การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 19
19-21 ตุลาคม 2548 จังหวัดภูเก็ต

# การออกแบบชุดเฟืองฟันตรงและเฟืองฟันเฉียงส่งกำลังด้วยวิธีการทางออพติมัม

# Optimum Design of Spur and Helical Gear Trains

มนต์ศักดิ์ พิมสาร[1]
[1]ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าลาดกระบัง เขตลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520
*E-mail: kpmonsak@kmitl.ac.th

Monsak Pimsarn[1]
[1] Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520
*E-mail: kpmonsak@kmitl.ac.th

**บทคัดย่อ**

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีการออกแบบชุดเฟืองส่งกำลังของเฟืองฟันตรงและเฟืองฟันเฉียงด้วยวิธีการทางออพติมัม สมการเป้าหมายที่ใช้ในการออกแบบมี 2 แนวทางคือ ให้ได้ชุดเฟืองที่มีระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางของเฟืองที่สั้นที่สุด หรือให้ได้ชุดเฟืองที่มีปริมาตรน้อยที่สุด โดยชุดเฟืองส่งกำลังที่ได้จะต้องผ่านกฎเกณฑ์เงื่อนไขของ ค่าความเค้นสัมผัส การขัดกันของเฟือง และค่าความเค้นดัดที่โคนฟัน จากผลการออกแบบด้วยโปรแกรมที่ถูกพัฒนาขึ้นพบว่าเมื่อเลือกใช้สมการเป้าหมายเป็นปริมาตรที่น้อยที่สุดจะส่งผลให้ชุดเฟืองที่ได้มีระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางที่ไม่สั้นที่สุด ในทางตรงกันข้ามเมื่อเลือกใช้สมการเป้าหมายในการออกแบบเป็นระยะระหว่างจุดศูนย์กลางที่สั้นที่สุดจะส่งผลให้ชุดเฟืองที่ได้มีปริมาตรที่ไม่น้อยที่สุด

**Abstract**

This paper presents a design procedure of spur and helical gear trains using an optimization method. The objectives, used in the design methodology, are minimum center distance or minimum volume of the gear set. The obtained gear train must satisfy the conditions of surface fatigue strength, bending fatigue strength and interference. Design examples of spur and helical gear trains were carried out. The results show that, with the minimum volume objective function, center distance of the gear set is not minimum. On the contrary, with the minimum center distance objective function, the gear set volume is not minimum.

**Keywords:** Gear train design, Spur gear, Helical gear

## 1. บทนำ

การออกแบบเฟืองส่งกำลังให้มีมวล(ปริมาตร)ที่น้อยที่สุดส่งผลให้ได้เฟืองที่มีขนาดเหมาะสม ค่าใช้จ่ายสำหรับวัสดุใช้ทำเฟืองต่ำลง กำลังที่ใช้ในการขับเฟืองน้อยลง ในขณะที่การออกแบบเฟืองให้มีขนาดเล็กที่สุด (ระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของเฟืองน้อยที่สุด)จะส่งผลให้ได้เปลือกหุ้มของชุดเฟืองมีขนาดที่เล็ก แต่ขนาดที่เล็กลงนั้น(หรือมีน้ำหนักน้อยลง) ยังต้องสามารถรับภาระที่ต้องการได้ หรือความแข็งแรงของชุดส่งกำลังยังต้องสอดคล้องกับขีดจำกัดของความเค้นสัมผัส, การขัดกันของเฟืองและความเค้นดัดที่โคนฟัน

โดยปกติแล้วการคำนวณเพื่อหาขนาดของชุดเฟืองส่งกำลังจะใช้วิธีของ AGMA (American Gear Manufacturers Association)[1] ซึ่งเป็นวิธีที่มีการสุ่มค่าไดมิทรอลพิตช์ และความกว้างของหน้าฟันสำหรับเฟืองตรง หรือมุมเฉียงสำหรับเฟืองเฉียง จากนั้นทำการตรวจสอบความเป็นไปได้ จึงจะได้ผลลัพธ์ออกมา อีกทั้งผลลัพธ์ที่ได้ออกมานั้นยังไม่ใช่ขนาดเฟืองที่เล็กที่สุดหรือมีปริมาตรที่น้อยที่สุดอีกด้วย เพียงแต่สามารถใช้ได้เท่านั้น

จากงานวิจัยของ Carroll และ Johnson [2] ได้นำเสนอวิธีการออกแบบชุดเฟืองฟันตรงด้วยวิธีออพติมัม เพื่อให้ได้ชุดเฟืองที่มีขนาดเล็กที่สุดตามหลักการของ AGMA โดยมีการเปลี่ยนค่าไดมิทรอลพิตช์ตามที่ AGMA ได้แนะนำ จำนวนตัวแปรที่ใช้ในการออกแบบมีสองสองตัวคือ จำนวนฟันเฟืองขับ และไดมิทรอลพิตช์ นอกจากนี้ Jog และ Pande [3] ได้เสนอวิธีการออกแบบชุดเฟืองเฉียง โดยเป้าหมายที่ใช้ในการออกแบบคือปริมาตรของชุดเฟืองที่น้อยที่สุด ในการการออกแบบใช้ตัวแปร 3 ตัวแปรด้วยกัน คือจำนวนฟันเฟืองขับ นอร์มอลไดมิทรอลพิตช์ และมุมเฉียง ด้วยวิธีการพีนอลตี (Penalty Method)[4]

