# แบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกส์ของกระบวนการต้มและอุ่นน้ำอ้อยแบบหลายขั้นตอนในกระบวนการผลิตน้ำตาล โดยวิธีนิวตัน-รัปสัน

# Thermodynamics Model of Multiple Effect Evaporation and Juice Heating in Sugar Production Process by Newton-Raphson Method

ธีรวัฒน์ คลับคล้าย[1], ธีระชาติ พรพิบูลย์[1]

[1] สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
111 ถนนมหาวิทยาลัย ตำบลสุรนารี อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา 30000
โทรศัพท์ 044 224498 โทรสาร 044 224613 E-mail: teeracha@sut.ac.th

***บทคัดย่อ***

ปัจจุบันการวิเคราะห์หาอัตราการใช้ไอน้ำและอัตราการเกิดไอหัวหม้อของกระบวนการการต้มและอุ่นน้ำอ้อยในกระบวนการผลิตน้ำตาลทำได้โดยวิธีการสมดุลมวลและสมดุลพลังงานโดยใช้ค่าบริกซ์จริงจากการตรวจวัดเป็นส่วนหนึ่งในการคำนวณ ดังนั้นผลจากการวิเคราะห์โดยแบบจำลองดังกล่าวจึงเป็นผลที่เกิดขึ้นจริงในช่วงเวลาที่ทำการตรวจวัดนั้น แต่ยังไม่อาจทราบได้ว่าอัตราการใช้ไอน้ำ และอัตราการเกิดไอหัวหม้อซึ่งเป็นผลที่ได้จากแบบจำลองดังกล่าวมีความเหมาะสมหรือไม่ ดังนั้นบทความนี้จึงมีวัตถุประสงค์ที่จะนำเสนอวิธีการวิเคราะห์อัตราการใช้ไอน้ำ และอัตราการเกิดไอหัวหม้อของกระบวนการต้มและอุ่นแบบหลายขั้นตอนที่มีความเหมาะสมโดยสร้างแบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกส์โดยใช้หลักการสมดุลมวลและสมดุลพลังงานโดยไม่คิดการสูญเสียพลังงานเนื่องจากความถดถอยของประสิทธิภาพของการถ่ายเทความร้อนของอุปกรณ์ทางความร้อน และพิจารณาให้ค่าบริกซ์ที่เกิดขึ้นเป็นตัวแปรอิสระ (ไม่ใช้ค่าบริกซ์จากการตรวจวัด) แบบจำลองที่ได้จะอยู่ในรูประบบสมการและจะเน้นหนักไปที่กระบวนการแก้ระบบสมการโดยใช้หลักการนิวตัน-รัปสัน ซึ่งเป็นหลักการที่มีเสถียรภาพและใช้ระยะเวลาที่สั้นต่อการลู่เข้าสู่คำตอบจากการทำซ้ำมากกว่าการใช้หลักการแทนค่าลำดับสมการ (Sequential simulation method)

***คำหลัก:*** กระบวนการต้มและอุ่นน้ำอ้อย, สมดุลพลังงาน, แบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกส์, นิวตัน-รัปสัน

***Abstract***

Currently, the steam consumption and the steam generation of multiple effect evaporation and juice heating in sugar production process can be predicted by mass and energy balance method. The actual brix would be used in the calculation of this method. So the results which are analyzed from this method are solutions of actual process. Although this method can be found the steam consumption and the steam generation but it cannot be found appropriate steam consumption. Therefore, the objective of this paper is to present the thermodynamics model for the steam consumption and the steam generation of multiple effect evaporation and juice heating process finding by mass and energy balance method. The new method would be assumed that no energy loss in the process. The brix would be defined as an independent variable. The system of equation would be solved by Newton-Raphson method which is more stability than the sequential simulation method.

***Keywords:*** Evaporation process, Energy balance, Thermodynamic model, Newton-Raphson

## 1. บทนำ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการต้มและอุ่นน้ำอ้อยในอดีตสามารถวิเคราะห์หาอัตราการใช้ไอน้ำ และอัตราการเกิดไอหัวหม้อที่เกิดขึ้นของกระบวนการได้โดยใช้ค่าบริกซ์จากการวัดและใช้หลักการสมดุลมวลและสมดุลพลังงานในการวิเคราะห์ [1], [2], [3] เนื่องจากใช้ค่าบริกซ์จากการวัดในการวิเคราะห์ ดังนั้นผลจากการวิเคราะห์จึงเป็นผลที่เกิดขึ้นจริงในช่วงเวลาที่ทำการตรวจวัดนั้น แต่ยังไม่สามารถทราบได้ว่าอัตราการใช้ไอน้ำ และอัตราการเกิดไอหัวหม้อของระบบที่เกิดขึ้นจริงมีความเหมาะสมหรือไม่

ด้วยเหตุนี้จึงมีการสร้างแบบจำลองขึ้นใหม่โดยพิจาณาความสัมพันธ์ของหม้อต้มและหม้ออุ่นร่วมกันทั้งระบบ และพิจารณาให้ค่าบริกซ์ที่เกิดขึ้นในหม้อต้มขั้นตอนต่างๆเป็นตัวแปรอิสระที่ขึ้นอยู่กับอัตราการจ่ายไอน้ำจากกังหันไอน้ำ และภาระความร้อนที่จ่ายให้กับหม้ออุ่นที่อาจเปลี่ยนแปลงได้ ซึ่งจะได้ระบบสมการขึ้นมาจากการสมดุลมวลและสมดุลพลังงาน แล้วใช้หลักการแทนค่าลำดับ (Sequential simulation) แก้ระบบสมการเพื่อหาคำตอบ [4] ซึ่งเป็นวิธีการที่ใช้เวลานานในการหาคำตอบจากการคำนวณซ้ำ

บทความนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอแบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกส์ของกระบวนการต้มและอุ่นน้ำอ้อยทั้งกระบวนการโดยพิจาณาความสัมพันธ์ของหม้อต้มและหม้ออุ่นร่วมกันทั้งระบบ และพิจารณาให้ค่าบริกซ์ที่เกิดขึ้นในหม้อต้มระเหยขั้นตอนต่างๆเป็นตัวแปรอิสระเช่นเดิม แต่จะเน้นหนักในการใช้หลักการนิวตัน-รัปสันมาใช้ในการแก้ระบบสมการแทนการใช้หลักการแทนค่าลำดับ (Sequential simulation) เพื่อลดเวลาในการคำนวณ และจะทำการเปรียบเทียบผลที่ได้ กล่าวคือ ค่าบริกซ์ อัตราการเกิดไอหัวหม้อและอัตราการใช้ไอน้ำของกระบวนการต้มและอุ่นน้ำอ้อย ที่ได้จากการทำนายโดยแบบจำลองทั้งสามรูปแบบ โดยจะใช้ข้อมูลจริงจากโรงงานตัวอย่างเพื่อใช้เป็นตัวแปรควบคุมในการวิเคราะห์ผลจำนวณ 3 โรงงาน

## 2. แบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกส์

### 2.1 หม้ออุ่น

<u>สมดุลพลังงาน</u>

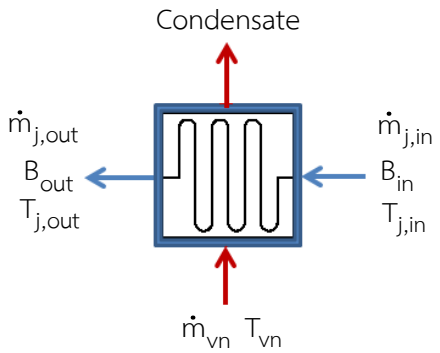
$$\dot{Q} - \dot{W} + \sum \dot{E}_{in} - \sum \dot{E}_{out} = \Delta \dot{E}_{cv}$$

