การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 17 15-17 ตุลาคม 2546 จังหวัด ปราจีนบุรี

การทำนายการไหลแบบปั่นป่วนที่มีการฉีดกระทบ Prediction of Turbulent Flow of a Confined Impinging Jet

เมืองแก้ว ยุตัน ชนาธิป ชัยดิลกพัฒนากุล พงษ์เจต พรหมวงศ์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ถ.ฉลองกรุง แขวงลำปลาทิว เขตลาดกระบัง กรุงเทพ 10520 โทรศัพท์ 66-2326-4197 โทรสาร 66-2326-4198 E-mail: <u>kppongje@kmitl.ac.th</u>

Muangkaew Yutan Chanatip Chaidilokpattanakul Pongjet Promvonge Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang Chalongkrung Road, Ladkrabang, Bangkok 10520

Tel. 662-326-4197 ext 104, Fax 662-326-4198, E-mail: <u>kppongje@kmitl.ac.th</u>

บทคัดย่อ

บทความนี้เสนอการทำนายการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent) ที่มีการฉีดของไหลกระทบในพื้นที่จำกัด (Confined Impinging Jet) โดยนำวิธีปริมาตรสืบเนื่อง (Finite Volume) ร่วมกับแบบจำลอง ความปั่นป่วน *k* – *ε* model และ Reynolds stress model (RSM) โดยใช้รูปแบบผลต่างอนุพันธ์ลำดับที่หนึ่งมาคำนวณ คือ upwind scheme ผลลัพธ์ของการทำนายรูปร่างของความเร็วตามแนวรัศมี ถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่วัดโดย laser Doppler velocimetry (LDV) ผลการคำนวณปรากฏว่า RSM สามารถทำนาย ได้ดีกว่า *k* – *ε* model

Abstract

The paper presents the numerical simulation of steady incompressible turbulent flow of a confined impinging jet. A finite volume approach with standard $k - \varepsilon$ turbulence model including a Reynolds stress model (RSM) is used in predicting the impinging jet flows together with a first order upwind numerical scheme. The predicted results of radial velocity profiles are compared with available laser Doppler velocimetry (LDV) experimental data. The computations show that the RSM performs better than the $k - \varepsilon$ model in comparison with measurements

1.บทนำ

การฉีดของไหลเข้าไปในช่องปิด (confined channel) เพื่อ ศึกษาการไหลปั่นป่วนที่เกิดขึ้น ซึ่งมีผลต่อการถ่ายเทมวล ความร้อน และการหล่อเย็นแล้วยังถูกนำไปประยุกต์ใช้ในอุตสาหกรรมที่เรา ต้องการอบชุบชิ้นส่วนอุปกรณ์ต่างๆ เช่น ชิ้นส่วนอิเลคทรอนิค ใบพัดกังหันและอื่นๆ ซึ่งเป็นการศึกษาปัญหาที่ได้รับความสนใจ อย่างต่อเนื่องที่ผ่านมาเนื่องจากคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันความ สามารถยังมีประสิทธิภาพไม่เพียงพอ จึงได้คิดค้น turbulence model แบบต่างๆ ขึ้นเพื่อช่วยวิเคราะห์ทำนายการไหลที่เกิดขึ้น ใน บทความนี้จะทำการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลของแบบจำลองความ ปั้นป่วน *k* – *ɛ* model และ RSM ทีมีผลต่อการไหลแบบปั้นป่วนใน การฉีดกระทบในช่องปิด โดยใช้ program code ที่เขียนขึ้นมา พัฒนาต่อจาก TEACH-T code [9] และนำผลการคำนวณที่ได้ไป เปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองของ Fitzgerald and Garmella.(1997) [4]

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 สมการพื้นฐานของการไหล

ในบทความนี้เป็นการวิเคราะห์การไหลแบบอัดตัวไม่ได้, ไม่มี การถ่ายเทความร้อน, เป็นการไหลแบบมีความหนึด มีสมการที่ใช้อยู่ คือสมการการอนุรักษ์มวล กับสมการโมเมนดัม โดยเขียนสมการดัง กล่าวอยู่ในรูปของค่าเฉลี่ยของเวลา (time-averaged) ซึ่งแสดงในรูป แบบ tensor ดังนี้

สมการอนุรักษ์มวล

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \tag{1}$$

สมการโมเมนตัม

$$\frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{t}_{ij} + \tau_{ij} \right)$$
(2)

้ค่าความเค้นเฉลี่ยเนื่องจากความหนืด, *เ*_{ii} จะประมาณเป็น

$$\bar{t}_{ij} \cong \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$
(3)

