

การควบคุมการสั่นของโครงสร้างสองชั้นจำลอง โดยวิธี H_∞ ความไวผสม Vibration Control of a Two-floored Structure Model Based on H_∞ Mixed Sensitivity Methodologies

ศักย บุญชูวิทย์^{1*} และ วิทิต นัทรรัตน์กุลชัย¹

¹ห้องปฏิบัติการควบคุมหุ่นยนต์และการสั่นสะเทือน (CRV Lab) ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

*ติดต่อ: sakaya.bcw@hotmail.co.th , โทร 081-545-3510

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการหาแบบจำลองทางพลวัต (dynamic model) ของระบบโครงสร้างสองชั้น (two-floor structured model), การออกแบบการควบคุมด้วยวิธี H_∞ ความไวผสม (H_∞ mixed sensitivity) และการสร้างโครงสร้างสองชั้นขึ้นมาทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุม เนื่องจากการสั่นสะเทือนมีผลต่อความเสียหายของโครงสร้างจริง การศึกษาการออกแบบระบบควบคุมของโครงสร้างที่สร้างขึ้นมานี้สามารถช่วยให้เข้าใจพฤติกรรมของโครงสร้างขนาดจริงได้ โดยที่แบบจำลองของโครงสร้างนั้นประกอบด้วย 3 ส่วนคือ 1) โครงสร้างสองชั้น 2) มวลขับ (active mass driver) สองมวลทำหน้าที่ต้านการสั่นสะเทือนของโครงสร้างในแต่ละชั้น และ 3) ตัวต้านทานชนิดปรับค่าได้ (potentiometer) ทำหน้าที่เป็นเซ็นเซอร์สำหรับวัดมุมเอียงของโครงสร้าง โครงสร้างที่ถูกควบคุมสามารถลดขนาดการสั่นลง เมื่อเทียบกับไม่มีตัวควบคุม

คำหลัก: การลดการสั่นสะเทือน, โครงสร้างสองชั้นจำลอง, H_∞ ความไวผสม

Abstract

This paper presents the dynamic model of a two-floor structured model, the controller that designed by H_∞ mixed sensitivity, and constructing the two-floor structured model to test the effectiveness of the proposed controllers. Since the effects of vibrating can cause to damage of the full-scale construction. Bench-scale models can be used to study aspect of full-scale structural vibration control implementation, including: 1) two-floor model, 2) two-active mass driver for countering the vibrated structure in each floor, and 3) potentiometers are used for measuring the tilt of the structure. When compared to the system without control, the H_∞ mixed sensitivity method can be reduces the vibration magnitude .

Keywords: vibration reduction, two-floored structure model, H_∞ mixed sensitivity

1. บทนำ

การทดลองควบคุมการสั่นของโครงสร้างสองชั้นจำลองนั้น ช่วยให้สามารถที่จะเข้าใจถึงพฤติกรรมเด่นที่มีต่อโครงสร้างได้ สำหรับในโครงสร้างนั้นในแต่ละชั้นจะเกิดการเบี่ยงเบนของมุมเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก ซึ่งตัวต้านทานชนิดปรับค่าได้ (potentiometer) ทำหน้าที่เป็นตัวตรวจรู้ และส่งสัญญาณให้แก่ตัวควบคุม

จากนั้นตัวควบคุมจะนำข้อมูลที่ได้ไปประมวลผล และส่งสัญญาณควบคุมให้แก่มวลขับ (active mass driver) ทำหน้าที่สร้างแรงต้านด้วยการเคลื่อนตัวของมวลขับ

2. อุปกรณ์การทดลอง

2.1. โครงสร้าง

โครงสร้างเป็นแบบสองชั้น ทำจากอลูมิเนียม แต่ละชั้นมีความสูง 300 มม. และกว้าง 500 มม. ดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 โครงสร้างสองชั้นจำลอง และมวลขับ

ในแต่ละชั้นจะยึดกันด้วยบานพับ และสปริงจะทำหน้าที่รั้งให้โครงสร้างสามารถตั้งตรงได้เมื่อไม่มี การรบกวนจากภายนอก

2.2. มวลขับ

ประกอบด้วย DC servo motor ที่ติดตั้งบนมวลหมุนซึ่งสามารถปรับค่าน้ำหนักได้ เมื่อมอเตอร์ได้รับสัญญาณควบคุมจากตัวควบคุม จะทำให้เกิดแรงผลักดันแก่โครงสร้าง

2.3. เซ็นเซอร์

ใช้ตัวต้านทานปรับค่าได้ ขนาดความต้านทาน 10KΩ เป็นเซ็นเซอร์วัดมุมเอียง ดังรูปที่ 2