ภายใต้สมมุติฐานกระบวนการจะไม่มีความร้อน ($\dot{Q}$) และงาน ($\dot{W}$) ออกนอกระบบและไม่มีพลังงานเปลี่ยนแปลงในระบบ ($\Delta \dot{E}_{cv}$)
ดังนั้น $\sum \dot{E}_{in} = \sum \dot{E}_{out}$ แทนค่าและจัดรูปสมการได้

$$\dot{m}_{vn} = \frac{\dot{m}_{j,in} c_{p,in} (T_{j,out} - T_{j,in})}{h_{fg@T_{vn}}} \qquad (1)$$

<u>ค่าความจุความร้อนน้ำอ้อย [5]</u>

$$c_p = (1 - 0.006B) \times 4.1866 \quad (kJ/kg.°C) \quad (2)$$




รูปที่ 1 แสดงทิศทางการไหลของน้ำอ้อยและไอหัวหม้อที่จ่ายไปยังหม้ออุ่น

โดยที่

$\dot{m}_{vn}$ แทน อัตราการไหลของไอหัวหม้อที่หม้อต้มระเหยขั้นตอนใดๆ ที่แยกไหลเข้าสู่หม้ออุ่น (kg/s)

$\dot{m}_{j,in}$ แทน อัตราการไหลของน้ำอ้อยเข้าสู่หม้ออุ่นซึ่งมีค่าเท่ากับอัตราการไหลน้ำอ้อยขาออก (kg/s)

$T_{j,in}$ แทน อุณหภูมิน้ำอ้อยขาเข้าหม้ออุ่น (°C)

$T_{j,out}$ แทน อุณหภูมิน้ำอ้อยขาออกหม้ออุ่น (°C)

$T_{vn}$ แทน อุณหภูมิไอหัวหม้อที่ออกจากหม้อต้มระเหยขั้นตอนใดๆ (°C)

B แทน ค่าบริกซ์ของน้ำอ้อย (°Brix)

$h_{fg@T_{vn}}$ แทน ความร้อนแฝงในการเปลี่ยนสถานะของไอหัวหม้อที่เข้าหม้ออุ่น (kJ/kg)

### 2.2 หม้อต้ม

<u>สมดุลมวลของแข็ง</u>

$$\dot{m}_{j,in} B_{in} = \dot{m}_{j,out} B_{out} \qquad (3)$$

<u>สมดุลมวลน้ำอ้อย(น้ำเชื่อม)</u>

$$\dot{w}_n = \dot{m}_{j,in} - \dot{m}_{j,out} \qquad (4)$$

<u>สมดุลมวลทางแยกไหลของไอหัวหม้อ</u>

$$\dot{F}_n = \dot{w}_n - \dot{m}_{vn} - \dot{m}^{*}_{vacuumpan} \qquad (5)$$

* เฉพาะที่มีการจ่ายไอหัวหม้อไปยังหม้อเคี่ยว

<u>สมดุลพลังงาน</u>

$$\dot{Q} - \dot{W} + \sum \dot{E}_{in} - \sum \dot{E}_{out} = \Delta \dot{E}_{cv}$$

ภายใต้สมมุติฐานกระบวนการจะไม่มีความร้อนและงานออกนอกระบบและไม่มีพลังงานเปลี่ยนแปลงในระบบ ดังนั้น $\sum \dot{E}_{in} = \sum \dot{E}_{out}$ แทนค่าและจัดรูปสมการได้

$$\dot{m}_{s,in} = \frac{\dot{w}_n h_{g@T_{vn}} + \dot{m}_{j,out} c_{p,out} T_{j,out} - \dot{m}_{j,in} c_{p,in} T_{j,in}}{h_{fg@T_{s,in}}} \qquad (6)$$

<u>ค่าความจุความร้อนน้ำอ้อย [5]</u>

$$c_p = (1 - 0.006B) \times 4.1866 \quad (\text{kJ/kg.°C}) \qquad (2)$$

โดยที่

$\dot{m}_{s,in}$ แทน อัตราการไหลของไอน้ำจากกังหันไอน้ำที่ใช้ในกระบวนการต้มและอุ่นน้ำอ้อย (kg/s)

$\dot{m}_{j,in}$ แทน อัตราการไหลของน้ำอ้อย(น้ำเชื่อม)ที่เข้าหม้อต้ม (kg/s)

$\dot{m}_{j,out}$ แทน อัตราการไหลของน้ำอ้อย(น้ำเชื่อม)ที่ออกจากหม้อต้ม (kg/s)

$\dot{w}_n$ แทน อัตราการไหลของไอหัวหม้อที่เกิดขึ้นในหม้อต้มขั้นตอนที่ n (kg/s)

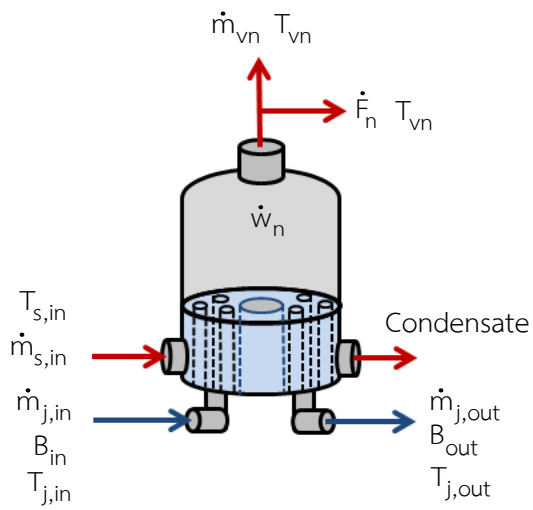
$B_{in}$ แทน ค่าบริกซ์ของน้ำอ้อยที่เข้าหม้อต้ม (°Brix)

$B_{out}$ แทน ค่าบริกซ์ของน้ำอ้อย(น้ำเชื่อม)ที่ออกจากหม้อต้ม (°Brix)

$\dot{F}_n$ แทน อัตราการไหลไอหัวหม้อขั้นตอนที่ n ที่แยกไหลไปสู่หม้อต้มชุดถัดไป (kg/s)

$h_{g@T_{vn}}$ แทน เอนทาลปีของไอหัวหม้อที่อุณหภูมิไอน้ำอิ่มตัวของหม้อต้มขั้นตอนที่ n (kJ/kg)

$h_{fg@T_{s,in}}$ แทน ความร้อนแฝงของการเปลี่ยนสถานะของไอน้ำจากกังหันไอน้ำที่อุณหภูมิ $T_{s,in}$ (kJ/kg)




รูปที่ 2 ทิศทางการไหลของน้ำอ้อยและไอน้ำในหม้อต้ม

$T_{s,in}$ แทน อุหภูมิไอน้ำอิ่มตัวจากกังหันไอน้ำที่ความดันสมบูณ์ประมาณ 2 บาร์ (°C)

$T_{j,in}$ แทน อุณหภูมิน้ำอ้อยที่เข้าหม้อต้ม (°C)

$$T_{j,out} = T_{vn} + BPE \qquad (7)$$

BPE แทน ระดับจุดเดือดที่เพิ่มขึ้น (°C)

BPE หาได้จากการทดลองดังนี้ [5]

