

การทำนายเชิงตัวเลขของอัตราการผลิตและภาระความเย็น ในกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลอด

A Numerical Prediction of the Production Rate and the Cooling Load of a Tubular-Ice Making Process

จิตติน แดงเที่ยง

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ, 10330

โทร 0-22186590 โทรสาร 0-22522889 E-mail: fmeett@eng.chula.ac.th

Keywords: Numerical Method, Solidification, Ice-Making Process, Production Rate, Cooling Load

บทคัดย่อ

อุตสาหกรรมการผลิตน้ำแข็งหลอดเป็นอุตสาหกรรมหนึ่งที่มีความสำคัญต่อผู้บริโภคโดยเฉพาะประเทศที่มีอากาศร้อน น้ำแข็งหลอดก็เป็นน้ำแข็งในรูปลักษณะหนึ่งที่มีการบริโภคและจำหน่ายกันอย่างแพร่หลาย งานวิจัยชิ้นนี้จะเป็นการศึกษาเชิงตัวเลขของอัตราการผลิตและภาระความเย็นในกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลอด ในการพิจารณาระบบจะตั้งสมมติฐานให้ปัญหามีหนึ่งมิติในแนวรัศมีและอยู่ในสภาวะไม่คงที่ สมการตั้งต้นจะประกอบด้วยสองบริเวณคือบริเวณผนังและบริเวณน้ำแข็ง เงื่อนไขขอบเขตของบริเวณผนังจะเป็นการพาความร้อนของการเดือดจากแอมโมเนียซึ่งถือสารทำความเย็น ส่วนอีกด้านหนึ่งของบริเวณน้ำแข็งจะเป็นการแข็งตัวของน้ำที่อุณหภูมิคงที่ ระบบสมการในทั้งสองบริเวณจะถูกเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของเทอมไร้มิติ จากนั้นทำการแก้ระบบสมการดังกล่าวโดยอาศัยวิธีผลต่างสลับเนื่อง ผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่อยู่ในรูปค่าความหนาของน้ำแข็งจะนำไปเปรียบเทียบกับค่าที่วัดได้จากโรงงาน ซึ่งจะพบว่าค่าทั้งสองมีความสอดคล้องในเชิงคุณภาพ จากนั้นก็นำผลการคำนวณดังกล่าวไปทำนายอัตราการผลิตและภาระความเย็นของกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลอด จะเป็นได้ว่าการเปลี่ยนแปลงอัตราการผลิตและภาระความเย็นเมื่อเทียบกับเวลาจะมีลักษณะคล้ายคลึงกัน นั่นคืออัตราการผลิตและภาระความเย็นจะมีค่าสูงในช่วงเริ่มต้นของการผลิตและจะลดลงเข้าสู่ศูนย์ในช่วงท้ายของการผลิต ในขณะที่ค่าความเข้มของพลังงานจะมีค่าเกือบคงที่

Abstract

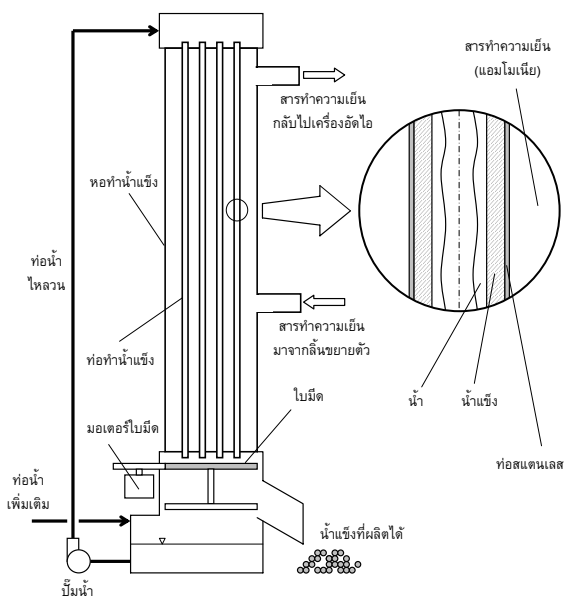
An ice production industry is one of the important industries for consumers especially for a tropical country. Tubular ice is also a form of ice which is well distributed to customers. This research is a numerical study of production rate and cooling load of a tubular-ice making process. The system is assumed one

dimensional in the radial direction and unsteady. The governing equations are composed of the wall and the ice regions. The boundary condition at the wall surface is a convective type whereas the boundary condition at interface is the isothermal solidification. The governing system is transformed into a dimensionless form, which is numerically solved by the finite difference method. The numerical solution representing in terms of ice thickness is compared with the data measured from the ice factory. There is a qualitative agreement between the numerical prediction and data obtained from the field measurement. The numerical results of the production rate and the cooling load as a function of elapsed time are obtained. The variations of both values with respect to time are similar: the production rate and the cooling load are high at the beginning of the process while they reduce and asymptotically approach zero at the end of the process whereas the energy intensity is almost a constant