โดย μ คือ laminar viscosity ส่วนค่าความเค้นเฉลี่ยของ Reynolds stress, τ_{ii} จะเขียนอยู่ในรูป

 $\tau_{ij} = -\rho u_i u_j$ (4) ค่า τ_{ij} ซึ่งยังไม่ทราบค่า ดังนั้นจำเป็นต้องอาศัยแบบจำลอง $k - \varepsilon$ model ในการหาค่า τ_{ij}

ใน $k - \varepsilon$ model เทอม Reynolds stresses จะถูกสร้างเป็น ความสัมพันธ์เชิงเส้นกับ mean strain rate โดย eddy viscosity ซึ่ง ค่า eddy viscosity จะกำหนดให้มีความสัมพันธ์กับ turbulent kinetic energy,(k) และ dissipation rate (ε) โดยใช้ Boussinesq's approximation [7,8] คือ

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3}\delta_{ij}(\rho k) + \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$
(5)

โดยที่ $\mu_t = \rho C_{\mu} k^2 / \varepsilon$ คือ turbulent eddy viscosity สมการของ turbulent kinetic energy (TKE) k จะอยู่ในรูป [7,8]

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_j k \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G - \rho \varepsilon$$
(6)

สมการ dissipation rate ของ turbulent kinetic energy [7,8] จะได้

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_j \varepsilon \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{k} \left(C_{\varepsilon 1} G - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon \right)$$
(7)

ซึ่ง G แทน generation rate of turbulent kinetic energy ขณะที่ $ho_{\mathcal{E}}$ เป็น destruction rate โดย G จะเป็น

$$G = \mu_e \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right]$$
(8)

ค่าขอบเขตสำหรับค่าต่าง ๆ ของ turbulent ที่ใกล้ผนังสามารถหาได้ จาก wall function โดยมีค่าคงที่ที่เกี่ยวข้องกับสมการต่าง ๆที่ผ่านมา มีดังนี้คือ $\sigma_k = 1.0, \sigma_{\mathcal{E}} = 1.3, C_{\mathcal{E}1} = 1.44, C_{\mathcal{E}2} = 1.92$ และ $C_{\mu} = 0.09$ เป็นค่าคงที่ [6] ซึ่งโดย $\mu_e = \mu_t + \mu$

2.2 Reynolds Stress Model (RSM)

Reynolds-averaged transport equations สามารถแก้หาค่า สำหรับ _{τ_{ij} , [7,8] แล้วจัดรูปของสมการต่างๆได้ใหม่เป็น}

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial (u_k \tau_{ij})}{\partial x_k} = -G_{ij} - \Phi_{ij} + D_{ij} + \varepsilon_{ij}$$
(9)

$$\begin{aligned} G_{ij} &= \rho P_{ij} = -\left(\rho u_i \dot{u}_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \rho u_j \dot{u}_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right) \\ \Phi_{ij} &= -C_1 \frac{\rho \varepsilon}{k} \left(\overline{u_i \dot{u}_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}\right) - C_2 \left(G_{ij} - \frac{2}{3} G \delta_{ij}\right) \\ D_{ij} &= -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_T} \frac{\partial \overline{u_i \dot{u}_j}}{\partial x_k}\right) \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{2}{3} \rho \varepsilon \delta_{ij} \end{aligned}$$

ซึ่งโดยที่ G_{ij} = local production, Φ_{ij} = local pressure strain, D_{ij} = net diffusive transport, ε_{ij} = local dissipation tensor โดยที่ C₁ = 2.5, และ C₂ = 0.55 เป็นค่าคงที่ [7].

2.3 รูปแบบทั่วไปของสมการควบคุม

จากสมการเชิงอนุพันธ์ที่กล่าวมาข้างต้นทุกสมการสามารถ เขียนในรูปแบบมาตรฐานที่ประกอบด้วยเทอม Convection, Diffusion, และ Source terms [5,6] สำหรับการไหลในพิกัดทรง กระบอกแบบสองมิติได้ดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{1}{r}(r\rho v\phi) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_{\phi x}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_{\phi r}\frac{\partial\phi}{\partial r}\right) = S_{\phi}$$
(10)

โดยที่ ϕ เป็นค่าตัวแปรใด ๆตามสมการ $\Gamma_{\phi r}$ และ $\Gamma_{\phi r}$ จะเปลี่ยนแปลง ตามค่า ϕ และ S_{ϕ} เป็น source term

