสูจน์รูปแบบสมการนิวตัน-ออยเลอร์ (Newton-Euler Formalism) จากสมการผลรวมแรงที่กระทำต่ออากาศยาน และได้ทำการลดรูปจนสมการในบางส่วนให้เป็นไปตามเงื่อนไขการทดลองควบคุมอากาศยานให้สามารถบิน

รักษาระดับ(Hovering)ทำให้เหลือสมการที่ในรูปแบบอย่างง่าย เพื่อนำไปใช้ในการออกแบบระบบควบคุมแบบคลาสสิกและแสดงผลการจำลองรูปแบบกราฟด้วย Matlab/Simulink รวมทั้งแสดงผลจากการทดลองจริงเปรียบเทียบ

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

2.1 แบบจำลองอากาศยาน 4 ใบพัด



รูปที่ 3. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อากาศยาน 4 ใบพัด

การออกแบบระบบควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพทางการบินของอากาศยาน 4 ใบพัด ในขั้นแรกจะต้องทำการหาสมการทางพลศาสตร์ที่สามารถอธิบายพฤติกรรมเคลื่อนที่ของอากาศยาน ซึ่งจะประกอบไปด้วยการเคลื่อนที่ใน 6 องศาอิสระ 12 สถานะ จำแนกออกเป็น 2 ส่วนใหญ่ๆ คือ การเคลื่อนที่ตามแกนหมุน(Orientation) 3 องศาอิสระ 6 สถานะบ่งบอกด้วยมุมออยเลอร์ $[\phi \ \theta \ \psi]^T$ และความเร็วเชิงมุม $[p \ q \ r]^T$ อันดับที่สองตามแกนเลื่อนขนาน(Translation) 3 องศาอิสระ 6 สถานะ ประกอบด้วย ตำแหน่ง $[x \ y \ z]^T$ และความเร็วเชิงเส้น $[u \ v \ w]^T$ โดยการออกแบบสมการการเคลื่อนที่ของอากาศยานของอากาศยาน 4 ใบพัดกรณีใบพัดติดตรงจะใช้ทฤษฎีสมการพลศาสตร์ของนิวตัน-ออยเลอร์(Newton-Euler Theory) มาช่วยในการวิเคราะห์ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องกำหนดแกนคู่พิกัดที่ใช้เทียบอ้างอิงซึ่งแบ่งออกเป็น แกนเทียบอ้างอิงแกนโลก(Earth fixed frame) กำหนดสัญลักษณ์แทนด้วย E และแกนเทียบอ้างอิงแกนอากาศยาน(Body fixed frame) แทนด้วยสัญลักษณ์ B ซึ่งมีจุดตั้งต้นวางที่เดียวกับจุดศูนย์กลางถ่วง(Center of gravity, C.G.) ของอากาศยาน ตามรูปที่ 3

การวิเคราะห์ตามหลักสมการนิวตัน-ออยเลอร์จะเขียนระบบสมการเทียบเคียงแกนอ้างอิงกับแกนโลกเป็นหลักดังนั้นจึงต้องมีการแปลงรูปสมการที่กระทำกับแกนลำตัวอากาศยาน 4 ใบพัดให้อยู่ในรูปพิกัดแกนโลก

ด้วยเมตริกซ์การหมุน(Rotation Matrix)[4]แทนด้วยสัญลักษณ์ C

$$C = C_z(\psi)C_y(\theta)C_x(\phi)$$

$${}^E C_B = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & c\phi c\psi + s\phi s\theta s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

เมื่อ $c = \cos$, $s = \sin$

ในบทความนี้จะกล่าวถึงการควบคุมเสถียรภาพ (Attitude control) ของอากาศยาน 4 ใบพัดเท่านั้น ดังนั้นจึงสนใจแบบจำลองการเคลื่อนที่ของอากาศยาน 4 ใบพัดเพียงการเคลื่อนที่ในแนวแกนหมุน 3 องศาอิสระ, $[\phi \ \theta \ \psi]^T$, 6 สถานะเท่านั้น ภายใต้เงื่อนไขการทดสอบดังนี้

- โครงสร้างอากาศยานและใบพัดเป็นวัตถุแข็งเกร็ง (Rigid body) และมีลักษณะสมมาตร (Symmetrical) เพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณาโมเมนต์ความเฉื่อยอากาศยาน
- จุดศูนย์กลางมวล(Center of Gravity, C.G.) กับจุดกำเนิดแกนอ้างอิงแกนอากาศยานเป็นจุดเดียวกันส่งผลให้แรงโน้มถ่วงโคปิคของใบพัดส่งผลน้อยต่อระบบอากาศยาน
- แรงขับของใบพัดแปรผันตรงกับความเร็วรอบยกกำลังสอง
- อากาศยานอยู่ในสภาวะบินรักษาระดับ ความเร็วต่ำ เพื่อให้ผลจากแรงหนีศูนย์กลางส่งผลน้อยกว่าแรงเนื่องจากมอเตอร์ ทำให้สามารถแยกพิจารณาในแต่ละแนวแกนหมุนได้