1. บทนำ

ในประเทศไทยซึ่งมีอากาศร้อน น้ำแข็งถือว่าเป็นสินค้าบริโภคที่สำคัญอันหนึ่ง โดยปรกติน้ำแข็งที่ใช้สำหรับการบริโภคจะมีอยู่สองประเภทคือน้ำแข็งซองซึ่งจะต้องนำมาทำการบดก่อนการบริโภคและน้ำแข็งหลอด ปัจจุบันในประเทศไทยจะมีโรงงานน้ำแข็งหลอดอยู่เป็นจำนวนมากและมักจะเป็นโรงงานในระดับท้องถิ่นของแต่ละชุมชน เนื่องจากน้ำแข็งจะสามารถขนส่งได้ในระยะทางที่จำกัด ในกระบวนการผลิตน้ำแข็งในแต่ละครั้งนั้นในแต่ละรอบของการผลิตจะใช้เวลาประมาณ 20 ถึง 40 นาที และจะสามารถผลิตน้ำแข็งได้ตั้งแต่ 1,500 ถึง 60,000 กิโลกรัมต่อวันขึ้นกับขนาดของระบบทำความเย็นที่ใช้อยู่ในกระบวนการผลิต

สำหรับในงานวิจัยชิ้นนี้จะทำการสร้างระบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลอดขึ้นโดยมุ่งเน้นไปที่ชุดหอทำน้ำแข็ง ซึ่งจะแสดงให้เห็นอยู่ในรูปด้านล่าง

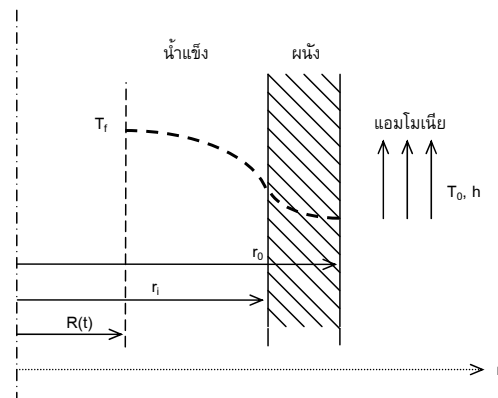


รูปที่ 1 ชุดหอทำน้ำแข็งและรายละเอียดของหอทำน้ำแข็ง

จะเห็นได้ว่าชุดหอทำน้ำแข็งนั้นก็คือส่วนของอีวาพอเรเตอร์ (evaporator) ในระบบทำความเย็นซึ่งส่วนมากจะใช้แอมโมเนียเป็นสารทำความเย็น หอทำน้ำแข็งนั้นจะทำหน้าที่คล้ายเป็นอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนระหว่างสารทำความเย็นและน้ำซึ่งจะถูกปั๊มจากบ่อรับน้ำด้านล่างไปสู่ด้านบนของหอทำน้ำแข็งและไหลลงสู่หอทำน้ำแข็ง น้ำแข็งที่เกิดขึ้นจะก่อตัวอยู่ภายในท่อที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในกลางประมาณ 3.5 เซนติเมตร หลังจากนั้นน้ำแข็งจะหนาขึ้นเรื่อยๆ และเมื่อครบรอบของการผลิตประมาณ 20 ถึง 40 นาที ระบบจะทำการละลายน้ำแข็ง (defrost) เพื่อให้ น้ำแข็งตกลงสู่ด้านล่าง ต่อจากนั้นใบมีดจะทำการตัดน้ำแข็งให้มีขนาดความยาวตามต้องการ และนำไปบรรจุถุงเพื่อจำหน่ายต่อไป

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และสมการกำกับ

สำหรับกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลอดนั้น ข้อสมมุติฐานเบื้องต้นของปัญหาการแข็งตัวนั้นจะถูกพิจารณาให้เป็นแบบ 1 มิติในแนวแกนรัศมีและอยู่ในสภาวะไม่คงที่ (transient) โดยที่การแข็งตัวจะเกิดขึ้นที่อุณหภูมิคงที่และเท่ากับจุดเยือกแข็งของน้ำ (T_f) นอกจากนี้ยังบริเวณพื้นผิวด้านนอกของผนังจะสัมผัสกับแอมโมเนียที่มีอุณหภูมิต่ำกว่าจุดเยือกแข็งของน้ำ (T_0) และทำความเย็นโดยการพาความร้อนออกจากน้ำแข็งโดยมีสัมประสิทธิ์การพาความร้อน h ซึ่ง T_0 นี้ก็เป็นอุณหภูมิตั้งต้นของผนังก่อนจะเริ่มการแข็งตัวเช่นกัน ส่วนในบริเวณของน้ำที่ไหลตกลงมาที่ผิวของน้ำแข็งด้านในนั้นจะทำการตั้งสมมติฐานให้น้ำดังกล่าวมีอุณหภูมิใกล้เคียงกับจุดเยือกแข็งของน้ำซึ่งทำให้การนำความร้อนจากน้ำแข็งสู่น้ำมีค่าน้อยมาก รูปที่ 2 เป็นแผนภาพที่แสดงถึงระบบที่กำลังพิจารณา



รูปที่ 2 แผนภาพแสดงระบบที่พิจารณา

จากข้อสมมุติฐานดังกล่าว แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลอดจะเขียนอยู่ในรูปสมการกำกับได้เป็น [1]

