

การศึกษาเชิงเปรียบเทียบของสมการความเค้นเรย์โนลด์ ในแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลชนิดไม่เชิงเส้นสำหรับ CFD Comparative Study of Reynolds-Stresses Expressions in Non-Linear Turbulence Models for CFD

วรารัตน์ จันทสาโร¹, สิบสกุล กุรุรัตน์¹, จิรโรจน์ บุรณะโรจน์¹ และ เอกชัย จันทสาโร²

¹ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ บางเขน กรุงเทพฯ 10900

โทร (02)9428555 ต่อ 1829 โทรสาร (02)5794576 Email: fengvrij@ku.ac.th

²สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จ.นครราชสีมา 30000

โทร (044)224410-2 โทรสาร (044) 224411 Email: junta@sut.ac.th

Varangrat Juntasaro¹, Suabsakul Gururatana¹, Jirarote Buranarote¹ and Ekachai Juntasaro²

¹Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering,

Kasetsart University, Bangkok, Bangkok 10900, Thailand,

Phone: (+662)9428555 ext 1829, Email: fengvrij@ku.ac.th

²School of Mechanical Engineering, Institute of Engineering,

Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima 30000, Thailand,

Phone: (+6644)224410-2, Email: junta@sut.ac.th

บทคัดย่อ

การคำนวณปัญหาทางพลศาสตร์ของไหลด้วยคอมพิวเตอร์ หรือ CFD นั้นเริ่มเป็นที่ยอมรับกันอย่างกว้างขวางว่าเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการออกแบบที่จำเป็นสำหรับวิศวกร โดยการไหลตามความเป็นจริงส่วนใหญ่เป็นการไหลแบบปั่นป่วนและหนึ่งในสาเหตุหลักของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการใช้ซอฟต์แวร์ CFD เมื่อเปรียบเทียบกับสถานการณ์จริงคือ ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหล การพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วนให้มีความถูกต้องมากขึ้นกว่าแบบจำลองความปั่นป่วนที่มีใช้กันทั่วไปในซอฟต์แวร์ CFD สำเร็จรูปจึงเป็นสิ่งจำเป็น แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นเริ่มเป็นที่นิยมใช้ในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนเนื่องจากให้ความถูกต้องมากกว่าแบบจำลองชนิดเชิงเส้นที่นิยมใช้ในซอฟต์แวร์สำเร็จรูป งานวิจัยนี้จึงมุ่งเน้นไปที่การเพิ่มความสามารถของแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นให้สามารถจำลองการไหลให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงที่สุด โดยในบทความนี้เสนอการเปรียบเทียบสมการความเค้นเรย์โนลด์แบบต่างๆ ที่ใช้ในแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้น เพื่อที่จะหาสมการความเค้นเรย์โนลด์ที่เหมาะสมที่สุดในการจำลองค่าความเค้นเรย์โนลด์ให้ถูกต้องที่สุด โดยข้อมูลจากการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรง ซึ่งถือ

ว่าเป็นข้อมูลที่มีความน่าเชื่อถือในระดับเดียวกับข้อมูลจากการทดลอง ถูกนำมาใช้ในการเปรียบเทียบความถูกต้องของสมการความเค้นเรย์โนลด์แบบต่างๆ สำหรับการไหลระหว่างแผ่นระนาบที่คู่ขนานกัน

Abstract

Computational fluid dynamics (CFD) is now recognized as an essential design tool for engineers. Most practical flows are turbulent and one of the main causes for the errors encountered in the CFD software is the error from the turbulence models. The need is therefore arisen for the development of the turbulence models that give the higher accuracy than the present turbulence models commonly used in the commercial software. The non-linear eddy-viscosity turbulence models have become very popular during the past decade to simulate turbulent flows due to its higher accuracy compared to the linear eddy-viscosity models. The present work aims to compare the accuracy of different constitutive expressions for the Reynolds stresses used in the non-linear eddy-viscosity turbulence models in order to find the

most suitable expression that gives the accurate stress anisotropy near the wall. The Direct Numerical Simulation (DNS) data of fully-developed turbulent channel flow are used to evaluate the performance of various constitutive expressions.

1. บทนำ

การไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Flows) เป็นการไหลที่เกิดขึ้นทั่วไปในธรรมชาติและงานทางวิศวกรรม การจำลองการไหลแบบปั่นป่วนให้ถูกต้องนั้นมีความสำคัญต่อการการคำนวณปัญหาทางพลศาสตร์ของไหลด้วยคอมพิวเตอร์ หรือ CFD ในการทำนายลักษณะการไหลเพื่อช่วยในการออกแบบชิ้นงานให้ถูกต้อง การจำลองการไหลแบบปั่นป่วนต่างจากการจำลองการไหลแบบราบเรียบ (Laminar Flows) ตรงที่การจำลองการไหลแบบปั่นป่วนนั้นจะต้องใช้แบบจำลองความปั่นป่วนของการไหล (Turbulence Models) เพิ่มเติมเพื่อที่จะจำลองพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ (Reynolds Stresses) ซึ่งเป็นพจน์ที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากกระบวนการในการที่จะแก้สมการการเคลื่อนที่ Navier-Stokes ในกรณีที่มีการไหลเป็นการไหลแบบปั่นป่วน

