

การวิเคราะห์เชิงทฤษฎีสำหรับการพาแบบผสม (การพาแบบธรรมชาติ-การพาแบบบังคับ) ในขณะที่มีการไหลผ่านท่อรูปหน้าตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัส

Theoretical Analysis of Combined Convection (Natural Convection-Forced Convection) during Flow over a Square Cylinder

นุภาพ แยมไทรพัฒน์¹ และ ผดุงศักดิ์ รัตนเดโช^{2*}

¹ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร เขตหนองจอก กรุงเทพฯ 10530

²ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ คลองหลวง ปทุมธานี 12120

*E-mail: ratphadu@engr.tu.ac.th (ผู้รับผิดชอบบทความ)

Nuparb Yamtraipat¹ and Phadungsak Rattanadecho^{2*}

¹ Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Mahanakorn University of Technology, Nongchok, Bangkok 10530

² Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Thammasat University, Clongluwang, Pathumthani 12121

*E-mail: ratphadu@engr.tu.ac.th (Corresponding Author)

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้นำเสนอการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวิเคราะห์การพาแบบผสม (combined convection : Natural Convection-Forced Convection) ในขณะที่มีอากาศมีการไหลผ่านท่อรูปหน้าตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัส และหาคำตอบโดยอาศัยวิธีเชิงตัวเลขผ่านวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (FVM) ในที่นี้จะศึกษาถึงอิทธิพลของแรงลอยตัวที่มีผลต่อขนาดของบริเวณที่มีการแยกตัวของของไหลที่ด้านหลังของท่อขณะมีการไหลที่สภาวะต่างกัน รวมถึงถึงคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนที่สภาวะเดียวกัน องค์ความรู้ที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้สำหรับปัญหาทางวิศวกรรมที่หลากหลายยกตัวอย่างเช่น กระบวนการหล่อเย็นในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ และการถ่ายเทความร้อนในอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน เป็นต้น

คำหลัก : การพาแบบผสม /การไหลสองมิติ /ไฟไนต์วอลุ่ม /ท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัส

Abstract

This paper is to presents the development of mathematical models to analyze the combined convection: Natural Convection-Forced Convection of air flow over a square cylinder. The solutions can be solved using numerical method via finite volume method (FVM). The attention is to study the effects of buoyancy force on the size of the separation regions downstream of the cylinder under the different flow situation, and heat transfer at the same states. Knowledge from this research can be applied for

engineering problems, such as, in some electronic cooling process and heat transfer in heat exchangers.

Keywords: combined convection/ two-dimensions flow/ finite volume/ square cylinder

1. บทนำ

การพาความร้อนประกอบด้วยกลไกสองชนิด ได้แก่พลังงานซึ่งถูกส่งถ่ายโดยการเคลื่อนที่ซึ่งไม่เป็นแบบแผนของโมเลกุลเรียกว่าการแพร่กระจาย (diffusion) ซึ่งจะมีอิทธิพลมากตรงบริเวณพื้นผิวที่สัมผัสกับของไหล และพลังงานที่ถูกส่งถ่ายเนื่องจากการเคลื่อนที่เป็นกลุ่มก้อน (bulk motion) ของของไหล ซึ่งเมื่อของไหลเคลื่อนที่ผ่านวัตถุซึ่งมีอุณหภูมิต่างกับของไหล เช่นพื้นผิวร้อน มักถูกนำมาศึกษาปรากฏการณ์อยู่เสมอ การพาความร้อนจะแบ่งประเภทตามธรรมชาติของการไหล ได้แก่ การพาความร้อนแบบบังคับ (forced convection) ซึ่งมีสาเหตุเนื่องจากแรงกระทำภายนอกต่อของไหล เช่น พัดลม, ปั๊ม ฯลฯ และการพาความร้อนแบบธรรมชาติหรืออิสระ (natural or free convection) การเคลื่อนที่ของของไหลมีสาเหตุจากแรงลอยตัวในของไหล ซึ่งเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นอันเนื่องมาจากมีความแตกต่างของอุณหภูมิในของไหล โดยอากาศร้อนลอยตัวขึ้นและอากาศเย็นเคลื่อนที่ลงมาแทนเป็นการเคลื่อนที่ไหลวนของกระแสอากาศ ในทางปฏิบัติจริงหลายปรากฏการณ์พบว่าพาความร้อนแบบบังคับและแบบธรรมชาติมีอิทธิพลพอกัน เมื่อมีการถ่ายเทความร้อนระหว่างของไหลกับพื้นผิวรูปร่างต่างๆโดยเฉพาะเมื่อของไหลมีความเร็วต่ำ ตัวอย่างเช่น การพาความร้อนที่เกิดขึ้นในกระบวนการหล่อเย็นวงจร