ในงานวิจัยนี้จะขยายผลงานวิจัยของ Carroll และ Johnson เพื่อจะทำการออกแบบชุดเฟืองฟันตรง โดยการเพิ่มตัวแปรที่คำนึงถึงความกว้างของหน้าฟันสำหรับเฟืองตรงมาพิจารณาด้วย เพื่อให้ลดขนาดหรือปริมาตรของชุดเฟืองให้ได้มากที่สุด และประยุกต์ใช้วิธีการออกแบบที่ได้กับการออกแบบชุดเฟืองฟันเฉียง

## 2. สมการคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการออกแบบ

ในการออกแบบชุดเฟืองส่งกำลังนั้น เราจะนำเอาหลักการของออพติมัม[4] มาใช้ในการหาขนาดของชุดเฟืองที่เหมาะสม โดยชุดเฟืองที่ได้ต้องเป็นไปตามเป้าหมายที่เราตั้งไว้ ดังนั้นในหัวข้อนี้จะนำเสนอสมการที่ใช้ในการออกแบบชุดเฟือง ซึ่งสมการที่สำคัญจะประกอบไปด้วย สมการเป้าหมาย และสมการบังคับ นอกจากนั้นจะแสดงตัวแปรที่ใช้ในการออกแบบ

**2.1 สมการเป้าหมาย (Objective Function)**

**2.1.1 เฟืองตรง**

- เพื่อหาขนาดที่เล็กที่สุดของเฟืองโดยพิจารณาระยะระหว่างศูนย์กลางเฟืองทั้งสอง

$$C = \frac{N_1}{2P}\left(1 + m_g\right) \tag{1}$$

- เพื่อหามวลที่น้อยที่สุดหรือปริมาตรที่เล็กที่สุดโดยพิจารณาปริมาตรของเฟืองขับ

$$V = \frac{\pi}{4}\left(\frac{N_1}{P}\right)^2 F \tag{2}$$

**2.1.2 เฟืองเฉียง**

- เพื่อหาขนาดที่เล็กที่สุดของเฟืองโดยพิจารณาระยะระหว่างศูนย์กลางเฟืองทั้งสอง

$$C = \frac{N_1\left(1 + m_g\right)}{2P_N \cos\psi} \tag{3}$$

- เพื่อหามวลที่น้อยที่สุดหรือปริมาตรที่เล็กที่สุดโดยพิจารณาปริมาตรของเฟืองขับ

$$V = \frac{\pi^2 N_1^2 m_F}{4P_N^3 \sin\psi \cos^2\psi} \tag{4}$$

โดยมีตัวแปรที่ใช้ในการออกแบบ(Design variables) คือจำนวนฟันของเฟืองขับ ($N_1$) ไดมิทรอลพิตช์ (P) ความกว้างหน้าฟัน (F) สำหรับการออกแบบชุดเฟืองตรง และจำนวนฟันของเฟืองขับ ($N_1$) นอร์มอลไดมิทรอลพิตช์ ($P_N$) และมุมเฉียง ($\psi$) สำหรับสำหรับการออกแบบชุดเฟืองเฉียง

**2.2 สมการบังคับ (Constraint Equations)**

**2.2.1 การขัดกันของฟัน (Involute interference)**

**- เฟืองตรง**

เนื่องจากการขัดกันของเฟืองเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อวงกลมแอดเดนดัมของเฟืองตามตัดกับเส้นส่งถ่ายแรง (Line of action) หลังจุดที่เกิดจากเส้นส่งถ่ายแรงสัมผัสกับวงกลมฐานของเฟืองขับ ซึ่งหมายความว่ามุมเริ่มต้นการสัมผัสต้องติดลบ ดังนั้นเพื่อป้องกันเหตุการณ์นี้ต้องกำหนดให้มุมเริ่มต้นของการสัมผัสมากกว่าศูนย์ขึ้นไป ($\theta_{IPC} \geq 0$) จำนวนฟันที่น้อยที่สุดที่ป้องกันการขัดกันของเฟืองคือ

$$N_1 \geq \frac{\left(2a_2 P/m_g\right)}{\left[1 - \left(\cos^2\phi + \left(\frac{1}{m_g{}^2} + 1\right)^2 \sin^2\phi\right)^{1/2}\right]} \tag{5}$$