สำหรับรายละเอียดของค่า $\Gamma_{\phi r}$, $\Gamma_{\phi r}$ และ S_{ϕ} ที่ค่า ϕ ต่าง ๆ จะ หาได้จากเอกสารอ้างอิง [1,2,3]

2.4 Discretization ของสมการ

Discretization สมการข้างต้นได้โดยการอินทิเกรตสมการควบ คุมตลอดทั้งปริมาตรควบคุม ที่มีการแบ่งออกเป็นกริด ทำให้ได้ระบบ สมการอย่างง่ายดังต่อไปนี้

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + S \tag{11}$$

สมการที่(11) นี้จะได้มาจากสมการ discretised diffusion term ของ สมการควบคุม โดยใช้ central differencing scheme ส่วน convection term ของสมการควบคุมนั้นจะไม่สามารถ discretise ได้ โดยตรงในการวิเคราะห์นี้ต้องอาศัย upwind scheme เข้าช่วย

2.4.1 กระบวนการหาคำตอบ

การคำนวณในที่นี้ สมการค่าเฉลี่ยของเวลา (time averaged Navier-Stokes equation) ในสมการที่ (1), (2) สมการ turbulent kinetic energy (TKE) ในสมการที่ (6), สมการ dissipation rate ของ turbulent kinetic energy ในสมการ (7), สมการ (4) สำหรับ k - ɛ model หรือสมการ (9) สำหรับ RSM จะถูกแก้สมการโดย อาศัยวิธีการเชิงดัวเลขที่เรียกว่า วิธีการปริมาตรสืบเนื่อง โดยจะใช้ SIMPLE algorithm [5, 6] ในการแยกความสัมพันธ์ที่มีต่อกัน ระหว่างความดันกับความเร็วและยังใช้ในกระบวนการทำซ้ำ ส่วน upwind scheme จะใช้ในการ discretise เทอม convection และ เทอม diffusion จะถูก discretise โดย central differencing scheme บนกริดที่แบ่งแบบ staggered ในการแก้ระบบสมการที่เกิดขึ้นจะใช้ เทคนิคของวิธีการ TDMA (tri diagonal matrix algorithm) แบบ line by line sweeping ในการหาคำตอบ [5, 6]

3. ลักษณะของปัญหา

Fitzgerald and Garmella [4] ทำการศึกษาปัญหาการไหลฉีด กระทบ โดยการวิเคราะห์นี้ได้มาจากการทดลอง ซึ่งเป็นการทดลอง โดยใช้ laser doppler velocimetry (LDV) ในการหาค่าต่างๆ จากใน รูปที่ 1 ซึ่งจะมีค่า H/d = 2,3 และ d = 6.35 mm. r = 69.85 mm. เงื่อนไขที่ใช้ในการคำนวณดังต่อไปนี้ โดยของไหลที่ฉีดคือ perfluorinated dielectric liquid (FC 77), และได้กำหนดอุณหภูมิไว้ ที่ 20°C ซึ่งเป็นค่าที่แสดงบอกถึงคุณสมบัติของของไหลที่ใช้คือ $(\rho = 1789 kg/m^3, \nu = 0.86 \times 10^{-6} m^2/s)$ ที่ $\text{Re}_D = 13,000$



รูปที่ 1 ลักษณะของการฉีดกระทบ และ computational domain

ในการคำนวณการทำนายการไหลในที่นี้จะใช้เงื่อนไขของ axisymmetric ฉะนั้น computational domain จะใช้เพียงครึ่งเดียว โดยในการคำนวณแบ่งโดเมนออกเป็นกริดขนาด 80x110 จุดต่อ (80 ตามแนวแกน x และ 110 ตามแนวแกน r) ในที่นี้จะสนใจการจำลอง ในช่วงจุด r/d = 0 ถึง 4.00 และ x/d = 0 ถึง 0.5 :ซึ่งผลที่ได้จะ เปรียบเทียบกับผลจากการทดลอง และ contour plot ของ stream function ที่ทำนายได้ จะถูกเปรียบเทียบกับผลจากการทดลองในช่วง บริเวณ r/d = 0 ถึง 11 ส่วนที่ x/d = 0 ถึง 2 และที่ x/d = 0 ถึง 3

4. ผลการคำนวณและวิเคราะห์

ผลจากการวิเคราห์การไหลแบบปั่นป่วนที่มีการไหลฉีดกระทบ โดยอาศัยสมการเชิงตัวเลขร่วมกับ *k* – *ɛ* model และ RSM ถูกนำ มาแสดงในรูปของความเร็วตามแนวรัศมีที่ตำแหน่งต่างๆ กับระยะ ความสูงของช่องการไหลออกที่แตกต่างกันดังในรูปที่ 2 และ 5 รวม ทั้ง contour plot และ vector plot ในรูปที่ 3, 4, 6, 7 และ 8