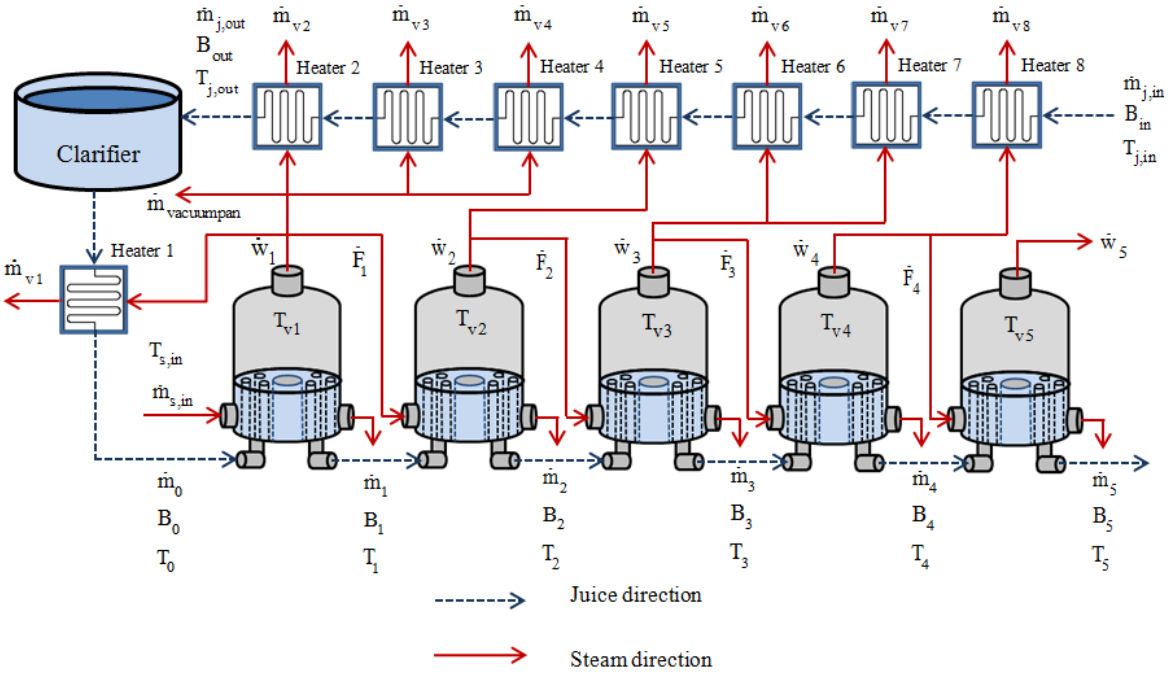
$$BPE = \frac{2B_{out}}{100 - B_{out}} \qquad (8)$$

$T_{vn}$ แทน อุณหภูมิไอน้ำอิ่มตัวที่ความดันสมบูรณ์ของหม้อต้มขั้นตอน n (°C)

การกระจายความดันของระบบหม้อต้มแบบหลายขั้นตอน (Multiple effect evaporation) โดยปั๊มสุญญากาศจะมีลักษณะที่ลดหลั่นลงไป จากการทดลองของฮูก็อตได้ประมาณค่าไว้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 การกระจายความดันในระบบหม้อต้มแบบหลายขั้นตอน (Multiple effect evaporation) [5]

| การกระจายของความดันในหม้อต้มแต่ละขั้นตอนของระบบแบบต่างๆ | |
|---|---|
| ระบบ 3 ขั้นตอน | $\frac{11}{30} + \frac{10}{30} + \frac{9}{30}$ |
| ระบบ 4 ขั้นตอน | $\frac{11}{40} + \frac{10.3}{40} + \frac{9.7}{40} + \frac{9}{40}$ |
| ระบบ 5 ขั้นตอน | $\frac{11}{50} + \frac{10.5}{50} + \frac{10}{50} + \frac{9.5}{50} + \frac{9}{50}$ |




รูปที่ 3 แสดงตัวแปรต่างๆของระบบหม้อต้มและหม้ออุ่นตัวอย่าง

## 3. ตัวแปรควบคุมและตัวแปรอิสระของระบบ

### 3.1 ตัวแปรควบคุมของระบบ

$\dot{m}_{j,in}$ แทน อัตราการไหลของน้ำอ้อยเข้าสู่หม้ออุ่นซึ่งมีค่าเท่ากับอัตราการไหลน้ำอ้อยขาออก (kg/s)

$T_n$ แทน อุณหภูมิน้ำอ้อยเข้า-ออกที่หม้ออุ่นใดๆ (°C)

$\dot{m}_{vacuumpan}$ แทนอัตราการไหลของไอหัวหม้อที่จ่ายไปยังหม้อเคี่ยวสุญญากาศ (kg/s)

$T_{s,in}$ แทน อุหภูมิไอน้ำอิ่มตัวจากกังหันไอน้ำ (°C)

$\dot{m}_0$ แทน อัตราการไหลของน้ำอ้อยเข้าสู่หม้อต้มขั้นตอนแรก (kg/s)

$B_0$ แทน ค่าบริกซ์ของน้ำอ้อยเริ่มต้นที่เข้าสู่หม้อต้มขั้นตอนแรก (°Brix)

$T_0$ แทนอุณหภูมิน้ำอ้อยเข้าหม้อต้มขั้นตอนแรก (°C)

$B_5$ แทน ค่าบริกซ์ของน้ำอ้อยสุดท้ายที่ออกจากหม้อต้มขั้นตอนสุดท้าย (°Brix)

$\dot{m}_{vn}$ แทน อัตราการไหลของไอหัวหม้อที่หม้อต้มระเหยที่แยกไหลเข้าสู่หม้ออุ่น (kg/s)

$P_n$ แทน ความดันสมบูรณ์หม้อต้มขั้นตอนที่ n (kPa)

### 3.2 ตัวแปรอิสระของระบบ

$\dot{F}_n$ แทน อัตราการไหลไอหัวหม้อขั้นตอนที่ n ที่แยกไหลไปสู่หม้อต้มระเหยชุดถัดไป (kg/s)

$B_n$ แทน ค่าบริกซ์ของน้ำอ้อยที่หม้อต้มระหว่างหม้อต้มขั้นตอนแรกและหม้อต้มขั้นตอนสุดท้าย (°Brix)

$\dot{m}_{s,in}$ แทน อัตราการไหลของไอน้ำจากกังหันไอน้ำที่เข้าหม้อต้มระเหย (kg/s)

## 4. ข้อมูลจากการวัดของโรงงานตัวอย่างจำนวน 3 โรงงาน และเงื่อนไขการผลิตต่างๆ

### 4.1 ข้อมูลจากการวัดของโรงงานตัวอย่าง

4.1.1 อุณหภูมิเข้า-ออกของน้ำอ้อยที่หม้ออุ่นซึ่งใช้เป็นตัวแปรควบคุมในการสร้างแบบจำลอง

ตารางที่ 2 อุณหภูมิน้ำอ้อยที่หม้ออุ่น [1], [2], [3]

| อุณหภูมิน้ำอ้อย | โรงงาน 1 (°C) | โรงงาน 2 (°C) | โรงงาน 3 (°C) |
|---|---|---|---|
| เข้าหม้ออุ่น 1 | 37.0 | 41.6 | 50.0 |
| ออกหม้ออุ่น 1 | 48.5 | 51.8 | 73.1 |
| เข้าหม้ออุ่น 2 | 48.5 | 51.8 | 68.1 |
| ออกหม้ออุ่น 2 | 70.3 | 66.4 | 76.1 |
| เข้าหม้ออุ่น 3 | 70.3 | 66.4 | 76.1 |
| ออกหม้ออุ่น 3 | 76.8 | 92.1 | 89.7 |
| เข้าหม้ออุ่น 4 | 76.8 | 92.1 | 89.7 |
| ออกหม้ออุ่น 4 | 85.7 | 106.8 | 99.2 |
| เข้าหม้ออุ่น 5 | 85.7 | N/A | 99.2 |
| ออกหม้ออุ่น 5 | 100.4 | N/A | 106.8 |
| เข้าหม้ออุ่น 6 | 100.4 | N/A | N/A |

| | | | |
|---|---|---|---|
| ออกหม้ออุ่น 6 | 102.3 | N/A | N/A |
| เข้าหม้ออุ่น 7 | 102.3 | N/A | N/A |
| ออกหม้ออุ่น 7 | 104.4 | N/A | N/A |
| เข้าหม้ออุ่น 8 | 97.9 | N/A | N/A |
| ออกหม้ออุ่น 8 | 108.5 | N/A | N/A |