แบบจำลองความปั่นป่วนที่เป็นที่นิยมใช้ในงานทางวิศวกรรมคือแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดความหนืดหมุนวนแบบเชิงเส้น (Linear Eddy-Viscosity Turbulence Models) เนื่องจากสามารถจำลองลักษณะการไหลแบบปั่นป่วนที่มีรูปแบบการไหลที่ไม่ซับซ้อนนักได้ค่อนข้างถูกต้อง ไม่ใช้กำลังคอมพิวเตอร์และเวลาในการคำนวณนานเกินไป อย่างไรก็ตาม แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดเชิงเส้นนั้นจำลองค่าความเค้นเรย์โนลด์ที่เกิดขึ้นผิดจากความเป็นจริงมาก ซึ่งจะมีผลทำให้การจำลองค่าความเร็วของการไหลคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าเป็นการไหลที่มีลักษณะซับซ้อน เช่น การไหลที่เกิดการแยกตัว (Separation) การไหลที่เกิดการติดกลับ (Reattachment) หรือการไหลที่เกิดการหมุนวน (Recirculation) ทั้งนี้เนื่องมาจากแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดเชิงเส้นนั้นใช้ สมการความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นในการจำลองพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ที่ใช้ในแบบจำลอง ซึ่งเป็นสมมติฐานที่ค่อนข้างหยาบและผิดจากความเป็นจริงมาก แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดความหนืดหมุนวนแบบไม่เชิงเส้น (Non-Linear Eddy-Viscosity Turbulence Models) จึงเป็นแบบจำลองที่เริ่มได้รับความนิยมในระยะ 10 ปีมานี้ในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วน เนื่องมาจากแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นนั้นใช้สมการความสัมพันธ์แบบไม่เชิงเส้นในการจำลองพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ ดังนั้นแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นจึงให้ความถูกต้องกว่าแบบจำลองชนิดเชิงเส้น

งานวิจัยนี้จึงมุ่งเน้นไปที่การพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นให้ถูกต้องมากขึ้น โดยผู้วิจัยพบว่า หนึ่งในสาเหตุของความคลาดเคลื่อนในการจำลองลักษณะการไหลของแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้น มาจาก สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ ที่ใช้ในแบบจำลอง ยังไม่เหมาะสม โดยในบทความวิจัยนี้จะนำเสนอการเปรียบเทียบความถูกต้องของสมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์แบบต่างๆ ที่ใช้ในแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้น เพื่อที่จะหาสมการความเค้นเรย์โนลด์ที่เหมาะสมที่สุดในการจำลองค่าความเค้นเรย์โนลด์ให้ถูกต้องที่สุด โดยข้อมูลจากการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรง (Direct Numerical Simulation, DNS) ของ Kim et al. [1] ถูก

นำมาใช้ในการเปรียบเทียบ สำหรับการไหลระหว่างแผ่นระนาบที่คู่ขนานกัน

2. สมการการเคลื่อนที่สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน

สมการการเคลื่อนที่ของการไหลแบบปั่นป่วนนั้น ประกอบไปด้วยสมการกฎทรงมวล และสมการโมเมนตัม เช่นเดียวกับการไหลแบบราบเรียบ แต่ด้วยลักษณะที่ต่างกันของการไหลแบบราบเรียบและการไหลแบบปั่นป่วน ที่ทำให้สมการการเคลื่อนที่ของการไหลแบบปั่นป่วนต่างจากสมการการเคลื่อนที่ของการไหลแบบราบเรียบ โดยสมการการเคลื่อนที่ของการไหลแบบปั่นป่วนมีความซับซ้อนมากกว่าเนื่องมาจากความปั่นป่วนที่เกิดขึ้นในการไหล ในทางวิศวกรรม สิ่งที่น่าสนใจส่วนใหญ่คือค่าเฉลี่ยของการไหล ดังนั้น วิธีการเฉลี่ยของเรย์โนลด์ (Reynolds Averaging) จึงถูกนำมาใช้กับสมการการเคลื่อนที่ของการไหลแบบปั่นป่วน เพื่อแปลงสมการการเคลื่อนที่ของการไหลแบบปั่นป่วนให้อยู่ในรูปของค่าเฉลี่ย ดังนี้

สมการกฎทรงมวล

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

สมการโมเมนตัม

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{U}_i \bar{U}_j + \underbrace{\overline{u'_i u'_j}}_{\text{ความเค้นเรย์โนลด์}} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left[\frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \right] \right\} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

โดยสมการโมเมนตัมที่ถูกเฉลี่ยด้วยวิธีการของเรย์โนลด์ ต่างจากสมการโมเมนตัมที่ยังไม่ได้ถูกเฉลี่ย เนื่องจากมีพจน์ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการใช้วิธีการเฉลี่ยของเรย์โนลด์ คือ พจน์ความเค้นเรย์โนลด์ (Reynolds stresses) $\overline{u'_i u'_j}$ ซึ่งพจน์ที่เกิดขึ้นนี้เป็นพจน์ที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากความปั่นป่วนที่เกิดขึ้นในการไหล โดยแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหล (Turbulence Models) เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่ถูกนำมาใช้เพื่อจำลองพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการใช้วิธีการเฉลี่ยของเรย์โนลด์ กับสมการโมเมนตัมนี้

3. แบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลชนิดเชิงเส้น

แบบจำลองความปั่นป่วนของการไหล คือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้จำลองพจน์ความปั่นป่วนของการไหล ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากการใช้วิธีการเฉลี่ยของเรย์โนลด์ กับสมการการเคลื่อนที่ของการไหลแบบปั่นป่วน ซึ่งพจน์ที่เกิดขึ้นจากการเฉลี่ยนี้เรียกว่า พจน์ความเค้นเรย์โนลด์ $\overline{u'_i u'_j}$ ดังนั้นแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลจึงมีหน้าที่ในการจำลองพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ ที่เกิดขึ้นนี้

แบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลนั้นมีหลายชนิด แต่ชนิดที่นิยมใช้ในซอฟต์แวร์ CFD สำเร็จรูปคือ แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดเชิงเส้น $k - \varepsilon$ ซึ่งแบบจำลองชนิดนี้ประกอบไปด้วยสมการ 2 สมการ

คือ สมการการเคลื่อนที่ของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน k และ สมการการเคลื่อนที่ของอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน ε

แบบจำลองความปั่นป่วนชนิด $k - \varepsilon$ เป็นแบบจำลองหนึ่งในหลายแบบจำลองที่ใช้แนวความคิดของความหนืดหมุนวน (Eddy Viscosity) ที่นำเสนอโดย Boussinesq [2] กล่าวคือ พจน์ความเค้นเรย์โนลด์ $\overline{u'_i u'_j}$ ที่เกิดขึ้นจากการใช้วิธีการเฉลี่ยของเรย์โนลด์กับสมการโมเมนตัม จะถูกจำลองผ่านพจน์ความหนืดหมุนวน (μ_t) โดยใช้ สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ ที่นำเสนอโดย Boussinesq ดังนี้

$$\underbrace{\overline{u'_i u'_j}}_{\text{ความเค้นเรย์โนลด์}} = \frac{2}{3} \delta_{ij} k - \frac{\mu_t}{\rho} \left\{ \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right\} \quad (3)$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของความเครียด

โดย μ_t คือค่าความหนืดหมุนวน ซึ่งค่าความหนืดหมุนวนนี้ ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของการไหล (Flow) ไม่ได้ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของของไหล (Fluid) เหมือนค่าความหนืด μ โดยสมการของค่าความหนืดหมุนวน μ_t นี้ขึ้นอยู่กับชนิดของแบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้ โดยสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วนชนิด $k - \varepsilon$ ค่าความหนืดหมุนวน μ_t สามารถหาได้จากสมการ

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

โดยที่ค่าพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน k และ ค่าอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน ε สามารถคำนวณหาได้จากสมการการเคลื่อนที่ของ k และ สมการการเคลื่อนที่ของ ε ตามลำดับ โดยแบบจำลองความปั่นป่วนชนิด $k - \varepsilon$ ที่นิยมใช้ในปัจจุบันคือ แบบจำลองความปั่นป่วนชนิด $k - \varepsilon$ ของ Launder และ Sharma [3]

ในบทความวิจัยนี้ การไหลที่พิจารณาคือ การไหลแบบปั่นป่วนระหว่างแผ่นระนาบที่คู่ขนานกัน (Fully-Developed Turbulent Channel Flow) ดังนั้น สมการที่ใช้จำลองพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ในแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดเชิงเส้นที่นำเสนอโดย Boussinesq จากสมการ (3) สามารถลดรูปได้ดังนี้

$$\overline{u'v'} = -C_\mu \left(\frac{k^2}{\varepsilon} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right) \quad (5)$$

$$\overline{u'u'} = \frac{2}{3} k \quad (6)$$

$$\overline{v'v'} = \frac{2}{3} k \quad (7)$$

$$\overline{w'w'} = \frac{2}{3} k \quad (8)$$

โดย $\overline{u'v'}$ คือ ความเค้นเรย์โนลด์เฉือน (Shear Reynolds Stress) และ $\overline{u'u'}, \overline{v'v'}, \overline{w'w'}$ คือ ความเค้นเรย์โนลด์ในแนวตั้งฉาก (Normal Reynolds Stress) ในทิศ x, y และ z ตามลำดับ

จากสมการ (6) ถึง (8) จะเห็นได้ว่า ค่าความเค้นเรย์โนลด์ในแนวตั้งฉากมีค่าเท่ากันทั้งใน 3 ทิศทาง ซึ่งผิดจากสิ่งที่เกิดขึ้นจริง ในการไหลระหว่างแผ่นระนาบที่คู่ขนานกัน

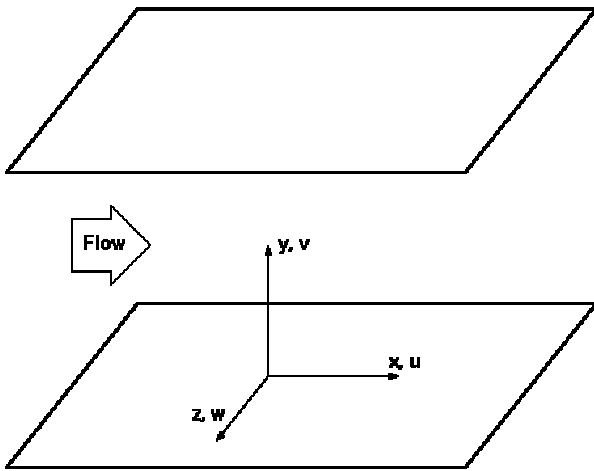
4. แบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลชนิดไม่เชิงเส้น

