

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 24
20-22 ตุลาคม 2553 จังหวัดอุบลราชธานี

แบบจำลองทางพลศาสตร์ของแขนกลที่มีความยืดหยุ่นสำหรับการเอื้อมระยะไกล Dynamic Model of a Long-Reach Flexible Manipulator Arm

วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ^{1*} และ กรรรมนันต์ ชูประเสริฐ²

¹ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถ.พญาไท ปทุมวัน กรุงเทพมหานคร 10330

² ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

*E-Mail: Viboon.S@eng.chula.ac.th โทร 0-2218-6610-1 โทรสาร 0-2252-8889

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้กล่าวถึงการหาแบบจำลองทางพลศาสตร์ของแขนกลที่มี 2 ก้านต่อโยงแบบยืดหยุ่น โดยแบบจำลองที่หาได้ใช้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการออกแบบระบบควบคุมที่เวลาจริง แขนกลที่ออกแบบสำหรับงานที่ต้องการระยะเอื้อมไกล ซึ่งไม่สามารถหลีกเลี่ยงความยืดหยุ่นตัวของแขนกล โดยก้านต่อโยงของแขนกลมีโครงสร้างแบบ five-bar linkage มีตัวขับเคลื่อนมอเตอร์กระแสตรงอยู่ที่ฐานเพื่อไม่ให้โหลดของมอเตอร์ส่งผลต่อการขับเคลื่อนก้านต่อโยง หลักการหาแบบจำลองพลศาสตร์จะใช้หลักความจริงที่ว่าอุปกรณ์ตัววัดความเร่งติดอยู่ที่ปลายของก้านต่อโยงที่มีความยืดหยุ่น และใช้วิธีการหาสมการลากรางจ์ จากสมมติฐานของงานวิจัยนี้สามารถลดรูปแบบจำลองทางพลศาสตร์ที่มีความซับซ้อนให้เป็นแบบจำลองของก้านต่อโยงที่ยึดติดกับมวลในลักษณะของสปริงได้ และสามารถนำไปเขียนสมการพลศาสตร์ในรูปแบบสมการปริภูมิเวกเตอร์ และจากการทดลองตรวจสอบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่หาได้โดยรูปแบบของโครงสร้าง five-bar linkage ที่พัฒนาขึ้น จะเห็นว่าก้านต่อโยงที่ 1 ที่ยึดติดกับมอเตอร์จะเป็นลักษณะเกร็งเมื่อเทียบกับก้านต่อโยงที่ 4 ที่มีความยาวมากกว่า และจากผลของการ simulation แบบจำลองลดรูปที่หาได้ แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวสามารถนำไปใช้สำหรับการออกแบบระบบควบคุมแบบเวลาจริงได้

คำหลัก: แขนกลแบบยืดหยุ่น, แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

Abstract

This research work is to find the dynamic model of a manipulator arm with two flexible links. The derived model is intent to use as a mathematical model of real-time controllers design. The manipulator is designed so that it is suitable for long reaching tasks. The links are formed using a five-bar linkage. The actuators, direct-drive DC motors, are located at the base of the manipulator so that the loads, due to the weight of the motors, do not affect the driving torque of the motors. The dynamic model is derived base on the fact that the accelerometers are attached to the tips of the elastic link, link 4. The dynamic model is derived using Lagrange equation method. With assumptions purposed in this work, the very complication dynamic model is reduced to a mass-spring linked model. The reduced dynamic model can be described in state space equation. And for our configuration, using five-bar linkage, it is shown from

experimentation that one of the flexible links, link 1 attached to a motor, is rigid compare to the long reach linkage, link 4 in our configuration. From the results of simulation based on the derived dynamic model, it is shown that the derived model is accurate enough for using as the mathematical model for designing of real-time controllers.

Keywords: Flexible manipulator arm, Five-bar linkage, mathematical model

1. บทนำ

เนื่องจากแขนกลที่มีการใช้อยู่ในอุตสาหกรรมส่วนใหญ่เป็นแบบแขนเกร็ง ซึ่งรูปแบบของการเคลื่อนที่จะทำให้ระบบการตรวจวัดและการควบคุมสามารถทำได้ง่าย แต่ในทางกลับกันในลักษณะของโครงสร้างแบบนี้ก็จะทำให้หุ่นยนต์มีน้ำหนักที่มากและมีตัวขับที่ขนาดใหญ่ รวมไปถึงไม่สามารถหลีกเลี่ยงการสั่นสะเทือนทางกลเนื่องจากการเคลื่อนที่ได้ ในปัจจุบันจึงได้มีการพัฒนาแขนกลที่ใช้ในงานในอุตสาหกรรม ซึ่งทำจากวัสดุที่มีความอ่อนตัวและยืดหยุ่นมาใช้แทนแขนกลที่ทำจากวัสดุแข็งเกร็งมากขึ้น ซึ่งมีข้อดีคือพลังงานที่ใช้ในการขับเคลื่อนลดลงมาก เนื่องจากแขนกลยืดหยุ่นจะมีน้ำหนักที่เบา กว่าแขนเกร็ง รวมไปถึงสามารถแก้ปัญหาจากการสั่นสะเทือนได้ แต่อย่างไรก็ตาม การควบคุมตำแหน่งปลายของแขนกลแบบยืดหยุ่นทำได้ยากกว่าเนื่องจาก จะเกิดการแกว่งตัวที่ตำแหน่งปลายแขน และ รูปแบบของสมการการเคลื่อนที่ค่อนข้างที่จะซับซ้อน โดยจะมีบางทอมที่มีรูปแบบไม่เป็นเชิงเส้น รวมถึงสมการมีอันดับที่สูง ดังนั้นการนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เข้ามาพิจารณาจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง ซึ่งในทางปฏิบัติการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากหุ่นยนต์ที่มีความยืดหยุ่นค่อนข้างที่จะมีความซับซ้อนเนื่องมาจาก จะต้องคำนึงถึงทฤษฎีเกี่ยวกับความยืดหยุ่นด้วย ฉะนั้นการออกแบบโครงสร้างของตัวหุ่นยนต์เองก็มีส่วนช่วยให้ความซับซ้อนของสมการลดลงได้ด้วย

จากปัญหาดังกล่าว ทำให้ผู้วิจัยเชื่อว่าสมการทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์แบบยืดหยุ่นมีความสำคัญ และเป็นตัวแปรนำไปสู่ความถูกต้องในการควบคุมหุ่นยนต์ รวมถึง สามารถลดปัญหาความซับซ้อนของการควบคุมเบื้องต้นได้ โดยในงานวิจัยนี้จะทำการหาสมการทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ แบบยืดหยุ่นที่ใช้ในงานระยะเอื้อมไกล โดยใช้สมการพลังงานในการหา แต่จะทำการ

ลดตัวแปรบางตัวออกเพื่อให้ได้สมการที่ถูกต้องและง่ายต่อการนำไปใช้ในการควบคุมต่อไป

2. ความรู้เบื้องต้นของแขนหุ่นยนต์แบบยืดหยุ่น

การพัฒนาหุ่นยนต์แบบยืดหยุ่นในงานอุตสาหกรรมมีจุดประสงค์เพื่อต้องการการลดขนาดของลิ้งค์ที่ใช้ในการขับเคลื่อน รวมถึงการสั่นที่เกิดขึ้นขณะระบบควบคุมแบบปิดทำงานที่ความถี่สูงๆ ข้อมูลเหล่านี้เป็นเหตุผลหลักทำให้เกิดการพัฒนางานวิจัยในด้านนี้มากขึ้น โดยที่การออกแบบแขนหุ่นยนต์ในลักษณะนี้ ขึ้นอยู่กับลักษณะที่ใช้งานเป็นสำคัญ ดังนั้นในงานวิจัยที่ผ่านมาสามารถสรุปลักษณะที่จำเป็นสำหรับหุ่นยนต์แบบยืดหยุ่นในงานอุตสาหกรรมได้ดังนี้

1) ปริมาตรหรือบริเวณการทำงาน (workspace) บริเวณการทำงานควรมีความเหมาะสมกับลักษณะการทำงานเนื่องจากการที่ต้องการลดขนาดของลิ้งค์ที่ใช้ในการเคลื่อนที่ ดังนั้นมอเตอร์ที่ใช้ในการขับเคลื่อนจำเป็นต้องอยู่ที่ฐานของหุ่นยนต์ รูปแบบของหุ่นยนต์ที่ออกแบบจึงจำเป็นที่จะต้องเป็นโครงสร้างแบบขนานทำให้ปริมาตรของการทำงานจะน้อยเมื่อเทียบกับโครงสร้างแบบอนุกรม ด้วยข้อจำกัดดังกล่าว ถ้าต้องการให้มีบริเวณพื้นที่ที่ทำงานที่มากจำเป็นต้องออกแบบให้โครงสร้างแบบขนานมีขนาดที่ใหญ่ขึ้นด้วย

2) ความหวมของชุดเฟืองทด (Backlash) คือความหวมของชุดเฟืองทดที่มักจะเกิดขึ้นในระบบส่งผ่านกำลังหรือชุดเฟืองทดที่ต่อระหว่างแกนมอเตอร์กับก้านต่อโยงของแขนกล ความหวมของชุดเฟืองทรมีผลต่อความผิดพลาดที่อาจจะเกิดขึ้นกับอุปกรณ์วัดมุมของมอเตอร์ ซึ่งจะก่อให้เกิดความไม่เป็นเชิงเส้นในชุดควบคุม และยังมีผลต่อความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการวัดค่าของโหมดเซฟ รวมถึงระยะการโค้งงอของแขนกลมุมที่เปลี่ยนแปลงจากการสั่นสะเทือน

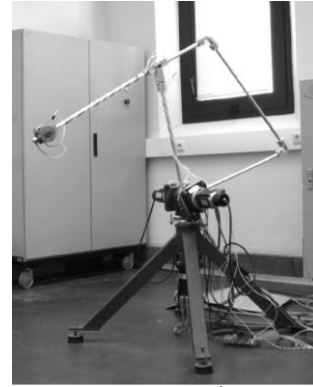
3) ในการควบคุมแขนที่มีความยืดหยุ่นตัว จะต้องพยายามทำให้มวลของก้านต่อโยงมีผลต่อแรงหรือโมเมนต์ที่ใช้ในการควบคุมการเคลื่อนที่ก้านต่อโยงให้มีค่าน้อยที่สุด หรือทำให้ค่าความเฉื่อยนี้ให้มีค่าน้อยเมื่อก้านต่อโยงถูกขับ ในขณะที่เดียวกันก็ยังคงต้องการคงความแข็งแรงไว้ในระดับหนึ่ง จึงเลือกก้านต่อโยงที่มีหน้าตัดกลวงเป็นรูปวงกลม (tubular cross section)