(i) บริเวณน้ำแข็ง

$$\frac{1}{\alpha_s} \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} \quad (1)$$

$$r = R(t); T_s = T_f, \quad k_s \frac{\partial T_s}{\partial r} = \rho_s \Delta H \frac{dR}{dt} \quad (2a)$$

$$r = r_i; T_s = T_w, \quad k_s \frac{\partial T_s}{\partial r} = k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} \quad (2b)$$

$$t = 0; R(0) = r_i \quad (2c)$$

(ii) บริเวณผนัง

$$\frac{1}{\alpha_w} \frac{\partial T_w}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T_w}{\partial r^2} \quad (3)$$

$$r = r_i; T_s = T_w, \quad k_s \frac{\partial T_s}{\partial r} = k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} \quad (4a)$$

$$r = r_0; -k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = h(T_w - T_0) \quad (4b)$$

$$t = 0; T_w = T_0 \quad (4c)$$

3. การวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์

เพื่อความสะดวกในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขกับระบบสมการกำกับด้านบน จึงทำการเปลี่ยนรูปแบบสมการกำกับให้อยู่ในรูปไร้มิติโดยกำหนดเทอมไร้มิติต่างๆดังต่อไปนี้

$$\hat{t} = \frac{\alpha_s t}{(r_0 - r_i)^2} = \frac{\alpha_s t}{D^2} \quad (5)$$

$$\hat{r}_s = \frac{r - r_i}{r_i - R(t)} \quad (6)$$

$$\hat{r}_w = \frac{r - r_i}{r_0 - r_i} \quad (7)$$

$$\phi = \frac{r_i - R(t)}{r_0 - r_i} = \frac{r_i - R(t)}{D} \quad (8)$$

$$\theta_s = \frac{T_s - T_0}{T_f - T_0} \quad (9)$$

$$\theta_w = \frac{T_w - T_0}{T_f - T_0} \quad (10)$$

เมื่อนำเทอมไร้มิตติดังกล่าวไปแทนลงในระบบสมการกำกับ (1-4) จะได้ระบบสมการกำกับที่อยู่ในรูปไร้มิตติดังต่อไปนี้

(i) บริเวณน้ำแข็ง

$$\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial \hat{r}_s^2} + \frac{\varphi}{\hat{r}_s \varphi + R_r} \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{r}_s} + \left(\hat{r}_s \varphi \frac{d\varphi}{d\hat{t}} \right) \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{r}_s} - \varphi^2 \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{t}} = 0 \quad (11)$$

$$\hat{r}_s = 0 ; \theta_s = \theta_w , \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{r}_s} - R_1 \varphi \frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{r}_w} = 0 \quad (12a)$$

$$\hat{r}_s = -1 ; \theta_s = 1 , \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{r}_s} + \frac{\varphi}{Ste} \frac{d\varphi}{d\hat{t}} = 0 \quad (12b)$$

$$\hat{t} = 0 ; \varphi = 0 \quad (12c)$$

(ii) บริเวณผนัง

$$\frac{\partial^2 \theta_w}{\partial \hat{r}_w^2} + \frac{1}{\hat{r}_w + R_r} \frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{r}_w} - \frac{R_2}{R_1} \frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{t}} = 0 \quad (13)$$

$$\hat{r}_w = 0 ; \theta_s = \theta_w , \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{r}_s} - R_1 \varphi \frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{r}_w} = 0 \quad (14a)$$

$$\hat{r}_w = 1 ; \frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{r}_w} + Bi \theta_w = 0 \quad (14b)$$

$$\hat{t} = 0 ; \theta_w = 0 \quad (14c)$$

จะเห็นได้ว่าผลการแปลงระบบสมการดังกล่าวจะทำให้เงื่อนไขขอบเขต (2b) ซึ่งเดิม $r = R$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา เปลี่ยนไปเป็นเงื่อนไขขอบเขต (12b) นั่นคือ $\hat{r}_s = -1$ ซึ่งเป็นค่าคงที่ ดังนั้นวิธีการแปลงระบบสมการดังกล่าวจะช่วยให้สามารถนำเอาระเบียบวิธีเชิงตัวเลขมาประยุกต์ใช้ได้ดียิ่งขึ้น [2]

นอกจากนี้ยังพบว่ามิติพารามิเตอร์ไร้มิตติทั้งหมดหาพารามิเตอร์ที่ปรากฏอยู่ในระบบสมการ (11-14) กล่าวคือ

$$R_1 = \frac{k_w}{k_s} \quad (15)$$

$$R_2 = \frac{\rho_w C_{pw}}{\rho_s C_{ps}} \quad (16)$$

$$Ste = \frac{C_{ps}(T_f - T_0)}{\Delta H} \quad (17)$$

$$Bi = \frac{hD}{k_w} \quad (18)$$

$$R_r = \frac{r_i}{r_0 - r_i} = \frac{r_i}{D} \quad (19)$$

4. การวิเคราะห์โดยวิธีผลต่างสืบเนื่อง

การแก้ระบบสมการกำกับ (11-14) ข้างต้นสามารถทำได้โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งในการศึกษาค้างนี้จะใช้วิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference) และเนื่องจากระบบสมการกำกับ (11-14) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยแบบ parabolic เพื่อให้เกิดเสถียรภาพในการทำงานของอัลกอริทึม จึงเลือกใช้การประมาณโดยวิธีผลต่างสืบเนื่องในรูปแบบ fully implicit [3] ดังนั้นตัวแปรที่ติดอยู่ในรูปอนุพันธ์ในสมการ (11,13) จะสามารถแทนได้ด้วยการประมาณดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \hat{r}^2} = \frac{\theta_{i+1}^{n+1} - 2\theta_i^{n+1} + \theta_{i-1}^{n+1}}{(\Delta \hat{r})^2} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \hat{r}} = \frac{\theta_{i+1}^{n+1} - \theta_{i-1}^{n+1}}{2\Delta \hat{r}} \quad (21)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \hat{t}} = \frac{\theta_i^{n+1} - \theta_i^n}{\Delta \hat{t}} \quad (22)$$