4.1.2 กำลังการผลิต ค่าบริกซ์ของหม้อต้มระเหย และอุณหภูมิน้ำอ้อยที่เข้าหม้อต้ม และอัตราการจ่ายไอหัวหม้อไปยังหม้อเคี่ยว

ในการสร้างแบบจำลองโดยใช้หลักการแทนค่าลำดับและ หลักการนิวตัน-รัปสัน จะใช้อัตราการผลิต ค่า $B_0$ และ $B_5$ ของน้ำอ้อย อุณหภูมิน้ำอ้อยที่เข้าหม้อต้ม อัตราการจ่ายไอหัวหม้อสู่หม้อเคี่ยว เป็นตัวแปรควบคุม

การวิเคราะห์โดยแบบจำลองเดิม [1], [2], [3] จะใช้อัตราการผลิต ค่าบริกซ์ $B_0$, $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$ อุณหภูมิน้ำอ้อยที่เข้าหม้อต้ม อัตราการจ่ายไอหัวหม้อสู่หม้อเคี่ยว เป็นตัวแปรควบคุม ซึ่งแสดงในตารางที่ 3

### 4.2 เงื่อนไขอื่นๆของกระบวนการผลิต

4.2.1 สภาวะของไอน้ำจากกังหันไอน้ำเข้าหม้อต้มเป็นสภาวะไอน้ำอิ่มตัวที่ความดันสัมบูรณ์ 2 บาร์

4.2.2 ความดันสมบูรณ์ที่หม้อต้มระเหยขั้นตอนสุดท้ายอยู่ที่ประมาณ 0.164 บาร์

จากข้อที่ 4.2.1 และข้อที่ 4.2.2 จะใช้ในการคำนวณหาความดันในหม้อต้มแต่ละขั้นตอนได้จากตารางที่ 1 และใช้ค่าความดันต่างๆนั้นไปหาอุณหภูมิไอน้ำอิ่มตัวของไอหัวหม้อแต่ละขั้นตอนซึ่งเป็นตัวแปรควบคุมในการสร้างแบบจำลอง

ตารางที่ 3 กำลังการผลิต ค่าบริกซ์จริงที่ได้จากการวัดและอุณหภูมิน้ำอ้อยที่เข้าหม้อต้ม [1], [2], [3]

| ข้อมูล | โรงงาน 1 | โรงงาน 2 | โรงงาน 3 |
|---|---|---|---|
| $\dot{m}_0$ (kg/s) | 302.40 | 250.00 | 250.00 |
| $B_0$ (°Brix) | 13.90 | 15.00 | 15.00 |
| $B_1$ (°Brix) | 21.89 | 23.00 | 22.00 |
| $B_2$ (°Brix) | 27.61 | 33.00 | 29.00 |
| $B_3$ (°Brix) | 36.47 | 45.00 | 36.00 |
| $B_4$ (°Brix) | 47.20 | 54.00 | 43.00 |
| $B_5$ (°Brix) | 62.26 | 65.00 | 65.00 |
| $T_{j,in@evap}$ | 108.50 | 91.50 | 95.00 |
| $\dot{m}_{vac}$ (kg/s) | 49.83 | 32.88 | 37.73 |

## 5. การสร้างแบบจำลอง

### 5.1 สมดุลพลังงานที่หม้ออุ่น

คำนวณปริมาณการใช้ไอหัวหม้อของแต่ละขั้นตอน ($\dot{m}_{vn}$) ที่ใช้ในกระบวนการอุ่นน้ำอ้อยที่หม้ออุ่นได้จากสมการที่ (1) และใช้ข้อมูลในตารางที่ 1 และตารางที่ 2 ตารางที่ 4 ผลการคำนวณปริมาณการใช้ไอหัวหม้อของแต่ละขั้นตอน ($\dot{m}_{vn}$)

| $\dot{m}_{vn}$ | โรงงานที่ 1 (kg/s) | โรงงานที่ 2 (kg/s) | โรงงานที่ 3 (kg/s) |
|---|---|---|---|
| $\dot{m}_{v1}$ | 5.54 | 6.30 | 3.26 |
| $\dot{m}_{v2}$ | 1.10 | 10.91 | 4.03 |
| $\dot{m}_{v3}$ | 0.99 | 6.13 | 5.71 |
| $\dot{m}_{v4}$ | 7.68 | 4.21 | 3.30 |
| $\dot{m}_{v5}$ | 4.60 | N/A | N/A |
| $\dot{m}_{v6}$ | 3.32 | N/A | N/A |
| $\dot{m}_{v7}$ | 11.15 | N/A | N/A |
| $\dot{m}_{v8}$ | 5.79 | N/A | N/A |

### 5.2 สมดุลมวล และพลังงานที่หม้อต้ม

เพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระให้สัมพันธ์กันในทุกๆขั้นตอนของระบบหม้อต้มระเหยซึ่งอยู่ในรูปของระบบสมการของแต่ละโรงงานดังนี้

<u>โรงงานที่ 1</u>

<u>สมดุลมวล</u>

$$f_1 = F_1 - \dot{w}_1 + \dot{m}_{v1} + \dot{m}_{v2} + \dot{m}_{v3} + \dot{m}_{v4} + \dot{m}_{vacuumpan} = 0$$

$$f_2 = F_2 - \dot{w}_2 + \dot{m}_{v5} = 0$$

$$f_3 = F_3 - \dot{w}_3 + \dot{m}_{v6} + \dot{m}_{v7} = 0$$

$$f_4 = F_4 - \dot{w}_4 + \dot{m}_{v8} = 0$$

<u>สมดุลพลังงาน</u>

$$f_5 = h_{fg@T_{s,in}} \dot{m}_{s,in} + \dot{m}_0 c_{p0@B0} T_0 - \dot{w}_1 h_{g@T_{v1}} - \dot{m}_1 c_{p1@B1} T_1 = 0$$

$$f_6 = h_{fg@T_{v1}} \dot{F}_1 + \dot{m}_1 c_{p@B1} T_1 - \dot{w}_2 h_{g@T_{v2}} - \dot{m}_2 c_{p@B2} T_2 = 0$$

$$f_7 = h_{fg@T_{v2}} \dot{F}_2 + \dot{m}_2 c_{p@B2} T_2 - \dot{w}_3 h_{g@T_{v3}} - \dot{m}_3 c_{p@B3} T_3 = 0$$

$$f_8 = h_{fg@T_{v3}} \dot{F}_3 + \dot{m}_3 c_{p@B3} T_3 - \dot{w}_4 h_{g@T_{v4}} - \dot{m}_4 c_{p@B4} T_4 = 0$$

$$f_9 = h_{fg@T_{V4}}\dot{F}_4 + \dot{m}_4 c_{p@B4} T_4 - \dot{w}_5 h_{g@T_{V5}} - \dot{m}_5 c_{p@B5} T_5 = 0$$

**<u>โรงงานที่ 2</u>

*<u>สมดุลมวล</u>

$$f_1 = F_1 - \dot{w}_1 + \dot{m}_{v1} + \dot{m}_{vacuumpan} = 0$$
$$f_2 = F_2 - \dot{w}_2 + \dot{m}_{v2} = 0$$
$$f_3 = F_3 - \dot{w}_3 + \dot{m}_{v3} = 0$$
$$f_4 = F_4 - \dot{w}_4 + \dot{m}_{v4} = 0$$