**- เฟืองเฉียง**

กำหนดให้มุมเริ่มต้นการสัมผัสมากกว่าศูนย์($\theta_{IPC} \geq 0$) เพื่อป้องกันการขัดกันของเฟือง ดังนั้นจำนวนฟันที่น้อยที่สุดที่ป้องกันการขัดกันของเฟืองคือ [3]

$$N_1 \geq \frac{2\cos\psi}{\sin^2\phi_t} \tag{6}$$

**2.2.2 ความเค้นสัมผัส (Contact stress)**

**- เฟืองตรง**

สมการความเค้นสัมผัสของเฟืองตรง [1]

$$\sigma_H = C_P\left\{\left[\frac{\delta W_t}{K_V d_1 F}\right]\left[\frac{1}{\theta\cos^2\phi\left(1 - \frac{\theta\cos\phi}{\sin\phi\left(1+m_g\right)}\right)}\right]\right\}^{1/2} \tag{7}$$

สมการ (7) ใช้ในการคำนวณหาความเค้นสัมผัสบนตำแหน่งใด ๆ ของเส้นส่งถ่ายแรง โดย $\delta$ คือตัวประกอบรับภาระ (load sharing factor) ถ้า $\delta = 1$ หมายถึงมีจำนวนคู่ฟันที่ขบกันอยู่ 2 คู่ และถ้า $\delta = 2$ จะมีจำนวนคู่ฟันเท่ากับ 1 คู่ที่ขบกันอยู่ ในที่นี้จะพิจารณาที่สองจุดคือ จุดเริ่มต้นของการสัมผัส $\delta = 1$ สำหรับ $\theta = \theta_{IPC}$ และจุดต่ำสุดของการสัมผัส เพียงหนึ่งฟัน $\delta = 2$ สำหรับ $\theta = \theta_{LPSTC}$ ซึ่งความเค้นสัมผัสที่สองจุดนี้ต้องน้อยกว่าความเค้นสัมผัสสูงสุดที่วัสดุยอมรับได้ โดยสมมติว่าไม่มีผลจากการกระตุกของแรง อุณหภูมิ และอายุการใช้งาน

**- เฟืองเฉียง**

สมการความเค้นสัมผัสของเฟืองเฉียง [1] แสดงดังนี้

$$\sigma_H = C_p\left[\frac{W_t}{\left(K_v F d_1 I\right)}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{8}$$

โดยที่ $I = m_p \theta_{IPC} \cos^2\phi_t \left\{\frac{1 - \left(\theta_{IPC}\cos\phi_t\right)}{\sin\phi_t\left(1+m_g\right)}\right\}$

$$\theta_{IPC} = (1+m_g)\tan\phi_t - \frac{\left\{\left(\frac{m_g + a_2}{R_2}\right)^2 - m_g^2\cos^2\phi_t\right\}^{\frac{1}{2}}}{\cos\phi_t}$$

$$\phi_t = \tan^{-1}\left(\frac{\tan\phi_n}{\cos\psi}\right)$$

**3.2.3 ความเค้นดัด (Bending stress)**

**- เฟืองตรง**

สมการความเค้นดัดของ AGMA [1]

$$\sigma_B = \frac{W_t P}{K_V F J} \qquad (9)$$

เมื่อ $K_V$ คือ ตัวประกอบพลวัต และ $J$ คือ ตัวประกอบทางเรขาคณิตที่ขึ้นกับรูปร่างของฟัน ผลจากแรงในแนวรัศมีและแนวสัมผัส และความหนาแน่นของความเค้นที่โคนฟัน

ค่าตัวประกอบทางเรขาคณิต ($J$) สามารถหาได้จากตารางที่ AGMA แนะนำ [1] โดยเป็นเฟืองมาตรฐาน

โดยปกติแล้วเฟืองขับจะมีความต้านทานต่อความเค้นดัดน้อยกว่าเฟืองตาม ดังนั้นจะใช้เฟืองขับในการพิจารณาความเค้นดัด อย่างไรก็ตามหากเฟืองตามใช้วัสดุที่อ่อนแอกว่าเฟืองขับก็อาจใช้เฟืองตามในการพิจารณาความเค้นดัดแทน

**- เฟืองเฉียง**

สำหรับเฟืองเฉียงโดยทั่วไป อัตราส่วนการสัมผัสหน้าฟัน(Face Contact Ratio, $m_F$) มากกว่า 1 ซึ่งเป็นเฟืองมาตรฐานทั่วไป ส่งผลทำให้ไม่มีจุดที่สัมผัสกัน 1 ฟัน ดังนั้นจุดสุดท้ายของการสัมผัสกัน (Final Point of Contact, FPC) จึงเหมาะสมที่สุดที่จะนำมาพิจารณาหาความเค้นดัด สมการความเค้นดัดของ AGMA[1] คือ

$$\sigma_B = \frac{W_t P_N \cos\psi}{K_V F J} \qquad (10)$$

โดยที่ค่าความเค้นดัดต้องไม่เกินค่าที่วัสดุรับได้

**3. ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม**

โปรแกรมจะเลือกจำนวนฟันของเฟืองขับด้วยตัวเอง ($N_0$) และนำไปวิเคราะห์ในส่วน Analyze Design เพื่อวิเคราะห์ว่าใช้ได้หรือไม่

