

**การคำนวณการถ่ายเทความร้อนด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ 2 มิติ โดยบางชิ้นมีขนาดใหญ่กว่าปกติ
กรณี:แท่งสี่เหลี่ยมมีรูกลวงกลมตลอดกึ่งกลางหน้าตัด**

Heat transfer calculating by 2 D finite resistance method with some large elements

case : a square rod with a circular hollow through the center of cross section

ประเสริฐ อินประเสริฐ

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม

235 ถนนเพชรเกษม เขตภาษีเจริญ กรุงเทพฯ 10163

โทร. 457-0068 ต่อ 121, โทรสาร 457-3982, อีเมล Prasert_Inp@yahoo.com

Prasert Inprasert

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Siam University

235 Petkasem Road, Phasicharoen, Bangkok 10163

Tel: 457-0068 Ext 121, Fax: 457-3982, E-Mail: Prasert_Inp@yahoo.com

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอแบบจำลองคณิตศาสตร์ใหม่สำหรับการคำนวณการถ่ายเทความร้อนด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ 2 มิติ โดยบางชิ้นสามารถรวมกันให้มีขนาดใหญ่กว่าปกติได้ ซึ่งจะทำให้ใช้จำนวนชิ้นลดลงอย่างมากเมื่อเปรียบเทียบกับกรแบ่งเป็นชิ้นที่มีขนาดเล็กเท่ากันหมด อย่างไรก็ตามแต่ละชิ้นยังคงประกอบขึ้นด้วยตัวต้านทานการนำความร้อน 4 ตัว เช่นเดิม แล้วใช้โปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เวิร์กเบชคำนวณแบบจำลองความต้านทานนี้เปรียบเทียบกับทฤษฎีเซฟเตอร์ของการนำความร้อน 2 มิติ ที่ใช้ค่าเซฟแฟคเตอร์ในการคำนวณเพื่อหาความผิดพลาดของอัตราการถ่ายเทความร้อนที่เกิดขึ้น เมื่อกำหนดให้แท่งสี่เหลี่ยมมีขนาดหน้าตัด $30 \times 30 \text{ mm}^2$ ยาว 1 m มีรูกลวงขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 6 mm ตลอดกึ่งกลางหน้าตัด ผงนี้มีอุณหภูมิ 70°C ผิวด้านนอกแท่งมีอุณหภูมิ 20°C และค่าสภาพการนำความร้อนของแท่ง $0.7 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ กรณีแบ่งเนื้อวัสดุเป็นชิ้นเล็กขนาดเท่ากันตลอดจำนวน 217 ชิ้น ปรากฏว่ามีความผิดพลาด -2.85 % แต่เมื่อทำการรวมชิ้นขนาดเล็ก 4 ชิ้นเป็น 1 ชิ้นใหญ่ ในบางบริเวณทำให้จำนวนชิ้นเหลือเพียง 127 ชิ้น ปรากฏว่ามีความผิดพลาด -3.30 % จากค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดที่ไม่แตกต่างกันมากนักแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองความต้านทานทางความร้อนนี้สามารถใช้ชิ้นเล็กและชิ้นใหญ่วิเคราะห์ร่วมกันได้ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ 2 มิติ ได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำยิ่งขึ้น

คำสำคัญ: ไฟไนต์รีซิสแทนซ์, ทฤษฎีเซฟเตอร์, ชิ้นเล็กและชิ้นใหญ่

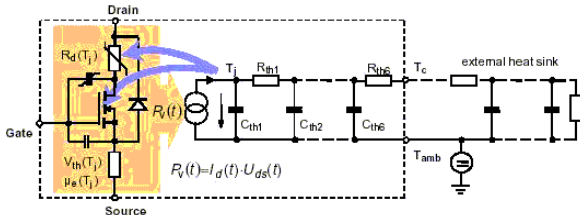
Abstract

This paper presents a new mathematical model to calculate heat transfer by 2 D finite resistance method. Some elements can consolidate to be a large size of element, this way can reduce many elements when compare with use only one size element. However each element still has 4 conduction resistances. Using an ELECTRONIC WORKBENCH software to calculate this resistance model and compare with 2 D conduction shape factor theory to find heat transfer rate error. On the calculation let a square rod, with $30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ for its width, length and thickness respectively; has a circular hollow diameter 6 mm through the center of cross section. The rod hollow wall having a temperature 70°C , the rod outside wall having a temperature 20°C and thermal conductivity is $0.7 \text{ W/m}^\circ\text{C}$. In the case of dividing cross section into 217 elements having an error result -2.85 %. But when 4 small elements consolidate to a large one element on some area can reduce to 127 elements having an error result -3.30 %. From a little difference on error results show that this heat resistance model let be combine small elements and large elements to calculating. It can be useful to solve a 2 D finite resistance for faster and higher accuracy.