ความแตกต่างที่เห็นได้ชัดระหว่างแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลชนิดเชิงเส้นและชนิดไม่เชิงเส้นคือ สมการที่ใช้จำลองพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ในแบบจำลองความปั่นป่วน แบบจำลองชนิดเชิงเส้นใช้ สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ ที่นำเสนอโดย Boussinesq ดังแสดงในสมการ (3) ซึ่งเป็นสมการที่แสดงว่า พจน์ความเค้นเรย์โนลด์ขึ้นอยู่กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเครียด (Strain Rate) เท่านั้น ซึ่งต่างจากแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่จำลองพจน์ความเค้นเรย์โนลด์โดยใช้สมการความสัมพันธ์ที่แสดงว่า พจน์ความเค้นเรย์โนลด์ขึ้นอยู่กับทั้งอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเครียด ความหมุนวน และความโค้งของเส้น Streamline ซึ่งเป็นการจำลองพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากกว่า

จากการตรวจสอบเอกสาร ผู้วิจัยค้นพบว่า มีกลุ่มวิจัยหลักๆ อยู่ด้วยกัน 8 กลุ่ม ที่นำเสนอสมการที่ใช้จำลองพจน์ความเค้นเรย์โนลด์แบบไม่เชิงเส้นนี้ โดยในบทความนี้ได้ทำการลดรูปสมการสำหรับการไหลระหว่างแผ่นระนาบที่คู่ขนานกัน และจัดรูปแบบของสมการพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ที่นำเสนอโดยนักวิจัยกลุ่มต่างๆ ให้อยู่ในรูปแบบที่ใกล้เคียงกันเพื่อความชัดเจนในการวิเคราะห์ เนื่องจากความซับซ้อนของสมการเต็มรูปแบบและข้อจำกัดของพื้นที่ ตามตารางที่ 1

5. ผลและวิเคราะห์

ความถูกต้อง ของ สมการความสัมพันธ์ที่ใช้จำลองพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ ในแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลชนิดไม่เชิงเส้น ที่นำเสนอโดยกลุ่มวิจัยต่างๆ ถูกนำมาเปรียบเทียบกับบทความวิจัยนี้ สำหรับการไหลระหว่างแผ่นระนาบที่คู่ขนานกัน โดยใช้ข้อมูลจากการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรง (Direct Numerical Simulation, DNS) หรือข้อมูล DNS ของ Kim et al. [1] ที่ $Re_\tau \equiv u_\tau h / \nu = 180$ โดย $u_\tau \equiv \sqrt{\tau_w / \rho}$ คือ Friction Velocity ν คือ ความหนืดของของไหล และ h คือความสูงครึ่งหนึ่งระหว่างแผ่นระนาบ ตามรูปที่ 1



รูปที่ 1 การไหลระหว่างแผ่นระนาบที่คู่ขนานกัน (Kim et al. [1])

การเปรียบเทียบความถูกต้องของแต่ละสมการความเค้นเรย์โนลด์ในบทความวิจัยนี้จะทำการเปรียบเทียบโดยใช้ข้อมูล DNS แทนค่าเข้าไปในแต่ละพจน์ของสมการความเค้นเรย์โนลด์ที่นำเสนอโดยแต่ละกลุ่มวิจัย และทำการเปรียบเทียบความถูกต้องของแต่ละสมการความเค้นเรย์โนลด์ ว่าสามารถจำลองค่าความเค้นเรย์โนลด์ได้ใกล้เคียงความเป็นจริงมากเพียงไร โดยการแสดงผ่านเส้นกราฟสำหรับทั้งความเค้นเรย์โนลด์เฉือน $(\overline{u'v'})$ และความเค้นเรย์โนลด์ในแนวตั้งฉากทั้งใน 3 ทิศทาง $(\overline{u'u'}, \overline{v'v'}, \overline{w'w'})$ ตามรูปที่ 2 ถึง 5 ตามลำดับ ซึ่งถ้าสมการของกลุ่มวิจัยใดสามารถจำลองค่าความเค้นเรย์โนลด์ได้ใกล้เคียงกับข้อมูล DNS ของความเค้นเรย์โนลด์นั้นๆ ได้มากที่สุด ก็แสดงว่าสมการความเค้นเรย์โนลด์ของกลุ่มวิจัยนั้น เหมาะสมที่จะนำไปใช้ในแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหล เพื่อใช้จำลองลักษณะการไหลใน CFD มากที่สุด โดยจากการวิเคราะห์รูปของความเค้นเรย์โนลด์ทั้งหมดจะเห็นได้ว่า สมการความเค้นเรย์โนลด์แบบไม่เชิงเส้นของ Myong และ Kasagi [10] ให้ค่าความเค้นเรย์โนลด์เฉือน และ ค่าความเค้นเรย์โนลด์ในแนวตั้งฉากตรงบริเวณใกล้กึ่งกลางระหว่างแผ่นระนาบคู่ได้ใกล้เคียงกับข้อมูล DNS มากที่สุด โดยความคลาดเคลื่อนตรงบริเวณใกล้ผิวแผ่นระนาบ น่าจะมาจากการที่ สมการความเค้นเรย์โนลด์ของ Myong และ Kasagi ไม่ได้ใช้ damping function ที่เหมาะสมในบริเวณใกล้พื้นผิว เพื่อแสดงถึงผลกระทบของพื้นผิวที่มีต่อความปั่นป่วนของการไหล