เมื่อนำสมการ (20-22) ที่อยู่ด้านบนไปแทนลงในระบบสมการ (11-14) แล้วจัดรูปสมการใหม่ จะได้สมการผลต่างสืบเนื่องโดยแบ่งตามตำแหน่งของโหนดที่ปรากฏอยู่บนโดเมนของการคำนวณ (computation domain) ดังต่อไปนี้

(i) โหนดที่อยู่ภายใน

$$\begin{aligned} & \left(1 - K \frac{\Delta \hat{r}}{2} \right) \theta_{i-1}^{n+1} - \left(2 + L \frac{\Delta \hat{r}^2}{\Delta \hat{t}} \right) \theta_i^{n+1} + \left(1 + K \frac{\Delta \hat{r}}{2} \right) \theta_{i+1}^{n+1} \\ & = - \left(L \frac{\Delta \hat{r}^2}{\Delta \hat{t}} \right) \theta_i^n \end{aligned} \quad (23)$$

สำหรับบริเวณน้ำแข็ง

$$K = \frac{\varphi}{\hat{r}_s \varphi + R_r} + \hat{r}_s \varphi \frac{d\varphi}{d\hat{t}} , \quad L = \varphi^2 , \quad \Delta \hat{r} = \Delta \hat{r}_s , \quad \theta = \theta_s \quad (24)$$

สำหรับบริเวณผนัง

$$K = \frac{1}{\hat{r}_w + R_r} , \quad L = \frac{R_2}{R_1} , \quad \Delta \hat{r} = \Delta \hat{r}_w , \quad \theta = \theta_w \quad (25)$$

(ii) โหนดที่อยู่ระหว่างบริเวณน้ำแข็งและผนัง ($\hat{r}_s = \hat{r}_w = 0$) [4]

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{K_b \Delta \hat{r}_b}{2} \right) \theta_{i-1}^{n+1} - \left[\left(\frac{\Delta \hat{r}_a}{\Delta \hat{r}_b} + \frac{L_b \Delta \hat{r}_a \Delta \hat{r}_b}{2 \Delta \hat{t}} \right) \left(1 + \frac{K_a \Delta \hat{r}_a}{2} \right) \frac{J_b}{J_a} + \right. \\ & \left. \left(1 + \frac{L_a \Delta \hat{r}_a^2}{2 \Delta \hat{t}} \right) \left(1 - \frac{K_b \Delta \hat{r}_b}{2} \right) \right] \theta_i^{n+1} + \left(1 + \frac{K_a \Delta \hat{r}_a}{2} \right) \left(\frac{J_b \Delta \hat{r}_a}{J_a \Delta \hat{r}_b} \right) \theta_{i+1}^{n+1} \\ & = - \left[\left(\frac{L_a \Delta \hat{r}_a^2}{2 \Delta \hat{t}} \right) \left(1 - \frac{K_b \Delta \hat{r}_b}{2} \right) + \left(\frac{L_b \Delta \hat{r}_a \Delta \hat{r}_b}{2 \Delta \hat{t}} \right) \left(1 + \frac{K_a \Delta \hat{r}_a}{2} \right) \frac{J_b}{J_a} \right] \theta_i^n \end{aligned} \quad (26)$$

โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ สามารถเขียนได้เป็น

$$K_a = \frac{\varphi}{R_r}, L_a = \varphi^2, J_a = 1, \Delta \hat{r}_a = \Delta \hat{r}_s, \theta = \theta_s = \theta_w,$$

$$K_b = \frac{1}{R_r}, L_b = \frac{R_2}{R_1}, J_b = R_1 \varphi, \Delta \hat{r}_b = \Delta \hat{r}_w \quad (27)$$

(iii) โหนดที่อยู่บริเวณผนังที่ถูกพาความร้อน ($\hat{r}_w = 1$)

$$2\theta_{w,i-1}^{n+1} - \left(2 + L \frac{\Delta \hat{r}_w^2}{\Delta \hat{t}} + 2 Bi \Delta \hat{r}_w \left(1 + K \frac{\Delta \hat{r}_w}{2} \right) \right) \theta_{w,i}^{n+1} = - \left(L \frac{\Delta \hat{r}_w^2}{\Delta \hat{t}} \right) \theta_{w,i}^n \quad (28)$$

โดยที่

$$K = \frac{1}{1 + R_r}, L = \frac{R_2}{R_1} \quad (29)$$

จะเห็นว่าในสมการที่ (23-29) จะทำให้เกิดระบบสมการที่ไม่เป็นแบบเชิงเส้นเนื่องจากยังมีตัวแปร φ และ $d\varphi/dt$ ปรากฏอยู่ ดังนั้นจึงต้องทำการประมาณค่าทั้งสองโดย

$$\varphi = \frac{\varphi_i^{n+1} + \varphi_i^n}{2} \quad (30)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\varphi_i^{n+1} - \varphi_i^n}{\Delta \hat{t}} \quad (31)$$

