

## การศึกษาเชิงทดลองของกระบวนการทำแข็งของวัสดุที่มีการเปลี่ยนแปลงเฟส 1 มิติ

### Experimental study of 1-D freezing process in phase change material

วิระศักดิ์ คงแก้ว<sup>1\*</sup>, ผดุงศักดิ์ รัตนเดโช<sup>2</sup>, มณฑล ชูโซนาค<sup>3</sup>, จิระพล กลิ่นบุญ<sup>4</sup>

<sup>1,2</sup> หน่วยงานวิจัยเพื่อการใช้ประโยชน์จากไมโครเวฟในงานวิศวกรรม (R.C.M.E.) ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ (ศูนย์รังสิต) อ.คลองหลวง จ. ปทุมธานี 12120

<sup>3,4</sup> อาจารย์สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ  
เลขที่ 2 ถ.นางลิ้นจี่ ทุ่งมหาเมฆ สาทร กรุงเทพฯ 10120

\* ติดต่อ: โทรศัพท์: 089-9653325, E-mail: vee\_eng@hotmail.com

#### บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการศึกษาเชิงทดลองสำหรับปัญหาของการทำแข็งในวัสดุที่มีการเปลี่ยนแปลงเฟส 1 มิติ การถ่ายเทความร้อนข้ามขอบเขตที่เคลื่อนที่ ในที่นี้จะใช้น้ำเป็นวัสดุที่มีการเปลี่ยนแปลงเฟส โดยการสร้างชุดทดสอบการทำแข็งรูปทรงสี่เหลี่ยม 1 มิติ เพื่อศึกษาการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในวัสดุ การเคลื่อนที่ของผิวฟรียิ่ง (Freezing Front) ที่เวลาต่างๆ และเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ ในการทดลองจะทำการฟรียิ่งโดยใช้อุณหภูมิ  $-8^{\circ}\text{C}$ ,  $-10^{\circ}\text{C}$ ,  $-12^{\circ}\text{C}$  พบว่าที่อุณหภูมิฟรียิ่งต่ำ ( $-12^{\circ}\text{C}$ ) อัตราการเคลื่อนที่ของผิวฟรียิ่งจะมีค่าสูงกว่าและยังมีความสัมพันธ์กับเวลาที่ใช้ในการฟรียิ่ง เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นระยะของผิวฟรียิ่งจะมีค่าเพิ่มขึ้นและอัตราการเคลื่อนที่ของผิวฟรียิ่งที่ระยะเวลาช่วงแรกๆ ของการทดลองมีค่าสูงกว่าระยะเวลาช่วงท้าย ซึ่งเกิดจากการที่โซนของแข็งเพิ่มขึ้นเป็นผลให้เกิดความต้านทานความร้อนที่ต้องระบายออกจากโซนของเหลวมีค่าลดลงทำให้อัตราการเคลื่อนที่ของผิวฟรียิ่งในช่วงท้ายลดลง และจากการเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ พบว่าแนวโน้มของการกระจายอุณหภูมิและอัตราการเคลื่อนที่ของผิวฟรียิ่งมีความสอดคล้องกัน

**คำสำคัญ :** การเปลี่ยนแปลงเฟส, การทำแข็ง, การเคลื่อนตัวของผิวฟรียิ่ง, ผลเฉลยแม่นยำ

#### Abstract

This article presents an experimental analysis of freezing process in phase change material at a moment heat transfer and moving boundary main parameter. In this, Used water to phase change material. By create tests of freezing a rectangular one dimension. Three constant temperatures are investigated:  $-8^{\circ}\text{C}$ ,  $-10^{\circ}\text{C}$ , and  $-12^{\circ}\text{C}$ . Detailed results of temperature profiles, moving of freezing front are presented and validated with the exact solutions. The experimental results show that the lowest constant temperature ( $-12^{\circ}\text{C}$ ) can increase moving rate of freezing front faster than any temperature sources. At the time increased results this distance of freezing front increased and rate of freezing front at the time beginning of testing to have highest at the end. Because of increased the

solid zone a result resistance of heat transfer from liquid to solid zone decrease thus, rate of freezing front decrease at the end. And the resulted of exact solution found that a fairly good.