**<u>โรงงานที่ 3</u>

*<u>สมดุลมวล</u>

$$f_1 = F_1 - \dot{w}_1 + \dot{m}_{v1} + \dot{m}_{vacuumpan} = 0$$
$$f_2 = F_2 - \dot{w}_2 + \dot{m}_{v2} = 0$$
$$f_3 = F_3 - \dot{w}_3 + \dot{m}_{v3} = 0$$
$$f_4 = F_4 - \dot{w}_4 + \dot{m}_{v4} + \dot{m}_{v5} = 0$$

<u>หมายเหตุ</u> :

* สมดุลมวลของแต่ละโรงงานมีความแตกต่างกัน เนื่องจากลักษณะการแยกไหลของไอหัวหม้อที่ได้จากระบบหม้อต้มของแต่ละโรงงานมีความแตกต่างกัน

** สมดุลพลังงานของโรงงานที่ 2 และโรงงานที่ 3 เหมือนโรงงานที่ 1

## 6. การแก้ปัญหาระบบสมการ โดยวิธีนิวตัน-รัปสัน

$$[\nabla F]\{\Delta x\} = \{f\}$$

โดยที่

$[\nabla F]$ แทน เมตริกของอนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชัน

$\{\Delta x\}$ แทน เมตริกผลต่างของตัวแปรอิสระ

$\{f\}$ แทน เมตริกของค่าฟังก์ชันที่ถูกแทนค่า

ดังนั้นจะได้ระบบเมตริกของระบบสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial b_1} & \frac{\partial f_1}{\partial b_2}, \ldots, & \frac{\partial f_1}{\partial b_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial b_1} & \frac{\partial f_n}{\partial b_2}, \ldots, & \frac{\partial f_n}{\partial b_n} \end{bmatrix}_{n\times n} \begin{Bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{Bmatrix}_{n\times 1} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{Bmatrix}$$

จากนั้นจะต้องกำหนดค่าเริ่มต้นให้ตัวแปรอิสระทุกตัวที่อยู่ในระบบสมการ $(x_1 - x_m)$ เพื่อใช้ในการหาคำตอบจากการทำซ้ำโดยที่

$$x_1^{new} = x_1^{old} - \Delta x_1$$
$$x_2^{new} = x_2^{old} - \Delta x_2$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$x_m^{new} = x_m^{old} - \Delta x_m$$

แล้วแทนค่ากลับไปยังระบบสมการอีกครั้งหนึ่ง ใช้วิธีการทำซ้ำจนกระทั่งค่าตัวแปรอิสระลู่เข้าสู่คำตอบหนึ่งจึงจะได้คำตอบ และสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ โดยการสมดุลมวล และสมดุลพลังงาน ในกรณีที่มีปัญหาการลู่เข้าสู่คำตอบสามารถใช้วิธีการควอซาย-นิวตันมาช่วยได้

$$V_{k+1} = V_k + X_k$$
$$X = -HF$$

โดยที่

V แทน คำตอบของตัวแปรอิสระที่ได้จากการทำซ้ำ

X แทน เวกเตอร์ในคอลัมน์ของ $\Delta x$

F แทน เวกเตอร์ในคอลัมน์ของฟังก์ชันที่ถูกแทนค่า

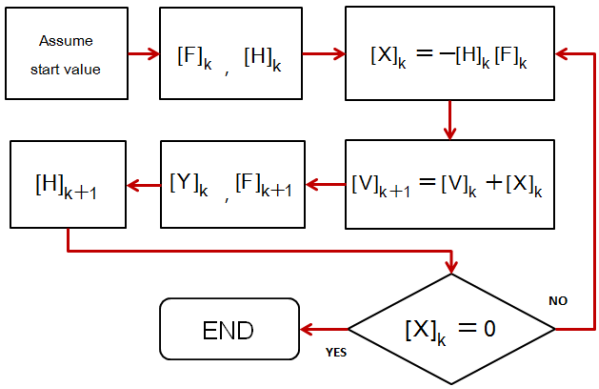
k แทน รอบของการทำซ้ำ

H แทน อินเวอร์สเมตริกของอนุพันธ์ย่อย ( $[\nabla F]^{-1}$ )