รูปที่ 2(a), (b) และ รูปที่ 5(a), (b) แสดงการเปรียบเทียบผล การคำนวณความเร็วเฉลี่ยตามแนวรัศมี u/V_j ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM ที่ตำแหน่งช่วง r/d = 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.25, 2.50, 2.75, 3.00, 3.50, และ
4.00 โดยเทียบสัดส่วนที่ x/d = 2 ซึ่งในรูปที่ 2(a), (b) เปรียบเทียบ กับค่าผลที่ได้จากการทดลองที่ระยะ H/d = 2 จะเห็นได้ว่าค่าที่ ทำนายได้โดย RSM นั้นใกล้เคียงกับผลการทดลองที่บริเวณช่วงโค้ง ใกล้ผนังที่ระยะ x/d = 0 ถึง 0.1 ส่วนที่ห่างจากผนังออกไปที่ระยะ
x/d = 0.1 ถึง 0.5 ค่าการทำนายโดย k - ɛ model มีค่าใกล้เคียง กับผลการทดลองมากกว่าและจะเป็นลักษณะแบบนี้เกียบตลอดทุก ช่วงตำแหน่งหลังจากเมื่อเลยผ่านช่วงที่ r/d = 0.5 ที่ผ่านมา รูปที่ 5 (a), (b) แสดงการเปรียบเทียบที่ระยะ H/d = 3 บอกได้ว่าลักษณะ ความสูงของเส้นกราฟความเร็วจะลดลงต่ำกว่าของรูปที่ 2(a), (b)

รูปที่ 3 และ 4 แสดง contour plot ของ stream function ที่ ทำนายโดย $k - \varepsilon$ model และ RSM ซึ่ง contour plot ที่นำมาแสดง นี้จะอยู่ในบริเวณพื้นที่ระยะความสูงที่ x/d = 0 ถึง 2 และช่วง r/d = 0 ถึง 11 ของทั้ง 2 models จะเห็นได้ว่าระยะการเกิดศูนย์กลางการ หมุนวน (recirculation) จากของทั้ง 2 models จะแตกต่างกันโดย เห็นได้อย่างชัดเจนเลยว่าศูนย์กลางการหมุนวนของ $k - \varepsilon$ model จากรูปที่ 3 จะอยู่ที่ r/d = 5.9 และ x/d = 0.85 ส่วนของ RSM จาก รูปที่ 4 เกิดศูนย์กลางการหมุนวน 2 จุดคือ r/d = 7 และ x/d = 1 และที่ r/d = 9.8 และ x/d = 0.7

รูปที่ 5(a), (b) แสดงระยะความสูงของช่องการไหลที่ H/d = 3 จะเห็นได้ว่าลักษณะความสูงที่เส้นกราฟของปริมาณความเร็วลดลง ต่ำกว่าของรูปที่ 2(a), (b) เล็กน้อย แต่ในรูปที่ 5(a), (b) ผลการ ทำนายของทั้ง 2 models จะให้การทำนายใกล้เคียงกันกับผลการ ทดลองตั้งแต่ระยะความสูง x/d > 0.1 ที่เลยห่างจากผนังด้านล่างขึ้น ไปและส่วนที่ระยะใกลัผนังตั้งแต่ตำแหน่งช่วง r/d = 0.75 เป็นตันไป ้จนถึง r/d = 4.00 ผลของทั้ง 2 models จะให้การทำนายต่ำกว่าผลที่ ได้จากการทดลอง ส่วน contour plot ของ stream function แสดงไว้ ในรูปที่ 6, 7 และ 8 โดยรูปที่ 6 และ 7 มีระยะความสูง x/d = 0 ถึง 3 และช่วง r/d = 0 ถึง 11 ส่วนรูปที่ 8 จากของผลการทดลองอยู่ที่ x/d ≈1 ถึง 2 และช่วง r/d = –0.5 ถึง 11 ซึ่งผลจากการทำนายของแต่ ละ model โดยของ $k-\varepsilon$ model จากรูปที่ 6 ศูนย์กลางที่เกิดการ หมุนวน (recirculation) อยู่ที่ช่วง r/d = 8.75 และ x/d = 1.23 ส่วน ของ RSM จากรูปที่ 7 อยู่ที่ช่วง r/d = 9.35 และ x/d = 1.19 โดยที่ ของผลจากการทดลองที่แสดงไว้ในรูปที่ 8 อยู่ที่ r/d = 9.3 และ x/d = 1.25 อย่างไรก็ตามจากที่ได้แสดงไว้ที่รูปต่างๆตามลำดับที่ผ่านมาทั้ง ผลจากการคำนวณและการทดลอง สามารถบอกได้ว่าค่าที่ทำนายได้ $k-\varepsilon$ model มีค่าความแม่นยำใกล้เคียงน้อยกว่า RSM โดย ประมาณ 20-30 % เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่ได้