**Keywords:** Phase Change material, Freezing, Freezing Front, exact solution

## 1. บทนำ

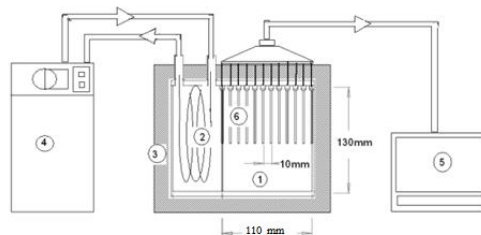
การแข็งตัวของสสารเป็นปรากฏการณ์การเปลี่ยนแปลงเฟสที่สามารถพบเห็นได้ทั่วไป ในทางกายภาพนั้นปัญหาการแข็งตัวจะมีลักษณะเด่นคือขอบเขตของปัญหามีการเคลื่อนที่เกิดขึ้น ซึ่งจะส่งผลให้สมการกำกับที่ได้มีลักษณะเป็นแบบไม่เชิงเส้น ปัญหาที่ทำการศึกษาก็จะเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนเฟสของสสาร ลักษณะการเคลื่อนตัวของผิวฟรียิ่ง และการกระจายของอุณหภูมิภายในวัสดุที่มีการเปลี่ยนแปลงเฟสของกระบวนการฟรียิ่ง (กระบวนการแข็งตัว) ปัญหาของการเปลี่ยนแปลงเฟสสามารถพบเห็นได้ทั่วไปโดยเฉพาะอย่างยิ่งการแข็งตัวของน้ำซึ่งสามารถพบเห็นได้ในธรรมชาติและในระบบทางด้านวิศวกรรม เช่น การละลายหรือแข็งตัวของน้ำแข็งขั้วโลก การผลิตน้ำแข็ง การแข็งตัวในกระบวนการหล่อขึ้นรูปโลหะ กระบวนการถนอมอาหาร วิศวกรรมถนอมเนื้อเยื่อทางการแพทย์ เป็นต้น การที่เราสามารถทำความเข้าใจกลไกของการเปลี่ยนแปลงในปรากฏการณ์ต่าง ๆ เหล่านี้จะช่วยให้เราสามารถออกแบบหรือพัฒนาปรับปรุงกระบวนการที่เกี่ยวข้องให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น จากรายงานการศึกษาภายในประเทศที่ผ่านมาจะพบว่างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการถ่ายเทความร้อนและมวลสารในวัสดุที่มีการเปลี่ยนแปลงเฟสนั้นยังไม่เป็นที่แพร่หลายมากนัก ด้วยเหตุผลนี้ถ้าหากภายในประเทศได้รับการสนับสนุนและมีการศึกษาอย่างเป็นระบบแล้ว ในอนาคตจะช่วยให้ประเทศไทยมีองค์ความรู้เป็นของตนเองและสามารถพัฒนาผลผลิตของประเทศชาติให้มีมูลค่าสูงขึ้นโดยไม่ต้องพึ่งต่างชาติอีกด้วย

บทความฉบับนี้ได้ทำการสร้างชุดทดลองการทำความเย็นโดยใช้เป็นวัสดุที่มีการเปลี่ยนแปลงเฟสเป็น

วัสดุทดลอง โดยจะทำการศึกษาการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในวัสดุ และผิวเชื่อมต่อระหว่างเฟส ที่เวลาต่างๆ ในระบบ 1 มิติ

## 2. การทดลอง

ภาพที่ 1 และ 2 แสดงอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองสำหรับการทำความเย็น ซึ่งประกอบไปด้วยเซลล์ทดสอบรูปทรงสี่เหลี่ยมที่มีขนาดภายในสูง 130 mm กว้าง 110 mm และลึก 50 mm ผนังในแนวราบทั้งด้านบนและด้านล่าง และผนังในแนวดิ่งทั้งด้านหน้าและด้านหลังทำจาก อะคริลิก เรซิน (Acrylic Resin) ผนังกันระหว่างส่วนแลกเปลี่ยนความร้อนกับเซลล์ทดสอบเป็นทองแดง ทุกด้านของเซลล์ทดสอบหุ้มฉนวน Styrofoam หนา 50 mm เพื่อป้องกันการสูญเสียความร้อนและการควบแน่นของความชื้นที่ผนังภายในเซลล์ทดสอบบรรจุวัสดุที่มีการเปลี่ยนแปลงเฟส(น้ำ) ที่ผนังในแนวดิ่งด้านข้างซ้ายได้ระบายความร้อนจากแหล่งความร้อนอุณหภูมิต่ำซึ่งเป็นอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบหลายกลีบ(Multi Pass) อุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนจะถูกต่อเข้ากับแหล่งอุณหภูมิคงที่ แหล่งอุณหภูมิคงที่นี้จะประกอบไปด้วยสารละลาย Ethylene Glycol-Water ซึ่งใช้เป็นสารตัวกลางในการระบายความร้อน