จากสมมติฐานสามารถพิจารณาหาสมการการเคลื่อนที่ได้จากสมการทั้งสองดังนี้

สมการออยเลอร์:

$$\bar{\omega} = C_x(\phi)C_y(\theta)C_z(\psi) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + C_x(\phi)C_y(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + C_x(\phi) \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

เมื่อเวกเตอร์ $\bar{\omega}$ คือ $\bar{\omega} = [p \ q \ r]^T$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & t\theta s\phi & t\theta c\phi \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \quad \text{เมื่อ } t = \tan$$

สมการแรงบิดสามารถพิจารณาหาความสัมพันธ์ได้จากแรงบิดภายนอกทั้งหมดที่กระทำต่ออากาศยาน (τ_{net}) ซึ่งจะมีค่าเท่ากับผลรวมของแรงเฉื่อยเนื่องจากความเร่ง ($\frac{d}{dt}[I\bar{\omega}]_B$) รวมกับแรงหนีศูนย์กลาง ($\bar{\omega} \times [I\bar{\omega}]_B$) ผสมกับแรงไจโรสโคปิกของใบพัด (Γ) ได้เป็น :

$$\tau_{net} = \frac{d}{dt}[I\bar{\omega}]_B + \bar{\omega} \times [I\bar{\omega}]_B + \Gamma \quad (4)$$

$$\Gamma = I_r \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega_r = I_r \begin{bmatrix} q \\ -p \\ 0 \end{bmatrix} (\Omega_1 + \Omega_3 - \Omega_2 - \Omega_4) \quad (5)$$

$$\bar{\omega} = [p \ q \ r]^T$$

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

โดยที่ $\bar{\omega}$ คือเวกเตอร์ความเร็วเชิงมุม, p คือความเร็วเชิงมุมรอบแกน x , q คือความเร็วเชิงมุมรอบแกน y , r คือความเร็วเชิงมุมรอบแกน z , Ω_i คือความเร็วรอบการหมุนของใบพัดแต่ละชุด และ I คือเมตริกซ์โมเมนต์ความเฉื่อยของอากาศยาน 4 ใบพัดที่มีลักษณะสมมาตร พิจารณาโมเมนต์สุทธิใน 3 แนวแกนที่กระทำต่ออากาศยาน ซึ่งเป็นผลเกิดเนื่องมาจากแรงขับที่สร้างขึ้นจากใบพัดทั้ง 4 มีค่าแตกต่างกันทำให้เกิดการหมุนรอบแกนแสดงได้ดังนี้

$$\tau_{net} = \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\Omega_4^2 - \Omega_2^2)k_t d_{cg} \\ (\Omega_1^2 - \Omega_3^2)k_t d_{cg} \\ (\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2)k_t k_{mt} \end{bmatrix} \quad (6)$$

เมื่อ k_t คือค่าคงที่แรงขับของใบพัด, k_{mt} คือค่าคงที่สัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์กับแรงขับของใบพัดและ d_{cg} คือระยะแกนของมอเตอร์ถึงจุดศูนย์กลางมวล ตามรูปที่ 3 จากสมการที่ (4), (5) และ (6) จะได้

$$\dot{p} = \frac{\tau_x}{I_{xx}} - \frac{(I_{zz} - I_{yy})qr}{I_{xx}} - \frac{I_r q (\Omega_1 + \Omega_3 - \Omega_2 - \Omega_4)}{I_{xx}}$$

$$\dot{q} = \frac{\tau_y}{I_{yy}} - \frac{(I_{xx} - I_{zz})rp}{I_{yy}} - \frac{I_r p (-\Omega_1 - \Omega_3 + \Omega_2 + \Omega_4)}{I_{yy}}$$

$$\dot{r} = \frac{\tau_z}{I_{zz}} - \frac{(I_{yy} - I_{xx})pq}{I_{zz}} \quad (7)$$

2.2 แบบจำลองตัวขับเคลื่อน(Rotor Model)