$$H_{k+1} = H_k + \frac{(X_k - H_k Y_k) X_k^T H_k}{X_k^T H_k Y_k}$$

โดยที่

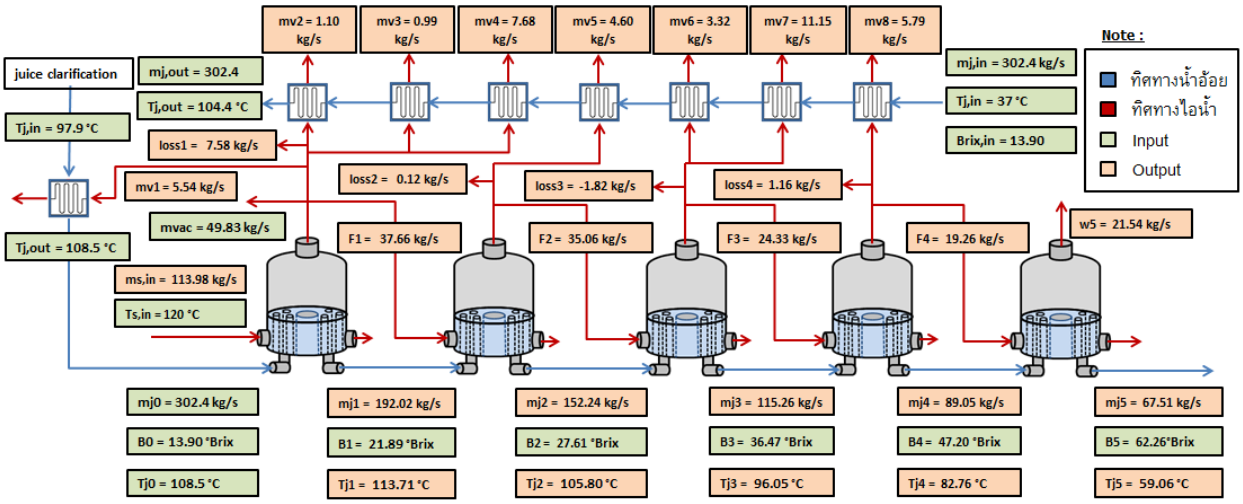
$Y_k = F_{k+1} - F_k$




รูปที่ 4 แผนภาพขั้นตอนการทำซ้ำด้วยวิธีควอซาย-นิวตัน

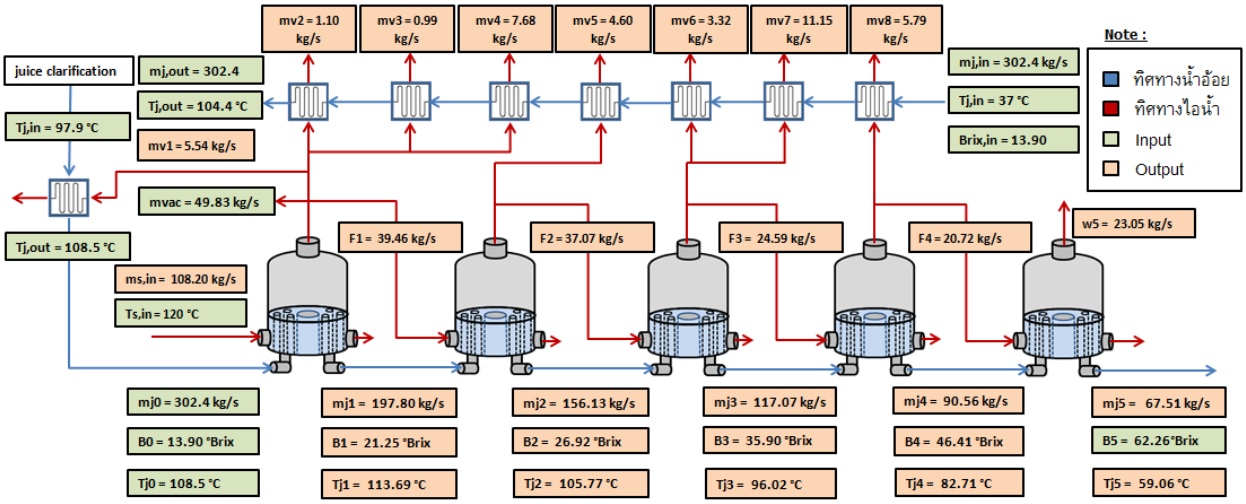
## 7. ผลฉลยที่ได้จากการคำนวณ

### 7.1 ผลเฉลยของการคำนวณโดยใช้ค่าบริกซ์ที่ได้จากการวัด (ระบบจริง) ของโรงงานที่ 1



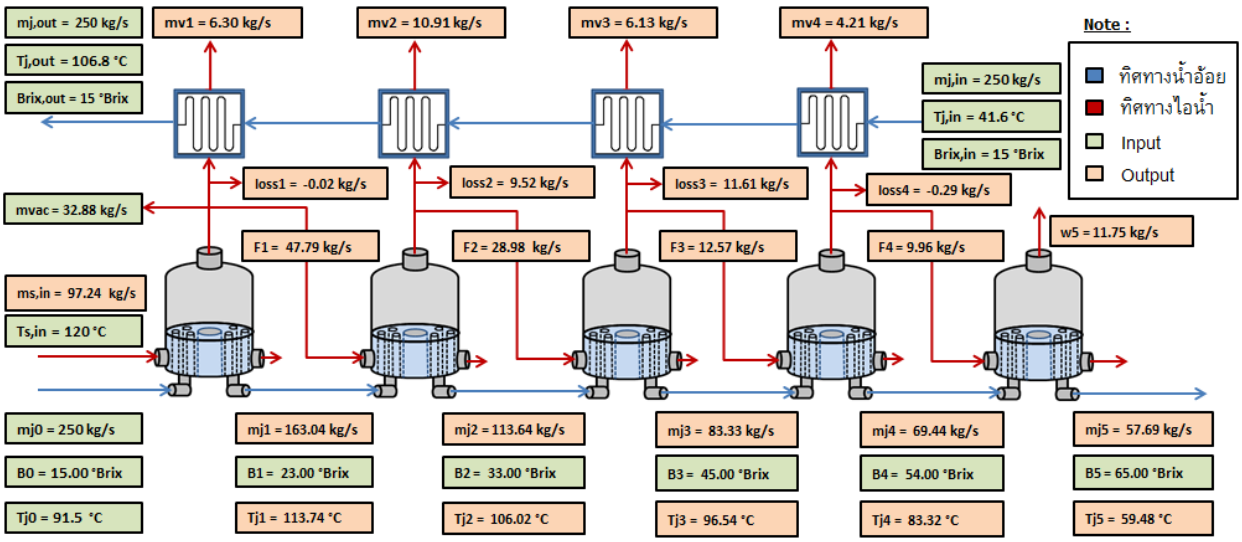

รูปที่ 5 แสดงผลเฉลยของการคำนวณโดยใช้ค่าบริกซ์ที่ได้จากการวัด (ระบบจริง) ของโรงงานที่ 1

### 7.2 ผลเฉลยของการคำนวณโดยแบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกส์ของกระบวนการต้มและอุ่นน้ำอ้อยแบบหลายขั้นตอนโดยวิธีแทนค่าลำดับ (Sequential simulation) และโดยวิธีนิวตัน-รัปสัน (Newton-Raphson) ของโรงงานที่ 1



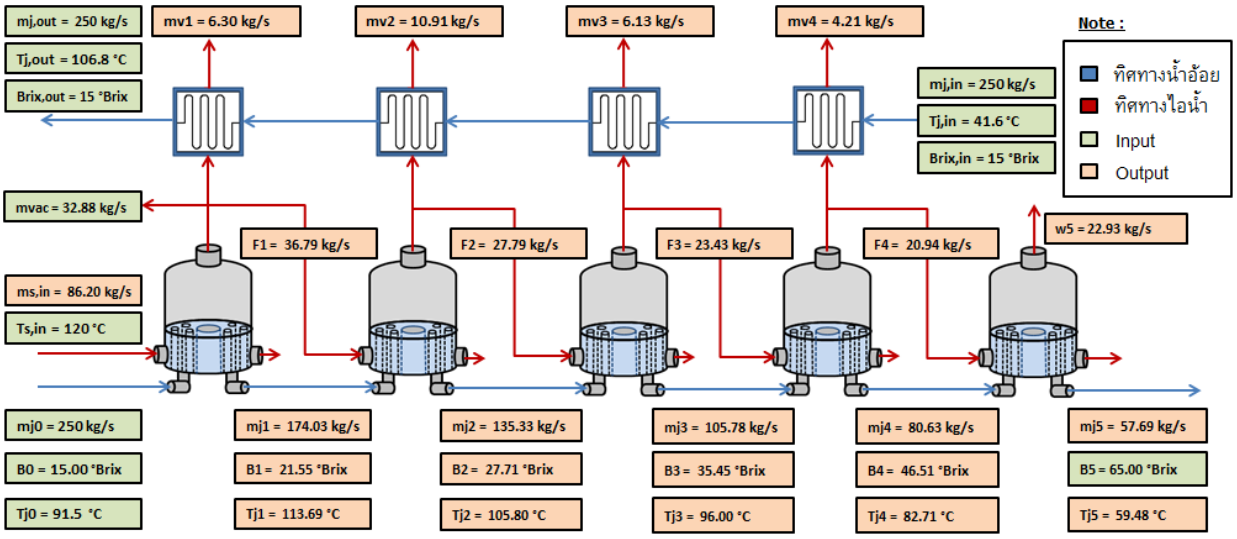

รูปที่ 6 แสดงผลเฉลยของการคำนวณโดยแบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกส์ของกระบวนการต้ม
และอุ่นน้ำอ้อยแบบหลายขั้นตอนโดยวิธี Sequential simulation และโดยวิธีนิวตัน-รัปสัน ของโรงงานที่ 1