4) แรงเสียดทาน (Friction) แรงเสียดทานที่ข้อต่อต่างๆของแขนกลควรออกแบบให้มีค่าน้อย เนื่องจากค่าความเสียดทานที่เกิดขึ้นจะมีผลต่อความถูกต้องของสมการการเคลื่อนที่ และยิ่งส่งผลต่อไปยังความซับซ้อนที่จะเกิดขึ้นกับระบบควบคุมของแขนกลแบบยืดหยุ่นอีกด้วย

3. งานวิจัยของแขนกลแบบยืดหยุ่นที่ผ่านมา

งานวิจัยของแขนกลแบบยืดหยุ่นที่ผ่านมา มีมากมาย รวมถึงวิธีการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ก็มีความหลากหลาย ในที่นี้จะกล่าวเฉพาะงานวิจัยที่น่าสนใจซึ่งมีดังต่อไปนี้

1) แขนกลแบบยืดหยุ่นที่มี 3 องศาอิสระแบบใหม่ โดย J.A. Somolinos, V. Feliu, L. Sanchez [6] เป็นโครงสร้างแบบอนุกรมที่มี 3 องศาอิสระคือมีการเคลื่อนที่ในแนวแกน X-Y-Z โดยมีการนำโครงสร้างแบบ Five-Bar Linkage มาใช้ในการขับเคลื่อนแขนกล โดยมีมอเตอร์แกนที่ 1 และ 2 อยู่พื้นฐาน ส่วนมอเตอร์ที่ 3 จะอยู่ที่แกนของมอเตอร์ตัวที่ 2 ดังแสดงในรูปที่ 1 แขนกลชนิดนี้มีปริมาตรในการทำงานเป็นทรงกลม และรูปแบบของก้านต่อโยงแต่ละก้านจะใช้จะมีหน้าตัดเป็นแบบรูปวงกลมกลวง แนวคิดในการสร้างและออกแบบแขนกลนี้เป็นการย่อขนาดแขนกลขนาดใหญ่ให้มีขนาดเล็กลงเพื่อให้แขนกลมีขนาดเล็กและมีความยืดหยุ่นตัวและใช้เป็นต้นแบบของการควบคุมแขนขนาดใหญ่ได้ในอนาคต ข้อดีของแขนกลชุดนี้คือ ก้านต่อโยงจะมีขนาดเล็ก เนื่องจากการที่มอเตอร์อยู่ที่ฐานของแขนกล และจากการที่ความยาวของแต่ละก้านต่อโยงได้มาจากการทดลองทำให้การเคลื่อนที่ของทั้ง 3 องศาอิสระทำงานไม่ขึ้นต่อกัน ข้อเสียของแขนกลชุดนี้คือ มีปริมาตรในการทำงานที่น้อย



รูปที่ 1 แขนกลแบบยืดหยุ่นที่มี 3 องศาอิสระ [6]

2) แขนกลขนาดใหญ่และยืดหยุ่น (RALF) โดย Wayne Book, Klaus Obergefell [4] เป็นการผสมระหว่างโครงสร้างแบบขนานที่มี 2 องศาอิสระคือมีการเคลื่อนที่ในแนวระนาบ X-Y โดยใช้กระบอกลูกสูบแบบไฮดรอลิกขับในแนวเส้นตรง มีกระบอกลูกสูบตัวใหญ่อยู่ที่ฐานสำหรับขับเคลื่อนทั้งโครงสร้าง และมีกระบอกลูกสูบตัวที่ 2 ที่มีขนาดเล็กขับเคลื่อนปลายแขน (End-Effector) โดยการนำโครงสร้างแบบ Five-Bar Linkage มาประยุกต์ใช้ซึ่งตั้งอยู่บนแกนของกระบอกลูกสูบตัวที่ 1 ข้อดีของแขนกลชุดนี้คือ โครงสร้างของแขนกลมีความแข็งแรงมากเนื่องมาจากการที่ใช้กลไก Five-Bar Linkage ในการขับเคลื่อนปลายแขนกลและมีปริมาตรการทำงานที่มาก ข้อเสียของแขนกลชุดนี้คือ มีขนาดโครงสร้างที่ใหญ่มาก โดยถ้าจะใช้มอเตอร์เป็นตัวขับเคลื่อนจะมีขนาดค่อนข้างใหญ่



รูปที่ 2 แขนกลขนาดใหญ่และยืดหยุ่น (RALF) [4]

3) แขนกลแบบหุ่นตัว 2 ก้านต่อโยงที่มี 3 องศาอิสระโดย Tsuneo Yoshikawa, Hiroki Murakami, Koh Hosoda [5] เป็นโครงสร้างแบบอนุกรมที่มี 3 องศาอิสระคือมีการเคลื่อนที่ในแนวแกน X-Y-Z ในลักษณะของแขนกลแบบเกร็งทั่วไปเพียงแต่ลดขนาดของก้าน

ต่อโยง และเพิ่มมวลหนึ่งก้อนเพื่อเป็นตัวรักษาสมดุลของระบบ ข้อดีของแขนกลชุดนี้คือ กลไกมีความไม่ซับซ้อนทำให้สามารถหา forward kinematics ได้ง่าย ข้อเสียของแขนกลชุดนี้คือ มอเตอร์ไม่ได้อยู่ที่ฐานทำให้ต้องใส่มวลเพื่อถ่วงน้ำหนักของแขนกลและถ้าต้องการเพิ่มปริมาตรการทำงานจำเป็นที่จะต้องเพิ่มขนาดของแขนกลให้ใหญ่ขึ้นตาม

จากข้อดีและข้อเสียของงานวิจัยที่ผ่านมาได้ข้อสรุปว่าตำแหน่งการติดตั้งอุปกรณ์ขับเคลื่อนของแขนกลส่วนใหญ่จะพยายามให้อยู่ที่ฐานให้มากที่สุดเพื่อลดขนาดของก้านต่อโยง และโครงสร้างของแขนกล โดยจะมีการนำ โครงสร้างแบบ Five-Bar Linkage มาช่วยในการขับเคลื่อนปลายแขน (End-Effector) โดยทำหน้าที่ในการส่งผ่านแรงจากอุปกรณ์ขับเคลื่อนที่ฐานไปยังปลายแขน ฉะนั้นแขนกลที่จะทำการออกแบบจะถูกออกแบบให้ตัวขับเคลื่อนอยู่ที่ฐานโดยจะลดขนาดของก้านต่อโยงได้และจะทำการลดโมเมนต์ความเฉื่อยโดยการใช้ก้านต่อโยงที่มีหน้าตัดกลวงเป็นรูปวงกลม รวมถึงลดปัญหาที่เกิดจากความหลวมของชุดเฟืองทด (Backlash) โดยเลือกใช้ตัวขับเคลื่อนที่ไม่มีชุดเฟืองทด และมีอุปกรณ์ตัววัดมุมภายในตัว ดังนั้นโครงสร้างที่ออกมาจะเป็นโครงสร้างแบบขนานจึงมีปริมาตรในการทำงานน้อยจึงต้องมีการเพิ่มความยาวที่ก้านต่อโยงของแขนกล

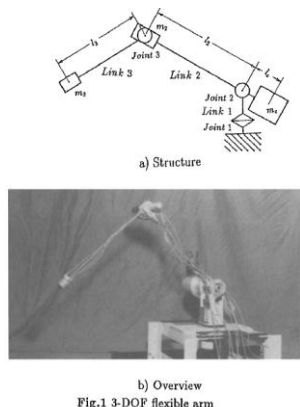


Fig.1 3-DOF flexible arm

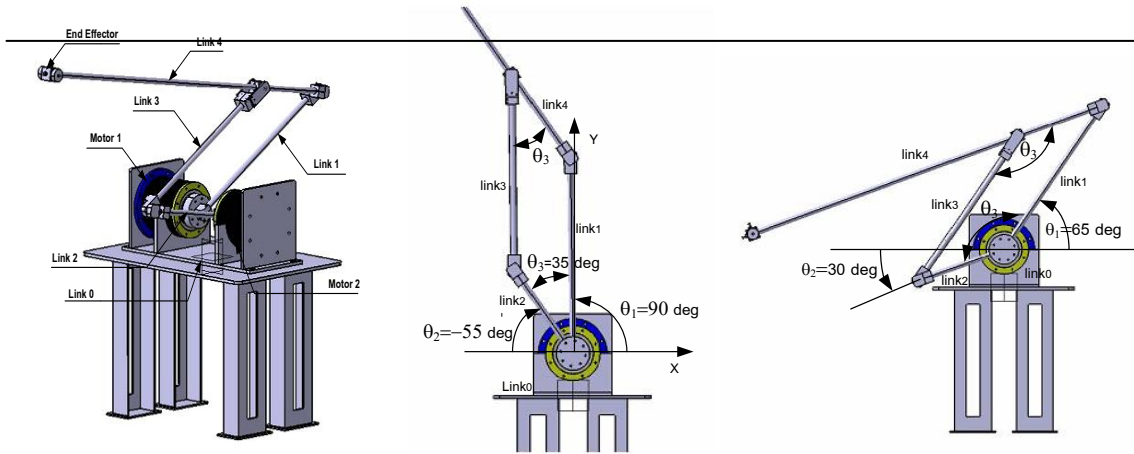
รูปที่ 3 แขนกลแบบหุ่นตัว 2 ก้านต่อโยงที่มี 3 องศาอิสระ [5]