-หากใช้ได้ Analyze Design จะส่งค่าเส้นผ่านศูนย์กลางของเฟืองขับ ($d_1$) ออกมาเป็นตัวเลข

-หากใช้ไม่ได้แสดงว่า ($N_0$) เล็กเกินไป ในโมดูล Analyze Design จะส่งค่า $d_1 = 10^6$ และจะทำการเพิ่มจำนวนฟันของเฟืองขับเป็นเลขคู่ ( $\Delta N = 2^4 = 16$) ในส่วน Add Teeth จนกว่าจะใช้ได้

การบวกเป็นจำนวนคู่หรือใช้ ($N_0$) เป็นค่าเริ่มต้นอาจทำให้จำนวนฟันของเฟืองขับมากเกินไป ขั้นตอนนี้จะทำการลดจำนวนฟันอย่างรวดเร็วในส่วนของ Decrease no. Teeth โดยในแต่ละรอบจะลดลง $\Delta N = 2^{q_i}$ แล้วตรวจสอบว่ายังใช้ได้อยู่หรือไม่ในโมดูล Analyze Design หากใช้ได้ก็จะทำการลดจำนวนฟันลงจนกว่าจำนวนฟันจะเล็กที่สุด โดยในแต่ละรอบ $q_i$ จะเพิ่มขึ้นเป็นจำนวนเต็ม ดังนั้นจะส่งผลให้ $\Delta N$ เพิ่มขึ้นเป็นเลขคู่ด้วย หากไม่สามารถลดจำนวนฟันลงได้แล้วจะทำให้ได้ช่วงของจำนวนฟันที่สามารถใช้งานได้เป็น $N_L$, $N_R$

ทำการหาค่าของจำนวนฟันเฟืองขับที่เหมาะสม 2 ค่าสุดท้ายด้วยวิธีการแบ่งครึ่งช่วง (Bisection) ซึ่งจะทำการหาค่าจำนวนฟันซึ่งอยู่ตรงกลางของช่วง ($N_M$)

$$N_M = N_L + \frac{\Delta N}{2}$$

แล้วนำมาพิจารณาว่าสามารถใช้งานได้หรือไม่

- ถ้าใช้ได้ โมดูล Analyze Design จะให้ค่า $d_M$ (ศูนย์กลางฟันที่เกิดจาก $N_M$) เป็นตัวเลข ซึ่ง $d_M$ จะน้อยกว่าค่า $d_R$ (ศูนย์กลางฟันที่เกิดจาก$N_M$) ซึ่งหมายความว่าจำนวนฟันตั้งแต่ $N_M$ ลงมายังสามารถใช้ได้ และเปลี่ยนค่า $N_R = N_M$, $d_R = d_M$

- ถ้าใช้ไม่ได้ โมดูล Analyze Design จะให้ค่า $d_M = 10^6$ ซึ่งจะมากกว่า $d_R$ แสดงว่าต้องใช้จำนวนฟันมากกว่านี้ขึ้นไปจึงจะใช้ได้ และเปลี่ยนค่า $N_L = N_M$, $d_L$(ศูนย์กลางฟันที่เกิดจาก$N_L$) = $d_M$ ทำซ้ำจนกว่าค่า $\Delta N$ จะมีค่าเท่ากับ 1 คือจะเหลือเพียงจำนวนฟันสองค่าเท่านั้นที่เลือกได้

ทำการเลือกจำนวนฟันสองค่าที่เหลือโดยนำจำนวนฟันค่าน้อย $N_L$ มาพิจารณาอีกครั้งที่โมดูล Analyze Design ถ้าใช้ได้ $N_L$ คือจำนวนฟันที่เหมาะสม ถ้าใช้ไม่ได้แสดงว่าจำนวนฟันที่เหมาะสมคือ $N_R$ นั่นเอง

เปลี่ยนค่าความกว้างของหน้าฟัน ($F$) สำหรับเฟืองตรงจนครบตามที่ AGMA $\frac{3\pi}{P} \le F \le \frac{5\pi}{P}$ แนะนำ โดยแบ่งช่วงความละเอียดดังนี้

$$F = \frac{5\pi}{P}, \frac{4.5\pi}{P}, \frac{4\pi}{P}, \frac{3.5\pi}{P}, \frac{3\pi}{P}$$

และเปลี่ยนมุมเฉียง ($\psi$) สำหรับเฟืองตรงโดยอยู่ในช่วง 10 - $35^0$ เมื่อครบแล้วทำซ้ำโดยเปลี่ยนค่าไดมิทรอลพิตช์จนครบ ดังนั้นในแต่ละไดมิทรอลพิตช์จะมีผลลัพธ์ของแต่ละความกว้างหน้าฟัน หรือมุมเฉียงอยู่ ซึ่งได้สรุปเป็นผังการทำงานดังรูปที่ 1 และรูปที่ 2