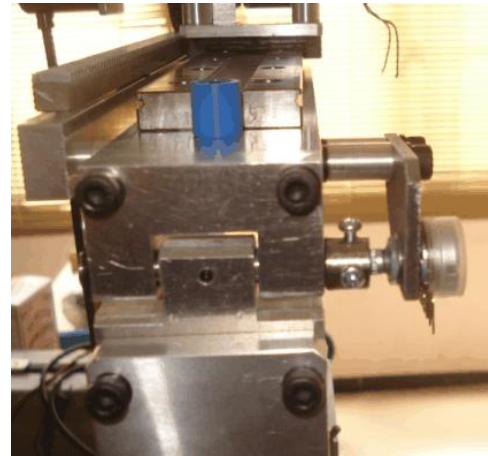
2.4. ตัวควบคุม

ใช้ตัวควบคุมแบบ ดิจิตอล ของ NI ร่วมกับโปรแกรม LABVIEW รุ่น 2009

2.5. คอมพิวเตอร์

แบ่งเป็น Host Computer สำหรับโปรแกรม และเก็บข้อมูล Target Computer สำหรับประมวลผลตัว

ควบคุมเพื่อให้ประสิทธิภาพในการทำงานของตัวควบคุมมีความไวมากขึ้น



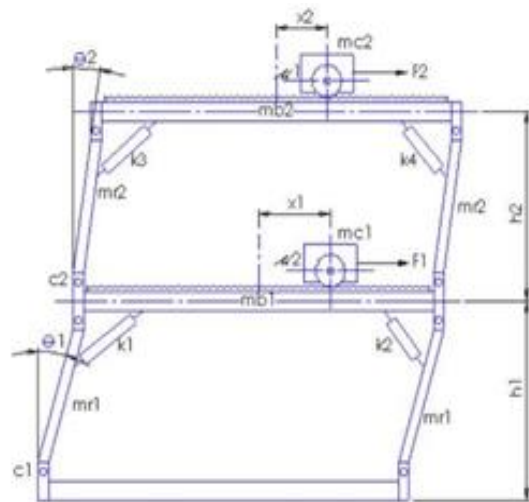
รูปที่ 2 ตัวต้านทานปรับค่าได้สำหรับวัดมุม

3.แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโครงสร้าง อ้างอิงหลักการของ ลากรางจ์ ในการสร้างสมการทางพลวัต

3.1. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโครงสร้าง

จากรูปที่ 3 เมื่อพิจารณาพลังงานต่างๆของระบบสามารถสร้างสมการได้ดังนี้



รูปที่ 3 โครงสร้างสองชั้นจำลอง และสัญลักษณ์ตัวแปร

พลังงานจลน์:

$$T = \frac{1}{2} m_{b1} (\dot{h}_1 \dot{\theta}_1)^2 + m_{r1} \left(\frac{h_1}{2} \dot{\theta}_1 \right)^2 + \frac{1}{2} m_{c1} (\dot{h}_1 \dot{\theta}_1 + \dot{x}_1)^2 + \frac{1}{2} m_{b2} (\dot{h}_1 \dot{\theta}_1 + \dot{h}_2 \dot{\theta}_2)^2 + m_{r2} \left(\dot{h}_1 \dot{\theta}_1 + \frac{h_2}{2} \dot{\theta}_2 \right)^2 + \frac{1}{2} m_{c2} (\dot{h}_1 \dot{\theta}_1 + \dot{h}_2 \dot{\theta}_2 + \dot{x}_2)^2 \quad (1)$$

พลังงานศักย์ยืดหยุ่น:

$$U = \frac{1}{2}k_{s1}\theta_1^2 + \frac{1}{2}k_{s2}\theta_2^2 \quad (2)$$

พลังงานภายนอก:

$$dW = F_1dx_1 + F_2dx_2 - \mu_1mc_1gdx_1 - \mu_2mc_2gdx_2 - c_1\dot{\theta}_1d\theta_1 - c_2\dot{\theta}_2d\theta_2 \quad (3)$$

จากสมการ

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i, i=1,2,\dots,n \quad (4)$$

และจากสมการ 1 ถึง 4 สามารถกำหนดสมการทางพลวัตของระบบได้ดังนี้

$$m_{c1}\ddot{x}_1 + m_{c1}h_1\ddot{\theta}_1 = F_1 \quad (5)$$

$$m_{c1}h_1\ddot{x}_1 + \left(m_{b1}h_1^2 + \frac{m_{r1}h_1^2}{2} + m_{c1}h_1^2 + m_{b2}h_1^2 + 2m_{r2}h_1^2 + m_{c2}h_1^2\right)\ddot{\theta}_1 + m_{c2}h_1\ddot{x}_2 + (m_{b2}h_1h_2 + m_{r2}h_1h_2 + m_{c2}h_1h_2)\ddot{\theta}_2 + k_{s1}\theta_1 = -c_1\dot{\theta}_1 \quad (6)$$

$$m_{c2}h_1\ddot{\theta}_1 + m_{c2}\ddot{x}_2 + m_{c2}h_2\ddot{\theta}_2 = F_2 \quad (7)$$

$$(m_{b2}h_1h_2 + m_{r2}h_1h_2 + m_{c2}h_1h_2)\ddot{\theta}_1 + m_{c2}h_2\ddot{x}_2 + \left(m_{b2}h_2^2 + \frac{m_{r2}h_2^2}{2} + m_{c2}h_2^2\right)\ddot{\theta}_2 + k_{s2}\theta_2 = -c_2\dot{\theta}_2 \quad (8)$$

3.2. เอกลักษณ์ของระบบมวลขับ (system identification)