### 7.3 ผลเฉลยของการคำนวณโดยใช้ค่าบริกซ์ที่ได้จากการวัด (ระบบจริง) ของโรงงานที่ 2



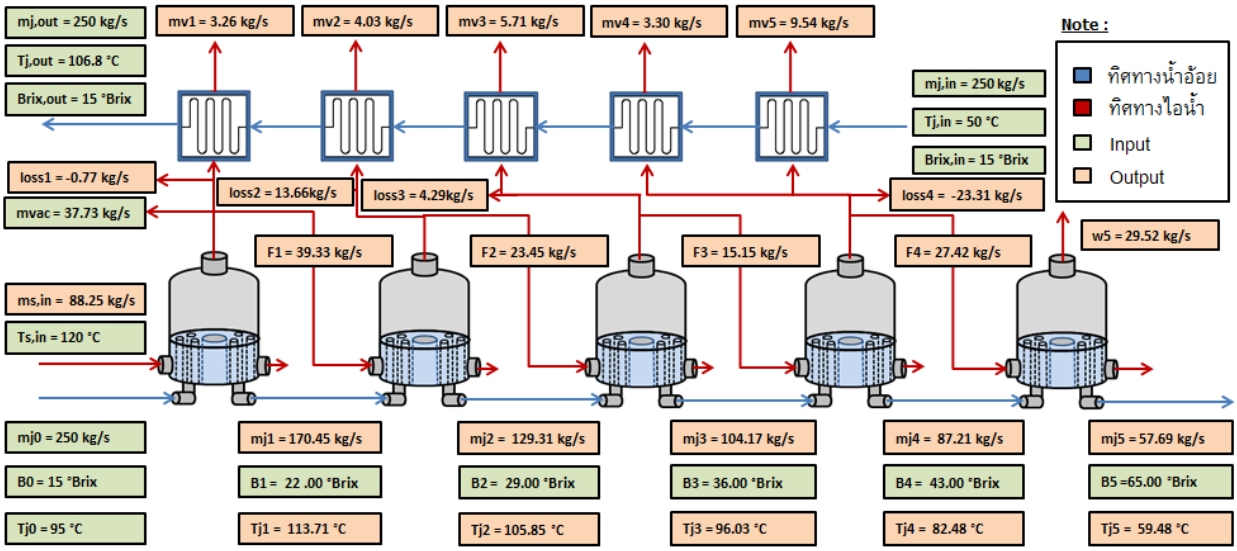

รูปที่ 7 แสดงผลเฉลยของการคำนวณโดยใช้ค่าบริกซ์ที่ได้จากการวัด (ระบบจริง) ของโรงงานที่ 2

### 7.4 ผลเฉลยของการคำนวณโดยแบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกส์ของกระบวนการต้มและอุ่นน้ำอ้อยแบบหลายขั้นตอนโดยวิธีแทนค่าลำดับ (Sequential simulation) และโดยวิธีนิวตัน-รัปสัน (Newton-Raphson) ของโรงงานที่ 2



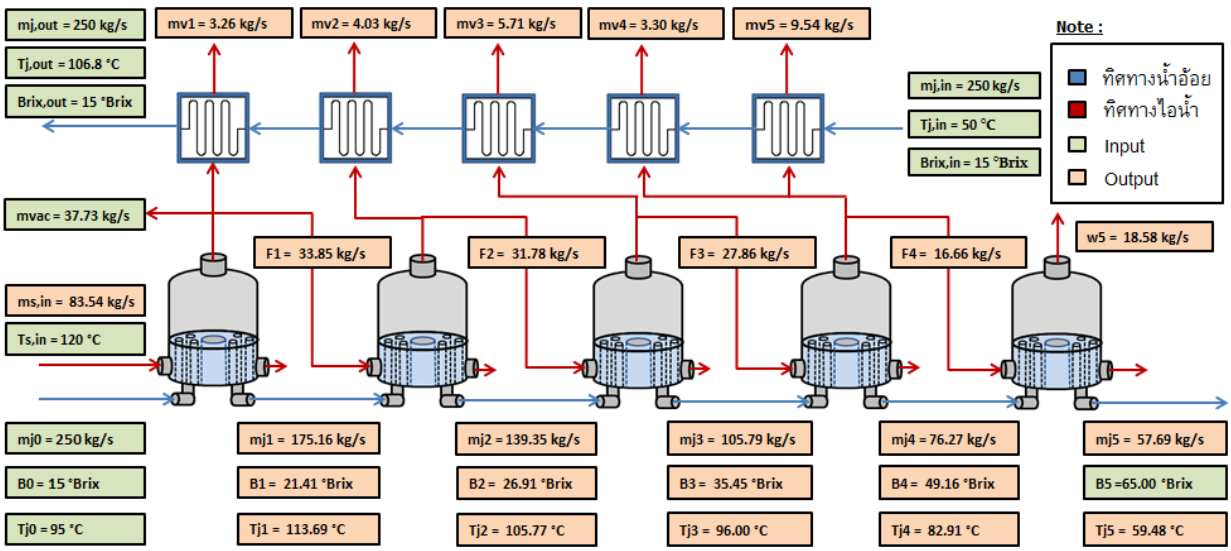

รูปที่ 8 แสดงผลเฉลยของการคำนวณโดยแบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกส์ของกระบวนการต้ม
และอุ่นน้ำอ้อยแบบหลายขั้นตอนโดยวิธี Sequential simulation และโดยวิธีนิวตัน-รัปสัน ของโรงงานที่ 2

### 7.5 ผลเฉลยของการคำนวณโดยใช้ค่าบริกซ์ที่ได้จากการวัด (ระบบจริง) ของโรงงานที่ 3




รูปที่ 9 แสดงผลเฉลยของการคำนวณโดยใช้ค่าบริกซ์ที่ได้จากการวัด (ระบบจริง) ของโรงงานที่ 3

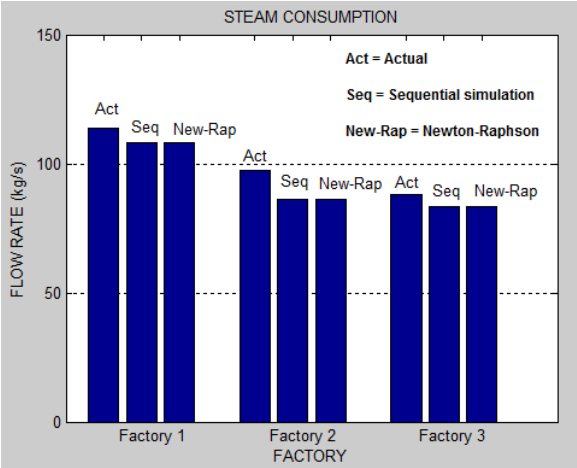
### 7.6 ผลเฉลยของการคำนวณโดยแบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกส์ของกระบวนการต้มและอุ่นน้ำอ้อยแบบหลายขั้นตอนโดยวิธีแทนค่าลำดับ (Sequential simulation) และโดยวิธีนิวตัน-รัปสัน (Newton-Raphson) ของโรงงานที่ 3




รูปที่ 10 แสดงผลเฉลยของการคำนวณโดยแบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกส์ของกระบวนการต้ม
และอุ่นน้ำอ้อยแบบหลายขั้นตอนโดยวิธี Sequential simulation และโดยวิธีนิวตัน-รัปสัน ของโรงงานที่ 3

### 7.7 ผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองทั้ง 3 วิธี

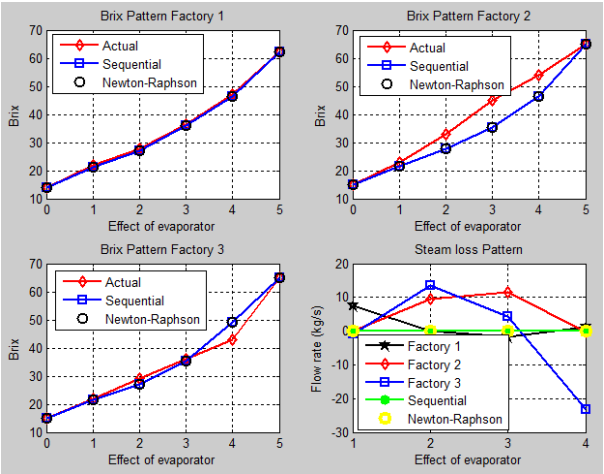
แบบจำลองทั้ง 3 วิธีประกอบไปด้วย 1.อัตราการใช้ไอน้ำจริง (Act) 2.อัตราการใช้ไอน้ำที่วิเคราะห์โดยวิธีแทนค่าลำดับ (Seq) 3.อัตราการใช้ไอน้ำที่วิเคราะห์โดยวิธีนิวตัน-รัปสัน (New-Rap)