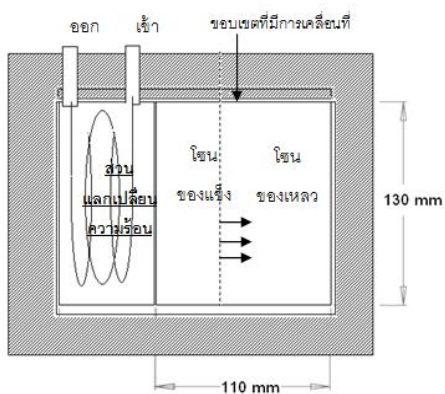


ภาพที่ 1 แสดงอุปกรณ์ทดลอง 1. เซลล์ทดสอบ, 2. อุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน, 3. ฉนวนความร้อน, 4. เครื่องทำความเย็น, 5. อุปกรณ์บันทึกอุณหภูมิ, 6. เทอร์โมคัปเปิล



ภาพที่ 2 ภาพแสดงชุดทดลอง

ระหว่างทำการทดลองเซลล์ทดสอบจะติดตั้งไว้ที่อุณหภูมิห้องคงที่  $25^{\circ}\text{C}$  และใช้เทอร์โมคัปเปิล Type K ที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง  $0.6\text{ mm}$ . จำนวน 12 ตัว เพื่อหาค่าการกระจายของอุณหภูมิภายในเซลล์ทดสอบซึ่งตำแหน่งของเทอร์โมคัปเปิลทั้งหมดที่ใช้วัดอุณหภูมิจะถูกติดตั้งที่ตำแหน่งศูนย์กลางในระนาบของเซลล์ทดสอบและมีระยะห่าง  $10\text{ mm}$  เท่าๆ กัน โดยที่เทอร์โมคัปเปิลทุกตัวจะต่อเข้ากับอุปกรณ์บันทึกอุณหภูมิ(Data Logger) เพื่อเก็บและวิเคราะห์ข้อมูลในช่วงเวลาต่างๆ ตำแหน่งของผิวเชื่อมต่อระหว่างเฟสในเซลล์ทดสอบหาได้จากการประมาณค่าในช่วง (Interpolate) ของอุณหภูมิที่อ่านได้จากเทอร์โมคัปเปิล



ภาพที่ 3 เซลล์ทดสอบ

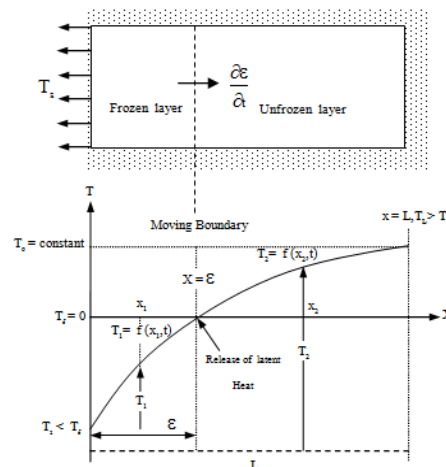
จากชุดทดลองเมื่อมีการแลกเปลี่ยนความร้อนโดยชุดแลกเปลี่ยนความร้อนที่อุณหภูมิต่ำกว่าจุดเยือกแข็ง จะเกิดโซนของแข็งและเห็นขอบเขตที่มีการเคลื่อนที่ผ่านแนววัดอุณหภูมิที่กระจายอยู่ในชุด

ทดลองดังรูปที่ 3 ทำการทดลองเก็บค่าการกระจายอุณหภูมิในชุดทดลอง และนำข้อมูลที่ได้จากการทดลองมาเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำโดยวิธีของ Neumann's เพื่อทำการวิเคราะห์กระบวนการทำแข็งและทำความเข้าใจกลไกของการเปลี่ยนแปลงในปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น