ร**ูปที่ 2** การเปรียบเทียบผลการทำนายความเร็วตามแนวรัศมี ที่ H/d = 2 ทำนายโดย *k* − ε model, RSM model และ ผลจากการทดลอง [4] (a) ช่วง r/d = 0.25 – 1.75, (b) ช่วง r/d = 2.00 – 4.00



รูปที่ 4 contour plot ของ stream function ที่ H/d = 2 ทำนายโดย RSM



ร**ูปที่ 5** การเปรียบเทียบผลการทำนายความเร็วตามแนวรัศมี ที่ H/d = 3 ทำนายโดย *k* − ε model, RSM model และ ผลจากการทดลอง [4] (a) ช่วง r/d = 0.25 – 1.75, (b) ช่วง r/d = 2.00 – 4.00





รูปที่ 7 contour plot ของ stream function ที่ H/d = 3 ทำนายโดย RSM



รูปที่ 8 contour plot ของ stream function จากผลการทดลอง [4]

5. สรุป

ผลการทำนายการไหลแบบปั่นป่วนที่มีการฉีดกระทบในพื้นที่ จำกัดโดยใช้ *k* – *ɛ* model และ RSM ในการคำนวณนี้มีผลลัพธ์ที่ ได้จากการทำนายการไหลของทั้ง 2 models และเปรียบเทียบกับ การทดลอง พบว่าจากค่าที่แสดงของระยะความสูงของช่องการไหล ออกของทั้ง 2 models คือที่ระยะ H/d = 2 และ 3 ที่ของการทำนาย โดย RSM จะให้การทำนายใกล้เคียงกับผลการทดลองมากกว่า *k* – *ɛ* model เมื่อมองโดยภาพรวม ส่วนที่ช่วงของความเร็วตาม แนวรัศมีที่เริ่มต้นออกจากบริเวณแกนกลางที่หัวฉีดฉีดกระทบที่ผนัง ด้านล่างช่วง r/d = 0.25 ผลจากการทำนายทั้ง 2 models จะให้ค่าที่ ได้แตกต่างจากผลการทดลองเล็กน้อย โดยมาจากที่เราใช้ข้อสมมูติ ฐานตอนต้นให้ไม่มีความเร็วเกิดขึ้นที่ในช่วง r/d = 0

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] พงษ์เจต พรหมวงศ์ และ ปริญญา รวมภัคดีกุล, "การศึกษา สนามการไหลเชิงตัวเลขของการฉีดกระทบ",สัมมนาวิชาการ วิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 13, 2542, เล่ม 1, หน้า 146-151
- [2] เมืองแก้ว ยุตัน และ พงษ์เจต พรหมวงศ์, "การศึกษาสนามการ ใหลเชิงตัวเลขของการฉีดกระทบ",การประชุมวิชาการเครือข่าย วิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 16, 2545, หน้า 217-222

- [3] P. Promvonge, S. Sripattanapipat, M. Yutan, "Numerical Simulation of Turbulent Flow of a Confined Impinging Jet", The 7th ANSCSE, 24–26 March 2003, pp. 54-59
- [4] J.A. Fitzgerald and S.V. Garmella, "A Study of the flow field of a confined and submerged impinging jet", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 41, (1997), pp. 1025-1034.
- [5] Patankar S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, (1980), Washington, D.C.
- [6] Versteeg H.K. and Malalasekera W., "An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method", Longman Scientific & Technical, Longman Group Limited, (1995), England
- [7] Wilcox C.D., "Turbulent Modelling for CFD", DCW Industries, Inc., (1993), California
- [8] Gatski T.B., "Turbulent Flows: Model Equations and Solution Methodology", in Handbook of Computational Fluid Mechanics, Edited by Roger Peyret, Academic Press Ltd, (1986), London
- [9] Gosman, A.D. and Ideriah, F.J.K., "Teaching Elliptic Axisymmetry Characteristics Heuristically-Turbulence", (TEACH-T), (1976), Imperial College, London