ทั้งนี้ค่า φ_i^{n+1} ก็คือค่า φ ที่เวลา $n+1$ ซึ่งจะต้องทำการประมาณในเบื้องต้นก่อน จากนั้นก็นำค่าจากสมการ (30-31) ไปแทนในระบบสมการ (23-29) จะทำให้เกิดระบบสมการเชิงเส้นแบบสามแนวทแยง (tridiagonal system) และสามารถหาค่าอุณหภูมิที่โหนดต่างๆ ได้โดยอัลกอริทึมของโทมัส (Thomas algorithm) ส่วนค่า φ_i^{n+1} ที่ทำการประมาณในเบื้องต้นนั้นจะสามารถทำการตรวจเช็คได้โดยเงื่อนไขขอบเขต (12b) ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูปของสมการผลต่างสืบเนื่องคือ

$$\varphi_i^{n+1} = \sqrt{\left(\varphi_i^n \right)^2 + \left(\frac{Ste \Delta \hat{t}}{\Delta \hat{r}_s} \right) \left(\theta_{s,i+2}^{n+1} - 4\theta_{s,i+1}^{n+1} + 3\theta_{s,i}^{n+1} \right)} \quad (32)$$

โปรแกรมจะทำการคำนวณซ้ำ (iteration) จนกว่าค่า φ_i^{n+1} จะลู่เข้า นอกจากนี้ค่า Bi ซึ่งเป็นหนึ่งในพารามิเตอร์ไร้มิตินั้นจะขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน, h , ซึ่งในกรณีนี้จะไม่เป็นค่าคงที่และเป็นฟังก์ชันของผลต่างระหว่างอุณหภูมิที่ผิวของผนังกับอุณหภูมิอิมิตัวของแอมโมเนียเนื่องจากเป็นค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเนื่องจากการเดือด การหาค่าดังกล่าวจะใช้ความสัมพันธ์ของ Stefan และ Abdelsalam [5] เมื่อแทนค่าคุณสมบัติของแอมโมเนียที่อุณหภูมิอิมิตัวเท่ากับ -8°C [6] ลงไปในความสัมพันธ์ดังกล่าว จะสามารถเขียนค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเนื่องจากการเดือดได้เป็น

$$h = \left(6.496 \times 10^6 \frac{W}{m^2 \cdot K} \right) \left(\frac{T_{w,0} - T_0}{T_0} \right)^{2.0303} \quad (33)$$

แทนค่า h ลงในสมการที่ (18) และจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปของเทอมไร้มิตได้เป็น

$$Bi = 1.426 \theta_{w,0}^{2.0303} \quad (34)$$

โดยที่ตัวห้อย $w,0$ แสดงถึงอุณหภูมิที่บริเวณผิวด้านนอกของผนังท่อ สำหรับการหาคำนวนหาค่า Bi จะใช้หลักการคำนวณซ้ำ (iteration) จนกว่าค่า Bi ลู่เข้าสู่ค่าใดค่าหนึ่ง

เมื่อทั้งค่า φ_i^{n+1} และ Bi ลู่เข้าเป็นที่เรียบร้อยแล้ว โปรแกรมจะทำการบันทึกค่าอุณหภูมิของทุกๆ โหนดและความหนาแน่นน้ำแข็งที่เวลานั้น ๆ จากนั้นจึงทำการคำนวณที่ช่วงเวลาถัดไปตามช่วงห่างของระยะเวลา (time step) ที่กำหนดไปจนกระทั่งถึงเวลาสุดท้ายที่กำหนด

จะสังเกตได้ว่าเงื่อนไขตั้งต้นทางกายภาพของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เวลา $\hat{t} = 0$ นั้นเป็นจุดซิงกูลาริตี้เนื่องจากความหนาแน่นน้ำแข็งเป็นศูนย์ ซึ่งไม่สามารถนำมาใช้เป็นเงื่อนไขตั้งต้นสำหรับอัลกอริทึมในการคำนวณได้ ดังนั้นเงื่อนไขตั้งต้นจึงต้องขยับมาอยู่ที่เวลา $\hat{t}$ ใด ๆ ที่มีค่าน้อยกว่า 1 มาก ๆ ($\hat{t} \ll 1$) ซึ่ง ณ เวลาดังกล่าวจะสามารถหาค่าอุณหภูมิและความหนาแน่นน้ำแข็งได้จากวิธีซิมิลาริตี้ (similarity method) [7] ซึ่งผลเฉลยจากวิธีซิมิลาริตี้ดังกล่าวจะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้กับทั้งระบบพิกัดฉากและระบบพิกัดเชิงขั้วเนื่องจากที่เวลา $\hat{t} \ll 1$ รัศมีความโค้งท่อมมีค่ามากเมื่อเทียบกับความหนาแน่นน้ำแข็งที่เกิดขึ้น

ตารางที่ 1 คุณสมบัติของน้ำแข็ง [8]

คุณสมบัติ	ค่าที่ใช้
ρ_s (kg/m ³)	920
k_s (W/m-K)	1.928
C_{ps} (kJ/kg-K)	2.01
ΔH (kJ/kg)	333.7

ตารางที่ 2 คุณสมบัติของโลหะไร้สนิม [8]