ในแต่ละตัวขับเคลื่อนจะประกอบด้วยมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงแบบไม่มีแปรงถ่านและใบพัดเป็นอุปกรณ์สร้างกำลังขับเคลื่อนอยู่กับปลายแขนทั้งสองด้าน ซึ่งจะผลิตแรงขับในแนวตั้ง (T_i) และโมเมนต์ ดังสมการ

$$T_i = k_t \Omega_i^2 \quad (8)$$

$$M_i = k_m \Omega_i^2 \quad (9)$$

จากการทดลองและความสัมพันธ์ระหว่างมุมใบพัดกับสัมประสิทธิ์แรงขับ[8] จะได้ $k_t = 1.965 \times 10^{-5} \text{ N / rpm}^2$

$$, k_m = 7.45 \times 10^{-7} \text{ Nm / rpm}^2 \text{ และ } k_{mt} = \frac{k_m}{k_t} = 0.038 \text{ m}$$

ซึ่งสมการพลศาสตร์ของตัวขับเคลื่อนจะสมมติด้วยระบบสมการมอเตอร์กระแสตรงอันดับหนึ่ง ดังนั้นจึงสามารถเขียนสมการการถ่ายโอน(Transfer Function)ของความเร็วรอบใบพัดต่อสัญญาณเข้ามอเตอร์ ได้ดังนี้

$$G(s) = \frac{\Omega_i}{u_i} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (10)$$

เมื่อให้ค่า K เป็นค่าคงที่มอเตอร์ และ τ คือค่าคงที่เวลามอเตอร์ (time constant) ทั้งสองค่าที่ได้จากการทดลอง

3. การออกแบบระบบควบคุม

แบบจำลองของอากาศยาน 4 ใบพัดตามสมการที่ (7) สามารถจัดเรียงให้อยู่ในรูปแบบสเตตสเปซ(State-space) $\dot{X} = f(X, U)$ เมื่อ X คือสเตตเวกเตอร์ (State vector) ซึ่งจากที่ได้กล่าวมาการทดสอบเสถียรภาพนี้จะสนใจเพียง 6 สถานะดังนี้

$$X = [\phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi}]^T \quad (11)$$

$$x_1 = \phi \quad x_3 = \theta \quad x_5 = \psi$$

$$x_2 = \dot{\phi} \quad x_4 = \dot{\theta} \quad x_6 = \dot{\psi}$$

และ U_i คือเวกเตอร์ของอินพุตที่เข้าแบบจำลองที่ได้มาจากมอเตอร์

$$U = [U_1 \ U_2 \ U_3]^T$$

$$U_1 = (T_2 - T_4) = k_t (\Omega_4^2 - \Omega_2^2)$$

$$U_2 = (T_1 - T_3) = k_t (\Omega_1^2 - \Omega_3^2)$$

$$U_3 = (T_1 + T_3 - T_2 - T_4) = k_m (\Omega_1^2 + \Omega_3^2 - \Omega_2^2 - \Omega_4^2) \quad (12)$$

$$\Theta = \Omega_1 + \Omega_3 - \Omega_2 - \Omega_4$$

และจากเงื่อนไขการทดสอบบินรักษาระดับ มุมระหว่างแกนอ้างอิงแกนโลกกับแกนลำตัวอากาศยานต่างกันไม่มากจะส่งผลให้เมตริกซ์การหมุน(Rotation Matrix) สามารถเขียนเป็นเมตริกซ์หนึ่งหน่วย(Unity matrix) ได้ ดังนั้น $[\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T \approx [p \ q \ r]^T$ เมื่อนำไปรวมกับสมการที่

(7), (11), (12) และเงื่อนไขการทดสอบทำให้พจน์ที่ส่งผลต่อระบบเหลือเพียงพจน์แรงขับเนื่องจากมอเตอร์ จึงสามารถจัดสมการรูปแบบอย่างง่าย แสดงได้ดังนี้

$$f(X, U) = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \frac{d_{cg}}{I_{xx}} U_1 \\ \dot{\theta} \\ \frac{d_{cg}}{I_{yy}} U_2 \\ \dot{\psi} \\ \frac{1}{I_{zz}} U_3 \end{pmatrix} \quad (13)$$

จากสมการที่ (13) ยังสามารถบ่งบอกให้ทราบได้ว่าการควบคุมเสถียรภาพทางการหมุนทั้งสามแนวแกนสามารถแยกพิจารณาจากการควบคุมในแต่ละแนวแกนได้

3.1 ระบบควบคุมแบบคลาสสิก (Classical control)

การควบคุมเสถียรภาพถือเป็นหัวใจหลักของระบบควบคุมอากาศยาน ในบทความนี้จึงได้นำระบบควบคุมแบบ PID มาประยุกต์ใช้ เนื่องจากระบบ PID เหมาะกับการนำไปใช้ควบคุมแบบจำลองที่ไม่ซับซ้อนมาก โดยรูปแบบทั่วไปของระบบควบคุมแบบ PID[10]คือ