อิเล็กทอนิกส์ หรือการพาความร้อนที่เกิดขึ้นในอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนเป็นต้น ลักษณะดังกล่าวเรียกว่า การพาความร้อนแบบผสม (combined convection) ที่ผ่านมามีงานวิจัยของการพาความร้อนแบบผสมในหลายลักษณะซึ่งส่วนใหญ่มักเป็นกรณีของแผ่นราบและท่อกลม เช่นการศึกษาการพาความร้อนของอากาศไหลผ่านท่อกลมแนวดิ่งเมื่อแรงลอยตัวมีทิศทางเดียวกับแรงของไหล(1) และการศึกษากรณีของท่อกลมแนวนอน (2),(3) การศึกษาเชิงทดลองโดย J.R. Lloyd และ E.M. Sparrow (4) เกี่ยวกับการถ่ายเทความร้อนผ่าน vertical flat plate สำหรับอิทธิพลของแรงลอยตัวที่มีผลต่อการพาแบบบังคับที่ทำให้เกิดการพาความร้อนแบบผสมบนแผ่นราบก็ได้ถูกนำมาศึกษาเช่นกัน (5),(6) J.H.Merkin (7) ได้ศึกษาลักษณะของจุดแยกตัว (separation point) ของไหลที่เกิดขึ้นในกรณีของไหลผ่านท่อกลมแนวนอนเมื่อเป็นผิวร้อนและผิวเย็น นอกจากนั้นในกรณีท่อเอียงครึ่งวงกลมก็ได้ถูกนำมาศึกษาเชิงทดลองเช่นกัน (8)

ในงานวิจัยนี้ต้องการศึกษาปรากฏการณ์ของการพาความร้อนแบบผสมของอากาศที่ไหลผ่านผิวท่อที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ในกรณีการไหลแบบ Assisting และ Opposing ในช่วงการไหลแบบลามินาร์โดยการสร้างแบบจำลองจากสมการทางคณิตศาสตร์ และหาคำตอบของสมการด้วยวิธีเชิงตัวเลขผ่านวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (FVM) เพื่อศึกษาลักษณะของสนามอุณหภูมิ, การถ่ายเทความร้อน และอิทธิพลของแรงลอยตัวที่มีต่อจุดแยกตัวการไหลที่เงื่อนไขต่างๆในสภาวะการไหลคงตัวแบบสองมิติ

2. ทฤษฎี

ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเฉลี่ย ในกรณีการพาความร้อนแบบผสมนั้นเกี่ยวข้องกับตัวแปรไม่มีมิติ 8 ตัวคือ

$$h = \text{function}[k, \mu, c_p, \rho, l, U, \beta g(T_w - T_f), \phi] \quad (1)$$

หรือเขียนในรูปฟังก์ชันทั่วไปที่เกี่ยวข้องกับการพาความร้อนแบบผสม

$$f[h, k, \mu, c_p, \rho, l, U, \beta g(T_w - T_f), \phi] = 0 \quad (2)$$

เมื่อ

h = ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน

k = ค่าการนำความร้อนของวัสดุ

μ = ค่าความหนืดของวัสดุ

c_p = ค่าความร้อนจำเพาะของวัสดุ

ρ = ค่าความหนาแน่นของวัสดุ

l = ความยาวของลักษณะ

U = ความเร็วของไหลผ่านวัตถุ

$\beta g(T_w - T_f)$ = พารามิเตอร์แรงลอยตัว

β = สัมประสิทธิ์การขยายตัว

g = ความเร่งจากแรงโน้มถ่วง

T_w = อุณหภูมิผิววัตถุ

T_f = อุณหภูมิของไหล

ϕ = มุมระหว่างแนวการไหลกับแรงลอยตัว (แสดงในรูป 1)