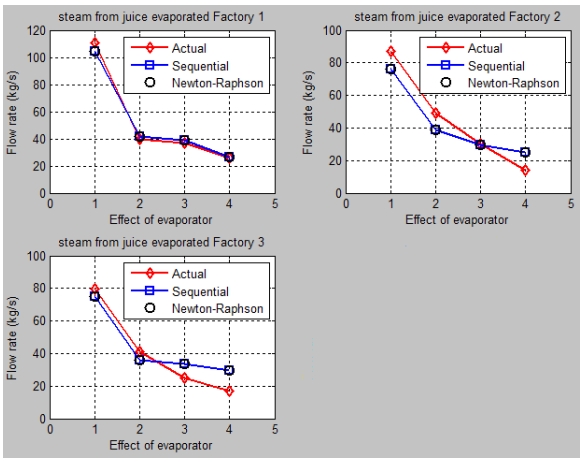

รูปที่ 11 ผลการเปรียบเทียบอัตราการใช้ไอน้ำของกระบวนการต้มและอุ่นน้ำอ้อยที่ได้จากแบบจำลองทั้ง 3

### 8. วิเคราะห์ผล

จากรูปที่ 11,12 และรูปที่ 13 ตัวแปรอิสระต่างๆ เช่น ค่าบริกซ์ อัตราการเกิดไอหัวหม้อ อัตราการใช้ไอน้ำที่คำนวณโดยวิธีนิวตัน-รัปสันจะมีค่าเท่ากันกับการคำนวณโดยวิธี Sequential simulation ทุกประการ เนื่องจากเป็นการแก้ปัญหาระบบสมการชุดเดียวกันของแต่ละโรงงาน แต่จะมีความแตกต่างจากระบบจริง (โดยคำนวณจากค่าบริกซ์จากการวัด) เล็กน้อย ประมาณ 5-10 เปอร์เซ็นต์โดยประมาณ เนื่องจากแบบจำลองที่สร้างขึ้นใหม่จะพิจารณาตัวแปรอิสระร่วมกันทั้งระบบ และไม่คิดการสูญเสียเนื่องจากความถดถอยของประสิทธิภาพในการถ่ายเทความร้อนของหม้อต้ม และหม้ออุ่น ซึ่งผลที่ได้จากแบบจำลองที่สร้างขึ้นใหม่นี้ จะได้ค่าอัตราการใช้ไอน้ำจากกังหันไอน้ำที่เหมาะสมภายใต้ปัจจัยการผลิตของแต่ละโรงงาน ซึ่งมีค่าน้อยกว่าการทำนายโดยใช้แบบจำลองเดิม (Actual) เนื่องจากในทางปฏิบัติโรงงานจะมีการจ่ายไอน้ำให้กับระบบสูงกว่าค่าที่เหมาะสมอยู่เสมอเนื่องจากมีความกังวลถึงปัจจัยการผลิตต่างๆที่เกิดความผันผวนได้ในขณะที่ทำการผลิต เช่น ประสิทธิภาพของหม้อต้ม และหม้ออุ่นที่ตกต่ำลงจากการทำงานมาเป็นระยะเวลานาน หรืออัตราการผลิตที่ไม่สามารถควบคุมให้คงที่อยู่ตลอดเวลาได้ เป็นต้น ส่วนในเรื่องของกระบวนการการแก้ปัญหา พบว่าการแก้ระบบสมการโดยวิธีนิวตันรัปสันใช้เวลาในการทำซ้ำเพื่อหาคำตอบได้รวดเร็วคือใช้เวลาประมาณ 10 วินาที และมีเสถียรภาพในการลู่เข้าสู่คำตอบที่ดีกว่าวิธีการแทนค่าลำดับ (Sequential simulation) ที่ใช้เวลาในการทำซ้ำประมาณ 30 นาที




รูปที่ 12 กราฟแสดงผลการเปรียบเทียบค่าบริกซ์ที่เกิดขึ้นจากการวิเคราะห์โดยแบบจำลองทั้งสาม




รูปที่ 13 กราฟแสดงผลเปรียบเทียบอัตราการเกิดไอหัวหม้อจากการวิเคราะห์โดยแบบจำลองทั้งสาม

### 9. สรุปผล

แบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกส์ของกระบวนการต้มและอุ่นน้ำอ้อยแบบหลายขั้นตอนในกระบวนการผลิตน้ำตาลที่สร้างขึ้นใหม่นี้ เป็นการวิเคราะห์หาอัตราการใช้ไอน้ำที่เหมาะสมภายใต้ปัจจัยการผลิตของระบบ

เมื่อนำผลการวิเคราะห์ที่ได้เปรียบเทียบกับระบบจริงจะทำให้เห็นถึงความสิ้นเปลืองที่เกิดขึ้นจากการเผื่อจ่ายไอน้ำให้กับระบบที่มากหรือน้อยเกินไปของแต่ละโรงงาน หรือช่วยให้มีทิศทางในการเผื่อจ่ายไอน้ำได้ดีขึ้นเพื่อให้เกิดความคุ้มค่าต่อการใช้ไอน้ำให้มากที่สุด สุดท้ายในการแก้ปัญหาระบบทางความร้อน (Thermal system) ถ้าหากระบบสมการที่สามารถหาอนุพันธ์ได้ไม่ยากควรจะใช้หลักการนิวตัน-รัปสันในการแก้ปัญหาเนื่องจากความเสี่ยงต่อการลู่ออกสู่คำตอบน้อยมากเมื่อเทียบกับวิธีการอื่นๆ เช่น วิธี Sequential simulation วิธี Successive substitution และใช้เวลาในการลู่เข้าที่รวดเร็วกว่ามากและไม่ต้องทำลำดับขั้นการคำนวน (Information flow diagram) แต่ข้อเสียของการแก้ระบบสมการโดยใช้วิธีนิวตัน-รัปสัน คือ ถ้าหากใช้ในการแก้ระบบสมการของระบบทางความร้อนใดๆที่มีฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลมักจะเจอปัญหาในการลู่ออกสู่คำตอบ จึงจำเป็นต้องใช้หลักการของควอซาย-นิวตันมาช่วยเสริมในการแก้ปัญหาอยู่เสมอ

## 10. เอกสารอ้างอิง

[1] บันเทิง สีกุดทอง, สมหมาย ปรีเปรม, ชนกนันท์ สุขกำเนิด การพัฒนาแบบจำลองสำหรับการออกแบบระบบหม้ออุ่นและหม้อต้มโรงงานน้ำตาล Development of Model for Designing of Evaporator and Heater System of Sugar Processing.

[2] ณัฐดนัย มูลศิริ, ชนกนันท์ สุขกำเนิด, สมหมาย ปรีเปรม การออกแบบหม้ออุ่นและหม้อต้มแบบเปลือกและท่อในโรงงานน้ำตาล Design of Shell and Tube Heater and Evaporator for Cane Sugar Processing.

[3] จิระพันธ์ เนื่องจากนิล บูรณาการระบบพลังงานความร้อนและไฟฟ้าในโรงงานน้ำตาล
Heat and Power Integration in Sugar cane Factory.

[4] ธีรวัฒน์ คลับคล้าย, ธีระชาติ พรพิบูลย์ แบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกส์ของกระบวนการต้มและอุ่นน้ำอ้อยแบบหลายขั้นตอนในกระบวนการผลิตน้ำตาล Thermodynamics Model of Multiple Boiling and Heating in Production Sugar Process.

[5] E. HUGOT, handbook of cane sugar engineering, second, completely revised, edition Elsevier Publishing Company 1972.

[6] W.F. STOECKER, DESIGN OF THERMAL SYSTEMS, THIRD EDITION.

[7] 2001 ASHRAE Fundamentals Handbook (SI) Thermophysical Properties Refrigerants.