4. การออกแบบแขนกลแบบยืดหยุ่น

จากลักษณะเฉพาะของแขนกลแบบยืดหยุ่นที่ได้ศึกษามาในหัวข้อ 3 เราสามารถนำมาออกแบบ

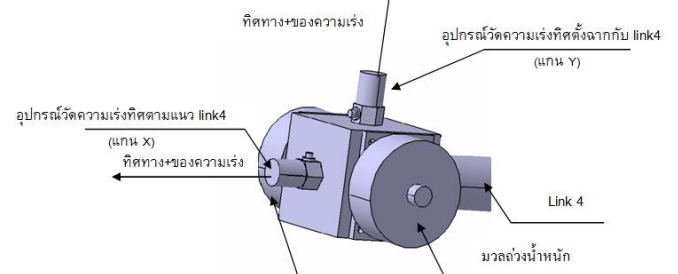
โครงสร้างของแขนกลแบบยืดหยุ่นที่ใช้ในระยะเอื้อมไกลโดยมีโครงสร้างแบบขนานได้ดังรูปที่ 4 อุปกรณ์ขับเคลื่อนจะถูกติดตั้งไว้ที่ฐานของแขนกลเพื่อลดขนาด และน้ำหนักของก้านต่อโยงที่ใช้ในการขับเคลื่อนแขนกล โดยสามารถลดความหลวมของชุดเฟืองจากการเลือกใช้มอเตอร์แบบขับเคลื่อนตรง (Direct Drive Motor) แทนมอเตอร์ชนิดใช้เฟืองทดเป็นตัวขับเคลื่อนไป การเลือกใช้มอเตอร์แบบขับเคลื่อนตรงนี้แทนที่จะใช้มอเตอร์แบบมีชุดเฟืองทด ชุดเฟืองทดที่ใช้ในแขนกลทั่วไปส่วนใหญ่จะเป็นชุดเฟืองทดที่อัตราการทดความเร็วค่อนข้างสูง ค่าอัตราทดความเร็วที่สูงนี้จะดูดซับแรงที่เกิดจากการสั่นเหวี่ยงของแขนกลในขณะเคลื่อนที่ ทำให้การรับรู้แรงในส่วนนี้จึงมีน้อย ดังนั้นการควบคุมจึงต้องขึ้นอยู่กับชุดอุปกรณ์วัดตำแหน่งที่ปลายแขนเป็นหลัก การใช้มอเตอร์แบบขับเคลื่อนตรงนี้เนื่องจากไม่มีชุดเฟืองทด ดังนั้นแรงที่เกิดจากการสั่นสะเทือนของแขนยืดหยุ่นจะส่งผลกระทบต่อตรงที่มอเตอร์ ทำให้สามารถใช้ข้อมูลนี้ช่วยในการออกแบบระบบควบคุมที่มีความหลากหลายมากขึ้น แต่การออกแบบข้อต่อสำหรับติดตั้งชุดมอเตอร์แบบขับเคลื่อนตรงก็จะต้องมีความสลับซับซ้อนมากขึ้นตามไปด้วย ในงานวิจัยนี้จะไม่ครอบคลุมถึงการออกแบบข้อต่อที่มีประสิทธิภาพสำหรับการใช้กับการขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์แบบขับเคลื่อนตรง

รูปที่ 4 และรูปที่ 5 แสดงโครงสร้างของแขนกลแบบยืดหยุ่นที่พัฒนาขึ้น ฐานของแขนกลชุดนี้แสดงตำแหน่งของก้านต่อโยงที่ 0 มอเตอร์แบบขับเคลื่อนตรงจะตั้งอยู่ที่ทั้ง 2 ฝั่งของฐาน มอเตอร์ตัวที่ 1 ทำหน้าที่ขับเคลื่อนก้านต่อโยงที่ 1 ส่วนมอเตอร์ตัวที่ 2 ทำหน้าที่ขับเคลื่อนก้านต่อโยงที่ 2 โดยผ่านกลไกแบบ Five-bar linkage เพื่อส่งผ่านผ่านก้านต่อโยงที่ 3 ซึ่งก้านต่อโยงที่ 2 และ 4 จะเคลื่อนที่ขนานกัน ในทำนองเดียวกันก้านต่อโยงที่ 1 และ 3 จะเคลื่อนที่ขนานกันด้วย โดยที่ก้านต่อโยงที่ 1 และก้านต่อโยงที่ 3 ยาว 62 เซนติเมตร ก้านต่อโยงที่ 2 ยาว 32 เซนติเมตร และก้านต่อโยงที่ 4 ยาว 132 เซนติเมตร จากโครงสร้างแบบขนานทำให้สามารถหาช่วงของมุมการเคลื่อนที่ของมอเตอร์ รูปที่ 4 แสดงโครงสร้างของกลไกแบบ Five-bar linkage ที่ใช้ในแขน



รูปที่ 4 โครงสร้างของแขนกลแบบยัดหย่นที่ออกแบบไว้

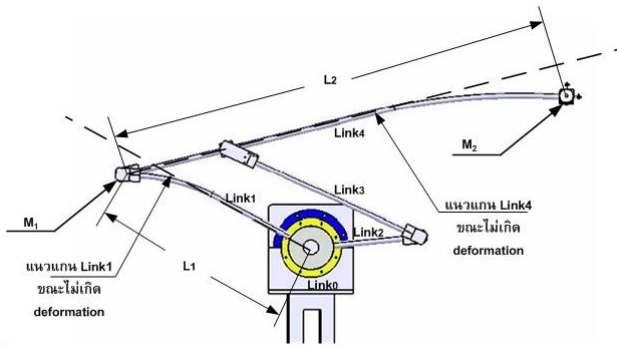
กลแบบยัดหย่นที่พัฒนาขึ้น โดยกำหนดให้ θ_3 คือมุมที่วัดระหว่างก้านต่อโยงที่ 1 กับ 2 หรือมุมที่วัดระหว่างก้านต่อโยงที่ 3 กับ 4 โดยที่ความสัมพันธ์ของมุมสำหรับกรณี $\theta_3 \leq 90^\circ$ คือ $\theta_3 = \|\theta_1\| - \|\theta_2\| = 35^\circ$ เป็นค่ามุนน้อยที่สุดที่จะป้องกันไม่ให้เกิดการชนกันระหว่างก้านต่อโยงที่ 3 และ 4 และจะเห็นพบว่ามุมที่ข้อต่อที่หนึ่งจะมีค่า $0 \leq \theta_1 \leq 90$ ในทำนองเดียวกันจากรูปที่ 4 สามารถหาค่ามุนมากที่สุดของ θ_3 สำหรับกรณี $\theta_3 \geq 90^\circ$ จะได้ $\theta_3 = 180 - \|\theta_1\| - \|\theta_2\| = 145^\circ$ คือค่ามุนมากที่สุดที่ก้านต่อโยงจะไม่เกิดการชนกัน โดยที่มุมการเคลื่อนที่ของมอเตอร์ตัวที่ 2 จะมีช่วงของการเคลื่อนที่คือ $-35 \leq \theta_2 \leq 55$ นอกจากนั้นที่ปลายแขนกล (End-Effector) แสดงดังรูปที่ 5 จะมีการติดตั้งอุปกรณ์วัดความเร็ว 2 ตัว โดยตัวที่ 1 วัดความเร็วในแนวแกนก้านต่อโยงที่ 4 (แกน X) ส่วนอีกตัววัดความเร็วในแนวตั้งฉากกับก้านต่อโยงที่ 4 (แกน Y) และทิศทางที่พุ่งออกจากอุปกรณ์วัดความเร็วเป็นบวก หรือตามแนวหัวลูกศรที่แสดงในรูปที่ 5 ขณะที่ด้านข้างของปลายแขนออกแบบไว้สำหรับใส่มวลเพื่อถ่วงน้ำหนักที่ปลายแขนเพื่อให้น้ำหนักทั้งหมดของแต่ละก้านต่อโยงรวมกันเป็นก้อน (lumped mass)



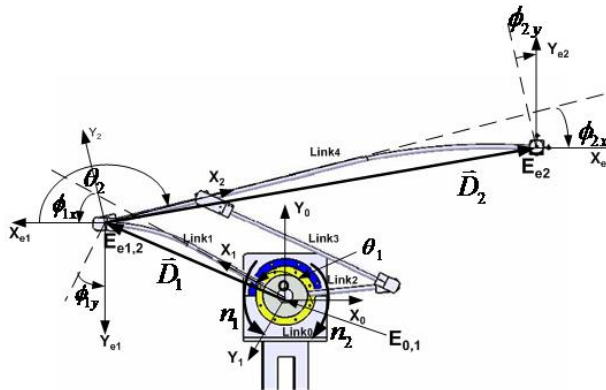
รูปที่ 5 แขนกลแบบยัดหย่นที่พัฒนาขึ้น

สมมติฐานของแขนกลแบบยัดหย่น

พิจารณาแขนกลแบบยัดหย่นตามรูปที่ 6 โดยสมมติให้ก้านต่อโยงที่ 1 และ 4 เป็นก้านต่อโยงที่มีความยืดหยุ่นแต่ละก้านมีความยาวเท่ากับ 62 cm และ 132 cm ตามลำดับ มีมวล M1 และ มวล M2 เป็นมวลแบบก้อนรวม (Lumped mass) ที่แต่ละปลายของก้านต่อโยงที่ 1 และก้านต่อโยงที่ 4 ตามลำดับ โดยที่มอเตอร์ที่ใช้ในการขับเป็นแบบขับตรง (Direct Drive Motor)



รูปที่ 6 ภาพประกอบสมมติฐานของแขนกลแบบหุ่นตัว



รูปที่ 7 การตั้งเฟรมและแสดงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของแขนกล

การหาสมการของแขนกลที่ได้ออกแบบและสร้างขึ้นตามสมมติฐานดังนี้

1. พิจารณา มวล M_1 และ มวล M_2 เป็นแบบ point mass
2. ไม่พิจารณาน้ำหนักของก้านต่อโยงที่ 1 และ 4 เมื่อเทียบกับน้ำหนักของมวล M_1 และ มวล M_2
3. ไม่พิจารณาความเสียดทานของมอเตอร์ และข้อต่อของก้านต่อโยง
5. ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเปลี่ยนรูป

(Deformation)

การหาสมการพลศาสตร์ของแขนกลแบบหุ่นตัวนี้ ได้มีการศึกษากันอย่างกว้างขวาง ส่วนใหญ่จะใช้วิธีการสมมติโหมดของการสั่นหรือ assumed mode เพื่อช่วยในการกำหนดตำแหน่งหรือกำหนดพิกัดของแขนกล แต่ในงานวิจัยนี้จะใช้การกำหนดพิกัดต่างออกไป จากที่กำหนดแล้วว่าจะวัดการยืดหยุ่นของแขนกลโดยใช้อุปกรณ์ตัววัดที่ตั้งอยู่ที่ปลายแขนของก้านต่อโยงที่ 4 ดังนั้นระบบพิกัดก็จะแตกต่างกันกับวิธีการของ assumed mode กำหนดให้เวกเตอร์ $\bar{D}_i$ และ