เมื่อพิจารณา สมการที่ 5 และ 7 จะเห็นได้ว่าตัวแปร F_1 และ F_2 เป็นแรงที่เกิดจากการขับเคลื่อนของมอเตอร์ซึ่งแปรผันตรงกับแรงดันไฟฟ้าที่ได้รับจากตัวควบคุม

จากความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันไฟฟ้า และแรงบิดของมอเตอร์

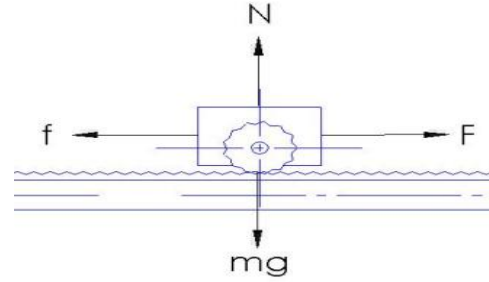
$$\tau_i = c_1v_i + c_2\omega_i = F_i \times r \quad (9)$$

$$F_i = \frac{c_1v_i - c_2\omega_i}{r_i} = k_{1i}v_i - k_{2i}\omega_i \quad (10)$$

$$F_i = k_{1i}v_i - k_{2i}\frac{\dot{x}_i}{r_i} \quad (11)$$

โดย c_1 และ c_2 คือค่า ค่าคงที่ของมอเตอร์ (motor constant) และค่าแรงดันไฟฟ้ากลับ(back emf.) ตามลำดับ

พิจารณาแรงที่กระทำต่อระบบดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 ระบบมวลขับ

จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$F - f = ma \quad (12)$$

$$F = \mu mg + ma$$

เนื่องจาก $\tau = Fr$ ดังนั้นจากสมการที่ 9 และ 10 จะได้

$$Fr = c_1v - c_2\dot{\theta} \quad (13)$$

$$(\mu mg + ma)r = c_1v - c_2\dot{\theta}$$

จากสมการที่ 13 สามารถเขียนอยู่ในรูปสมการเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} mgr & -v & \dot{\theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mu \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = -mar \quad (14)$$

จากนั้นทำการทดลองหาตัวแปรที่ไม่ทราบค่า คือ μ, c_1, c_2

3.2.1 ความเร่ง สามารถวัดโดย ตัวตรวจรู้ความเร่ง รุ่น ADXL335 ซึ่งติดตั้งบนมวลหมุน

3.2.2 ความเร็วเชิงมุม สามารถวัดโดย en-coder รุ่น E6B2-CWZ6C

ทำการเก็บข้อมูลดังกล่าว โดยโปรแกรม LABVIEW 2010 จากนั้นนำข้อมูลที่ได้นำมาทำการประมวลผล โดยโปรแกรม MATLAB 2009a ได้ค่าคงที่ต่างๆ ดังนี้คือ

$$c_1=0.0078, c_2=0.1565, \mu=0.0078$$

4.การทดสอบความแม่นยำของสมการทางคณิตศาสตร์

เมื่อจัดรูปสมการทางคณิตศาสตร์ในรูปของสมการปริภูมิสถานะจำนวน 8 สเตตแล้ว ดังนี้

$$X_1 = x_1, X_2 = \theta_1, X_3 = x_2, X_4 = \theta_2$$

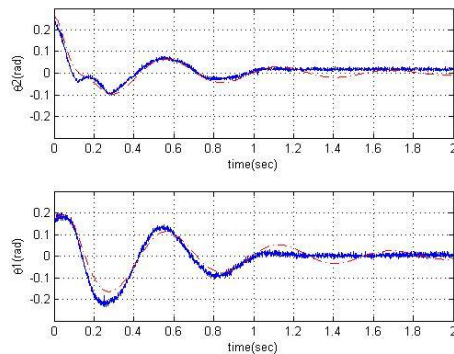
$$X_5 = \dot{x}_1, X_6 = \dot{\theta}_1, X_7 = \dot{x}_2, X_8 = \dot{\theta}_2$$

จากนั้นทำการทดลองเพื่อหาค่า ตัวแปรสถานะ X_2 และ X_4 คือค่ามุมที่เบี่ยงเบนของโครงสร้างในชั้นที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

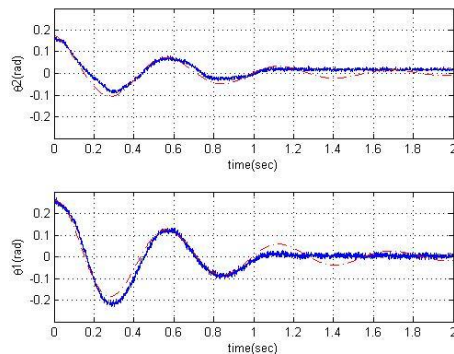
4.1การทดสอบโดยกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น