ตัวแปรทั้งหมดนี้ถูกจัดอยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติต่างๆได้ดังนี้

$$\pi_1 = (hl/k) = \text{Nu}, \text{the Nusselt number} \quad (3)$$

$$\pi_2 = (Ul/\mu) = \text{Re}, \text{the Reynolds number} \quad (4)$$

$$\pi_3 = \beta g(T_w - T_f) \rho^2 l^3 / \mu^2 = \text{Gr}, \text{the Grashof number} \quad (5)$$

$$\pi_4 = (c_p \mu / k) = \text{Pr}, \text{the Prandtl number} \quad (6)$$

$$\pi_5 = \phi \quad (7)$$

สมการรูปทั่วไปของการพาแบบผสมในเทอมไร้มิติคือ

$$\text{function}(\text{Nu}, \text{Re}, \text{Gr}, \text{Pr}, \phi) = 0 \quad (8)$$

หรือเขียนในรูปสมการของนัสเซลล์เบอร์

$$\text{Nu} = \text{function}(\text{Re}, \text{Gr}, \text{Pr}, \phi) \quad (9)$$

สำหรับมุม ϕ คือมุมที่แนวแรงการไหลของไหลกระทำกับแรงลอยตัว ในกรณีที่มุม $\phi = 0^\circ$ แรงของไหลจะมีทิศทางเดียวกับแรงลอยตัวเรียกกรณีนี้ว่า "assisting flow" ในกรณีที่มุม $\phi = 180^\circ$ แนวแรงของไหลจะมีทิศทางสวนกับแรงลอยตัว เรียกกรณีนี้ว่า "opposing flow" แสดงในรูปที่ 2

พารามิเตอร์ตัวสำคัญที่จะบ่งชี้ลักษณะการพาความร้อนว่าอยู่ในประเภทใดอยู่ในรูปสมการ

$$G = \left(\frac{\beta g(T_w - T_f) \cos \phi l^3}{\nu^2} \right) \left(\frac{\nu^2}{u^2 l^2} \right) = \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \quad (10)$$

โดยที่ ν = ความหนืดคิเนมาติกของไหล

ถ้า $G < 1$ การพาความร้อนเป็นแบบบังคับ

$G > 1$ การพาความร้อนเป็นแบบธรรมชาติ

$G \approx 1$ การพาความร้อนเป็นแบบผสม

สมการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้สำหรับวิเคราะห์การพาแบบผสมคือ

Governing equations สำหรับของไหล Newtonian Boussinesq ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนสองมิติสภาวะการไหลคงตัวคือ

Continuity:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

x-momentum:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \beta g(T - T_f) \cos \phi \quad (12)$$

y-momentum:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \beta g(T - T_f) \sin \phi \quad (13)$$

Energy:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \left(\frac{k}{\rho c_p} \right) \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (14)$$

ในการวิเคราะห์พิจารณาเฉพาะการไหลแบบ assisting, ($\phi = 0^\circ$) และการไหลแบบ opposing, ($\phi = 180^\circ$) และสมมติให้แกน x อยู่ในแนวดิ่ง (ดังรูปที่ 1) สมการ (11)-(14) ลดรูปเป็น

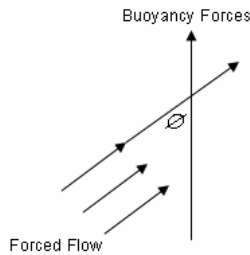
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \pm \beta g(T - T_f) \quad (16)$$

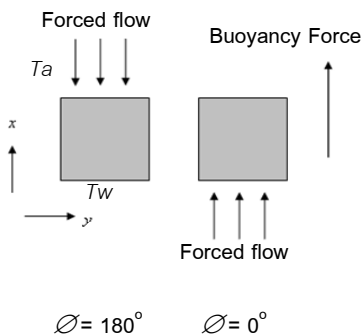
$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (17)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \left(\frac{k}{\rho c_p} \right) \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (18)$$

การแก้สมการเพื่อหาคำตอบสำหรับ partial differential equation แบบไม่เชิงเส้นในกรณีนี้จะใช้วิธีเชิงเลข (numerical method) โดยการวิเคราะห์แบบ ไฟไนต์วอลุ่ม (FVM)