คุณสมบัติ	ค่าที่ใช้
ρ_w (kg/m ³)	7900
k_w (W/m-K)	13.80
C_{pw} (kJ/kg-K)	436

สำหรับค่า R_1, R_2, Ste และ Bi นั้นจะสามารถหาได้จากตารางที่ 1 และ 2 ซึ่งเป็นตารางคุณสมบัติของน้ำแข็งและโลหะไร้สนิมซึ่งเป็นวัสดุที่ใช้สำหรับท่อน้ำแข็ง โดยปรกติคาร์ตัมภายในท่อ (r_i) และค่าความหนาแน่นของท่อ (D) จะมีค่าประมาณ 17.5 mm และ 3.7 mm ตามลำดับ นอกจากนี้อุณหภูมิภายนอกของน้ำเกลือ (T_0) นั้นมีค่าประมาณ -8°C ในขณะที่อุณหภูมิเยือกแข็งของน้ำ (T_f) คือ 0°C จากค่าคุณสมบัติของน้ำและโลหะไร้สนิมและค่าต่าง ๆ ที่กำหนดมาข้างต้น จะสามารถนำหาคำนวนค่าของพารามิเตอร์ต่างๆ ตามสมการที่ (15), (16), (17), และ (19) ได้ดังนี้

$$R_1 = 7.158, R_2 = 1.863, Ste = 0.04819, R_r = 4.730 \quad (35)$$

ผลของการคำนวณจะแสดงอยู่ในรูปของความหนาของน้ำแข็ง อัตราการผลิตน้ำแข็ง และภาระความเย็น สำหรับความหนาของน้ำแข็ง ก็คือค่า $r_i - R$ ส่วนค่าอัตราการผลิตน้ำแข็ง (P') และภาระความเย็น (Q') จะคิดคำนวณต่อหน่วยความยาวของน้ำแข็งนั้นคือ

$$P' = \frac{\rho_s}{L} \frac{dV}{dt} = -2\pi\rho_s R \frac{dR}{dt} \quad (36)$$

$$Q' = 2\pi r_0 h (T_{w,0} - T_0) \quad (37)$$

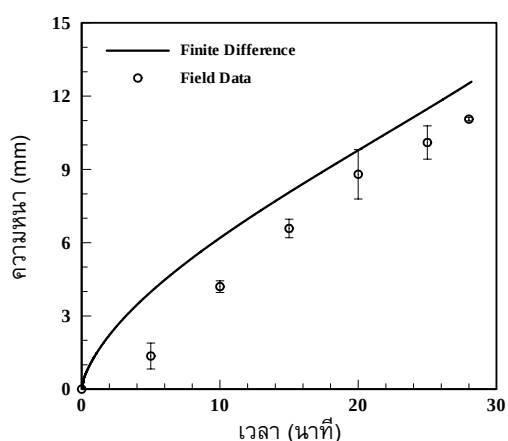
ส่วนค่าความเข้มของพลังงาน (energy intensity or EI) คืออัตราส่วนระหว่างภาระความเย็นต่ออัตราการผลิต นั่นคือ

$$EI = \frac{Q'}{P'} \quad (38)$$

ความเข้มของพลังงานจะเป็นตัววัดว่า การใช้พลังงานมีประสิทธิภาพหรือไม่ เพราะจะเป็นค่าที่แสดงถึงการใช้พลังงานต่อหน่วยของการผลิต

5. ผลการคำนวณและการวิเคราะห์

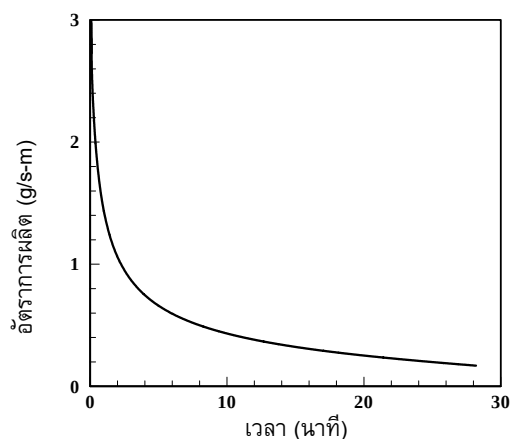
จากรูปที่ 3 เมื่อเปรียบเทียบค่าความหนาของน้ำแข็งที่ทำนายได้จากวิธีผลต่างสลับเนื่องกับค่าความหนาของน้ำแข็งที่ได้จากการเก็บข้อมูลภาคสนาม ณ เวลาต่างๆ [9] จะพบว่าค่าทั้งสองมีความสอดคล้องกันในเชิงคุณภาพ โดยที่ค่าความหนาที่ทำนายได้จากวิธีผลต่างสลับเนื่องจะมีค่ามากกว่าค่าที่ได้จากการเก็บข้อมูลภาคสนาม ในช่วงแรกของการแข็งตัวค่าความแตกต่างระหว่างค่าทั้งสองจะมีมากและจะลดลงเมื่อเวลาผ่านไป ทั้งนี้สาเหตุของความคลาดเคลื่อนเกิดจากการเก็บข้อมูลจากภาคสนาม จุดเริ่มต้นของการแข็งตัวจะไม่สามารถหาได้อย่างเด่นชัด ดังนั้นที่เวลา $t = 0$ ของข้อมูลจากภาคสนามจะอ้างอิงจากจุดเริ่มต้นของกระบวนการผลิตหลังซึ่งต่อจากกระบวนการละลาย (defrost) ซึ่ง ณ เวลาดังกล่าวยังคงมีพลังงานภายในสะสมอยู่ในท่อทำน้ำแข็งและรวมไปถึงความหน่วง (delay) ของระบบทำความเย็นในช่วงเริ่มต้นการทำงาน