จากการเปรียบเทียบผลการเบี่ยงเบนมุมโครงสร้าง กับการจำลองผลด้วยโปรแกรม MATLAB

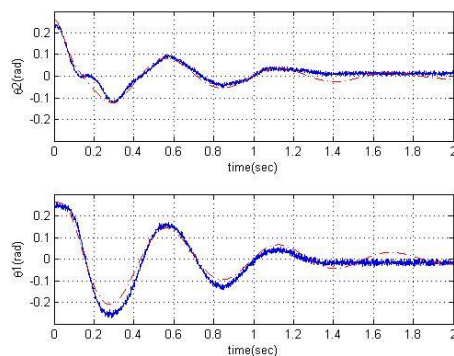
2009a เนื่องจากการรบกวน โดยไม่ได้มีการป้อนสัญญาณ
ควบคุม ผลการทดลองดังแสดงในรูปที่ 5,6 และ 7



รูปที่ 5 เงื่อนไขเริ่มต้นเมื่อ $x_2 = 10^\circ$ และ $x_4 = 15^\circ$



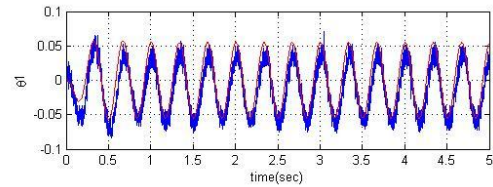
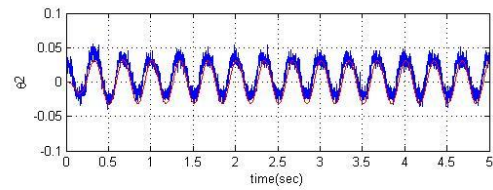
รูปที่ 6 เงื่อนไขเริ่มต้นเมื่อ $x_2 = 15^\circ$ และ $x_4 = 10^\circ$



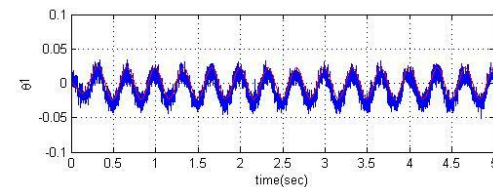
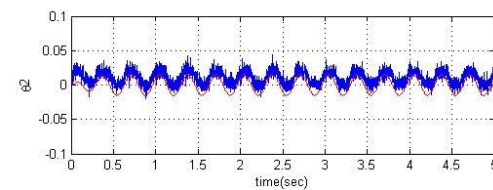
รูปที่ 7 เงื่อนไขเริ่มต้นเมื่อ $x_2 = 15^\circ$ และ $x_4 = 15^\circ$

4.2 การทดสอบโดยกำหนดสัญญาณรูปไซน์

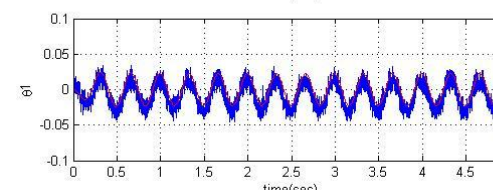
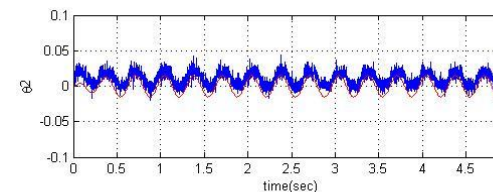
ทำการเปรียบเทียบผลการเบี่ยงเบนของมุมกับผล
การจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB 2009 ดังแสดงในรูป
ที่ 8,9 และ 10



รูปที่ 8 ป้อนสัญญาณในโครงสร้างชั้นแรก



รูปที่ 9 ป้อนสัญญาณในโครงสร้างชั้นสอง



รูปที่ 10 ป้อนสัญญาณในโครงสร้างชั้นแรกและชั้นสอง

จากรูปที่ 5 ถึง 10 ผลการเบี่ยงเบนของมุมเทียบกับ
แนวตั้ง พบว่าผลที่วัดได้จากการทดลอง และจากการ
จำลองสมการทางคณิตศาสตร์พบว่ามีค่าใกล้เคียงกัน
มาก จึงสามารถที่น่าสมการทางคณิตศาสตร์ที่ได้เตรียมไว้
ไปออกแบบตัวควบคุมต่อไป

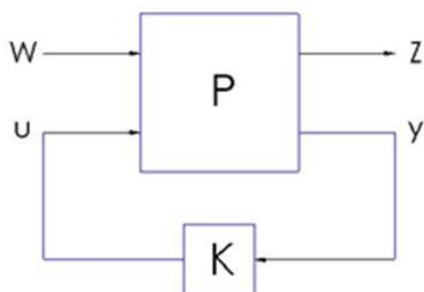
5. ทฤษฎีการสังเคราะห์ตัวควบคุม H_∞

การควบคุม LQG ได้ถูกพัฒนาขึ้นโดยคำนึงถึง
สมรรถนะเป็นหลัก ถึงแม้องค์ประกอบย่อยทั้งสองของ

LQG คือตัวควบคุมป้อนกลับสเตต LQR และคาร์ลมาน ฟิลเตอร์จะมีการรับประกันเสถียรภาพที่ดี แต่เมื่อมีการนำมาใช้ร่วมกันเป็นตัวควบคุม LQG สามารถที่จะสูญเสียการรับประกันดังกล่าว ทำให้ระบบป้อนกลับ LQG อาจมีความทนทานด้านเสถียรภาพที่แย่มาก โดยแรงจูงใจเพื่อแก้ไขข้อเสียของการควบคุม LQG นี้เอง ทำให้เกิดการพัฒนาระบบควบคุมทนทานโดยอาศัยการหาค่าเหมาะที่สุด H_∞