รูปที่ 1 มุมระหว่างแรงของไหลกับแรงลอยตัว



รูปที่ 2 ทิศทางของแรงของไหลแนวเดียวกับแรงลอยตัว

3. วิธีการดำเนินงาน

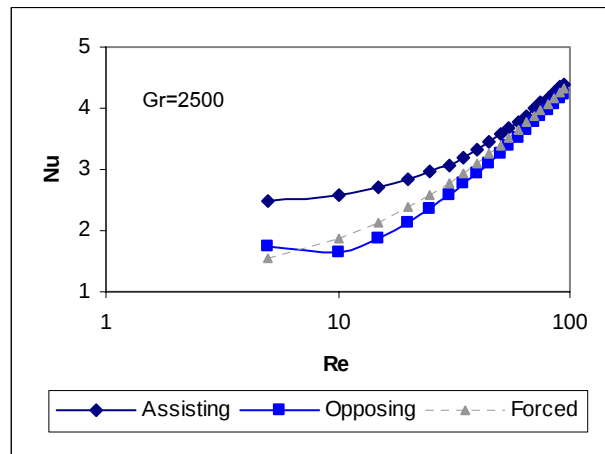
หลังจากได้สมการ partial differential equation จาก governing equation ต่อไปคือการแปลงสมการให้อยู่ในรูปของสมการพีชคณิต โดยต้องทำสมการ(15)-(18) ให้อยู่ในเทอมไร้มิติ ซึ่งเป็นวิธีการทางไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ หลังจากนั้นเข้าสู่ขั้นตอนของการเขียนโปรแกรมเพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับคำนวณค่าเช่น อุณหภูมิของไหลที่ตำแหน่งต่างๆ ค่าของนัสเซลน์เบอร์ เป็นต้น แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการวิเคราะห์คือกรณีท่อหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีทิศทางแรงของไหล 2 กรณีคือ $\phi = 180^\circ$ และ $\phi = 0^\circ$ (ตามรูปที่ 2) เงื่อนไขของการวิเคราะห์ ได้แก่ ค่า $Re \leq 100$, ค่า $Pr = 0.7$ (กรณีอากาศ) ค่า Gr ระหว่าง 2500-2700 กำหนดให้ทิศทางของไหลในกรณี opposing (-1) และ assisting (+1) เงื่อนไขขอบเขตที่อุณหภูมิผิวท่อ

คงที่ $= T_w$ อุณหภูมิอากาศเป็น uniform temperature $= T_\infty$ ความเร็วอากาศที่ผิวท่อ $u = 0$, $v = 0$ สิ่งที่ต้องการศึกษาจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์คือลักษณะของสนามอุณหภูมิที่เกิดขึ้นเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าเรย์โนลด์์นัมเบอร์, อิทธิพลของแรงลอยตัวที่มีต่อขนาดของบริเวณที่มีการแยกตัวของไหลด้านหลังท่อ และผลที่มีต่อการถ่ายเทความร้อนของการไหลทั้งสองกรณี

4. ผลการวิเคราะห์

4.1 ผลของแรงลอยตัวและทิศทางแรงของไหลต่อการพาความร้อน

รูปที่ 3 แสดงให้เห็นถึงอิทธิพลของแรงลอยตัวในลักษณะการพาแบบผสมจากแบบจำลองที่มีผลต่อค่า นัสเซลน์เบอร์ (ที่ค่า $Gr=2500$) เปรียบเทียบกันในการไหลแบบ assisting และ opposing กับ การไหลที่เป็นแบบบังคับอย่างเดียว (forced) จากการวิเคราะห์พบว่าแรงลอยตัวมีผลทำให้ค่า นัสเซลน์เบอร์เพิ่มขึ้นในการไหลแบบ assisting ดังนั้นการพาความร้อนในกรณีนี้จะมีค่ามากกว่ากรณีอื่นเมื่อเปรียบเทียบที่ค่า Re เดียวกัน ในทางตรงข้ามถ้าเป็นการไหลกรณี opposing จะส่งผลให้ค่า นัสเซลน์เบอร์จะลดลง



รูปที่ 3 ทิศทางการไหลที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงค่า นัสเซลน์เบอร์

4.2 การเปลี่ยนแปลงของสนามอุณหภูมิ

รูปที่ 4 a)-d) แสดงให้เห็นลักษณะของสนามอุณหภูมิที่เกิดขึ้นของการไหลทั้งสองแบบเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าเรย์โนลด์์นัมเบอร์เพิ่มขึ้น โดยกำหนดให้ค่า Gr และ Pr คงที่ รูปแบบของสนามอุณหภูมิมีความแตกต่างกันอย่างชัดเจนที่บริเวณด้านหลังของท่อสี่เหลี่ยมระหว่างการไหลแบบ assisting และ opposing (รูป a) กับ b) และ c) กับ d)) ในขณะเดียวกันผลของการเปลี่ยนแปลงค่าเรย์โนลด์์นัมเบอร์ที่ลักษณะการไหลแบบใดแบบหนึ่งก็มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงลักษณะสนามอุณหภูมิเช่นเดียวกัน