**4. การพิสูจน์ความถูกต้องของโปรแกรม (Program Validation)**

จากงานวิจัยของ Carroll และ Johnson[1] ได้ทำการออพติมัมระยะระหว่างศูนย์กลางของเฟืองขับและเฟืองตาม (C)โดยกำหนดความกว้างหน้าฟัน ให้เป็นสัดส่วนกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเฟืองขับ ($F = 0.5d_1$) ซึ่งพิจารณาที่ภาระ 100 แรงม้า ความเร็วรอบของเฟืองขับ 1,120 รอบต่อนาที อัตราทดเป็น 4:1 ได้ผลลัพธ์คือ เส้นผ่านศูนย์กลางเฟืองขับ 6.6 นิ้ว ระยะระหว่างศูนย์กลางเฟือง (C) คือ 16.5 นิ้ว ที่ไดมิทรอลพิตช์ 10 ฟัน/นิ้ว และได้จำนวนฟันของเฟืองขับและเฟืองตาม 66 และ 264 ตามลำดับ

งานวิจัยชิ้นนี้ได้ทำการวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าวข้างต้นเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมที่นำเสนอ พบว่าผลลัพธ์ที่ได้คือ

ระยะระหว่างศูนย์กลางเฟืองที่น้อยที่สุดคือ 16.5625 นิ้วและเส้นผ่านศูนย์กลางเฟืองขับ 6.625 นิ้ว ที่ไดมิทรอลพิตช์ 8 ฟัน/นิ้ว จำนวนฟันเฟืองขับและเฟืองตามที่น้อยที่สุดคือ 53 และ 212 ฟันตามลำดับ จากการเปรียบเทียบผลลัพธ์ทั้งสองที่ได้พบว่ามีความใกล้เคียงกันมาก ความแตกต่างที่เกิดขึ้นเป็นผลมาจากการใช้ตัวประกอบทางเรขาคณิต (J) ที่ต่างกันคือ ในงานวิจัยของ Carroll และ Johnson ใช้รัศมีโคนฟัน (Root fillet, $r_f$) $r_f = 0.3/P$ แต่ในงานวิจัยนี้ใช้ $r_f = 0.35/P$ ตามที่ AGMA แนะนำสำหรับเฟืองมาตรฐานทั่วไป จึงเป็นการพิสูจน์ได้ว่าโปรแกรมที่สร้างขึ้นมานี้มีความถูกต้องสามารถใช้งานได้จริง นอกจากนั้นพบว่า ปริมาตรของชุดเฟืองที่ได้จากงานวิจัยของบทความนี้มีค่าน้อยกว่าผลลัพธ์ที่ได้จากงานวิจัยของ Carroll และ Johnson[1]

**5. ตัวอย่างการออกแบบ**

งานวิจัยนี้ได้เสนอวิธีการออกแบบโดยใช้ตัวแปรออกแบบ 3 ตัวแปรคือ $N_1$, P, และ F สำหรับเฟืองฟันตรง และ $N_1$, $P_N$, และ $\psi$ สำหรับเฟืองเฉียง โดยมีภาระที่ต้องส่งผ่าน 100 แรงม้า อัตราทด 4:1 และความเร็วรอบเฟืองขับ 1,120 รอบต่อนาที

**5.1 การออกแบบชุดเฟืองฟันตรง**

1) หาระยะที่น้อยที่สุด ระหว่างจุดศูนย์กลางของเฟืองทั้งสอง (Center distance optimization) ได้ผลลัพธ์คือ ระยะระหว่างศูนย์กลางที่น้อยที่สุด 16.25 นิ้ว เส้นผ่านศูนย์กลางของเฟืองขับ 6.5 นิ้ว จำนวนฟันเฟืองขับ 26 ฟัน และความกว้างหน้าฟัน 3.93 นิ้ว ที่ไดมิทรอลพิตช์ 4 ฟันต่อนิ้ว ซึ่งจะได้ปริมาตร 130.31 ลูกบาศก์นิ้ว ผลลัพธ์ดังตารางที่ 1

2) หาปริมาตรที่น้อยที่สุดของเฟืองขับ (Volume optimization) ได้ผลลัพธ์คือปริมาตรที่น้อยที่สุดของเฟืองขับคือ 118.44 ลูกบาศก์นิ้ว เส้นผ่านศูนย์กลางเฟืองขับ 8 นิ้ว จำนวนฟันเฟืองขับ 48 ฟัน และความกว้างหน้าฟัน 2.3562 นิ้ว ที่ไดมิทรอลพิตช์ 6 ฟันต่อนิ้ว ซึ่งจะได้ระยะห่างระหว่างศูนย์กลางเฟือง 20 นิ้ว ผลลัพธ์ดังตารางที่ 2