5.1. การจัดรูปทั่วไปสำหรับปัญหาการควบคุม

เนื่องจากมีหลากหลายวิธีในการที่จะจัดรูปปัญหาระบบควบคุมป้อนกลับ ให้เป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด H_∞ ดังนั้นจึงเป็นประโยชน์หากสามารถสร้างกรอบการออกแบบที่เป็นทั่วไปสำหรับการแก้ปัญหาใดๆ ดังรูปที่ 11 แสดงบล็อกไดอะแกรมของกรอบการออกแบบระบบควบคุมดังที่นิยมเรียกว่า “กรอบการออกแบบสมัยใหม่” โดย P คือพลานต์วางนัยทั่วไป (generalize plant) และ K เป็นตัวควบคุมที่ต้องการออกแบบ ในส่วนอินพุตของ P จะประกอบด้วย ตัวแปรควบคุม (control variables) u ที่กำเนิดโดย



รูปที่ 11 กรอบการออกแบบระบบควบคุมสมัยใหม่

ตัวควบคุม และอินพุตภายนอก (exogenous inputs) w ที่รวมสัญญาณคำสั่ง และสัญญาณรบกวนที่จุดต่างๆ ของระบบ ส่วนทางด้านเอาต์พุตประกอบด้วย z เรียกว่า เอาต์พุตสมรรถนะ (performance outputs) หรือ เอาต์พุตค่าต่างๆ (error outputs) ซึ่งอาจไม่ได้มีการติดตั้งตัวตรวจจับเพื่อวัดค่าจริงในทางปฏิบัติ ส่วนเอาต์พุตจากการวัด (measurement outputs) y คือ เอาต์พุตที่มีการวัดจริง และเป็นค่าที่ป้อนให้กับตัวควบคุม จำนวนของอินพุต และเอาต์พุตดังกล่าวจะมีเท่าใดก็ได้ ขึ้นอยู่กับระบบที่ออกแบบ

5.2. การควบคุม H_∞ แบบความไวผสม

ปัญหาการควบคุม H_∞ ความไวผสม (mixed-sensitivity) เป็นชื่อที่ตั้งให้กับปัญหาการจัดสรรฐานวงรอบฟังก์ชันถ่ายโอน โดยที่ฟังก์ชันความไว $S = (I + GK)^{-1}$ จะถูกจัดรูปร่วมกับฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดตัวอื่น เช่น KS หรือ ฟังก์ชันเติมเต็มความไว $T = I - S$

สมมติว่ามีปัญหาการคุมค่า จะทำการจัดรูปฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิด S และ KS ในลักษณะหนึ่งอันดับความอิสระ โดย S เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนจาก d ไปยังเอาต์พุต และ KS เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนจาก d ไปยังเอาต์พุตของตัวควบคุม

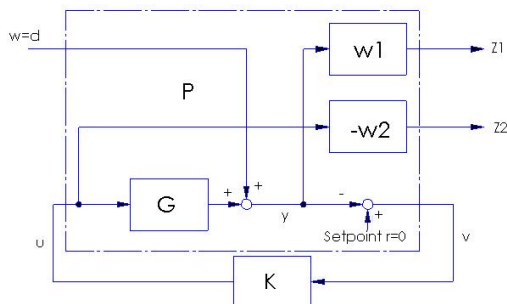
โดยปกติแล้วการรบกวน d จะเป็นสัญญาณในย่านความถี่ต่ำจึงสามารถถูกจำกัดได้หากทำให้ค่าเอกฐานสูงสุดของ S มีค่าน้อยในย่านความถี่ต่ำ วิธีการจัดรูปดังกล่าวกระทำโดยเลือกตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน w_1 ที่มีแบนด์วิธเท่ากับของสัญญาณรบกวน d และหาตัวควบคุมสร้างเสถียรภาพที่จะลดค่า $\|w_1 S\|_\infty$ แต่การจัดรูปเพียงเท่านั้นจะไม่เหมาะสมในทางปฏิบัติ เพราะได้คำนึงถึงแต่ฟังก์ชันถ่ายโอนเพียงหนึ่งตัวเท่านั้นสำหรับพลานต์ที่เป็นแบบเฟสต่ำสุดจะได้ตัวควบคุมเหมาะสมที่สุดที่มีอัตราขยายตลอดย่านความถี่จนถึงอนันต์ คือไม่มีการจำกัดแบนด์วิธนั่นเอง หากพลานต์เป็นแบบเฟสไม่ต่ำสุดความต้องการด้านเสถียรภาพจะเป็นตัวจำกัดแบนด์วิธของระบบโดยทางอ้อม อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติจะเหมาะสมกว่าที่จะหาค่าต่ำสุดของ

$$\left\| \begin{bmatrix} w_1 S \\ w_2 KS \end{bmatrix} \right\|_\infty \quad (15)$$