เวกเตอร์ $\bar{\phi}_i$ แสดงค่า displacement deformation และ angular deformation ตามลำดับ ขณะที่ E_i แทนเฟรมของแขนกลที่ไม่เกิดการเปลี่ยนรูป และ E_{ei} แทนเฟรมของแขนกลที่เกิดการเปลี่ยนรูป โดยจะได้ค่าการเปลี่ยนรูปของเฟรม E_{ei} เทียบกับเฟรม E_i ดังรูปที่ 7 เราสามารถเขียนเวกเตอร์ที่กำหนดตำแหน่งปลายแขนของแขนหุ่นยนต์แบบยืดหยุ่นตัวของแต่ละก้านต่อโยงได้ดังนี้

$$\bar{D}_i \square [l_i + \delta_{ix} \delta_{iy}] \quad (i=1,2) \quad (1)$$

$$\bar{\phi}_i \square [\phi_{ix} \phi_{iy}] \quad (i=1,2) \quad (2)$$

โดยที่ l_i แทนความยาวของก้านต่อโยงตามแนวแกนของเฟรมที่ i , δ_i แทนการเปลี่ยนรูปของความยาว และ ϕ_i แทนการเปลี่ยนรูปของมุมโดยใช้สมการของสปริงจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเปลี่ยนรูป ดังนี้

$$\begin{bmatrix} f_i \\ n_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{i1} & K_{i3} \\ K_{i3}^T & K_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_i \\ \phi_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

โดย f_i แทนแรง และ n_i แทนโมเมนต์ของก้านต่อโยงที่ i เทียบกับเฟรม E_i และ K_{ij} คือ ค่า stiffness ของก้านต่อโยง ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$K_{i1} = \text{diag} \left[A_i E_i / l_i \quad 12 E_i I_i / l_i^3 \quad 12 E_i I_i / l_i^3 \right]$$

$$\square \text{diag} [K_{ia} \quad K_{ib} \quad K_{ib}]$$

$$K_{i2} = \text{diag} \left[G_i \hat{I}_i / l_i \quad 4 E_i I_i / l_i \quad 4 E_i I_i / l_i \right]$$

$$\square \text{diag} [K_{ic} \quad K_{id} \quad K_{id}]$$

$$K_{i3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 E_i I_i / l_i^2 \\ 0 & 6 E_i I_i / l_i^2 & 0 \end{bmatrix} \square \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{ie} \\ 0 & -K_{ie} & 0 \end{bmatrix}$$

E_i คือ Young's modulus ของก้านต่อโยงที่ i (N/m^2)

G_i คือ modulus of transverse of elasticity ของก้านต่อโยงที่ i (N/m^2)

A_i คือ พื้นที่หน้าตัดของก้านต่อโยงที่ i (m^2)

l_i คือ ความยาวของก้านต่อโยงที่ i (m)

I_i คือ area moment of inertia ของก้านต่อโยงที่ i

(m4)

$\hat{I}_i$ คือ polar moment of inertia of area ของก้านต่อโยงที่ i (m4)

จากสมมติฐานข้างต้นนำไปสู่การพิจารณาการตั้งเฟรมของแขนกลโดยจะพิจารณาเฟรมที่มีความยืดหยุ่นเพิ่มด้วย รูปที่ 7 ให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของเฟรมที่ฐานเพื่อที่จะอธิบายความยืดหยุ่นของการต่อโยงที่ 1 และ 2 จะทำการเพิ่มเฟรมของความยืดหยุ่น E_{ei} โดยที่เฟรมนี้จะอยู่กับก้านต่อโยงที่ i และมีทิศเดียวกับเฟรม E_i เมื่อไม่มีระยะโก่งตัวของก้านต่อโยงเกิดขึ้นโดยจะได้ Rotation Matrix ดังนี้

$${}^0R_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^{e1}R_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

จากการไม่พิจารณาทอมดิกรี 2 จะได้ rotation matrix ของ ${}^1R_{e1}$ คือ

$${}^1R_{e1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \phi_{1y} \\ 0 & 1 & -\phi_{1x} \\ -\phi_{1y} & \phi_{1x} & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

ดังนั้นสมการ rotation matrix จาก เฟรม 0 ถึง เฟรม 2 คือ

$${}^0T_1 = {}^0R_1 \quad (6)$$

$${}^0T_2 = {}^0R_1 {}^1R_{e1} {}^{e1}R_2 \quad (7)$$

สมการการเคลื่อนที่ของ Tip Lumped Masses

จากรูปที่ 7 จะได้สมการเวกเตอร์แสดงตำแหน่งของมวลที่ปลายแขนกลเทียบกับเฟรม E_0 คือ

$$\vec{r}_i \quad (i=1,2), \quad \vec{r}_i = \sum_{j=1}^i {}^0T_j \vec{D}_j \quad (8)$$

จากสมการนี้ ทำการหาอนุพันธ์เทียบกับเวลาจะได้สมการความเร็ว และความเร่งดังนี้

$$\dot{\vec{r}}_i = \sum_{j=1}^i \left\{ \left(\sum_{k=1}^2 U_{jk} \dot{\theta}_k + U_j^* \right) \vec{D}_j + {}^0T_j \dot{\vec{D}}_j \right\} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{r}}_i = \sum_{j=1}^i \left[\sum_{k=1}^2 \left(\sum_{l=j}^2 U_{jkl} \dot{\theta}_k \dot{\theta}_l + 2U_{jk}^* \dot{\theta}_k + U_{jk} \ddot{\theta}_k \right) + U_j^{**} \right] \vec{D}_j \\ + 2 \left(\sum_{k=j}^2 U_{jk} \dot{\theta}_k + U_j^* \right) \dot{\vec{D}}_j + {}^0T_j \ddot{\vec{D}}_j \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{โดยที่ } U_{jk} = \frac{\partial}{\partial \theta_k} {}^0T_j,$$

$$U_{jkl} = \frac{\partial}{\partial \theta_l} U_{jk},$$

$$U_1^* = 0, \quad U_2^* = {}^0R_1 \left(\frac{d}{dt} {}^1R_{e1} \right)^{e1} R_2, \quad (11)$$

$$U_1^{**} = 0, \quad U_2^{**} = {}^0R_1 \left(\frac{d^2}{dt^2} {}^1R_{e1} \right)^{e1} R_2,$$

$$U_{1k}^* = 0, \quad U_{2k}^* = \frac{\partial}{\partial \theta_k} U_2^*,$$

ซึ่งตัว subscript ตัวแรก j ของ U แสดงว่า U_j เป็นอนุพันธ์ของเมตริกซ์ 0T_j , subscript ตัวที่ 2 และ 3 (k และ l) แทนอนุพันธ์เมื่อเทียบกับ θ_k และ θ_l ตามลำดับ และ superscript* แทนอนุพันธ์ของ ${}^1R_{e1}$ เทียบกับเวลา

6. สมการพลศาสตร์ของแขนกลแบบยืดหยุ่น

(Dynamics model of flexible manipulator arm)

6.1 พลังงานจลน์ (Kinetic Energy)

จากสมมติฐานหัวข้อ 4 เราสามารถเขียนสมการพลังงานจลน์ทั้งหมด (total kinetic energy) ของแขนกลประกอบไปด้วย พลังงานจลน์จาก lumped mass และพลังงานจากการหมุน (rotational energy) ของมอเตอร์ โดยให้ E_{ki} แทนพลังงานจลน์ของก้านต่อโยงที่ i

$$E_{k1} = \frac{1}{2} m_1 \dot{\vec{r}}_1^T \dot{\vec{r}}_1 + \frac{1}{2} I_{m1} \dot{\theta}_1^2, \quad (12)$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2} m_2 \dot{\vec{r}}_2^T \dot{\vec{r}}_2 + \frac{1}{2} I_{m2} \dot{\theta}_2^2, \quad (13)$$

ซึ่ง I_{mi} แทน rotational inertia ของมอเตอร์ที่ i

$$\text{จะได้พลังงานจลน์ทั้งหมดคือ } E_k = \sum_{i=1}^2 E_{ki} \quad (14)$$

6.2 พลังงานศักย์ (Potential Energy)

จากสมการที่ (3) พลังงานศักย์ของการยืดหยุ่น (potential of elasticity) ของก้านต่อโยงที่ i, E_{pi} (i = 1,2) คือ

$$E_{pi} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \delta_i^T & \phi_i^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{i1} & K_{i3} \\ K_{i3}^T & K_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_i \\ \phi_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

และพลังงานศักย์เนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (potential energy from gravity), E_{pg} , คือ

$$E_{pg} = m_1 \bar{g}^T \vec{r}_1 + m_2 \bar{g}^T \vec{r}_2, \quad (16)$$

ซึ่ง $\bar{g} = [0 \ 0 \ g_0]^T$, g_0 คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ดังนั้น พลังงานศักย์รวมคือ

$$V = \sum_{i=1}^2 E_{pi} + E_{pg} \quad (17)$$

6.3 สมการการเคลื่อนที่ของแขนกล (Equation of motion of the robot)

โดยนิยามของสมการของลากรองจ์ (Lagrange Equations) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ที่ใช้อธิบายการเคลื่อนที่ของระบบทางกล การอธิบายการเคลื่อนที่โดยใช้วิธีนี้จะอธิบายในรูปของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ ดังนั้นในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยวิธีการของลากรองจ์นี้จะต้องหาพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของระบบทางกลนี้ก่อน และจะสามารถหา Lagrangian จากสมการ $L = E_K - V$ (18) และเมื่อได้พลังงานทั้งสองแล้วก็จะสามารถคำนวณหาพลศาสตร์ของระบบทางกลนี้ได้จากสมการของลากรองจ์คือ

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \tau_i \quad (i = 1, 2) \quad (19)$$

โดยให้ joint displacements θ_i ($i = 1, 2$) เป็น generalized coordinate และ τ_i คือทอร์กของมอเตอร์ที่ส่งผ่าน joint จากสมการที่ (9) ถึง (18) แทนค่าในสมการที่ (19) จะได้สมการ

$$\tau_i = \sum_{j=1}^2 \{m_j (\ddot{r}_j + \bar{g})^T (\sum_{k=1}^j U_{ki} \bar{D}_k)\} + I_{mi} \ddot{\theta}_i \quad (20)$$

สมการของลากรองจ์ (Lagrange Equations) โดยให้ displacement deformation δ_i ($i = 1, 2$) และ angular deformation ϕ_i ($i = 1, 2$) คือ generalized coordinate จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\delta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \delta_i} = 0, \quad (21)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi_i} = 0, \quad (22)$$