Keywords: finite resistance method, shape factor theory, small and large elements

1. บทนำ

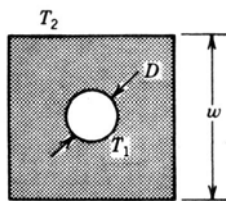
วิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์เป็นการคำนวณการถ่ายเทความร้อนซึ่งผสมผสานแนวคิดมาจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์และเทอร์มอลรีซิสแทนซ์ประกอบเข้าด้วยกัน[4][6] สำหรับบทความนี้จะใช้โปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้ในการคำนวณวงจรไฟฟ้าทั่วไปมาคำนวณหาอัตราการถ่ายเทความร้อน ซึ่งในการแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อน 1 มิติ แสดงให้เห็นว่าวิธีการนี้สามารถนำไปใช้ได้และให้ค่าความถูกต้องมากขึ้นเมื่อแบ่งจำนวนชิ้นมากขึ้น[1] ในการคำนวณวงจรไฟฟ้าเซมิคอนดักเตอร์ได้มีบทความการใช้วงจรไฟฟ้าเสมือนทางความร้อนคำนวณร่วมกัน[5] เนื่องจากการไหลของไฟฟ้ามีผลให้เกิดความร้อนในวงจรและความร้อนที่เกิดขึ้นในวงจรมีผลต่อการไหลของกระแสไฟฟ้าเช่นกัน



รูปที่ 1 วงจรไฟฟ้าด้านซ้ายมือเป็นวงจรไฟฟ้าของ DMOS ส่วนด้านขวามือเป็นวงจรไฟฟ้าของ Heat sink (5)

สำหรับการคำนวณแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อน 2 มิติได้คำนวณเปรียบเทียบความถูกต้องแล้วกับวิธีเซฟแฟคเตอร์[2] บทความนี้จะทำการรวมชิ้นส่วนย่อยในบริเวณที่คาดว่าจะมีผลต่อความถูกต้องในการคำนวณน้อยเป็นชิ้นขนาดใหญ่ขึ้น ซึ่งการลดจำนวนชิ้นลงจะทำให้ความเร็วในการคำนวณมากขึ้น และใช้ชิ้นส่วนน้อยลงในการคำนวณ ปัญหาที่มีรูปทรงซับซ้อนบริเวณขอบของวัสดุ

การคำนวณทดสอบความแม่นยำของแบบจำลองความต้านทานทางความร้อน 2 มิติ ที่มีชิ้นส่วนเล็กและใหญ่ปนกันนี้ใช้กับรูปทรงแท่งสี่เหลี่ยมหน้าตัดมีรูกลวงกลมตลอดทั้งกลางหน้าตัด เพื่อเปรียบเทียบกับผลการคำนวณทางจากตารางเซฟแฟคเตอร์ในกรณีของ Circular cylinder of length L in a square solid of equal length



รูปที่ 2 แท่งสี่เหลี่ยมมีรูกลวงกลมตลอดทั้งกลางหน้าตัด(Circular cylinder of length L in a square solid of equal length)

2. ทฤษฎีการถ่ายเทความร้อน 2 มิติ โดยใช้เซฟแฟคเตอร์

ในที่นี้จะกล่าวถึงการคำนวณการถ่ายเทความร้อนสำหรับรูปทรงแท่งสี่เหลี่ยมหน้าตัดมีรูกลวงกลมตลอดทั้งกลางหน้าตัด[3]

2.1 สมการการคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อน

อัตราการถ่ายเทความร้อนระหว่างผิววัสดุ 2 ด้าน สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\dot{Q} = SK(T_2 - T_1) \quad (1)$$

เมื่อ $\dot{Q}$ - อัตราการถ่ายเทความร้อน(W)

S - เซฟแฟคเตอร์ของการนำความร้อนเนื้อวัสดุ

k - สภาพการนำความร้อนเนื้อวัสดุ ($W/m \cdot ^\circ C$)

T_1, T_2 - อุณหภูมิผิววัสดุทั้ง 2 ด้าน โดยที่มีการกระจายอุณหภูมิเท่ากันตลอดผิว(Uniform temperature) ($^\circ C$)