4.3 ทิศทางการไหลกับแรงลอยตัวที่มีผลต่อบริเวณการแยกตัว

ลักษณะของ streamline ที่เกิดขึ้นในรูปที่ 5 a)-d) สามารถบอกถึงการแยกตัวของไหลที่เกิดขึ้นจากขอบมุมของแบบจำลอง จากรูป

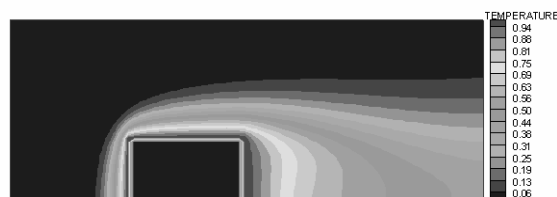
5a) และ 5b) พบว่าในการไหลแบบ opposing แรงลอยตัวมีผลทำให้ขนาดของพื้นที่การแยกตัวมีขนาดใหญ่กว่ากรณีของ assisting ส่วนค่าเรย์โนลด์สที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงมีผลต่อการเพิ่มขนาดของบริเวณการแยกตัวเห็นได้ชัดเจนในกรณีของ assisting (รูป 5a) และ 5c)) ในทำนองเดียวกันผลการแยกตัวของการไหลที่เกิดขึ้นตรงขอบมุมของท่อสี่เหลี่ยม ที่สภาวะต่างๆที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้มีผลต่อการหมุนวนของของไหล ดังแสดงในเทอมของ vorticity ในรูปที่ 6 a)-d)

5. สรุป

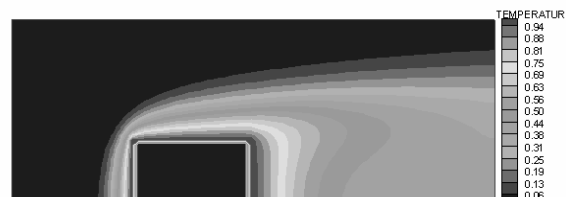
ทิศทางแรงของไหลกับแรงลอยตัวมีอิทธิพลต่อการพาความร้อนแบบผสม การพาความร้อนในกรณีทิศทางของไหลทั้งสองไปในทิศทางตามกัน (assisting) จะมีมากกว่าในกรณีแบบไหลตรงข้ามกัน (opposing) ทำให้การถ่ายเทความร้อนดี นอกจากนั้นแรงลอยตัวและทิศทางแรงการไหลยังมีผลต่อการเกิดจุดแยกตัวของการไหลซึ่งถ้าหากเป็นกรณีการไหลแบบตรงข้ามกันพบว่าขนาดพื้นที่บริเวณหลังจุดแยกตัวจะเพิ่มมากขึ้นกว่ากรณีไหลในทิศทางตามกัน

เอกสารอ้างอิง

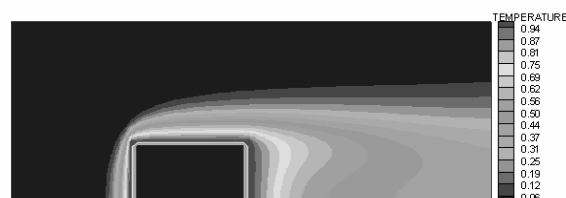
- [1] E. Eckert and A.J. Diaguila, " Convective Heat Transfer for Mixed, Free and Forced Flow through Tubes," Trans. ASME, Vol.76,1954, pp.497-504.
- [2] S.M. Morcos, and A.E. Bergles, " Experimental Investigation of Combined Forced and Free Laminar Convection in a Horizontal Tube," Trans. ASME, 1975, 97C:212.
- [3] C.A. Depew, and S.E. August, " Heat Transfer due to Combined Free and Forced Convection in a Horizontal and Isothermal Tube," Trans. ASME.,1971, 93C:380.
- [4] J.R. Lloyd, and E.M. Sparrow, " Combined Forced and Free Convection Flow on Vertical Surfaces," *Int.J. Heat and Mass Transfer*, 1961, 13:434.
- [5] E.M. sparrow, and J.L. Gregg, " Buoyancy Effects in Forced Convection Flow and Heat Transfer," Trans. ASME, J. Appl. Mech., sect. E, Vol.81, 1959, pp.133-135.
- [6] Y. Mori, " Buoyancy Effects in Forced Laminar Convection Flow over a Horizontal Flat Plate," Trans. ASME, J. Heat Transfer, sect. C, Vol.83, 1961, pp. 479-482.
- [7] J.H. Merkin, " Mixed Convection on a Horizontal Circular Cylinder," *Int.J. Heat and Mass Transfer*, Vol.20, Issue1, 1977, pp.73-77.
- [8] A. A. Busedra, and H. M. Soliman, " Experimental Investigation of Laminar Mixed Convection in an Inclined Semicircular Duct under Buoyancy Assisted and Opposed Conditions," *Int.J. Heat and Mass Transfer*, Vol.43 Issue7, 2000, pp. 1103-1111.