โดยที่ w_2 เป็นตัวกรองความถี่สูงผ่านที่มีความถี่ตัดข้ามประมาณเท่ากับแบนด์วิธ ของระบบปิดที่ต้องการ

ในกรณีที่จะแสดงวิธีการจัดปัญหาความไวผสมให้อยู่ในกรอบการออกแบบทั่วไป จะคิดว่าการรบกวน d เป็นสัญญาณรบกวนภายนอกตัวเดียวของระบบ นิยามเอาต์พุตความแตกต่าง $Z = [Z_1^T \ Z_2^T]^T$ โดย $Z_1 = w_1 y$ และ $Z_2 = -w_2 u$ ดังแสดงในรูปที่ 12 ซึ่งจากรูปแสดงให้เห็นได้โดยง่ายว่า $Z_1 = w_1 S w$ และ $Z_2 = w_2 K S w$ ตามที่ต้องการ และสมาชิกของพลานต์วางนัยทั่วไป P จะถูกกำหนดได้ดังนี้

$$\begin{aligned} P_{11} &= \begin{bmatrix} w_1 \\ 0 \end{bmatrix} & P_{12} &= \begin{bmatrix} w_1 G \\ -w_2 \end{bmatrix} \\ P_{21} &= I & P_{22} &= -G \end{aligned} \quad (16)$$



รูปที่ 12 ปัญหาความไวผสม S/KS สำหรับ
การคุมค่า

6.การสังเคราะห์ตัวควบคุม K

แม้ทฤษฎีที่อยู่เบื้องหลังของการควบคุมสมัยใหม่ อาจมีความซับซ้อน แต่ขั้นตอนทางปฏิบัติโดยรวมเป็นไป อย่างอัตโนมัติเมื่ออาศัยซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ที่มี เครื่องมือสนับสนุนเข้าช่วย

6.1. Scaling

การ Scaling เป็นขั้นตอนเริ่มต้นในการวิเคราะห์ระบบ และออกแบบตัวควบคุม ในขั้นเริ่มต้นต้องทำการตัดสินใจเลือกขนาดของการรบกวน และ ค่าผลต่าง จากขนาดที่ยอมให้ในแต่ละอินพุต และเอาต์พุต กำหนดให้สเกลเดิมของระบบคือ

$$\hat{y} = \hat{G}\hat{u} + \hat{G}_d\hat{d}, \quad \hat{e} = \hat{y} - \hat{r} \quad (17)$$

เมื่อสัญลักษณ์ $\wedge$ แทนระบบที่ยังไม่ได้ scaling

ประโยชน์ของการ scaling เพื่อให้ตัวแปรของระบบมีค่าน้อยกว่า 1 นั้นเอง โดยการหารแต่ละตัวแปรด้วยค่าสูงสุด หรือค่าเปลี่ยนแปลงที่ยอมให้ สำหรับการรวบรวม และสัญญาณเข้า สามารถได้ตัวแปรดังนี้

$$d = \hat{d}/\hat{d}_{\max}, \quad u = \hat{u}/\hat{u}_{\max} \quad (18)$$

โดย $\hat{d}_{\max}$ คือ ค่าเปลี่ยนแปลงการรบกวนสูงสุด

$\hat{u}_{\max}$ คือ ค่าเปลี่ยนแปลงอินพุตสูงสุด

$\hat{e}_{\max}$ คือ ค่าผิดพลาดสูงสุด

$\hat{r}_{\max}$ คือ ค่าเปลี่ยนแปลงอ้างอิง สูงสุด

จุดประสงค์หลักของการออกแบบคือต้องการให้ค่าผิดพลาดมีค่าต่ำที่สุด โดยปกติแล้วเราจึงทำการ scaling เทียบกับ ค่าผิดพลาด

$$y = \hat{y}/\hat{e}_{\max}, \quad r = \hat{r}/\hat{e}_{\max}, \quad e = \hat{e}/\hat{e}_{\max} \quad (19)$$

และกำหนด

$$D_e = \hat{e}_{\max}, D_u = \hat{u}_{\max}, D_d = \hat{d}_{\max}, D_r = \hat{r}_{\max} \quad (20)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} d &= D_d^{-1} \hat{d}, u = D_u^{-1} \hat{u}, y = D_e^{-1} \hat{y}, e = D_e^{-1} \hat{e} \\ r &= D_r^{-1} \hat{r} \end{aligned} \quad (21)$$

และ Scaling พล็อตได้

$$G = D_e^{-1} \hat{G} D_u, \quad G_d = D_e^{-1} \hat{G}_d D_d \quad (22)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ 21 เราจึงกำหนดค่าต่างๆดังนี้

$$D_e = 0.09, D_u = 5.016 * 2.5, D_d = 0.1$$

จากนั้นแทนค่าที่กำหนดได้ลงในสมการที่ 22 เราก็จะได้
พหุนามของการรบกวน และพหุนามวงนัยทั่วไป

6.2 กำหนดฟังก์ชันน้ำหนักสำหรับ S และ KS

เราสามารถกำหนดฟังก์ชันค่าน้ำหนักจากสมการ

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{s/M + \omega_B^*}{s + \omega_B^* \cdot A} \\ w_2 &= I \end{aligned} \quad (23)$$