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (14)$$

$$e(t) = x_d - x(t)$$

$$\dot{e}(t) = \dot{x}_d - \dot{x}(t)$$

เมื่อ $u(t)$ คือสัญญาณอินพุตที่เข้าระบบควบคุม, $e(t)$ คือค่าความผิดพลาดระหว่างท่าทางของอากาศยานที่ต้องการ (x_d) กับท่าทางของอากาศยาน ณ ปัจจุบัน ($x(t)$) และ K_p, K_i, K_d คือตัวแปรคงตัวของระบบควบคุมแบบ PID ซึ่งการหาค่าตัวแปรคงตัวเป็นไปตามตารางที่ 1 ซึ่งเป็นการปรับจูนระบบควบคุมด้วยวิธีซิกเกอร์และนิคโคลส์ (Ziegler–Nichols) โดยกำหนดค่าตั้งต้น K_i และ K_d เป็นศูนย์ เลือกอัตราขยาย K_p สูงที่สุดจากรูทโลคัส (ซึ่งก็คือค่า K_u) ปรับจูนกระทั่งเริ่มเกิดการแกว่งให้น้ำค่าช่วงการแกว่ง P_u มาหาค่าต่อตารางที่ 1 ค่าคงตัวตามวิธี Ziegler–Nichols

ตัวแปร	K_p	K_i	K_d
P	$0.5K_u$	-	-
PI	$0.45K_u$	$1.2K_p / P_u$	-
PID	$0.6K_u$	$2K_p / P_u$	$K_p P_u / 8$

ในระบบควบคุมอากาศยาน 4 ใบพัดเพื่อควบคุมเสถียรภาพเชิงมุมหมุนใน 3 แนวแกน จะต้องควบคุมมุมของอากาศยานให้เป็นไปตามที่กำหนดไว้ซึ่งจะนำค่ามุมที่ได้จากการวัดจริงมาหักลบได้ค่าความผิดพลาดนำไปใช้ในการวนลูบจนกว่าค่าความผิดพลาดจะเท่ากับศูนย์ โดยจะนำความสัมพันธ์ระหว่างมุม ความเร็วเชิงมุมของอากาศยานและแรงบิด และความเร็วที่เกิดจากใบพัด ซึ่งสามารถสังเกตได้จากสมการพลศาสตร์ของอากาศยานในสมการที่ (6) และ (7) มาใช้กำหนดแบบควบคุม PID ที่จะใช้ควบคุมแบบจำลองโดยขั้นแรกหาสัญญาณเพื่อไปใช้คำนวณความเร็วรอบของตัวขับเคลื่อน เป็นดังนี้

$$u_\phi = (K_{p,\phi} e_\phi + (PID_{t-1} + K_{i,\phi} e_\phi) + K_{d,\phi} \dot{e}_\phi - K_{p,\phi} e_\phi - (\dot{e}_{\phi,t-1} - \dot{e}_{\phi,t-2}) K_{d,\phi})$$

$$u_\theta = (K_{p,\theta} e_\theta + (PID_{t-1} + K_{i,\theta} e_\theta) + K_{d,\theta} \dot{e}_\theta - K_{p,\theta} e_\theta - (\dot{e}_{\theta,t-1} - \dot{e}_{\theta,t-2}) K_{d,\theta})$$

$$u_\psi = (K_{p,\psi} e_\psi + (PID_{t-1} + K_{i,\psi} e_\psi) + K_{d,\psi} \dot{e}_\psi - K_{p,\psi} e_\psi - (\dot{e}_{\psi,t-1} - \dot{e}_{\psi,t-2}) K_{d,\psi}) \quad (14)$$

และความเร็วรอบของตัวขับเคลื่อน, Ω_i ที่จะนำไปใช้เป็นสัญญาณอินพุตในสมการที่ (12) เพื่อหาค่าตัวควบคุมแบบจำลองทางอากาศพลศาสตร์ที่ใช้ในสมการที่ (13) จะได้จากการคำนวณในสมการที่ (6),(8) และรวมกับสมการ (14) แสดงดังนี้

$$\Omega_1^2 = \frac{T}{4k_t} + \frac{u_\theta}{2k_t d_{cg}} - \frac{u_\psi}{4k_t k_{mt}}, \quad \Omega_2^2 = \frac{T}{4k_t} - \frac{u_\phi}{2k_t d_{cg}} + \frac{u_\psi}{4k_t k_{mt}}$$