6. สรุป

การตรวจสอบความถูกต้องของสมการความเค้นเรย์โนลด์แบบไม่เชิงเส้นสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหล โดยใช้ข้อมูล DNS แทนค่าเข้าไปในแต่ละพจน์ของสมการ เป็นการลดความผิดพลาดที่อาจจะเกิดขึ้นจากระเบียบวิธีเชิงตัวเลขใน CFD โดยจากผลการเปรียบเทียบระหว่างสมการความเค้นเรย์โนลด์จากกลุ่มวิจัยหลายๆ กลุ่ม พบว่า สมการของ Myong และ Kasagi เหมาะสมที่สุดที่จะนำมาพัฒนาเพื่อเพิ่มความถูกต้องของแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหล โดยการปรับปรุง Damping Function ที่ใช้ในสมการเพื่อให้สามารถจำลองค่าความเค้นเรย์โนลด์ในบริเวณใกล้พื้นผิวได้ถูกต้องมากขึ้น

7. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากทุนเมธีวิจัยอาวุโส สำหรับศาสตราจารย์ ดร. ปราโมทย์ เดชะอำไพ โดย ฝ่ายวิชาการ สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย (สกว.) และ ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ (NECTEC)

เอกสารอ้างอิง

- [1] J. Kim, P. Moin, and R. Moser, "Turbulent statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number," Journal of Fluid Mechanics, 1987, Vol. 177, pp. 133-166.
- [2] J. Boussinesq, "Theory de L'ecoulement Tourbillant," Memoires Presentes Par Divers Savants Sciences Mathematique at Physiques, Academie de Sciences, 1877, Vol. 23, pp.46-50.
- [3] S.B. Pope, "A more general effective-viscosity hypothesis," Journal of Fluid Mechanics, 1975, Vol. 72, pp. 331-340.
- [4] T.H. Shih, J. Zhu, and J.L. Lumley, "A realizable Reynolds stress algebraic equation model," NASA Technical Memorandum 105993, 1993, pp. 1-34.
- [5] F.S. Lien, W.L. Lien, and M.A. Leschziner, "Low-Reynolds-number eddy-viscosity modeling based on non-linear stress-strain/vorticity relations," in W. Rodi and G. Bergeles (eds), Engineering Turbulence Modelling and Experiments 3, Elsevier Science, 1996, pp. 91-100.
- [6] D.D. Apsley and M.A. Leschziner, "A new low-Reynolds-number nonlinear two-equation turbulence model for complex flows," International Journal of Heat and Fluid Flow, 1998, Vol. 19, pp. 209-222.
- [7] S. Nisizima and A. Yoshizawa, "Turbulent channel and couette flows using an anisotropic $k - \epsilon$ model," AIAA Journal, 1987, Vol. 25, No. 3, pp. 414-420.
- [8] C.G. Speziale, "On nonlinear $k - l$ and $k - \epsilon$ models of turbulence," Journal of Fluid Mechanics, 1987, Vol. 178, pp. 459-475.
- [9] R. Rubinstein and J.M. Barton, "Nonlinear Reynolds stress models and the renormalization group," Physics of Fluids A, 1990, Vol. 2, No. 8, pp. 1472-1476.
- [10] H.K. Myong and N. Kasagi, "Prediction of anisotropy of the near-wall turbulence with an anisotropic low-Reynolds-number $k - \epsilon$ turbulence model," Journal of Fluids Engineering, 1990, Vol. 112, pp. 521-524.