ในทำนองเดียวกับการได้มาของสมการที่ (20) จะได้ สมการการเคลื่อนที่ในรูปของค่า deformation ดังนี้

$$m_1^0 T_1^T (\ddot{r}_2 + \bar{g}) + m_1^0 T_1^T (\ddot{r}_1 + \bar{g}) + K_{11} \delta_1 + K_{13} \phi_1 = 0, \quad (23)$$

$$m_2^0 T_2^T (\ddot{r}_2 + \bar{g}) + K_{21} \delta_2 + K_{23} \phi_2 = 0, \quad (24)$$

$$m_2 V_2^T (\ddot{r}_2 + \bar{g}) + K_{13}^T \delta_1 + K_{12} \phi_1 = 0, \quad (25)$$

$$K_{23}^T \delta_2 + K_{22} \phi_2 = 0, \quad (26)$$

$$\text{โดย } V_2 = \frac{\partial}{\partial \dot{\phi}_1^T} (U_2^* D_2) \quad (27)$$

จากสมมติฐานของหัวข้อ 4 ที่พิจารณามวล M_1 และ มวล M_2 เป็นแบบ point mass จะทำให้สามารถหาค่า ϕ_i ในรูปฟังก์ชันของ θ_i และ δ_i จากสมการที่ (20) และ (23) ถึง (27) ได้ดังนี้ จากสมการที่ (27),

$$\phi_2 = -K_{22}^{-1} K_{23}^T \delta_2 \quad \text{มีหน่วยเป็น radian} \quad (28)$$

จากสมการที่ (23) ถึง (27) จะได้ค่า ϕ_1 คือ

$$\phi_1 = K_{12}^{-1} V_2^T T_2 (K_{21} - K_{23} K_{22}^{-1} K_{23}^T) \delta_2 - K_{12}^{-1} K_{13}^T \delta_1 \quad \text{มีหน่วยเป็น radian} \quad (29)$$

โดยการนำสมการที่ (28) และ (29) หาค่าอนุพันธ์เทียบกับเวลาจะได้พารามิเตอร์ $\dot{\phi}_i$, $\ddot{\phi}_i$ นำไปแทนในสมการที่ (20), (23) และ (24) ดังนั้นจะได้สมการการเคลื่อนที่ (Equation of Motion) ที่ไม่ขึ้นกับพารามิเตอร์ ϕ ซึ่งเป็นรูปแบบของสมการการเคลื่อนที่ที่แสดงลักษณะของแขนกลแบบยืดหยุ่นในงานวิจัยนี้และสามารถจะนำไปใช้ต่อไปในการควบคุมค่าพารามิเตอร์ δ_i ให้ปลายแขนกลมีการสั่นเกิดขึ้นน้อยที่สุด การแทนค่าดังกล่าว สมการจะค่อนข้างยาวมากและมีความซับซ้อนพอสมควร ฉะนั้นในการจัดรูปของสมการนี้ในรูปของ state equation เพื่อใช้สำหรับออกแบบระบบควบคุมปลายแขนกลจะทำได้ยาก ดังนั้นจึงต้องมีการตั้งสมมติฐานเพิ่มเติมเพื่อตัดบางส่วนของสมการที่ไม่พิจารณาออกไป และการลดทอนสมการจากสมมติฐานสามารถทำได้จากการลดทอนสมการที่ (9) และสมการที่ (10) เพื่อง่ายต่อการนำไปใช้ควบคุมต่อไป

7. สมการปริภูมิสถานะ (State-space equation)

จากหัวข้อที่แล้ว จะเห็นว่าสมการพลศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์แบบยืดหยุ่นนี้มีความสลับซับซ้อนค่อนข้างมาก และไม่เหมาะสำหรับใช้ในการออกแบบระบบควบคุม เพื่อทำให้สมการทางพลศาสตร์ (Dynamic equation) มีความซับซ้อนน้อยลงง่ายต่อการหาสมการปริภูมิสถานะ (state space equation) และเหมาะสมสำหรับใช้ในการออกแบบระบบควบคุม ผู้วิจัยได้ทำการเพิ่มสมมติฐานดังนี้

1. สมการที่ได้มีวัตถุประสงค์ที่จะต้องการควบคุมการสั่นบริเวณจุดปลายที่ต้องการเท่านั้น ดังนั้นจึงสมมติว่าไม่พิจารณาเทอมของค่าเวกเตอร์ความเร่งที่เกิดจาก Coriolis และ Centripetal force

2. กำหนดให้ก้านต่อโยงไม่เกิดการเปลี่ยนรูปตามแนวแกนของก้านต่อโยง ($\delta_x = 0$)

3. ถ้ามองการเคลื่อนที่ ระยะการเคลื่อนที่ที่เกิดจากการสั่นมีค่าน้อย ดังนั้นจึงไม่พิจารณาเทอมของค่า ϕ และ δ ยกเว้นถ้าเป็นเทอมที่เกิดจากสมการของสปริง

จากสมมติฐานจะได้สามารถลดทอนสมการความเร่ง (10) ได้ดังนี้

$$\ddot{\mathbf{r}}_1 = \mathbf{U}_{11}\ddot{\mathbf{D}}_1\ddot{\theta}_1 + {}^0\mathbf{T}_1\ddot{\theta}_1 \quad (30)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_2 = (\mathbf{U}_{11}\ddot{\mathbf{D}}_1 + \bar{\mathbf{U}}_{21}\ddot{\mathbf{D}}_2)\ddot{\theta}_1 + \mathbf{U}_{22}\ddot{\mathbf{D}}_2\ddot{\theta}_2 + \mathbf{V}_2\ddot{\phi}_2 + {}^0\bar{\mathbf{T}}_2\ddot{\theta}_2 \quad (31)$$

โดยที่

$$\ddot{\mathbf{D}}_1 = [l_1 \ 0 \ 0]^T, \quad \ddot{\mathbf{D}}_2 = [l_2 \ 0 \ 0]^T,$$

$${}^0\bar{\mathbf{T}}_2 = {}^0\mathbf{R}_1^{-1}\mathbf{R}_2, \quad \bar{\mathbf{U}}_{2i} = \frac{\partial}{\partial \theta_i} {}^0\bar{\mathbf{T}}_2$$

$$\xi = [\theta_1 \ \theta_2 \ \delta_{1y} \ \delta_{2y}]^T, \quad u = [\tau_1 \ \tau_2]^T,$$

แทนค่าสมการที่ (30) และสมการที่ (31) ในสมการที่ (20), (23) และ (24) ดังนั้นจะได้สมการการเคลื่อนที่ที่มีความซับซ้อนน้อยลงคือ

$$[\mathbf{M}]\ddot{\xi} + [\mathbf{F}]\xi + [\mathbf{G}_v] = [\mathbf{D}]u, \quad (32)$$

โดย

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 l_1^2 + m_2(L_s^2 + L_c^2) + I_{m1} & m_2 l_2(l_2 + l_1 \cos \theta_2) \\ m_2 l_2(l_2 + l_1 \cos \theta_2) & m_2 l_2^2 + I_{m2} \\ m_1 l_1 + m_2(l_1 + l_2 \cos \theta_2) & m_2 l_2 \cos \theta_2 \\ m_2(l_2 + l_1 \cos \theta_2) & m_2 l_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & m_2 l_2 + m_2 l_2 + m_2 l_2 \{ \cos \theta_2 - K_{v1}(l_2 + l_1 \cos \theta_2) \} \\ & m_2 l_2 (\cos \theta_2 - l_2 K_{v1}) \\ & m_1 + m_2 + m_2 l_2 K_{v1} \cos \theta_0 \\ & m_2 (\cos \theta_2 - l_2 K_{v1}) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} m_2(l_2 + l_1 \cos \theta_2)(1 + K_{v2} l_2^2) \\ m_2 l_2(1 + K_{v2} l_2^2) \\ m_2 \cos \theta_2(1 + K_{v2} l_2^2) \\ m_2(1 + K_{v2} l_2^2) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{1b} - \frac{K_{1e}^2}{K_{1d}} \frac{K_{1e}}{K_{1d}} & (K_{2b} - \frac{K_{2e}^2}{K_{2d}})l_2 \\ 0 & 0 & 0 & K_{2b} - \frac{K_{2e}^2}{K_{2d}} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} m_1 l_1 \cos \theta_2 \\ m_2 l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ (m_1 + m_2) \cos \theta_1 \\ m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} g_0,$$

$$\text{และ } L_c = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2),$$

$$L_s = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2),$$

$$K_{h1} = \frac{K_{1e}}{K_{1d}} \cos \theta_2,$$

$$K_{h2} = (K_{2b} - \frac{K_{2e}^2}{K_{2d}}) (\frac{\sin^2 \theta_2}{K_{1c}} + \frac{\cos^2 \theta_2}{K_{1d}}),$$

$$K_{v1} = \frac{K_{1e}}{K_{1d}}, \quad K_{v2} = (K_{2b} - \frac{K_{2e}^2}{K_{2d}}) / K_{1d}$$

จากสมการที่ (32) ทำการแปลงเป็นสมการปริภูมิ

สแตต (state space equation) โดยกำหนดค่าตัวแปรปริภูมิ (state variables) ใหม่ดังนี้

$$\mathbf{x} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \delta_{1y} \ \delta_{2y} \ \dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\delta}_{1y} \ \dot{\delta}_{2y}]^T$$

$$\mathbf{u} = [\tau_1 \ \tau_2]^T,$$

สมการปริภูมิสแตต (state-space equation) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{E}_4 \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{F} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{G} \end{bmatrix}$$

(33)

$\mathbf{E}_i$ แทน unit matrix $i \times i$

พิจารณาค่าชดเชยแรงโน้มถ่วงในสมการที่ (33) จะได้
อินพุตค่าใหม่คือ

$$u' = u + \begin{bmatrix} m_1 l_1 \cos \theta_2 + m_2 L_c \\ m_2 l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} g_0 \quad (34)$$

พิจารณาเทอมที่ 3 และ 4 ของ G สามารถตั้งค่าอ้างอิง
หรือค่าที่ต้องการ (desired values) ของ

δ_{1y} และ δ_{2y} คือ δ_{1yd} และ δ_{2yd} ให้มีค่า

deformation ในแนวแกนของแขนที่ต้องการเมื่อแขนมี
การยืดหรือหดได้ ดังนี้

$$\delta_{1yd} = -\frac{m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) l_1^2 l_2 g_0}{2E_1 I_1} - \frac{(m_1 + m_2) \cos \theta_1 l_1^3 g_0}{3E_1 I_1} \quad (35)$$

$$\delta_{2yd} = -\frac{m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) l_2^3 g_0}{3E_2 I_2} \quad (36)$$