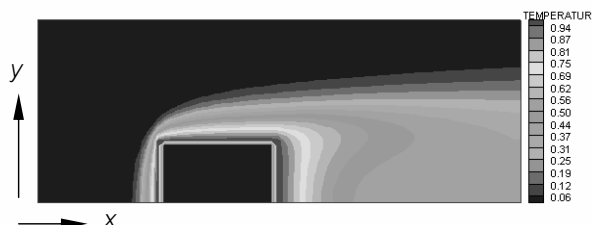
a) Assisting; Re=50, Gr=2500, Pr=0.7



b) Opposing ; Re=50, Gr=2500, Pr=0.7

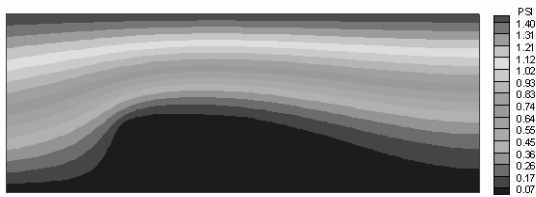


c) Assisting; Re=80, Gr=2500, Pr=0.7



d) Opposing ; Re=80, Gr=2500, Pr=0.7

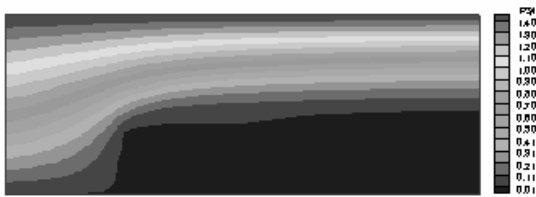
รูปที่ 4 ลักษณะของสนามอุณหภูมิที่เงื่อนไขต่างๆ



a) Assisting; $Re=50$, $Gr=2500$, $Pr=0.7$



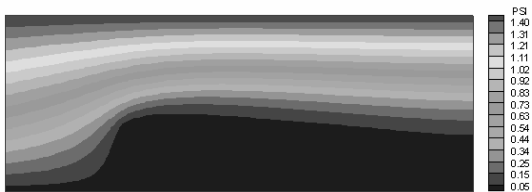
a) Assisting; $Re=50$, $Gr=2500$, $Pr=0.7$



b) Opposing; $Re=50$, $Gr=2500$, $Pr=0.7$



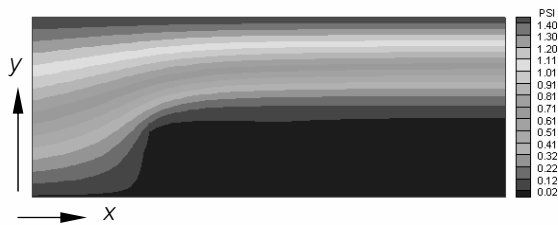
b) Opposing; $Re=50$, $Gr=2500$, $Pr=0.7$



c) Assisting; $Re=80$, $Gr=2500$, $Pr=0.7$



c) Assisting; $Re=80$, $Gr=2500$, $Pr=0.7$



d) Opposing; $Re=80$, $Gr=2500$, $Pr=0.7$

รูปที่ 5 ลักษณะของ streamline



d) Opposing; $Re=80$, $Gr=2500$, $Pr=0.7$

รูปที่ 6 ลักษณะของ vorticity