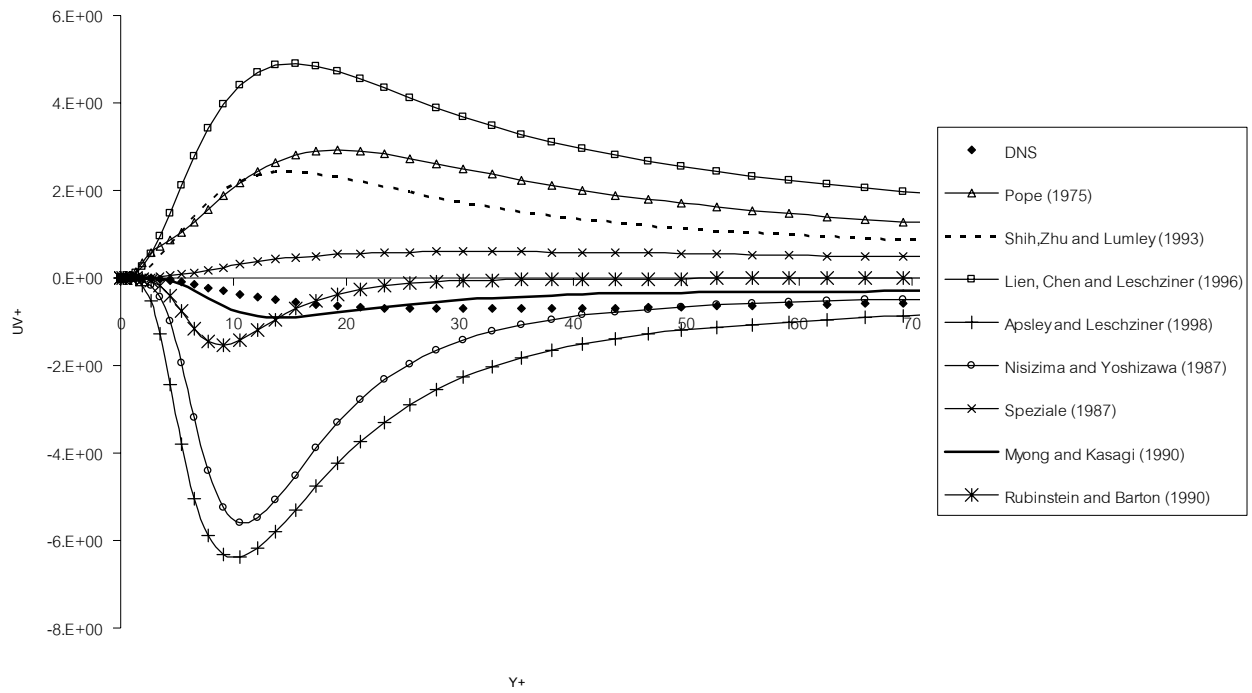
Pope [3]	Shih, Zhu and Lumley [4]
$\overline{u'v'} = - \left\{ \frac{0.134 + 0.267 \frac{P}{\varepsilon}}{\left(0.5 + \frac{P}{\varepsilon}\right)^2 + 0.057 \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^2 \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2} \right\} \left(\frac{k^2}{\varepsilon}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)$	$\overline{u'v'} = - \left\{ \frac{0.667}{1.25 + \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)} \right\} \left(\frac{k^2}{\varepsilon}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)$
$\overline{u'u'} = \frac{2}{3} k + \left\{ \frac{0.303}{1 + 0.114 \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^2 \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2} \right\} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2$	$\overline{u'u'} = \frac{2}{3} k + \left\{ \frac{9.333}{1000 + \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^3 \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^3} \right\} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2$
$\overline{v'v'} = \frac{2}{3} k - \left\{ \frac{0.387}{1 + 0.114 \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^2 \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2} \right\} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2$	$\overline{v'v'} = \frac{2}{3} k - \left\{ \frac{5.667}{1000 + \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^3 \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^3} \right\} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2$
$\overline{w'w'} = \frac{2}{3} k + \left\{ \frac{0.023}{1 + 0.114 \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^2 \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2} \right\} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2$	$\overline{w'w'} = \frac{2}{3} k - \left\{ \frac{3.667}{1000 + \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^3 \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^3} \right\} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2$

Lien, Chen and Leschziner [5]	Apsley and Leschziner [6]
$\overline{u'v'} = - \left\{ \frac{0.667}{1.25 + 1.9 \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)} \right\} \left(\frac{k^2}{\varepsilon}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)$	$\overline{u'v'} = \left\{ \frac{-0.267 + 0.071 \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^2 \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2}{0.8 + \frac{P}{\varepsilon}} \right\} \left(\frac{k^2}{\varepsilon}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)$
$\overline{u'u'} = \frac{2}{3} k + \left\{ \frac{6.226}{\left(1000 + \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^3 \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^3\right) \left(1.25 + 1.9 \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)\right)} \right\} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2$	$\overline{u'u'} = \frac{2}{3} k + \left\{ \frac{0.213}{\left(0.8 + \frac{P}{\varepsilon}\right)^2} - 0.167 \right\} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2$
$\overline{v'v'} = \frac{2}{3} k - \left\{ \frac{3.780}{\left(1000 + \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^3 \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^3\right) \left(1.25 + 1.9 \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)\right)} \right\} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2$	$\overline{v'v'} = \frac{2}{3} k - 0.167 \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2$
$\overline{w'w'} = \frac{2}{3} k - \left\{ \frac{2.446}{\left(1000 + \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^3 \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^3\right) \left(1.25 + 1.9 \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)\right)} \right\} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2$	$\overline{w'w'} = \frac{2}{3} k - \frac{0.071}{\left(0.8 + \frac{P}{\varepsilon}\right)^2} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right)^2$