### 3. ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้อง

#### แบบจำลองทางกายภาพ

ลักษณะของแบบจำลองที่จะทำการศึกษาคือ จะทำการระบายความร้อนวัสดุที่เปลี่ยนแปลงเฟส(น้ำ)ที่อุณหภูมิต่างๆ ส่วนลักษณะการเคลื่อนที่ของผิวฟรียซึ่งจะทำการพิจารณาในระบบ 1 มิติ ทิศทางแกน  $x$  และมีการถ่ายเทความร้อนเฉพาะแกนที่พิจารณาเท่านั้น ซึ่งวัสดุที่ใช้ในการศึกษามีความยาวทั้งหมดเท่ากับ  $110\text{ mm}$



ภาพที่ 4 แสดงลักษณะแบบจำลองทางกายภาพของปัญหา(Crank,J. 1984.)

จากภาพที่ 4 แสดงให้เห็นถึงเส้นการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิทั้งในโซนของแข็งและโซนของเหลว โดยที่การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในโซนของแข็งจะอยู่ในรูปฟังก์ชัน  $T_1$  และในโซนของเหลวจะอยู่ในรูปฟังก์ชัน  $T_2$  โดยที่  $T_0$  คือค่าอุณหภูมิที่จุดเริ่มต้นของวัสดุที่มีการเปลี่ยนแปลงเฟสซึ่งมีค่าเป็นบวกและคงที่  $T_s$  คือค่าอุณหภูมิที่ป้อนให้แก่วัสดุด้านซ้าย  $T_f$  คือค่าอุณหภูมิที่ตำแหน่งผิวฟรียซึ่งและที่

ตำแหน่ง  $x = \varepsilon$  เป็นระยะที่บอกตำแหน่งของผิวพรีซซึ่ง ซึ่งจะค่อยๆ เคลื่อนที่ไปใน แนวแกน  $x$  เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น ในที่นี้กำหนดให้ 1 แทนโซนที่เป็นของแข็ง และ 2 แทนโซนที่เป็นของเหลว

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน เมื่อพิจารณาการนำความร้อนที่ผ่านปริมาตรควบคุมใดๆ ในกรณีการถ่ายเทความร้อนแบบหนึ่งมิติทิศทางแกน  $x$  จากสมการการถ่ายเทพลังงานในกรณี 1 มิติดังนี้

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1)$$

ซึ่งสามารถเขียนสมการเชิงอนุพันธ์เพื่อใช้อธิบายการถ่ายเทความร้อนทั้งบริเวณ โซนของแข็งและโซนของเหลวในกรณี 1 มิติ ได้ดังนี้

### 3.1 สำหรับโซนของแข็ง(Frozen Layer)

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \alpha_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} \quad (2)$$

เมื่อ

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

โดยที่  $T_1$  = อุณหภูมิในโซนของแข็ง ( $^{\circ}\text{C}$ )

$\alpha_1$  = สัมประสิทธิ์การแผ่กระจายของความร้อน

$\lambda$  = ประสิทธิภาพของการนำความร้อน

$\rho$  = ความหนาแน่น

$c_p$  = ค่าความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่

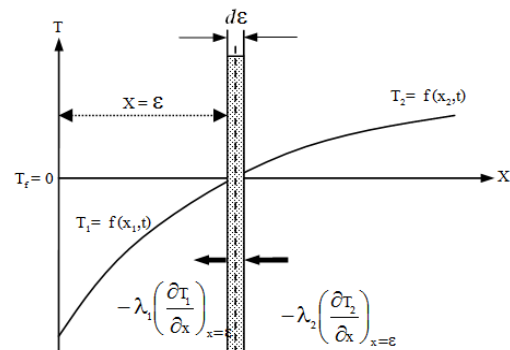
### 3.2 สำหรับโซนของเหลว(Unfrozen layer)

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = \alpha_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} \quad (3)$$

โดยที่  $T_2$  = อุณหภูมิในโซนของเหลว ( $^{\circ}\text{C}$ )