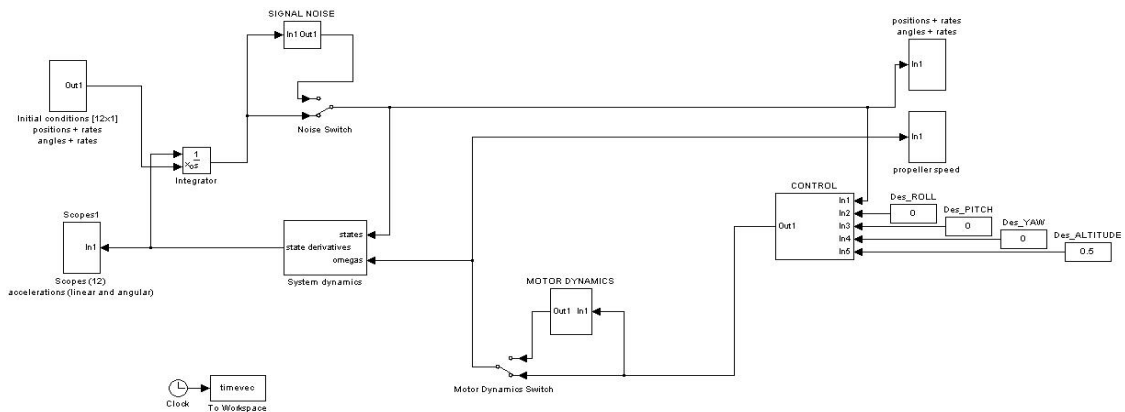
$$\Omega_3^2 = \frac{T}{4k_t} - \frac{u_\theta}{2k_t d_{cg}} - \frac{u_\psi}{4k_t k_{mt}}, \quad \Omega_4^2 = \frac{T}{4k_t} + \frac{u_\phi}{2k_t d_{cg}} + \frac{u_\psi}{4k_t k_{mt}} \quad (15)$$

4. การจำลองระบบควบคุมเสถียรภาพ

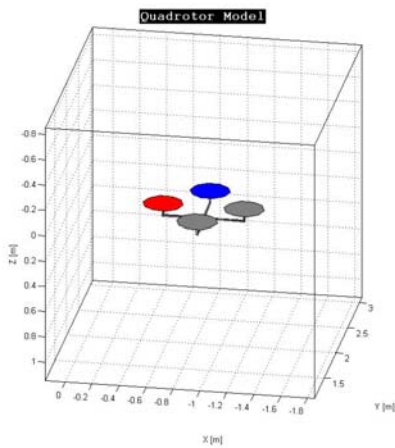
การแสดงผลเสถียรภาพของอากาศยาน 4 ใบพัดที่มีค่าตัวแปรเป็นไปตามตารางที่ 2 ด้วยระบบควบคุมแบบคลาสสิกสามารถทำได้โดยการทดสอบระบบควบคุมผ่านโปรแกรม Matlab/Simulink ซึ่งได้แสดงแผนภาพการควบคุมตามรูปที่ 4 และแสดงรูปจำลองตามรูปที่ 5

ตารางที่ 2 ค่าตัวแปรของอากาศยาน 4 ใบพัด

ตัวแปร	ค่า	หน่วย	ตัวแปร	ค่า	หน่วย
g	9.81	m/s	I_r	3.75e-5	kg.m ²
m	1.32	Kg	I_{xx}	0.0226	kg.m ²
d_{cg}	0.325	m	I_{yy}	0.0226	kg.m ²
k_t	1.965e-5	N/rpm ²	I_{zz}	0.0452	kg.m ²
k_{mt}	0.038	m			



รูปที่ 4 แผนภาพระบบควบคุมด้วยโปรแกรม Matlab/Simulink



รูปที่ 5 แบบจำลองด้วยโปรแกรม Matlab/Simulink

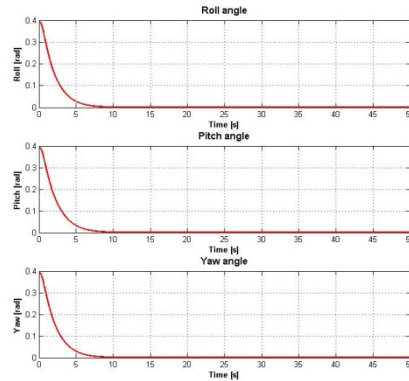
การจำลองระบบควบคุมด้วยโปรแกรมจะแบ่งการทดสอบออกเป็น 3 ระบบ คือ ระบบควบคุมแบบ PI, PD และ PID เพื่อดูผลเปรียบเทียบของทั้ง 3 ระบบ โดยจะทดสอบภายใต้ข้อกำหนดเดียวกัน ค่าสถานะเริ่มต้น (Initial state) ของมุมหมุนของอากาศยาน 4 ใบพัดในหน่วยเรเดียนคือ $[\phi \ \theta \ \psi]^T = [\pi/8 \ \pi/8 \ \pi/8]^T$ และท่าทางของอากาศยานที่ต้องการคือสภาวะบินรักษาระดับ ดังนั้นมุมที่ต้องการ (Desired angle) คือ $[0 \ 0 \ 0]^T$ ซึ่งจะต้องได้ผลค่าโอเวอร์ชูตของระบบไม่เกิน 20%, เวลาเข้าสู่สถานะคงตัวไม่เกิน 3s ซึ่งหาค่า $K_u = 20$ และ $P_u = 3$