8. การทดสอบแขนกลแบบยืดหยุ่น

ในหัวข้อที่ 7 เราได้ตั้งสมมติฐานขึ้นมาเพื่อต้องการ
ลดรูปของสมการพลศาสตร์ของแขนกลให้สามารถเขียน
อยู่ในรูปของปริภูมิสแตต แบบจำลองดังกล่าวนี้มีการลด
เทอมบางเทอมที่มีผลกระทบกับการเคลื่อนที่น้อยเช่น
เทอม Coriolis และ Centripetal เนื่องจากทั้งสองเทอม
นี้จะขึ้นอยู่กับความเร็วของการเคลื่อนที่ค่อนข้างมาก
แต่ในการควบคุมแขนกลยืดหยุ่นนั้นโดยปกติการ
เคลื่อนที่จะไม่เร็วมาก ซึ่งการควบคุมของแขนหุ่นยนต์
อุตสาหกรรมก็มีการสมมติแบบนี้เช่นเดียวกัน
นอกจากนั้น เทอมที่มีตัวแปรของการสั่นเช่น δ_y และ
 $\dot{\delta}_y$ เนื่องจากขนาดจะมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับเทอมอื่น
ดังนั้นเทอมที่มีตัวแปรดังกล่าวจึงมีค่าน้อยตามไปด้วย
โดยเฉพาะเทอมที่มีตัวแปรดังกล่าวคูณกัน แต่ในกรณีที่
ตัวแปรดังกล่าวมีเทอมของค่า stiffness ของแขน
ปรากฏอยู่ด้วยนั้น จะยังคงไว้ เนื่องจากค่า stiffness
ของแขนหรือก้านต่อโยงนั้นจะมีค่าค่อนข้างสูงจึงไม่
สามารถละทิ้งได้ ซึ่งสมการพลศาสตร์ที่ได้นั้นจะ
สามารถนำไปใช้ในการออกแบบระบบควบคุมได้สะดวก
และง่ายขึ้น ในหัวข้อนี้เราจึงจำเป็นต้องทำการทดสอบ
เพื่อให้เกิดความมั่นใจว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่
เขียนอยู่ในรูปของปริภูมิสแตตนั้น มีความถูกต้อง

แม่นยำในระดับหนึ่งและเหมาะสมสำหรับนำไปใช้ในการ
การออกแบบระบบควบคุมขั้นสูงต่อไปได้

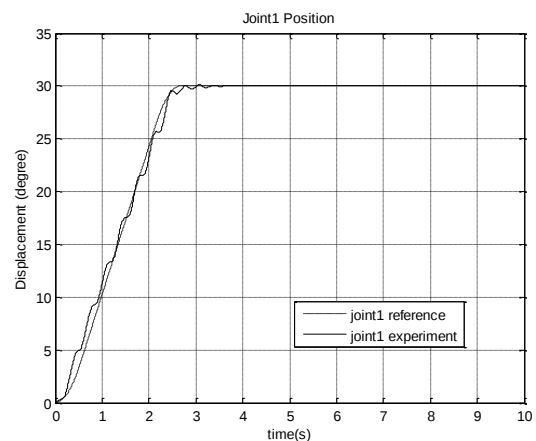
การทดสอบจะมี 2 ส่วนด้วยกัน คือ การทดสอบ
ควบคุมตำแหน่งของการเคลื่อนที่ และการหาค่าความถึ
ธรรมชาติของแขนกลจากการทดลอง

8.1 การทดสอบควบคุมตำแหน่งของการเคลื่อนที่

การทดสอบการเคลื่อนที่ของมอเตอร์ในงานวิจัยนี้
เพื่อต้องการดูว่าผลกระทบของการสั่นสะเทือนที่ส่งผล
กับแขนกลขณะที่มีการเคลื่อนที่จะมีลักษณะเป็นอย่างไร
ตามเงื่อนไขของสมมติฐานที่กล่าวมาแล้ว ในการทดลอง
แรกนี้ จะศึกษาว่าผลของการสั่นหรือการไหวของก้าน
ต่อโยงจะมีผลมากน้อยแค่ไหน โดยที่การเคลื่อนที่ที่
ปลายแขนกลจะทำให้มีการสั่นของก้านต่อโยง แรงสั่น
ของก้านต่อโยงนี้จะมีผลต่อความแม่นยำของการ
ควบคุมการเคลื่อนที่ของข้อต่อโดยใช้ตัวควบคุมแบบพี
ดีเฉพาะที่ข้อต่อ โดยเฉพาะเมื่อมอเตอร์ที่ใช้เป็น
มอเตอร์แบบขับเคลื่อน ผลกระทบนี้จะเห็นชัดขึ้น ถ้า
ผลกระทบนี้มีค่าไม่มาก สมมติฐานที่เราตั้งขึ้นก็จะมี
ความเป็นจริงมากขึ้นด้วย ดังนั้นในการทดลองการ
ควบคุมตำแหน่งโดยใช้การควบคุมแบบ PD-control
เพื่อคุมตำแหน่งการหมุนของมอเตอร์ โดยแบ่งการ
ควบคุมออกเป็น 4 ส่วนดังแสดงในตารางที่ 1

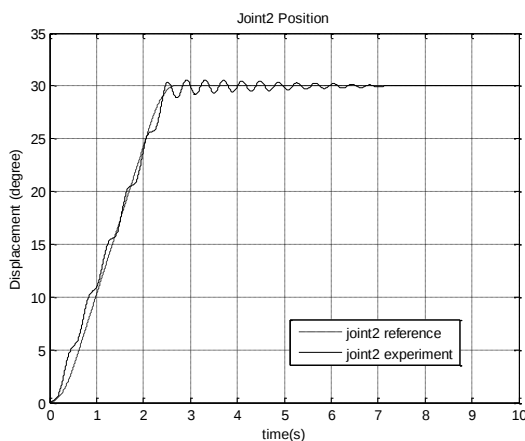
ตารางที่ 1 การควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่ของมอเตอร์

การทดลอง	มอเตอร์ 1 (องศา)	มอเตอร์ 2 (องศา)	ความเร็ว (rpm)	น้ำหนัก (kg)
1.1	30	0	(1,0)	0.5
1.2	0	30	(0,1)	0.5
1.3	0	50	(0,1)	0.5
1.4	50	50	(1,1)	0.5



รูปที่ 8 มอเตอร์ตัวที่ 1 เคลื่อนที่ 30 องศา

การทดลองที่ 1.1 เลือกค่าเกน $K_p = 100$ และ $K_d = 3000$ โดยสั่งให้มอเตอร์ 1 เคลื่อนที่ 30 องศาและ ล็อคมอเตอร์ตัวที่ 2 ให้หยุดนิ่ง เคลื่อนที่ในเวลา 10 วินาที ผลที่ได้แสดงไว้ในรูปที่ 8 ผลการทดสอบพบว่า การควบคุมแบบ PD-control ขับมอเตอร์แบบขับตรง จะเห็นว่าสามารถควบคุมตำแหน่งมุมหมุนของแกน มอเตอร์ได้ ดังแสดงในรูปที่ 8 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบ ระหว่างสัญญาณคำสั่ง และสัญญาณที่วัดได้จากการ ควบคุม โดยเป็นการทดลองที่ 1.1 ตามตารางที่ 1 จากรูปที่ 8 จะเห็นว่าสัญญาณตำแหน่งที่วัดได้นั้นมีลักษณะ ที่เกิดจากผลกระทบของการสั่นของก้านต่อโยงให้เห็น แต่ไม่มากนัก แต่จะลดลงเมื่อหยุดการเคลื่อนที่ของ ข้อต่อของมอเตอร์ตัวที่ 1 และจะลดลงจนเป็นศูนย์ ซึ่ง ทำให้เห็นว่าผลกระทบของการสั่นของก้านต่อโยงนี้อยู่ ในวิสัยที่สามารถควบคุมได้ด้วยตัวควบคุมที่สมบูรณ์ มากยิ่งขึ้น ซึ่งอาจจะใช้ตัวควบคุมแบบ State variable feedback แบบ Optimal regulator ได้ ในงานวิจัยนี้ ไม่ได้ครอบคลุมการออกแบบตัวควบคุมขั้นสูงนี้

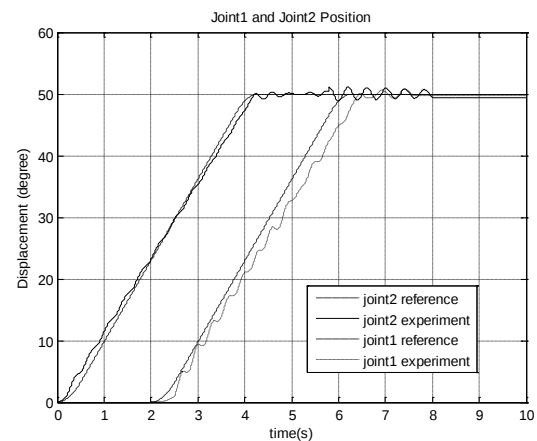


รูปที่ 9 มอเตอร์ตัวที่ 2 เคลื่อนที่ 30 องศา

การทดลองที่ 1.2 ตามตารางที่ 1 เป็นการควบคุม มอเตอร์ตัวที่ 2 ซึ่งมีวิธีการทดลองเช่นเดียวกันกับ มอเตอร์ตัวที่ 1 เลือกค่าเกน $K_p = 100$ และ $K_d = 5000$ และป้อนสัญญาณอ้างอิงของมอเตอร์ตัวที่ 2 ให้เคลื่อนที่ เป็นมุม 30 องศา และป้อนสัญญาณลอคการเคลื่อนที่ ของมอเตอร์ตัวที่ 1 ให้หยุดนิ่งกับที่ ทำการทดลอง ดังกล่าว 10 วินาที ได้ผลการทดลองดังรูปที่ 9 ผลการ ทดสอบพบว่า มีลักษณะคล้ายกับการทดลองที่ 1.1 โดย จะเห็นว่าสัญญาณตำแหน่งที่วัดได้นั้นมีลักษณะที่เกิด