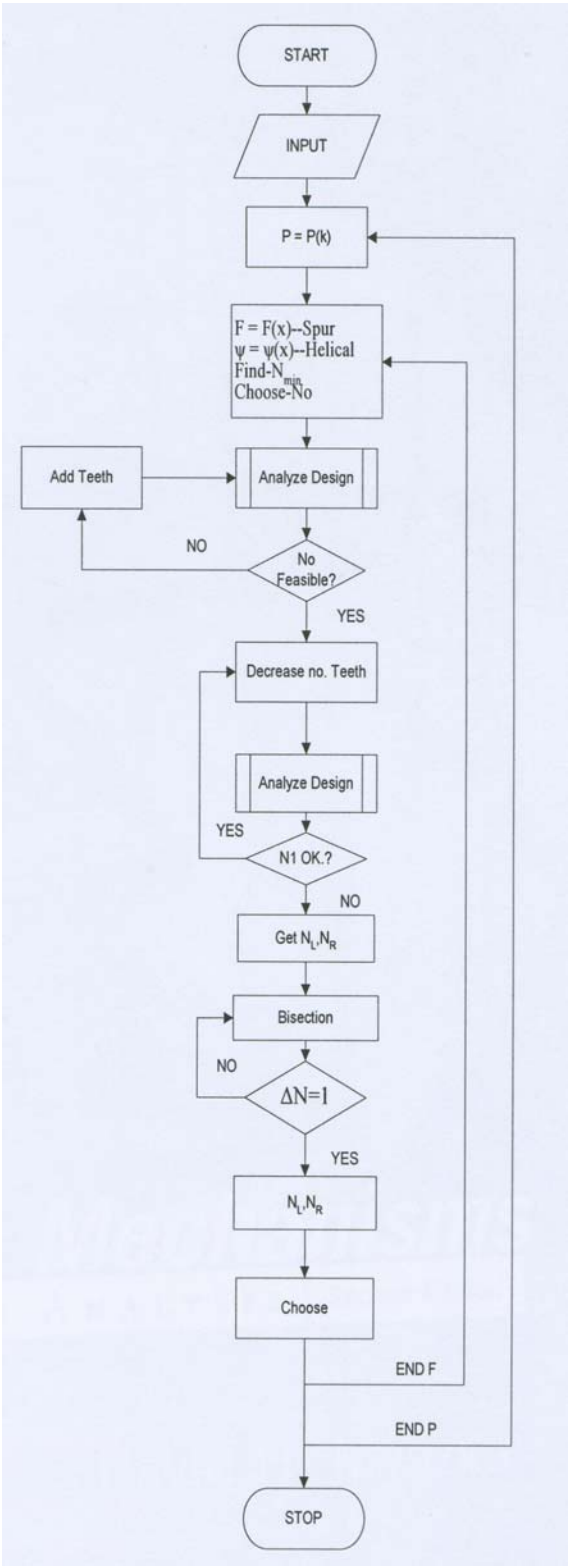
**5.2 การออกแบบเฟืองเฉียง**

1) หาระยะที่น้อยที่สุด ระหว่างจุดศูนย์กลางของเฟืองทั้งสอง (Center distance optimization) ผลลัพธ์คือระยะห่างระหว่างศูนย์กลางที่น้อยที่สุด 11 นิ้ว เส้นผ่านศูนย์กลางเฟืองขับ 4.4 นิ้ว จำนวนฟันเฟืองขับ 26 ฟัน ที่มุมเอียง 10 องศา และนอร์มอลไดมิทรอลพิตช์ 6 ฟันต่อนิ้ว ซึ่งจะมีปริมาตร 91.7 ลูกบาศก์นิ้ว ผลลัพธ์ดังตารางที่ 3

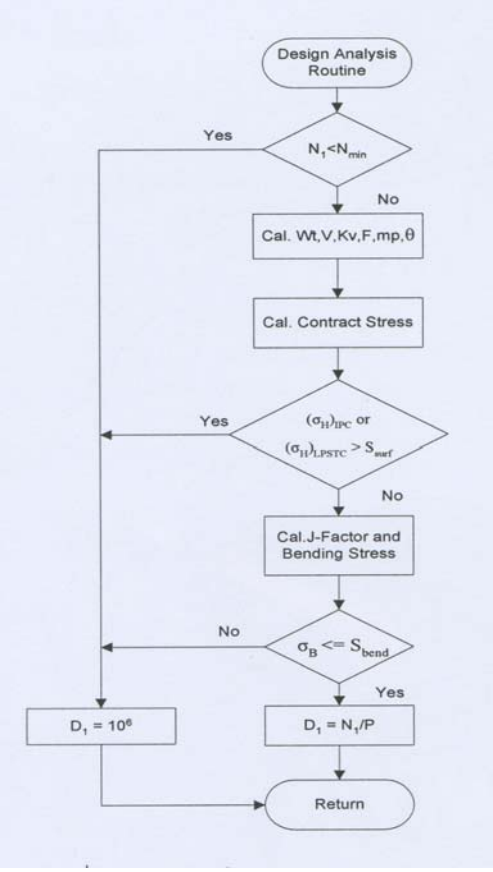
2) หาปริมาตรน้อยที่สุดของเฟืองขับ (Volume optimization) ผลลัพธ์คือปริมาตรที่น้อยที่สุด 53.327 ลูกบาศก์นิ้วเส้นผ่านศูนย์กลางเฟืองขับ 6.37 นิ้ว จำนวนฟันเฟืองขับ 45 ฟัน มีมุมเอียง 28 องศา และนอร์มอลไดมิทรอลพิตช์ 8 ฟันต่อนิ้ว ซึ่งจะมีระยะระหว่างศูนย์กลาง 15.93 นิ้ว ผลลัพธ์ดังตารางที่ 4