$\alpha_2$  = สัมประสิทธิ์การแผ่กระจายของความร้อน

### 3.3 สำหรับที่ตำแหน่งของผิวพรีซซึ่ง



ภาพที่ 5 แสดงการสมดุลพลังงานที่ผิวพรีซซึ่ง

พิจารณาดำแหน่งของผิวพรีซซึ่ง  $x = \varepsilon$  อุณหภูมิ  $0^{\circ}\text{C}$  จากนั้น ทำการสร้างสติปเล็กๆ มีความหนา  $d\varepsilon$  ที่เวลา  $dt$  ดังภาพที่ 5 ที่ตำแหน่งนี้การถ่ายเทความร้อนเป็นไปแบบต่อเนื่อง ซึ่งความร้อนที่ถ่ายเทจากโซนของเหลวโดยการนำผ่านพื้นผิวที่มีอุณหภูมิคงที่ไปยังโซนของแข็งของวัสดุที่มีการเปลี่ยนแปลงเฟส จากกฎของการอนุรักษ์พลังงาน จะได้

$$L\rho \frac{d\varepsilon}{dt} = q_{in} - q_{out} \quad (4)$$

$$L\rho \frac{d\varepsilon}{dt} = \left( -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{x=\varepsilon} - \left( -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \right)_{x=\varepsilon} \quad (5)$$

อัตราการเคลื่อนที่ของขอบเขตของผิวพรีซซึ่งหาได้จาก

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{L\rho} \left[ \lambda_1 \left( \frac{\partial T_1}{\partial x} \right)_{x=\varepsilon} - \lambda_2 \left( \frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{x=\varepsilon} \right] dt \quad (6)$$

### 3.4 สมการเฉลยแม่นยำวิธี Neumann's

#### Solution

ในกรณีของการ พรีซซึ่ง ที่มีการเปลี่ยนแปลงเฟสเป็นของแข็งและขอบเขตมีการเคลื่อนที่(Stefan Problem) นั้น ได้อธิบายโดย Franz Neumann ในปี

1860 โดยพิจารณาปัญหาของการฟรีซซิ่ง วัสดุที่เปลี่ยนเฟสสองเฟสโดยสมการของระบบจากสมการที่ (2) ถึง (6) แทนค่าฟังก์ชันต่างๆ ลงในสมการ (2), (3), (6) และแก้สมการเชิงอนุพันธ์จะได้สมการของอุณหภูมิเมื่อเวลาผ่านไป  $t$  ใดๆ ดังนี้

สมการของอุณหภูมิสำหรับโซนของแข็ง

$$T_1 = T_s + (T_f - T_s) \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha_1 t}}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{m}{2\sqrt{\alpha_1}}\right)} \quad (7)$$

เมื่อ  $x = 0$ ,  $t > 0$ ,  $\operatorname{erf}(x\eta_1) = 0$ , และ  $T_1 = T_s$

$$x = \varepsilon, \quad t > 0, \quad \operatorname{erf}(x\eta_1) = G\left(\frac{m}{2\sqrt{\alpha_1}}\right)$$

$$\text{และ } T_1 = T_f = 0$$

สมการของอุณหภูมิสำหรับโซนของเหลว

$$T_2 = T_0 - (T_0 - T_f) \frac{1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha_2 t}}\right)}{1 - \operatorname{erf}\left(\frac{m}{2\sqrt{\alpha_2}}\right)} \quad (8)$$

เมื่อ  $x = \varepsilon$ ,  $t > 0$ ,  $\operatorname{erf}(x\eta_2) = G\left(\frac{m}{2\sqrt{\alpha_2}}\right)$ , และ

$$T_2 = T_1 = T_f = 0$$

$$x = \infty, \quad t > 0, \quad \operatorname{erf}(x\eta_2) = 1, \text{ และ } T_2 = 0$$

$$t = 0, \quad \operatorname{erf}(x\eta_2) = 1, \text{ และ } T_2 = 0$$

เมื่อกำหนด Gauss Error Function ดังนี้

$$\operatorname{erf}(x\eta) = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \quad (9)$$

เมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งขอบเขต  $x = \varepsilon$ ,  $\operatorname{erf}(x\eta_1)$  และ  $\operatorname{erf}(x\eta_2)$  มีค่าคงที่ ซึ่งเป็นไปได้เมื่อ  $x = 0$ ,  $x = \infty$  หรือ เมื่อเกิดการเคลื่อนที่ของขอบเขต  $x = \varepsilon$  คือ ความหนาของของโซนของแข็ง แปรผันตรงกับ  $\sqrt{t}$

$$\varepsilon = m\sqrt{t} \quad (10)$$

เมื่อ

$$m = \sqrt{\frac{2(T_f - T_s)\lambda_1}{L\rho}} \quad (11)$$

โดยที่  $\varepsilon$  = ตำแหน่งของผิวฟรีซซิ่ง (m)