จากผลกระทบของการสั่นของก้านต่อโยงให้เห็น แต่ ไม่มากนัก แต่มากกว่าการทดลองของมอเตอร์ตัว ที่ 1 ทั้งนี้เนื่องจากมอเตอร์ตัวที่ 2 นี้ขับเคลื่อนที่ต่อ เข้ากับตรงกับก้านต่อโยงที่ 4 ซึ่งมีความยาวมากที่สุด และมีความไหวมากที่สุดเช่นกัน ความไวนั้นจะส่งผ่าน จุดหมุนที่อยู่ระหว่างก้านต่อโยงที่ 3 และก้านต่อโยงที่ 4 จะได้ผลของการไหวของก้านต่อโยงที่ 4 ที่ไปปรากฏที่ มอเตอร์ตัวที่ 2 เมื่อมอเตอร์ตัวที่ 2 นี้หยุดหมุน ผลกระทบอันเนื่องมาจากการสั่นของก้านต่อโยงที่ 4 นี้ จะลดลงเรื่อยจนหยุดสิ้น ถึงแม้ว่าผลการสั่นสะท้อนนี้ จะมีค่ามากกว่าในกรณีของมอเตอร์ตัวที่ 1 แต่ก็เชื่อว่า ผลกระทบของการสั่นของก้านต่อโยงนี้อยู่ในวิสัยที่ สามารถควบคุมได้ด้วยตัวควบคุมที่สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

การทดลองที่ 1.3 ตามตารางที่ 1 เลือกค่าเกน $K_p = 100$ และ $K_d = 5000$ และป้อนสัญญาณอ้างอิงของ มอเตอร์ที่ 2 ให้เคลื่อนที่เป็นมุมมากขึ้นเพื่อดูผลกระทบ ของการสั่นของก้านต่อโยงที่ 4 โดยสั่งให้มอเตอร์ตัวที่ 2 เคลื่อนที่เป็นมุม 50 องศา และป้อนสัญญาณลอคการ เคลื่อนที่ของมอเตอร์ที่ 1 ให้หยุดนิ่งกับที่ ทำการทดลอง ดังกล่าว 10 วินาที ได้ผลการทดลองในลักษณะเดียวกัน กับการทดลองที่ 1.2



รูปที่ 10 มอเตอร์ตัวที่ 1 และ 2 เคลื่อนที่ 50 องศา

การทดลองที่ 1.4 ตามตารางที่ 1 โดยควบคุม มอเตอร์ทั้ง 2 ตัวให้เคลื่อนที่พร้อมกันเพื่อดูผลกระทบ อันเนื่องมาจากการสั่นของก้านโยงของแขนหุ่นยนต์ แบบยืดหยุ่นที่พัฒนาขึ้นนี้ โดยมอเตอร์ทั้ง 2 ตัวนี้จะถูก ควบคุมให้เคลื่อนที่เป็นมุม 50 องศาเท่ากัน เลือกค่า เกน $K_p = 100$ และ $K_d = 4000$ สำหรับมอเตอร์ตัวที่ 2 และ $K_p = 100$ และ $K_d = 5000$ สำหรับมอเตอร์ตัวที่ 1

ทำการทดลองดังกล่าวเป็นเวลา 10 วินาที โดยที่การสั่งป้อนสัญญาณของมอเตอร์ที่ 1 จะล่าช้ากว่าการป้อนสัญญาณของมอเตอร์ที่ 2 อยู่ประมาณ 2 วินาที ได้ผลการทดลองดังแสดงในรูปที่ 10 ผลการทดสอบพบว่าผลกระทบอันเนื่องมาจากการสั่นของก้านต่อโยงของแขนกลจะลดลงเรื่อยจนหยุดสั่น ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกันกับการทดลองก่อนหน้านี้ จากผลการทดลองดังกล่าวนี้จึงเชื่อว่า ผลกระทบของการสั่นของก้านต่อโยงนี้อยู่ในวิสัยที่สามารถควบคุมได้ด้วยตัวควบคุมที่สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

8.2 การทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของแขนกล

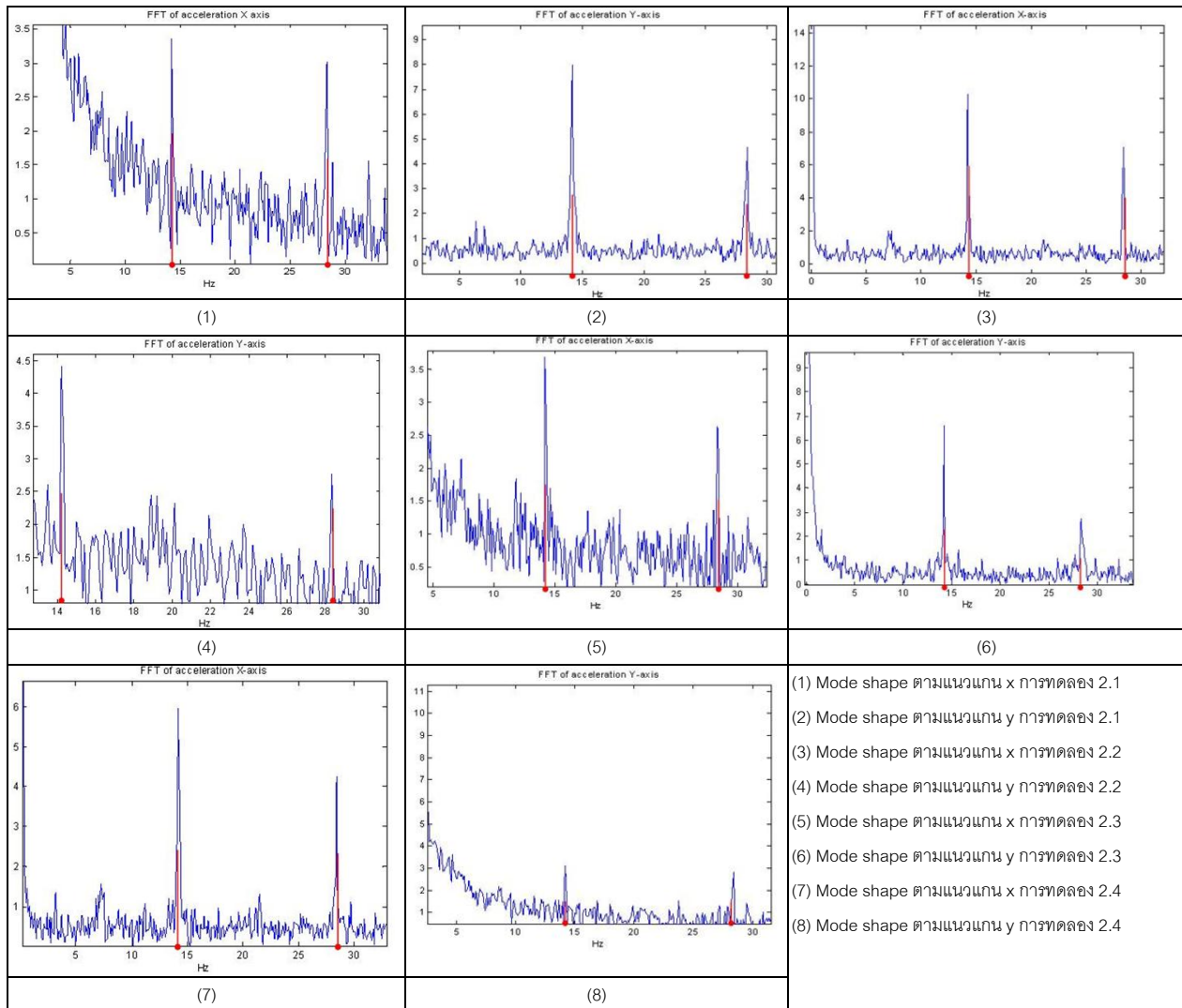
จากการทดลองส่วนที่ 1 จะพบว่าเมื่อสัญญาณมอเตอร์เริ่มเข้าสู่สถานะอยู่ตัวจะพบว่าการสั่นของสัญญาณมุมของมอเตอร์เกิดขึ้นเป็นผลเนื่องมาจากการสั่นของก้านต่อโยงที่ 1 และก้านต่อโยงที่ 4 ดังนั้นการสั่นของปลายแขนกลขณะที่มอเตอร์เริ่มหยุดนิ่งสามารถนำมาศึกษาหาค่าความถี่ธรรมชาติของแขนกลจากการทดลอง การควบคุมแขนกลที่มีความหุนตัวนั้น ส่วนใหญ่จะใช้การจำลองการเคลื่อนที่โดยวิธีการ assumed mode ด้วยวิธีการดังกล่าว จำเป็นจะต้องหาค่า natural frequency เพื่อมาใช้ในการหาค่า mode shape ของการไหวของก้านต่อโยงที่ mode ที่กำลังสนใจจาก mode shape นี้สามารถนำใช้ร่วมกับสัญญาณที่วัดจาก strain gauge ที่ติดตั้งอยู่ที่ก้านต่อโยงเพื่อประเมินหาค่าตำแหน่งของการเปลี่ยนรูปไปจาก rigid mode ได้ แต่ในงานวิจัยนี้ไม่ได้ใช้วิธีการ assumed mode ในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ความถี่จึงไม่จำเป็นในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แต่การหาค่าความถี่ก็จะมีประโยชน์ทางอ้อมเช่น ในการออกแบบควบคุมแถบกว้างความถี่ (Bandwidth) มีความสำคัญเช่นกันในการกำหนดความเร็วของระบบตัวควบคุมที่ต้องเร็วพอในการควบคุมการสั่นของก้านต่อโยงได้ และนอกจากนี้สำหรับงานวิจัยนี้ยังช่วยให้ดูความคงเส้นคงวาของระบบ sensor และตัวควบคุมขั้นต้นด้วย การทดลองหาความถี่ธรรมชาตินี้ทำได้ โดยการสั่งให้มอเตอร์เคลื่อนที่ตามการทดลองที่ 1 ของตารางที่ 1 และนำค่าสัญญาณความถี่ที่วัดได้จากอุปกรณ์วัดความถี่ที่ติดตั้งไว้ที่ปลาย

แขนหุ่นยนต์ในช่วงที่มอเตอร์เริ่มเข้าสู่สถานะอยู่ตัวมาทำการหา FFT (Fast Fourier Transform) เพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของแขนหุ่นยนต์ดังกล่าว การทดลองหาความถี่ธรรมชาตินี้แบ่งเป็นการทดลองย่อย 4 การทดลองซึ่งแสดงรายละเอียดในการทดลองในตารางที่ 2