**6. สรุปผล**

โปรแกรมที่ถูกพัฒนาขึ้นมานั้นสามารถนำมาใช้ในการออกแบบชุดเฟืองส่งกำลังได้ตามความต้องการของผู้ใช้ว่าต้องการชุดเฟืองส่งกำลังแบบเฟืองฟันตรงหรือเฟืองฟันเฉียง จุดประสงค์ที่ใช้ในการออกแบบก็ยังสามารถจะระบุได้ว่าต้องการชุดเฟืองที่มีขนาดเล็กหรือมีน้ำหนักเบา




รูปที่ 1 ผังการทำงานของโปรแกรมโดยรวม




รูปที่ 2 ผังการทำงานในส่วน Analyze Design

**7. เอกสารอ้างอิง**

[1] Shigley, J.E., and Mitchell, L.D., *Mechanical Engineering Design*, 7th Ed., McGraw-Hill, pp.722-768

[2] Carroll, R.K., and Johnson, G.E., "Optimal Design of Compact Spur Gear Sets," ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol.106, No. 1, March 1984, pp. 95-101

[3] Jog, C.S., and Pande, S.S., "Computer-Aided Design of Compact Helical Gear Sets", ASME Journal of Mechanisms Transmissions, and Automation in Design, Vol. 111, June 1989, pp. 285-289.

[4] Rao, S., *Engineering Optimization (Theory and Practice)* , 3rd Ed., Wiley-Interscience.

**คำอธิบายสัญลักษณ์**

a = addendum

b = dedendum

C = center distance

$C_p$ = elastic properties coefficient

d = pitch circle diameter

F = face width

$I$ = surface-strength geometry factor

$J$ = bending-strength geometry factor

$K_V$ = dynamic factor

$m_F$ = face contact ratio

$m_g$ = gear ratio

$m_p$ = contact ratio

$N_1$ = number of pinion teeth

P = diametral pitch

$W_t$ = transmitted load

$\delta$ = load sharing coefficient

$\phi$ = pitch point pressure angle

V = pinion volume

$\theta_{IPC}$ = roll angle at initial point of contact

$P_N$ = normal diametral pitch

$\psi$ = helix angle

$\phi_t$ = transverse pressure angle

$\phi_n$ = pressure angle

$\sigma_H$ = contact stress

$\sigma_B$ = bending stress

$S_{bend}$ = bending strength

$S_{surf}$ = surface strength

$\theta_{LPSTC}$ = roll angle at lowest point of single tooth contact

ตารางที่ 1 ผลลัพธ์การออกแบบเฟืองฟันตรงโดยการหาระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของเฟืองขับและเฟืองตามที่น้อยที่สุด

| P | $d_1$ | $N_1$ | $N_2$ | C | F | $m_p$ | JP | $K_v$ | $\sigma_B$ | $\sigma_H$-IPC | $\sigma_H$-LPSTC |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.00 | 9.500 | 19 | 76 | 23.750 | 4.712 | 1.681 | 0.328 | 0.486 | 3.147 | 72.798 | 51.609 |
| 2.25 | 8.444 | 19 | 76 | 21.111 | 5.585 | 1.681 | 0.328 | 0.501 | 3.262 | 74.115 | 52.543 |
| 2.50 | 7.600 | 19 | 76 | 19.000 | 6.283 | 1.681 | 0.328 | 0.514 | 3.488 | 76.640 | 54.333 |
| 3.00 | 7.000 | 21 | 84 | 17.500 | 5.236 | 1.701 | 0.344 | 0.525 | 5.108 | 76.257 | 63.028 |
| 4.00 | 6.500 | 26 | 104 | ***16.250*** | 3.927 | 1.739 | 0.373 | 0.534 | 8.857 | 76.544 | 75.851 |
| 6.00 | 7.667 | 46 | 184 | 19.167 | 2.618 | 1.823 | 0.442 | 0.513 | 14.836 | 64.475 | 77.733 |
| 8.00 | 10.000 | 80 | 320 | 25.000 | 1.963 | 1.881 | 0.482 | 0.480 | 19.805 | 54.111 | 70.319 |
| 10.00 | 17.100 | 171 | 684 | 42.750 | 1.571 | 1.930 | 0.513 | 0.414 | 19.735 | 36.178 | 49.257 |