ตารางที่ 3 ค่าตัวคงตัวของระบบควบคุม

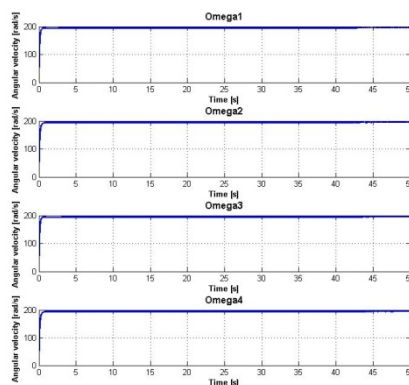
	PI		PD		PID		
	K_p	K_i	K_p	K_d	K_p	K_i	K_d
ϕ	9	3.6	12	4	12	0.8	4
θ	9	3.6	12	4	12	0.8	4
ψ	9	3.6	8	2.5	9	0.6	4

4.1 ระบบควบคุมแบบ PI (PI Control)

ค่าคงตัวของระบบควบคุมแสดงดังตารางที่ 3



รูปที่ 6 ท่าทางอากาศยานของระบบควบคุม PI



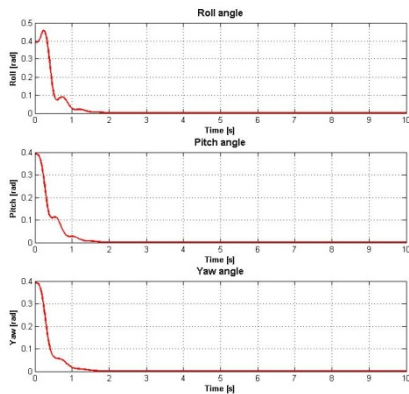
รูปที่ 7 ท่าทางอากาศยานของระบบควบคุม PI

จากรูปที่ 6 และ 7 แสดงผลการจำลองความเร็วรอบของตัวขับเคลื่อนและมุมของอากาศยานของระบบควบคุมแบบ PI ซึ่งจะเห็นว่ากราฟจะเป็นไปอย่างราบเรียบ มุมทั้งสามลู่ลงอย่างรวดเร็วในช่วง 3 วินาทีแรก และชะลอการลู่เข้าสู่ศูนย์ภายในเวลา 10 วินาที ผลที่ได้

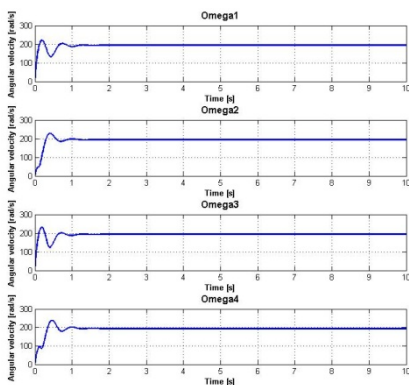
ไม่มีค่าโอเวอร์ชูต ไม่มีค่าผิดพลาดคงตัว แต่เวลาการลู่เข้าเกินขอบเขตที่กำหนด

4.2 ระบบควบคุมแบบ PD (PD Control)

ค่าคงตัวของระบบควบคุมแสดงดังตารางที่ 3



รูปที่ 8 ทำทางอากาศยานของระบบควบคุม PD



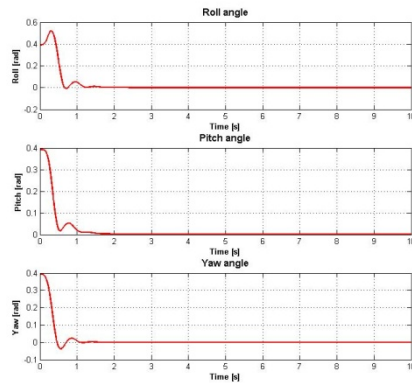
รูปที่ 9 ความเร็วรอบตัวขับเคลื่อนของระบบควบคุม PD

จากรูปที่ 8 และ 9 แสดงผลการจำลองความเร็วรอบของตัวขับเคลื่อนและมุมของอากาศยานของระบบควบคุมแบบ PD ซึ่งจะเห็นว่าในวินาทีที่ 0-0.3 มุม roll จะมีค่าเพิ่มขึ้นแล้วจึงค่อยลดลงอย่างรวดเร็ว และในช่วงวินาทีที่ 0.5-1.5 มุมทั้งสามจะค่อยๆ ลู่เข้าสู่ศูนย์แต่กราฟไม่ราบเรียบมีการผันกลับไปมาและผลค่ามุมของอากาศยานยังเป็นไปตามขอบเขตที่กำหนดลู่เข้าสู่ศูนย์เมื่อเวลาผ่านไป 2 วินาที มีค่าโอเวอร์ชูตไม่เกิน 10% และไม่มีค่าผิดพลาดคงตัว