2.2 ค่าเซฟแฟคเตอร์

จากตารางเซฟแฟคเตอร์ในกรณีของ Circular cylinder of length L in a square solid of equal length

$$S = \frac{2\pi l}{\ln(1.08w/D)} \quad (2)$$

โดย $w > D$ และ $l \gg w$

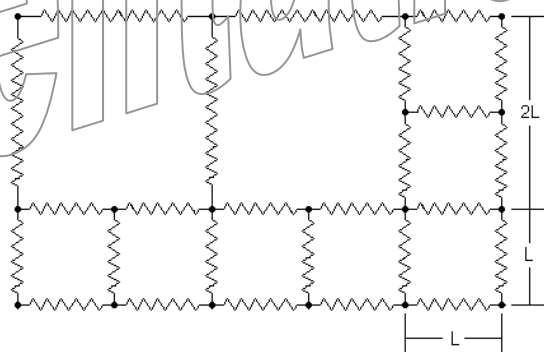
เมื่อ l - ความยาวแท่งสี่เหลี่ยม (m)

w - ความกว้างหน้าตัดท่อสี่เหลี่ยม (m)

D - เส้นผ่าศูนย์กลางรูกลวง (m)

3.การวิเคราะห์แบบวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์

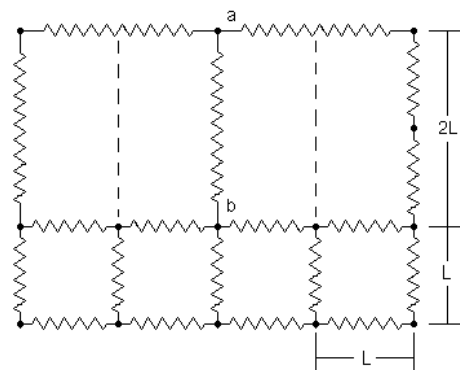
บทความนี้กำหนดให้มุมทั้ง 4 ของแต่ละชิ้นมีการถ่ายเทความร้อนผ่านตัวต้านทานการนำความร้อน ชิ้นเล็กแต่ละชิ้นแบ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด $L \times L$ และมีความหนา 1 m มีบางบริเวณได้รวมชิ้นส่วนเล็กๆจำนวน 4 ชิ้นเป็นชิ้นส่วนใหญ่ 1 ชิ้น ขนาด $2L \times 2L$ และมีความหนาเท่าเดิม ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 การรวมชิ้นส่วนในเนื้อวัสดุขนาดเล็ก 4 ชิ้นเป็นชิ้นใหญ่ 1 ชิ้น

3.1 ตัวต้านทานการนำความร้อนในเนื้อวัสดุ

ค่าความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุสำหรับชิ้นเล็กได้หาไว้แล้ว[2] ในที่นี้จะหาค่าความต้านทานสำหรับชิ้นใหญ่ ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 การถ่ายเทความร้อนระหว่างหัวมุมของชิ้นใหญ่ในเนื้อวัสดุ จากจุด a ไปยังจุด b โดยผ่านเนื้อวัสดุชิ้นใหญ่ 2 ชิ้น

จากรูปที่ 4 พิจารณาการถ่ายเทความร้อนระหว่างจุดในกรอบเส้นประ เพื่อหาค่าความต้านทานความร้อนสามารถหาค่าได้ดังนี้[7]

$$R_{\text{Cond}} = \frac{2L}{kA_n} \quad (3)$$

เมื่อ R_{Cond} - ความต้านทานความร้อนระหว่าง 2 จุด ($^{\circ}\text{C/W}$)

$2L$ - ความยาว Element (m) ของชั้นใหญ่

k - สภาพการนำความร้อน ($\text{W/m} \cdot ^{\circ}\text{C}$)

A_n - พื้นที่ในแนวตั้งฉากการถ่ายเทความร้อน (m^2)

$$A_n = 2L \cdot 1 = 2L \quad \text{m}^2$$

แทนค่า A_n ในสมการ(3)