กำหนดให้ ω_B^* คือ ค่าแบนด์วิธต่ำสุด

โดยทั่วไปแล้ว จะกำหนดค่า $A \approx 0$ และ $M \geq 1$

จากการทดลองปรับค่า ฟังก์ชันน้ำหนักแล้ว ทำให้ได้ฟังก์ชัน W_1 และ W_2 ดังนี้

$$W_1 = \frac{0.5s + 10}{s + 0.012}, W_2 = \frac{0.5s + 0.00005}{s + 10} \quad (24)$$

ขั้นตอนต่อไปเป็นการป้อนค่า พลาเน็ตที่ scaling แล้ว และค่าฟังก์ชันน้ำหนัก ทั้งสอง เพื่อให้โปรแกรมทำการ สังเคราะห์ตัวควบคุม โดยใช้โปรแกรม MATLAB 2009a ซึ่งตัวควบคุมที่ได้ อยู่ในรูปสมการ สเตต 16 สเตต หรือ สมการที่มีอันดับเป็น 16 ซึ่งในการอิมพลิเมนต์จะทำให้เกิดความยุ่งยากมากขึ้น

6.3 การลดอันดับตัวควบคุม

สำหรับพลาเน็ตที่มีสมการอยู่ในรูป

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\quad (25)$$

เมื่อเติมแต่งตัวอินทิกิริลให้กับเอาต์พุตของพลาเน็ตจะได้
สมการสเตตดังสมการที่ 26

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix} r \quad (26)$$

$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix}$$

ภายใต้สมมติฐานที่เหมาะสม จะสามารถสร้างเสถียรภาพระบบแต่งเติมโดยตัวป้อนกลับสเตต

$$u = -\begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} \quad (27)$$

ต่อมาสมมติว่ามีตัวสังเกตสำหรับสเตตของพลาเน็ต

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= (A - LC)\hat{x} + Bu + Ly \\ &= (A - BK_1 - LC)\hat{x} - BK_2 q + Ly \end{aligned} \quad (28)$$

ดังนั้นจะสามารถอิมพลิเมนต์ตัวควบคุม

$$u = -K \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} = -K \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} \quad (29)$$

ตัวควบคุมทั้งหมดที่รวมตัวอินทิกรัลและตัวสังเกตจะมีสเตตเป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A - BK_1 - LC & -BK_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_c} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ q \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} L & 0 \\ I & -I \end{bmatrix}}_{B_c} \begin{bmatrix} y \\ r \end{bmatrix}$$

$$u = -\underbrace{K}_{C_c} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ q \end{bmatrix} \quad (30)$$

จะเห็นได้ว่าตัวควบคุมนี้ไม่เสถียรเนื่องจากประกอบด้วยตัวอินทิกรัล ในการที่จะใช้วิธีการตัดปลายอย่างสมดุล จะต้องทำการแยกตัวอินทิกรัลออกจากส่วนที่เหลือของตัวควบคุม ถ้าหากส่วนที่เหลือเสถียรก็จะสามารถใช้การตัดปลายอย่างสมดุลได้

สังเกตว่าจะสามารถแยกตัวควบคุมออกดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{q} &= [0]q + \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ r \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} u_q \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -K_2 & 0 \end{bmatrix} q + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (31)$$

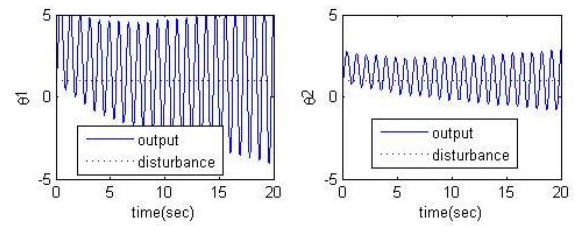
$$\dot{\hat{x}} = (A - BK_1 - LC)\hat{x} + \begin{bmatrix} B & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_q \\ y \end{bmatrix}$$

$$u = -K_1 \hat{x} + \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_q \\ y \end{bmatrix}$$

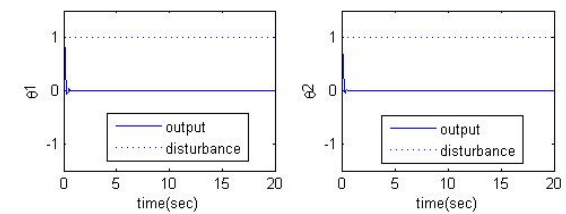
หลังจากการลดอันดับตัวควบคุมลงแล้วทำให้ตัวควบคุมมีสเตตลดลงเหลือ 10 สเตต ทำให้ง่ายต่อการอิมพลิเมนต์มากขึ้น

7. การทดสอบผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนของระบบ

7.1 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนขั้นบันได

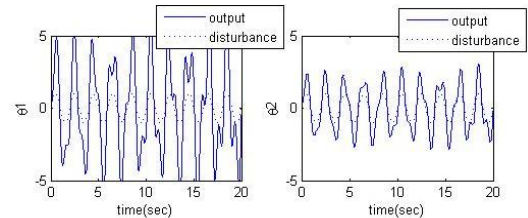


รูปที่ 13 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนขั้นบันไดเมื่อไม่มีตัวควบคุม