การทดลองที่ 2.1 เลือกค่าเกน $K_p = 100$ และ $K_d = 4000$ สำหรับการป้อนสัญญาณอ้างอิงของมอเตอร์ที่ 1 ให้เคลื่อนที่เป็นมุม 30 องศา นำค่าของสัญญาณความถี่ที่วัดได้จาก accelerometer ที่ตั้งอยู่ที่ปลายของก้านต่อโยงที่ 4 มาทำการหา FFT (Fast Fourier Transform) และพิจารณาในรูปแบบของ frequency response ผลการทดลองเป็นไปตามรูปที่ 11.(1) และ 11.(2) ดังนั้น ตารางที่ 2 การทดลองที่ 2 เพื่อหาความถี่ธรรมชาติ

การทดลอง	มอเตอร์ 1 (องศา)	มอเตอร์ 2 (องศา)	ความเร็ว (rpm)	น้ำหนัก (kg)
2.1	30	0	(2,0)	1.0
2.2	0	30	(0,2)	1.0
2.3	0	50	(0,2)	1.0
2.4	50	50	(1,1)	0.5

รูปที่ 11.(1) แสดงค่าความถี่ธรรมชาติของแนวแกน X ของโหมดเซฟที่ 1 อยู่ที่ประมาณ 14 Hz และโหมดเซฟที่ 2 อยู่ที่ประมาณ 28 Hz รูปที่ 11.(2) แสดงค่าความถี่ธรรมชาติของแนวแกน Y ของโหมดเซฟที่ 1 อยู่ที่ประมาณ 14 Hz และโหมดเซฟที่ 2 อยู่ที่ประมาณ 28 Hz แขนหุ่นยนต์แบบยืดหยุ่นที่พัฒนาขึ้นนี้ มีก้านต่อโยงที่มีความหุนตัวอยู่ 2 ก้านต่อคือก้านต่อโยงที่ 1 และก้านต่อโยงที่ 4 และเนื่องจาก accelerometer ที่ใช้วัดความถี่นั้นติดตั้งอยู่ที่ปลายแขนของก้านต่อโยงที่ 4 ในการทดลองที่ 2.1 เคลื่อนที่เฉพาะแกนหมุนของมอเตอร์ตัวที่ 1 ส่วนมอเตอร์ตัวที่ 2 หยุดนิ่ง ดังนั้นก้านต่อโยงที่ 4 จะเป็นตัวเคลื่อนที่ ค่าความถี่ธรรมชาติที่หาได้นั้นจึงเป็นค่าความถี่ธรรมชาติของก้านต่อโยงที่ 4 การทดลองอื่นก็มีผลเช่นเดียวกันดังแสดงในรูปที่ 11 ดังนั้นจากรูปที่ 11 เราสามารถสรุปได้ว่าการเคลื่อนที่ของมอเตอร์ในหลายๆการเคลื่อนที่เพื่อตรวจสอบดูค่าความ



รูปที่ 11 ตารางภาพของผลการหาความถี่ธรรมชาติของการทดลองที่ 2

สมมติสมมุติของความถี่ธรรมชาติของแขนกลแบบยืดหยุ่นว่ามีค่าใกล้เคียงกันอย่างไร โดยสรุปได้ว่าแขนกลแบบยืดหยุ่นชุดนี้สามารถหาค่าความถี่ธรรมชาติได้ 2 ความถี่อยู่ที่ประมาณ 14 Hz และ 28 Hz และจากผลของการทดลอง ทำให้มั่นใจว่าค่าความถี่ธรรมชาติ 2 mode แรกของก้านต่อโยงที่ 4 นั้นมีค่าเท่ากับ 14 Hz และ 28 Hz ส่วนของก้านต่อโยงที่ 1 นั้นจะสูงกว่าค่าความถี่ที่หาได้ดังกล่าวนี้

9. บทสรุป

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการออกแบบและสร้างแขนกลแบบยืดหยุ่นที่มีการเคลื่อนที่ใน 2 ทิศทาง ในระบบแนวตั้ง เพื่อให้สามารถใช้งานระยะเอื้อมไกล แขนกลดังกล่าวจะมีความยืดหยุ่น 2 ก้านต่อโยงคือก้านต่อโยงที่ 1 และก้านต่อโยงที่ 4 โดยที่ก้านต่อโยงที่ 4 จะเป็น

ก้านต่อโยงที่ยาวที่สุด แขนกลที่สร้างขึ้นมีโครงสร้างในการขับเคลื่อนเป็นกลไกแบบ five bar-linkage และมีมอเตอร์แบบขับเคลื่อน 2 ตัวจะติดตั้งอยู่ที่ฐานของแขนกล มอเตอร์ขับเคลื่อนตัวที่ 1 จะขับเคลื่อนที่ 4 โดยขับเคลื่อนที่ 3 และมอเตอร์ขับเคลื่อนตัวที่ 2 จะขับเคลื่อนที่ 4 โดยขับเคลื่อนที่ 1 ในงานวิจัยนี้จะหาสมการทางพลศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบยืดหยุ่นนี้เพื่อสำหรับการออกแบบระบบควบคุมขั้นสูงต่อไป โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้จะใช้ระบบแบบพิกัดที่เหมาะสมสำหรับการติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดความเร่ง (accelerometer) ที่ปลายแขนของก้านต่อโยงที่ 4 สมการพลศาสตร์ที่ได้นั้นสามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการปริภูมิสถานะ (State variable description) มีการทดลองเพื่อ

ตรวจสอบความถูกต้องหรือความเหมาะสมของสมการพลศาสตร์ที่หามาได้ เพื่อใช้สำหรับการออกแบบระบบควบคุมขั้นสูงแบบอื่นต่อไป จากผลของการทดลองสามารถสรุปผลได้ ดังนี้

1) การทดลองควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่ของมอเตอร์ เป็นการทดสอบการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์แบบยืดหยุ่นที่ขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์ขับเคลื่อน สำหรับงานวิจัยนี้การทดลองดังกล่าวก็เพื่อต้องการดูผลกระทบของการสั่นสะเทือนที่ส่งผลกับแขนกลขณะที่มีการเคลื่อนที่ที่มีลักษณะเป็นไปตามเงื่อนไขของสมมติฐานหรือไม่ เนื่องจากการควบคุมตำแหน่งของการหมุนมอเตอร์ของแขนกลแบบยืดหยุ่นโดยใช้ตัวควบคุมเฉพาะที่แกนหมุนของมอเตอร์แบบขับเคลื่อน โดยตัวควบคุมดังกล่าวไม่ได้ครอบคลุมผลกระทบอันเนื่องมาจากการสั่นของก้านต่อโยง ทำให้ตำแหน่งของข้อต่อที่ควบคุมอยู่นั้นมีความแม่นยำน้อยลง โดยเฉพาะเมื่อมอเตอร์ที่ใช้เป็นมอเตอร์แบบขับเคลื่อน ผลกระทบนี้จะเห็นชัดขึ้น ในการทดลองเลือกการควบคุมตำแหน่งโดยใช้การควบคุมแบบ PD-control เพื่อคุมตำแหน่งการหมุนเบื้องต้น ผลการทดสอบพบว่า การควบคุมแบบ PD-control โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปสามารถใช้ในการควบคุมมอเตอร์ทั้ง 2 ตัวได้ โดยผลกระทบอันเนื่องมาจากการสั่นของก้านต่อโยงของแขนกลจะลดลงเรื่อยๆจนหยุดสิ้น ดังนั้นผลกระทบของการสั่นของก้านต่อโยงนี้อยู่ในวิสัยที่สามารถควบคุมได้ด้วยตัวควบคุมที่สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

2) การทดลองหาค่าความถี่ธรรมชาติ จากการทดลองในข้อแรกจะพบการสั่นของสัญญาณมุมของมอเตอร์ที่เกิดขึ้นเป็นผลเนื่องมาจากการสั่นของก้านต่อโยงที่ 1 และก้านต่อโยงที่ 4 ดังนั้นการสั่นของปลายแขนกลขณะที่มอเตอร์เริ่มหยุดนิ่งสามารถนำมาศึกษาหาค่าความถี่ธรรมชาติของแขนกลจากการทดลอง โดยให้มอเตอร์ทั้ง 2 เคลื่อนที่ไปตามตำแหน่งต่างๆ นำค่าสัญญาณที่ได้จากอุปกรณ์ตรวจวัดความเร่งที่ปลายแขนขณะที่มอเตอร์เริ่มหยุดนิ่งมาทำการพิจารณาหาค่าความถี่ธรรมชาติของก้านต่อโยงที่ 1 และก้านต่อโยงที่ 4 ในรูปแบบของ frequency response ทั้งในแนวแกน X และ Y โดยจากผลของการทดลองพบว่าใน

การเคลื่อนที่ไปตามตำแหน่งต่างๆสรุปได้ว่าแขนกลแบบยืดหยุ่นชุดนี้สามารถหาค่าความถี่ธรรมชาติได้ 2 ความถี่อยู่ที่ประมาณ 14 Hz และ 28 Hz และเป็นค่าความถี่ธรรมชาติ 2 mode แรกของก้านต่อโยงที่ 4 ส่วนของก้านต่อโยงที่ 1 จะสูงกว่าค่าความถี่ที่หาได้ดังกล่าวนี้ ดังนั้นอาจจะสรุปได้ว่าในช่วงความถี่ที่ครอบคลุมก้านต่อโยงของแขนหุ่นยนต์แบบยืดหยุ่นนี้จะมีเฉพาะก้านต่อโยงที่ 4 เท่านั้นที่มีการสั่น

10. เอกสารอ้างอิง

- [1]. วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ (2548). การควบคุมระบบพลศาสตร์, พิมพ์ครั้งที่ 2, สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
- [2]. นายจิรพงศ์ วชิราชนาภรณ์ (2544). การหาค่าพารามิเตอร์ของแขนกลความเร็วสูงแบบออนไลน์, วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- [3]. นายพลรัฐ รัตนการพาณิชย์ (2542). การออกแบบแขนกลที่ทำงานด้วยความเร็วสูง, วิทยานิพนธ์ ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
- [4]. Wayne, B., Practical Models for Practical Flexible Arms, Georgia Institute of Technology
- [5]. Tsuneo, Y., Hiroki, M. and Koh, H., Modeling and control of a three degree of freedom manipulator with two flexible links , Division of applied systems science, Faculty of engineering, Kyoto University
- [6]. Somolinos, J.A., Feliu, V. and Sanchez, L., Design dynamic modeling and experimental validation of a new three-degree-of-freedom flexible arm , Dept. of integrated electrical, electronic and automation, UCLM, Campus University, Spain
- [7]. Sciavicco, L. and Siciliano, B., (1996). Modeling and Control of Robot Manipulators, Int. Edition.