$T_f$  = อุณหภูมิที่เกิดการเปลี่ยนแปลงเฟส ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_s$  = อุณหภูมิที่ใช้ในการฟรีซซิ่ง ( $^{\circ}\text{C}$ )

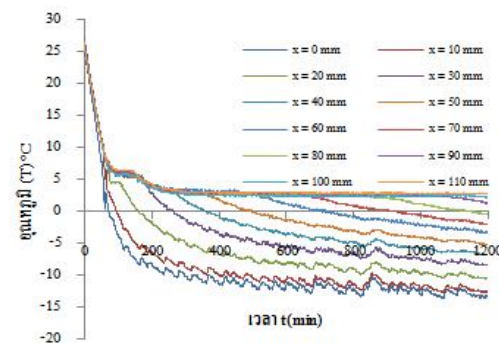
$L$  = ความร้อนแฝงของการฟรีซซิ่ง (J/kg)

#### 4. ผลการทดลองและวิจารณ์ผลการทดลอง

จากการศึกษาทดลองในสภาวะต่างๆ และจากการเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงโดยวิธี Neumann's ซึ่งสามารถวิเคราะห์ผลการทดลอง และการเปรียบเทียบได้ดังนี้คือ

##### 4.1 เปรียบเทียบกายภาพของการทดลองกับ

แบบจำลองของปัญหาและวิจารณ์ผล



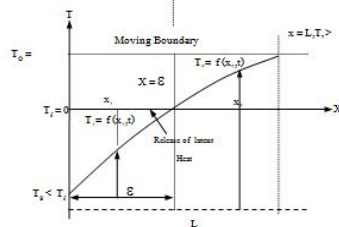
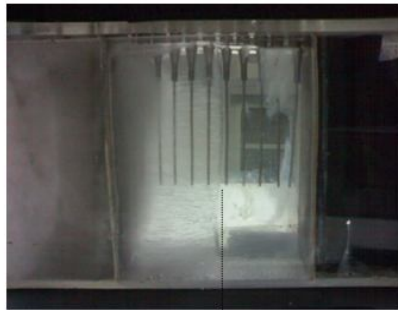
ภาพที่ 6 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่ได้จากการทดลองจริง ณ ตำแหน่งต่างๆ

การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่ได้จากการทดลองจริง ณ ตำแหน่งต่างๆ ดังภาพที่ 6 พบว่าในช่วงแรกอุณหภูมิของวัสดุลดลงอย่างรวดเร็วจนถึงช่วงเวลาหนึ่งจะมีค่าอุณหภูมิมืดที่ล้นลดลงเข้าใกล้อุณหภูมิที่ใช้ในการฟรีซซิ่ง เมื่อพิจารณาลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ และการเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซิ่ง เนื่องจากอิทธิพลของอุณหภูมิที่ใช้ในการฟรีซซิ่งสามารถพิจารณาได้ดังนี้

ภาพที่ 7 แสดงลักษณะกายภาพของการทดลอง และเปรียบเทียบกับแบบจำลอง จะเห็นลักษณะการกระจายตัวของอุณหภูมิของวัสดุทดสอบจะเป็นไปตามเส้นกราฟของการกระจายตัวอุณหภูมิใน



แบบจำลอง คือที่ตำแหน่ง  $x_0$  อุณหภูมิจะเท่ากับ  
อุณหภูมิที่ใช้ในการฟรีซซิ่ง  $T_s$ ,