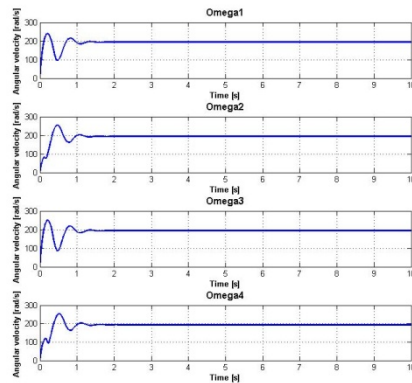
4.3 ระบบควบคุมแบบ PID (PID Control)

ค่าคงตัวของระบบควบคุมแสดงดังตารางที่ 3 โดยได้แสดงผลการจำลองระบบควบคุมแบบ PID ดังรูปที่ 10 และ 11 ซึ่งจะเห็นว่าในวินาทีที่ 0-0.2 กราฟมุม roll จะมีค่าเพิ่มขึ้นแล้วจึงค่อยลดลงอย่างรวดเร็วเหมือนกับกราฟอีก 2 มุมหมุนที่เหลือ และกราฟ yaw จะมีช่วงโอ

เวอร์ชุตก่อนเข้าสู่สถานะคงตัว แต่ค่าโอเวอร์ชุตยังอยู่ภายในขอบเงื่อนไขไม่เกิน 20% เวลาลู่เข้าสู่สถานะคงตัวประมาณ 2.5 วินาที รวมทั้งไม่มีค่าผิดพลาดคงตัว



รูปที่ 10 ทำทางอากาศยานของระบบควบคุม PID



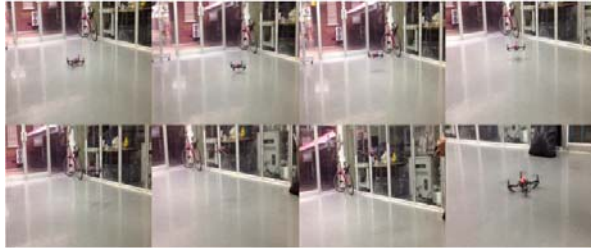
รูปที่ 11 ความเร็วรอบตัวขับเคลื่อนระบบควบคุม PID

5. การทดสอบ

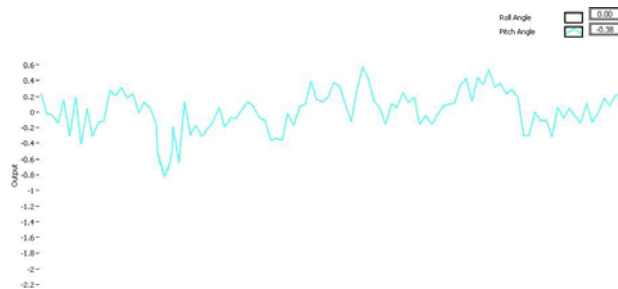
หลังจากที่ได้ผลจากการจำลองระบบควบคุมด้วย Matlab/Simulink สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการทดสอบบินจริงโดยจากกราฟผลการจำลอง ระบบที่เป็นไปตามเงื่อนไขที่ตั้งไว้ คือระบบควบคุมแบบ PD กับ PID ซึ่งได้ผลออกมาไม่แตกต่างกันมากจึงได้นำระบบควบคุม PD มาใช้ทดสอบกับอากาศยานที่มีระบบประมวลผลเป็นไมโครคอนโทรลเลอร์ Arduino และการทดสอบจะปรับคันเร่ง (Throttle) จนอากาศยานบินในสภาวะรักษาระดับดังรูปที่ 12 แล้วจึงอ่านค่าทำทางการบินของอากาศยานจากตัวตรวจรู้

ผลการทดสอบได้ผลมุมหมุนรอบแกน x (roll) และ y (pitch) ดังรูปที่ 13 และ 14 ตามลำดับ จะเห็นว่าอากาศยานพยายามรักษาสถียรภาพทั้งสองแนวแกนหมุนให้อยู่ในสภาวะสมดุลหรือกราฟลู่เข้าสู่ศูนย์และ