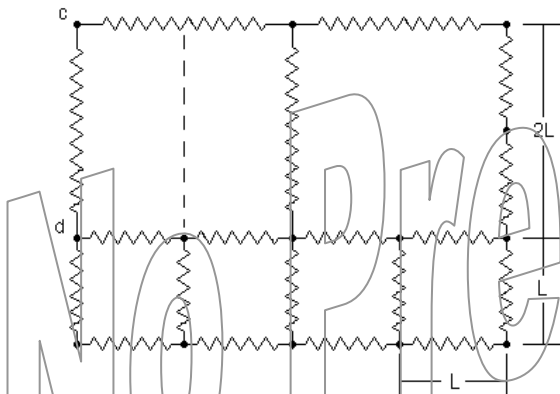
$$R_{\text{Cond,inside}} = \frac{2L}{k2L} = \frac{1}{k} \quad (4)$$

เมื่อ $R_{\text{Cond,inside}}$ - ความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุ ($^{\circ}\text{C/W}$)

3.2 ตัวต้านทานการนำความร้อนบริเวณขอบวัสดุ

ค่าความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุสำหรับชั้นเล็กได้หาไว้แล้ว

[2] ในที่นี้จะหาค่าความต้านทานสำหรับชั้นใหญ่ ดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 การถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบเนื้อวัสดุ จากจุด c ไปยังจุด d โดยผ่านเนื้อวัสดุชั้นใหญ่ชั้นเดียว

พิจารณาการถ่ายเทความร้อนระหว่างจุดในกรอบเส้นประสามารถหาค่าพื้นที่ในแนวตั้งฉากความร้อนไหลผ่านดังนี้ได้ดังนี้

$$A_n = L \cdot 1 = L \quad \text{m}^2$$

แทนค่า A_n ในสมการ(3)

$$R_{\text{Cond,edge}} = \frac{2L}{kL} = \frac{2}{k} \quad (5)$$

เมื่อ $R_{\text{Cond,edge}}$ - ความต้านทานความร้อนบริเวณขอบวัสดุ ($^{\circ}\text{C/W}$)

3.3 ตัวต้านทานการนำความร้อนบริเวณขอบวัสดุชั้นเล็กที่สัมผัสชั้นใหญ่

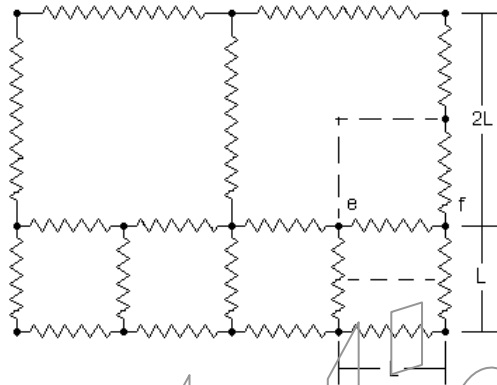
ความต้านทานการนำความร้อนบริเวณรอยต่อของวัสดุจะพิจารณาที่บริเวณขอบวัสดุชั้นเล็กดังรูปที่ 6 การถ่ายเทความร้อนระหว่างจุดในกรอบเส้นประสามารถหาค่าพื้นที่ในแนวตั้งฉากความร้อนไหลผ่านดังนี้ได้ดังนี้

$$A_n = L \cdot 1 + (L/2) \cdot 1 = 3L/2 \quad \text{m}^2$$

แทนค่า A_n ในสมการ(3)

$$R_{\text{Cond,contact}} = \frac{L}{k[3L/2]} = \frac{2}{3k} \quad (6)$$

เมื่อ $R_{\text{Cond,contact}}$ - ความต้านทานความร้อนบริเวณวัสดุชั้นเล็กสัมผัสชั้นใหญ่ ($^{\circ}\text{C/W}$)



รูปที่ 6 การถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบวัสดุชั้นเล็กที่สัมผัสชั้นใหญ่ จากจุด e ไปยังจุด f โดยผ่านเนื้อวัสดุชั้นใหญ่ชั้นเดียว

4.การคำนวณเปรียบเทียบ

กำหนดให้แท่งแก้ว (Glass, Lead or window) สี่เหลี่ยมมีขนาดหน้าตัด ($w \times w$) $30 \times 30 \text{ mm}^2$. ยาว (l) 1 m. มีรูกลวงเป็นวงกลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง (D) 6 mm. ตลอดทั้งกลางหน้าตัด ผังรูมีอุณหภูมิ (T_1) 70°C ผิวด้านนอกแท่งแก้วมีอุณหภูมิ (T_2) 20°C และค่าสภาพการนำความร้อนของแก้ว (k) $0.7 \text{ W/m} \cdot ^{\circ}\text{C}$ [7]