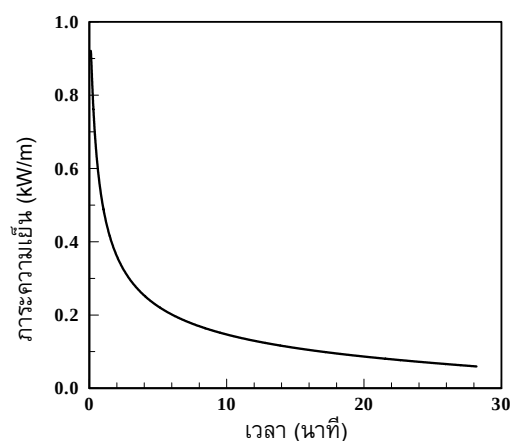
รูปที่ 3 การเปลี่ยนแปลงความหนาของน้ำแข็งเทียบกับเวลา

การเปลี่ยนแปลงของอัตราการผลิตและภาระความเย็นเมื่อเทียบกับเวลาจะแสดงให้เห็นในรูปที่ 4 และ 5 ตามลำดับ จะพบว่าลักษณะของการเปลี่ยนแปลงของค่าทั้งสองมีความคล้ายคลึงกัน นั่นคืออัตรา

การผลิตและภาระความเย็นจะมีค่าสูงในช่วงเริ่มต้น หลังจากนั้นจะลดลงอย่างรวดเร็วและมีค่าเข้าสู่ศูนย์เมื่อเวลาผ่านไปถึงช่วงสุดท้ายของการผลิต เมื่อคิดค่าของอัตราการผลิตและภาระความเย็นที่ 1 นาทีแรกเป็นค่าอ้างอิง จะพบว่าค่าของอัตราการผลิตและภาระความเย็นจะลดลงเหลือครึ่งหนึ่งเมื่อเวลาผ่านไป 4 นาที จากนั้นจะลดลงเหลือหนึ่งในสี่เมื่อเวลาผ่านไป 13 นาที และจะเหลือเพียงหนึ่งในแปดที่เวลาสุดท้ายหรือประมาณ 28 นาทีหลังจากเริ่มการผลิต ทั้งนี้การลดลงของภาระความเย็นนั้นเนื่องมาจากปริมาณน้ำแข็งที่หนาขึ้นซึ่งทำหน้าที่เป็นฉนวนความร้อนให้การถ่ายเทความร้อนลดลงและส่งผลให้อัตราการผลิตต่ำลงเช่นกัน

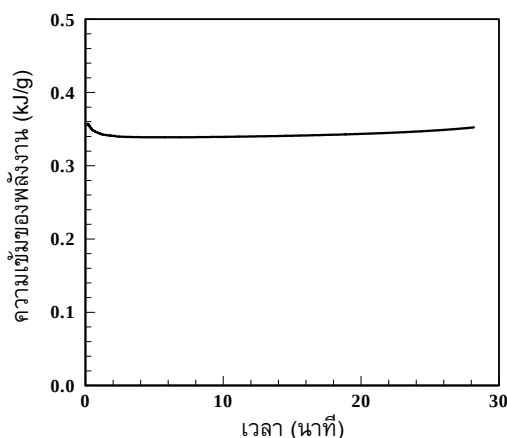


รูปที่ 4 การเปลี่ยนแปลงอัตราการผลิตเทียบกับเวลา



รูปที่ 5 การเปลี่ยนแปลงภาระความเย็นเทียบกับเวลา

รูปที่ 6 แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงของความเข้มของพลังงานเมื่อเทียบกับเวลา จะเห็นได้ว่าค่าของความเข้มของพลังงานมีค่าค่อนข้างคงที่ตลอดรอบของการผลิตน้ำแข็ง โดยที่ค่าของความเข้มของพลังงานจะลดลงเล็กน้อยในช่วงแรก จากนั้นจะลดลงต่ำสุดอยู่ที่เวลาประมาณ 6 นาที หลังจากนั้นก็จะเพิ่มขึ้นเล็กน้อยไปจนถึงเวลาสิ้นสุดของการผลิตจากผลที่ได้จะเห็นว่าประสิทธิภาพของการใช้พลังงานของกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลังจาก 6 นาทีไปแล้วจะมีค่าลดลง