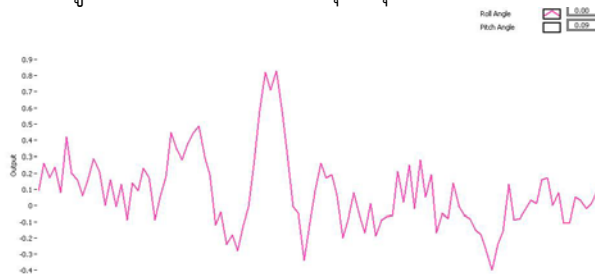
ตามกราฟทั้งสองจะเห็นว่ามุมหมุนมีการโดดขึ้นสูงเป็นช่วงๆตามค่ามุมที่ต้องการที่ใส่ผ่านคันบังคับเพื่อดูผลการลู่เข้า แต่ผลที่ออกมายังมีการแกว่งของมุมหมุนตลอดเวลา



รูปที่ 12. การบินทดสอบจริงของอากาศยาน 4 ใบพัด



รูปที่ 13. ผลการทดสอบมุมหมุนรอบแกน x



รูปที่ 14. ผลการทดสอบมุมหมุนรอบแกน y

6. สรุปผล

บทความนี้ได้อธิบายโครงสร้างและแบบจำลองของอากาศยาน 4 ใบพัดใน 3 องศาอิสระ รวมทั้งได้กล่าวถึงการออกแบบระบบควบคุมการรักษาเสถียรภาพด้วยระบบควบคุมแบบคลาสสิกซึ่งจากผลที่ออกมา ระบบควบคุมที่เหมาะสมกับการประยุกต์ใช้กับอากาศยาน 4 ใบพัด คือระบบควบคุมแบบ PD และ PID รวมทั้งได้แสดงผลการทดสอบกับระบบจริงและผลที่ได้ออกมาตามกราฟแสดงให้เห็นว่าระบบควบคุมแบบ PD สามารถควบคุมอากาศยาน 4 ใบพัดให้ลู่เข้าสู่สมดุลในสภาวะบินรักษาระดับได้ และเมื่อเปรียบเทียบกับผลการจำลองกับผลการทดสอบจริงก็มีแนวโน้มลู่เข้าสู่สมดุลไปในทางเดียวกัน

จึงสรุปว่าวิธีควบคุมแบบ PID สามารถนำมาใช้ควบคุมอากาศยาน 4 ใบพัดได้ แต่เนื่องจากการทดสอบจริงระบบยังมีการสั่นเนื่องจากการควบคุมและสิ่งรบกวนอยู่ ดังนั้นจึงต้องมีการพัฒนาระบบควบคุมแบบอื่นกันต่อไป และต่อยอดไปถึงระบบนำร่องอัตโนมัติด้วย GPS

7. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากโครงการศูนย์ระดับภูมิภาคเทคโนโลยีหุ่นยนต์ภายใต้โครงการเพิ่มศักยภาพด้านวิศวกรรมศาสตร์สหสาขา ในแผนพัฒนาวิชาการจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย(จุฬาฯ 100 ปี)

เอกสารอ้างอิง

- [1] UAVs. New world vista: Air and space for 21st century. Human systems and biotechnology systems, 7.0:17-18,1997.
- [2] Bouabdallah, S.; Murrieri, P.; Siegwart, R. *Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor. Robotics and Automation (ICRA), 2004 IEEE International Conference on*, On page(s): 4393 - 4398 Vol.5: Issue: , 26 April-1 May 2004
- [3] Ly Dat Minh; Cheolkeun Ha; "Modeling and control of quadrotor MAV using vision-based measurement," *Strategic Technology (IFOST), 2010 International Forum on*, vol.,no.,pp.70-75, 13-15 Oct. 2010.
- [4] Jorge Miguel Brito Domingues., *Quadrotor prototype*, Instituto superior tecnico, University Tecnica de Lisboa, 2009.
- [5] Scott D. Hanford, *A Small Semi-Autonomous Rotary-Wing Unmanned Air Vehicle (UAV)*, Master thesis, December 2005.
- [6] E.Altug, *Vision based control of unmanned aerial vehicles with applications to an autonomous four rotor helicopter*, Quadrotor, PhD thesis, University of Pennsylvania, 2003.
- [7] P.Pounds, R.Mahony, P. Hynes, J. Roberts, *Design of a four-rotor aerial robot*, *Australasian Conference on Robotics and Automation Auckland*, 27-29 November 2002
- [8] W.Barnes and W.Mccornick. *Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics*. New York : Wiley, 2nd edition, 1995
- [9] Bouabdallah, S.; Siegwart, R. *Full Control of Quadrotor. Intelligent Robots and Systems, 2007 IEEE International Conference on San Diego*, On page(s): 153 - 158 : 29 Oct-2 Nov, 2007.
- [10] Viboon Sangveraphunsiri. *Control of Dynamic Systems*. 2nd edition. Bangkok : Chulalongkorn Publishing, Inc., 2005.