4.1 คำนวณโดยใช้เซฟแฟคเตอร์

มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. คำนวณค่าเซฟแฟคเตอร์ จากสมการที่ (2)

$$S = 3.725800051 \text{ m}$$

2. คำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อน จากสมการที่ (1)

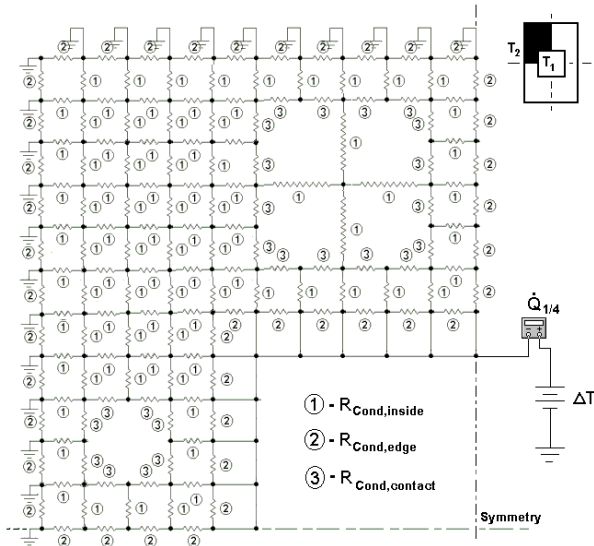
$$\dot{Q} = 130.4030018 \text{ W}$$

4.2 คำนวณด้วยวิธีไฟไนต์ริซีสแทนซ์

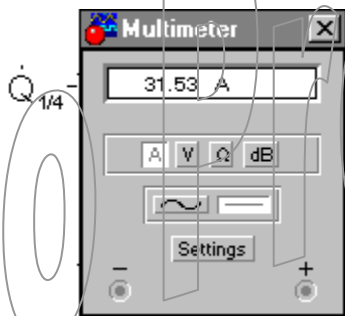
สำหรับการคำนวณนี้ใช้โปรแกรมอิเลคทรอนิกส์เวอร์คเบนซ์คำนวณ แต่อย่างไรก็ตามสามารถใช้โปรแกรมสำเร็จรูปวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าอื่นก็ได้

ในที่นี้จะคำนวณเพียง 1/4 ของหน้าตัดเท่านั้น แล้วจึงนำผลลัพธ์ที่ได้มาคูณด้วย 4 เป็นคำตอบในภายหลัง เริ่มต้นด้วยการแบ่งหน้าตัดแท่งแก้วออกเป็นชั้นเล็ก ๆ เป็นชั้นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด ($L \times L$) $1 \times 1 \text{ mm}^2$ จะได้จำนวน 217 ชั้น แล้วยุบรวมชั้นเล็ก ๆ บางบริเวณเข้าด้วยกันโดย 4 ชั้นเล็กเป็นหนึ่งชั้นใหญ่ จนเหลือจำนวนชั้นทั้งหมด 127 ชั้น แต่ละชั้นให้มีความหนาเท่ากับ 1 m แล้วคำนวณค่าความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุ จาก(4) $R_{\text{Cond,inside}} = 1.428571428571^{\circ}\text{C/W}$, คำนวณความต้านทานความร้อนบริเวณขอบวัสดุ จาก(5) $R_{\text{Cond,edge}} = 2.857142857143^{\circ}\text{C/W}$ และคำนวณความต้านทานความร้อนบริเวณ

วัสดุชั้นเล็กสัมผัสชั้นใหญ่ จาก(6) $R_{\text{Cond,contact}} = 0.9523809523807$ °C/W หลังจากนี้ให้เขียนตัวต้านทานลงใน Work sheet ในโปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เวอร์คเบนซ์ แสดงดังรูปที่ 7 แล้วจึงให้โปรแกรมคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อน($Q_{1/4}$) ดังรูปที่ 8 ซึ่งค่ากระแสไฟฟ้าที่ได้คืออัตราการถ่ายเทความร้อนนั่นเอง



รูปที่ 7 วงจรไฟฟ้าในโปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เวอร์คเบนซ์ สำหรับการคำนวณหนึ่งในสี่ของหน้าตัด โดยใช้ 75 element