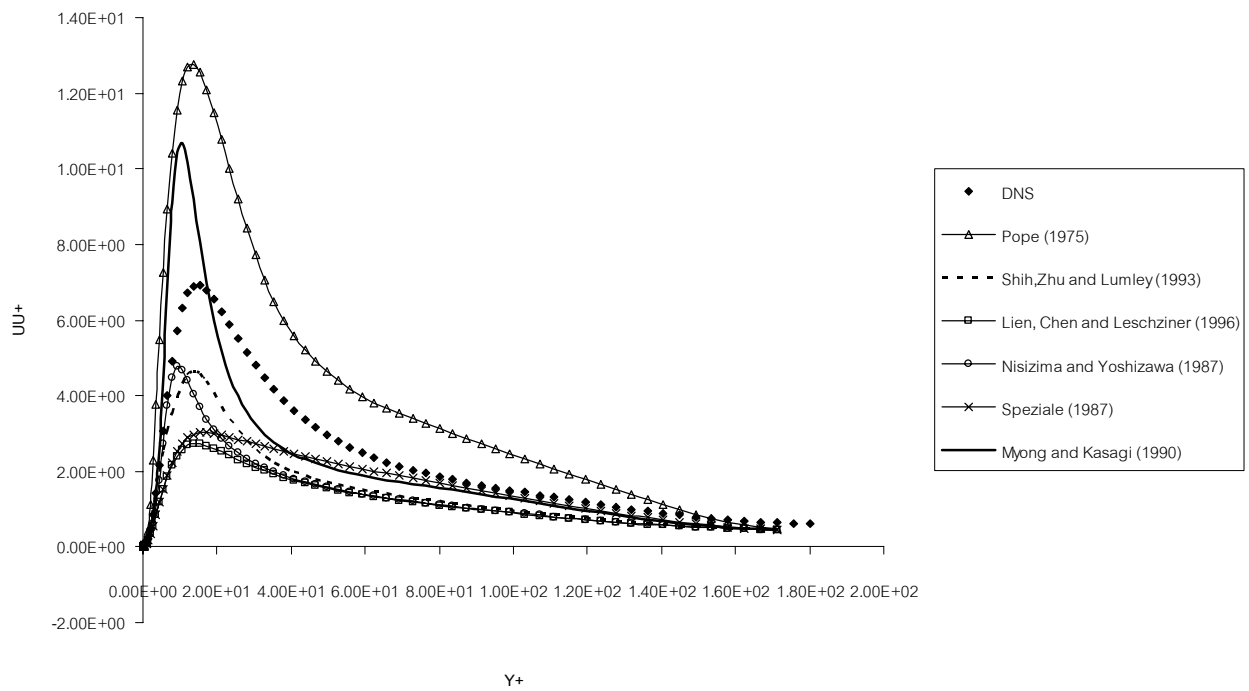
Nisizima and Yoshizawa [7]	Speziale [8]	Rubinstein and Barton [9]
$\overline{u'v'} = -0.09 \left(\frac{k^2}{\varepsilon} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)$	$\overline{u'v'} = -\frac{\tau_{xy}}{\rho}$	$\overline{u'v'} = -0.0845 \left(\frac{k^2}{\varepsilon} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)$
$\overline{u'u'} = \frac{2}{3}k + 0.0022 \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2$	$\overline{u'u'} = \frac{2}{3}k + \frac{5.6}{k} \left(\frac{\tau_{xy}}{\rho} \right)^2$	$\overline{u'u'} = \frac{2}{3}k + (0.4)(0.0845) \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2$
$\overline{v'v'} = \frac{2}{3}k - 0.019 \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2$	$\overline{v'v'} = \frac{2}{3}k + \frac{1.68}{k} \left(\frac{\tau_{xy}}{\rho} \right)^2$	$\overline{v'v'} = \frac{2}{3}k - (0.16)(0.0845) \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2$
$\overline{w'w'} = \frac{2}{3}k - 0.017 \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2$	$\overline{w'w'} = \frac{2}{3}k - \frac{1.12}{k} \left(\frac{\tau_{xy}}{\rho} \right)^2$	$\overline{w'w'} = \frac{2}{3}k$

Myong and Kasagi [10]
$\overline{u'v'} = - \left\{ 0.09 \left(1 + \frac{3.45}{\sqrt{Re_t}} \right) \left(1 - \exp \left(\frac{-y^+}{70} \right) \right) \right\} \left(\frac{k^2}{\varepsilon} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)$
$\overline{u'u'} = \frac{2}{3}k + 0.583 \left\{ 0.09 \left(1 + \frac{3.45}{\sqrt{Re_t}} \right) \left(1 - \exp \left(\frac{-y^+}{70} \right) \right) \right\} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2 + 1.333\nu \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_n} \right)^2$
$\overline{v'v'} = \frac{2}{3}k - 0.367 \left\{ 0.09 \left(1 + \frac{3.45}{\sqrt{Re_t}} \right) \left(1 - \exp \left(\frac{-y^+}{70} \right) \right) \right\} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2 + 1.333\nu \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_n} \right)^2$
$\overline{w'w'} = \frac{2}{3}k - 0.217 \left\{ 0.09 \left(1 + \frac{3.45}{\sqrt{Re_t}} \right) \left(1 - \exp \left(\frac{-y^+}{70} \right) \right) \right\} \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2 + 1.333\nu \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_n} \right)^2$