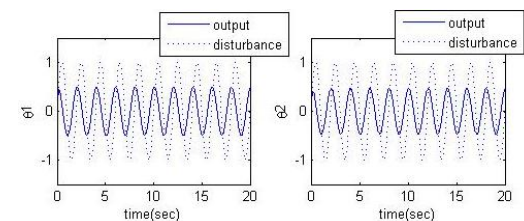


รูปที่ 14 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนขั้นบันไดเมื่อมีตัวควบคุม

7.2 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนรูปไซน์

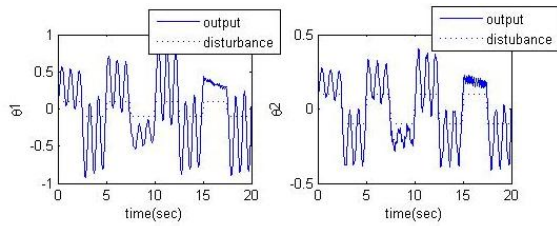


รูปที่ 15 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนรูปไซน์เมื่อไม่มีตัวควบคุม

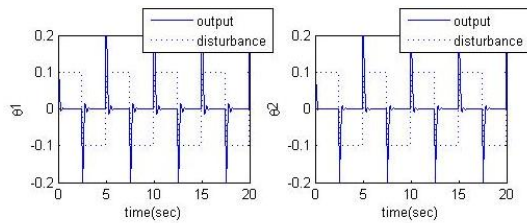


รูปที่ 16 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนรูปไซน์เมื่อมีตัวควบคุม

7.3 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนสี่เหลี่ยม



รูปที่ 17 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนรูปสี่เหลี่ยมเมื่อไม่มีตัวควบคุม



รูปที่ 18 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนรูปสี่เหลี่ยมเมื่อมีตัวควบคุม

8.สรุปผลแลวจารณ์

บทความฉบับนี้มุ่งเน้นการศึกษาในสองส่วนหลักคือ การศึกษาสมการทางคณิตศาสตร์ของระบบโครงสร้างสองชั้น และการลดการสั่นโดยวิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุม H_∞ ความไวผสม

ในส่วนแรกได้เริ่มต้นทำการสร้างสมการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้หลักการของ ลากรานจ์ และทำการหาตัวแปรไม่ทราบค่าบางตัว จากการทดลองและเก็บข้อมูลในห้องทดลอง จากนั้นจึงทำการทดสอบความแม่นยำของสมการโดยเปรียบเทียบผลการเคลื่อนตัวจริงของโครงสร้างเทียบกับ สมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งให้ผลใกล้เคียงกันมาก

ส่วนต่อมาได้นำเสนอทฤษฎีการสังเคราะห์ตัวควบคุม ซึ่งแม้ว่าในทางทฤษฎีจะมีสมการทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน แต่ในเชิงปฏิบัติแล้วเราสามารถลดความยุ่งยากนั้นโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีเครื่องมือสำหรับการสังเคราะห์ตัวควบคุมได้อย่างเป็นอัตโนมัติ เพียงแต่ใส่ค่าตัวแปรที่ระบบต้องการเท่านั้น จากนั้นจึงทำการหาผลตอบสนองของระบบต่อสัญญาณรบกวนแบบต่างๆ เปรียบเทียบกันระหว่างการใช้ และไม่ใช้ตัวควบคุม ซึ่งปรากฏว่าเมื่อมีการนำตัวควบคุมที่ได้มาควบคุม ระบบสามารถลดการสั่นของโครงสร้างลงได้

9.กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ ผศ.ดร.วิฑิต ฉัตรรัตนกุลชัย สำหรับทุนการศึกษาวิจัย และห้องปฏิบัติการควบคุมหุ่นยนต์และการสั่นสะเทือน(CRV Lab.) ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ สำหรับสถานที่และอุปกรณ์ทดลอง

10.เอกสารอ้างอิง

- [1] Anderson B.D.O. and J.B. Moore. 1971. LinearOptimal Control. Prentice Hall. Upper Saddle River,NJ.
- [2] Chilali M. and Gahinet P. 1996. H_∞ design with pole placement constraints. :An LMI approach,IEEE Transactions on Automatic Control AC-41(3):358-367
- [3] Francis B.A. and Zames G. 1984. On H_∞ optimal sensitivity theory for SISO feedback systems. IEEE Transactions on Automatic Control AC-29(1):9-16
- [4] Katsuhiko Ogata. Modern Control Engineering. 5th ed. Pearson. Singapore
- [5] Sigurd Skogestad. and Ian Postlethwaite. 2007. Multivariable Feedback Control. 2nd ed.Johnson Wiley & sons,LtdChaichester,England
- [6] ไรโดม ตูจินดา. 2550. การวิเคราะห์และออกแบบระบบควบคุมทางวิศวกรรม. สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ
- [7] วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ. 2548. การควบคุมระบบพลศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่2. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. กรุงเทพฯ