รูปที่ 8 ผลการคำนวณด้วยโปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เวอร์คเบนซ์ สำหรับการแบ่งเนื้อวัสดุเป็นชั้นเล็กป็นชั้นใหญ่ในบางบริเวณ ผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรมเป็นดังนี้

$$Q_{1/4} = 31.53 \text{ W}$$

$$\dot{Q} = 4.31.53 = 126.12 \text{ W}$$

5. วิเคราะห์ผล

จากค่าที่คำนวณได้โดยการแบ่งเป็นชั้นเล็กๆโดยตลอด และค่าที่คำนวณได้โดยการแบ่งเป็นชั้นเล็กชั้นใหญ่ปนกัน นำมาความผิดพลาดที่แตกต่างจากทฤษฎี(%Error) ได้ค่าความผิดพลาดตารางที่ 1 ตารางที่ 1 เปรียบเทียบการคำนวณวิธีต่างๆ

วิธีการคำนวณ	อัตราการถ่ายเทความร้อน (W)	ความผิดพลาด (%)
เซฟแฟคเตอร์	130.4030018	0.0(ใช้อ้างอิง)
ชั้นเล็กทั้งหมด 217 ชั้น [2]	126.6800000	-2.85499701
ชั้นเล็กและชั้นใหญ่ 127 ชั้น	126.1200000	-3.28443498

จะเห็นได้ว่าเป็นค่าที่ยอมรับได้ในเชิงวิศวกรรม จากการลดจำนวนชั้นลงจาก 217 ชั้น เหลือ 127 ชั้น หรือลดลง 41.47465437788 % ทำให้สามารถสร้างจำนวนชั้นเล็กๆในบริเวณขอบวัสดุที่สนใจได้มากขึ้น จะมีผลให้เพิ่มความแม่นยำและลดเวลาคำนวณลงได้

6. สรุป

เมื่อกำหนดให้แท่งแกวส์เหลี่ยมมีขนาดหน้าตัด 30X30 mm² ยาว 1 m มีรูกลวงขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 6 mm ตลอดกึ่งกลางหน้าตัด ผงมีอุณหภูมิ 70 °C ผิวด้านนอกแท่งแกวส์อุณหภูมิ 20 °C และค่าสภาพการนำความร้อนของแกวส์ 0.7 W/m.°C กรณีแบ่งเนื้อวัสดุเป็นชั้นเล็กขนาดเท่ากันตลอดจำนวน 217 ชั้น ปรากฏว่ามีความผิดพลาด -2.85 % แต่เมื่อทำการรวมชั้นขนาดเล็ก 4 ชั้นเป็น 1 ชั้นใหญ่ ในบางบริเวณทำให้จำนวนชั้นเหลือเพียง 127 ชั้น ปรากฏว่ามีความผิดพลาด -3.30 % จากค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดที่ไม่แตกต่างกันมากนักแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองความต้านทานทางความร้อนนี้สามารถหาคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ 2 มิติ ร่วมกับโปรแกรมสำเร็จรูปวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- [1] ประเสริฐ อินประเสริฐ, "การคำนวณการถ่ายเทความร้อนผ่านครีบริบายความร้อนด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์กรณีปลายครีบริบายมีการถ่ายเทความร้อน", การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 17, ปี พ.ศ. 2546, หน้า 116-119
- [2] ประเสริฐ อินประเสริฐ, "การคำนวณการถ่ายเทความร้อนผ่านแท่งสี่เหลี่ยมมีรูกลวงตลอดกึ่งกลางหน้าตัดด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ 2 มิติ", การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 18, ปี พ.ศ. 2547, หน้า 431-434
- [3] Frank W. Schmidt, Robert E. Henderson, Carl H. Wolgemuth.; 'Introduction to Thermal Sciences'; The Pennsylvania State University; U.S.A.; Second edition; John Wiley&Sons,Inc; Singapore; 1993; pp 315-319
- [4] Jan F. Kreider, Ari Rabl; 'Heating and Cooling of Buildings'; University of Colorado at Boulder; U.S.A.; McGraw-Hill, inc; New York; 1994; pp 370-378
- [5] Martin Marz,Paul Nance; 'Thermal Modeling of Power-electronic Systems'; Fraunhofer Institute for Integrated Circuit; http://www.iisb.fraunhofer.de/de/arb_geb/pub_les/02_00.pdf
- [6] Satish P. Ketkar; 'Numerical Thermal Analysis'; The MacNeal-Schwendler Corporation; U.S.A.; ASME Press; New York; 1999; pp 63-70
- [7] Yunus A. Cengel; 'Heat Transfer a Practical Approach'; University of Nevada,Reno; U.S.A.; McGraw-Hill, Inc; 1998; pp 226,957