ตารางที่ 2 ผลลัพธ์การออกแบบเฟืองฟันตรงโดยการหาปริมาตรที่น้อยที่สุดของเฟืองขับ

| P | $d_1$ | $N_1$ | $N_2$ | V | F | $m_p$ | JP | $K_v$ | $\sigma_B$ | $\sigma_H$-IPC | $\sigma_H$-LPSTC |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.00 | 9.500 | 19 | 76 | 334.020 | 4.712 | 1.681 | 0.328 | 0.486 | 3.147 | 72.798 | 51.609 |
| 2.25 | 8.889 | 20 | 80 | 259.940 | 4.189 | 1.691 | 0.337 | 0.495 | 4.080 | 74.345 | 57.543 |
| 2.50 | 8.400 | 21 | 84 | 208.920 | 3.770 | 1.701 | 0.344 | 0.502 | 5.150 | 76.571 | 63.288 |
| 3.00 | 8.000 | 24 | 96 | 157.910 | 3.142 | 1.725 | 0.363 | 0.508 | 7.288 | 75.837 | 71.199 |
| 4.00 | 7.000 | 28 | 112 | 120.900 | 3.142 | 1.751 | 0.383 | 0.525 | 10.185 | 76.482 | 78.933 |
| 6.00 | 8.000 | 48 | 192 | ***118.440*** | 2.356 | 1.828 | 0.445 | 0.508 | 15.845 | 64.857 | 78.826 |
| 8.00 | 10.000 | 80 | 320 | 154.210 | 1.963 | 1.881 | 0.482 | 0.480 | 19.805 | 54.111 | 70.319 |
| 10.00 | 17.100 | 171 | 684 | 360.750 | 1.571 | 1.930 | 0.513 | 0.414 | 19.735 | 36.178 | 49.257 |

ตารางที่ 3 ผลลัพธ์การออกแบบเฟืองเฉียงโดยการหาระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของเฟืองขับและเฟืองตามที่น้อยที่สุด

| $P_N$ | $d_1$ | $N_1$ | $N_2$ | $\psi$ | F | $m_p$ | C | $\sigma_B$ | $\sigma_H$-IPC |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.00 | 10.154 | 20 | 80 | 10 | 18.092 | 1.594 | 25.386 | 0.345 | 26.291 |
| 2.50 | 8.123 | 20 | 80 | 10 | 14.473 | 1.594 | 20.309 | 0.660 | 36.337 |
| 3.00 | 6.770 | 20 | 80 | 10 | 12.061 | 1.594 | 16.924 | 1.120 | 47.360 |
| 4.00 | 5.077 | 20 | 80 | 10 | 9.046 | 1.594 | 12.693 | 2.590 | 72.011 |
| 6.00 | 4.400 | 26 | 104 | 10 | 6.031 | 1.637 | ***11.000*** | 6.274 | 78.330 |
| 8.00 | 4.442 | 35 | 140 | 10 | 4.523 | 1.680 | 11.106 | 10.440 | 77.153 |
| 10.00 | 4.569 | 45 | 180 | 10 | 3.618 | 1.712 | 11.424 | 15.371 | 77.645 |
| 12.00 | 4.993 | 59 | 236 | 10 | 3.015 | 1.740 | 12.481 | 19.553 | 73.748 |

ตารางที่ 4 ผลลัพธ์การออกแบบเฟืองเฉียงโดยการหาปริมาตรที่น้อยที่สุดของเฟืองขับ

| $P_N$ | $d_1$ | $N_1$ | $N_2$ | $\psi$ | F | $m_p$ | V | $\sigma_B$ | $\sigma_H$-IPC |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.00 | 12.208 | 20 | 80 | 35 | 5.477 | 1.436 | 641.090 | 0.951 | 27.695 |
| 2.50 | 9.766 | 20 | 80 | 35 | 4.382 | 1.436 | 328.240 | 1.815 | 38.253 |
| 3.00 | 8.138 | 20 | 80 | 35 | 3.651 | 1.436 | 189.950 | 3.081 | 49.833 |
| 4.00 | 6.104 | 20 | 80 | 35 | 2.739 | 1.436 | 80.136 | 7.112 | 75.714 |
| 6.00 | 6.307 | 31 | 124 | 35 | 1.826 | 1.479 | 57.045 | 14.647 | 78.806 |
| 8.00 | 6.371 | 45 | 180 | 28 | 1.673 | 1.588 | ***53.327*** | 19.399 | 78.530 |
| 10.00 | 5.153 | 50 | 200 | 14 | 2.597 | 1.706 | 54.166 | 18.538 | 79.016 |
| 12.00 | 4.993 | 59 | 236 | 10 | 3.015 | 1.740 | 59.028 | 19.553 | 73.748 |