รูปที่ 6 การเปลี่ยนแปลงความเข้มของพลังงานเทียบกับเวลา

6. บทสรุป

ในงานวิจัยชิ้นนี้ได้ทำการศึกษาเชิงตัวเลขเพื่อทำนายความหนาของน้ำแข็ง อัตราการผลิตน้ำแข็ง ภาระความเย็นและความเข้มของพลังงานของกระบวนการผลิตน้ำแข็งตลอด จะพบว่าค่าความหนาของน้ำแข็งที่ได้จากวิธีผลต่างสลับเนื่องกับค่าที่ได้จากการเก็บข้อมูลจากโรงงานในมีความสอดคล้องกัน โดยที่ค่าที่ได้จากการคำนวณจะมีค่าสูงกว่าข้อมูลที่ทำการเก็บจากโรงงาน ในขณะที่การเปลี่ยนแปลงอัตราการผลิตน้ำแข็งและภาระความเย็นมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกัน นั่นคืออัตราการผลิตน้ำแข็งและภาระความเย็นลดลงอย่างรวดเร็ว โดยที่ค่าทั้งสองที่เวลาสุดท้ายของการผลิตจะมีค่าประมาณหนึ่งในแปดของค่าทั้งสองที่เวลา 1 นาทีแรก ส่วนค่าความเข้มของพลังงานจะมีค่าเกือบคงที่โดยจะมีค่าต่ำสุดที่เวลาประมาณ 6 นาทีหลังจากเริ่มต้นการผลิต

สัญลักษณ์

(i) ตัวปรกติ

- Bi = ไบออตน์ัมเบอร์
 C_p = ค่าความจุความร้อนจำเพาะ, (J/kg-K)
 d = ขนาดของช่องของไอขณะที่เดือด, (m)
 D = ความหนาของผนังท่อทำน้ำแข็ง, (m)
 EI = ความเข้มของพลังงาน, (kJ/g)
 g = ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง, (m/s²)
 h = สัมประสิทธิ์การพาความร้อนของสารทำความเย็น, (W/m²-K)
 ΔH = ความร้อนแฝงจำเพาะของการแข็งตัวของน้ำ, (J/kg)
 k = สภาพการนำความร้อน, (W/m-K)
 r = ระยะในแนวรัศมี, (m)
 r_i = รัศมีภายในของท่อทำน้ำแข็ง, (m)
 r_o = รัศมีภายนอกของท่อทำน้ำแข็ง, (m)
 $\dot{r}$ = เทอมไร้มิติของระยะในแนวรัศมี
 P' = อัตราการผลิตน้ำแข็งต่อความยาวท่อทำน้ำแข็ง, (g/s-m)
 Q' = ภาระความเย็นต่อความยาวท่อทำน้ำแข็ง, (kW/m)
 R = รัศมีของน้ำแข็งที่ผลิตขึ้น, (m)
 R_1 = อัตราส่วนค่าสภาพการนำความร้อนของผนังต่อน้ำแข็ง
 R_2 = อัตราส่วนค่าความจุความร้อนของผนังต่อน้ำแข็ง

R_r = อัตราส่วนของรัศมีภายในต่อความหนาของท่อทำน้ำแข็ง

Ste = สเตฟานน์ัมเบอร์

t = เวลา, (s)

$\hat{t}$ = เทอมไร้มิติของเวลา

T = อุณหภูมิ, (°C)

V = ปริมาตรของน้ำแข็งที่ผลิต, (m³)

α = Thermal diffusivity, (m²/s)

φ = เทอมไร้มิติของความหนาของน้ำแข็ง

θ = เทอมไร้มิติของอุณหภูมิ

ρ = ความหนาแน่น, (kg/m³)

(ii) ตัวห้อย

0 = สถานะอิ่มตัว (saturation state)

s = น้ำแข็ง

w = ผนังท่อ

เอกสารอ้างอิง

- [1] M. Necati Özisik, Heat Conduction, John-Wiley & Sons, New York, USA, 1993, pp. 416-430.
- [2] F.B. Cheung and S.W. Cha, "Finite-Difference Analysis of Growth and Decay of a Freeze Coat on a Continuous Moving Cylinder," Numerical Heat Transfer, Vol. 12, 1987, pp. 41-56.
- [3] S. C. Chapra and R. P. Canale, Numerical Methods for Engineers, McGraw-Hill, New York, USA, 1990, pp. 738-741.
- [4] C. Tangthieng, F.B. Cheung and Y. C. Shih, "Growth and decay characteristics of the solidified layer during freeze coating of a binary substance," Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 16, 2002, pp. 379-388.
- [5] K. Stephan and M. Abdelsalam, "Heat-transfer correlations for natural convection boiling," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 23, 1980, pp. 73-87.
- [6] Van P. Carey, Liquid-Vapor Phase-Change Phenomena: an Introduction to the Thermophysics of Vaporization and Condensation Processes in Heat Transfer Equipment, Taylor & Francis, USA, 1992, pp. 630.
- [7] นันทวัฒน์ ไพรัชเวทย์ และ จิตติน แดงเที่ยง, "การศึกษาเชิงเลขเพื่อทำนายความหนาของน้ำแข็ง อัตราการผลิตน้ำแข็งและภาระความเย็นของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของ", การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 18, ขอนแก่น ประเทศไทย, 18-20 ตุลาคม 2547.
- [8] Frank P. Incropera and Dewitt, David P, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, John-Wiley & Sons, New York, USA, 2002, pp. 905-916.
- [9] ภูวนาท กาบคำ และ จิตติน แดงเที่ยง, "การศึกษาภาระความเย็นและอัตราการผลิตน้ำแข็งจากการเพิ่มประสิทธิภาพของกระบวนการผลิตน้ำแข็งตลอดด้วยวิธีการพันแต่งผิวด้วยลูกปทราย", การประชุมเชิงวิชาการเครือข่ายพลังงานแห่งประเทศไทยครั้งที่ 1, ชลบุรี ประเทศไทย, 11-13 พฤษภาคม 2548.