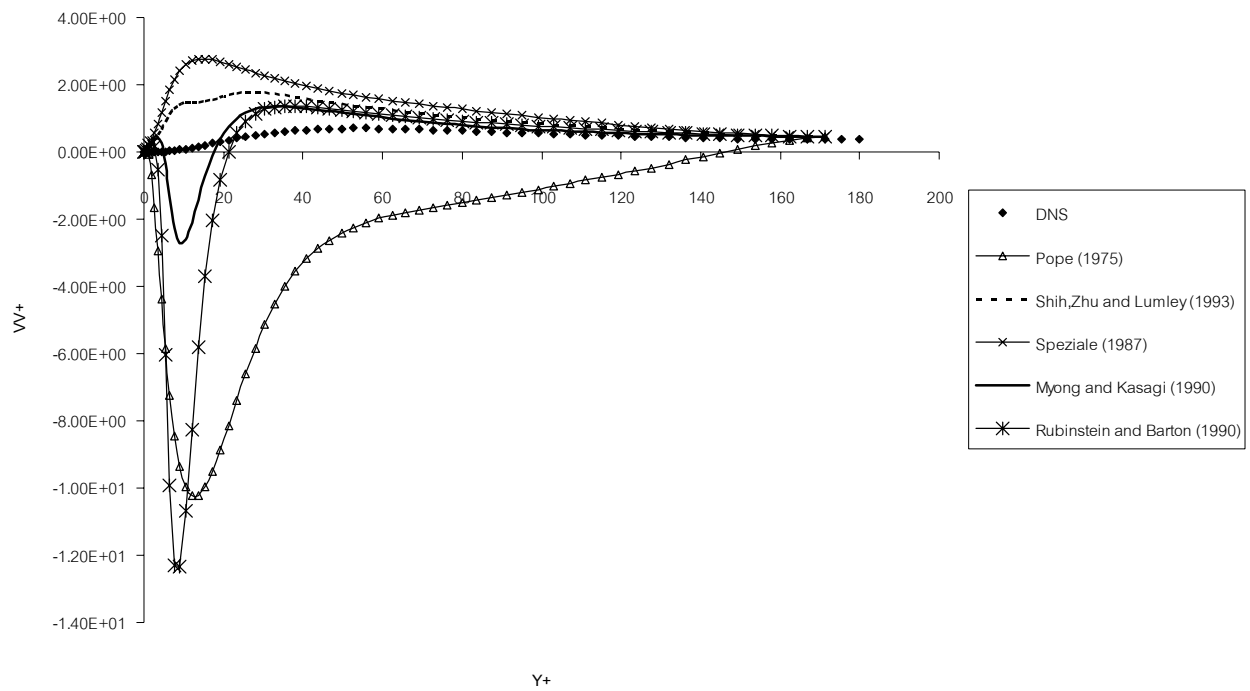
ตารางที่ 1 สมการพจน์ความเค้นเรย์โนลด์แบบไม่เชิงเส้น



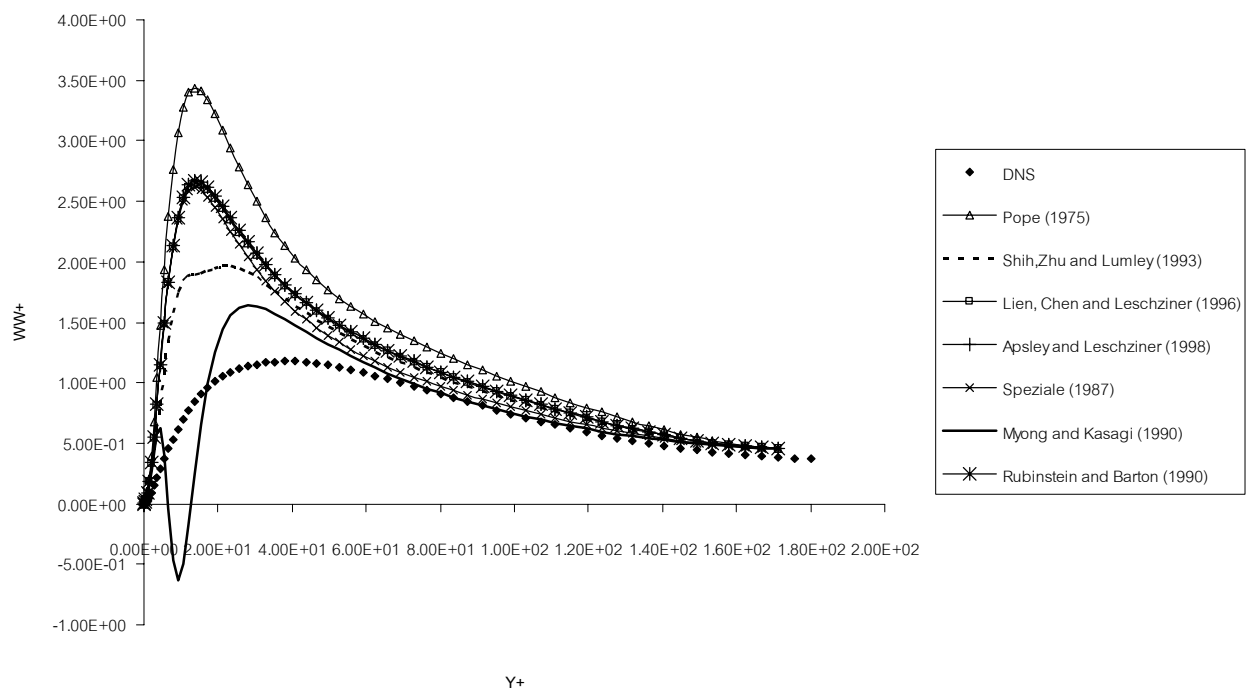
รูปที่ 1 ค่าความเค้นเรย์โนลด์ต่อเนื่องจากสมการความเค้นเรย์โนลด์แบบไม่เชิงเส้น



รูปที่ 2 ค่าความเค้นเรย์โนลด์ในแนวตั้งฉากในทิศทาง x จากสมการความเค้นเรย์โนลด์แบบไม่เชิงเส้น



รูปที่ 3 ค่าความเค้นเรย์โนลด์ในแนวตั้งฉากในทิศทาง y จากสมการความเค้นเรย์โนลด์แบบไม่เชิงเส้น



รูปที่ 4 ค่าความเค้นเรย์โนลด์ในแนวตั้งฉากในทิศทาง z จากสมการความเค้นเรย์โนลด์แบบไม่เชิงเส้น