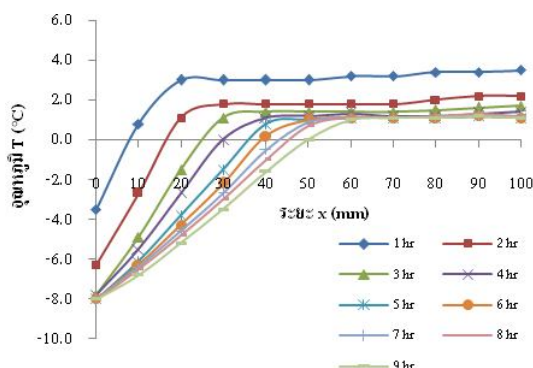


ภาพที่ 7 แสดงผลการทดสอบการเคลื่อนที่ของ  
ผิวฟรีซซิ่ง

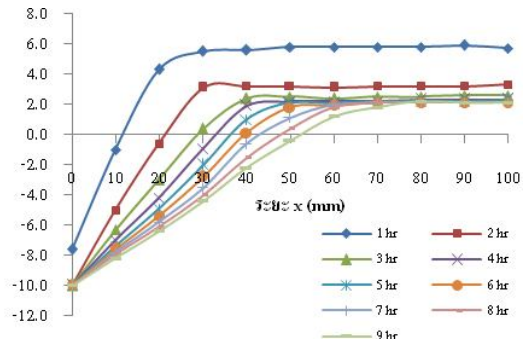
ที่ระยะห่างออกไป  $x_1$  อุณหภูมิจะเท่ากับ  $T_1$  ในรูป  
ของ  $f(x_1, t)$  และที่ตำแหน่งของผิวเชื่อมต่อนระหว่าง  
เฟสหรือผิวฟรีซซิ่ง ( $x = \varepsilon$ ) อุณหภูมิจะเท่ากับ  
อุณหภูมิที่วัสดุใช้ในการเปลี่ยนเฟส ( $T_f$ ) ค่าอุณหภูมิ  
ต่างสามารถเก็บค่าได้จาก เทอร์โมคัปเปิ้ล ที่กระจาย  
อยู่ในวัสดุทดสอบที่ตำแหน่งต่าง ๆ ซึ่งสามารถ  
พิจารณาการกระจายอุณหภูมิที่เวลาต่างๆ ได้ดังนี้

## 4.2 การกระจายอุณหภูมิ และการเคลื่อนที่ของ ผิวฟรีซซิ่ง

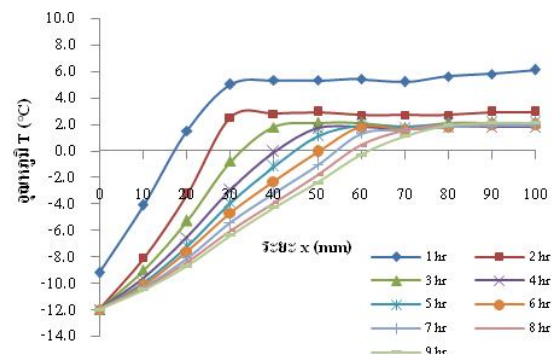
### 4.2.1 ผลการทดลอง



ภาพที่ 8 ก แสดงการกระจายอุณหภูมิภายในเซลล์  
ทดสอบที่อุณหภูมิฟรีซซิ่ง  $T_s = -8^\circ\text{C}$



ภาพที่ 8 ข แสดงการกระจายอุณหภูมิภายในเซลล์  
ทดสอบที่อุณหภูมิฟรีซซิ่ง  $T_s = -10^\circ\text{C}$

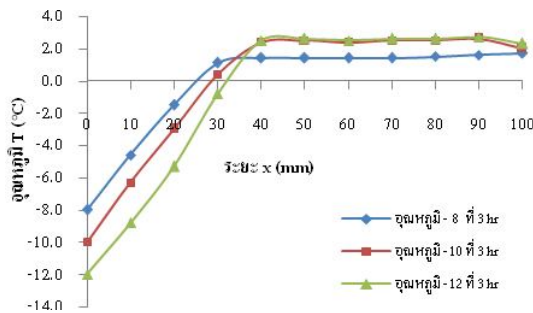


ภาพที่ 8 ค แสดงการกระจายอุณหภูมิภายในเซลล์  
ทดสอบที่อุณหภูมิฟรีซซิ่ง  $T_s = -12^\circ\text{C}$

ภาพที่ 8 แสดงลักษณะการกระจายอุณหภูมิและ  
การเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซิ่งที่อุณหภูมิฟรีซซิ่งและเวลา  
ต่างๆ จากการทดลองพบว่าที่อุณหภูมิที่ใช้ในการฟรีซซิ่ง  
ซึ่งใดๆ เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นระยะของผิวฟรีซซิ่งจะมีค่า  
เพิ่มขึ้นและอัตราการเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซิ่งที่  
ระยะเวลาฟรีซซิ่งน้อยๆ จะมีค่าสูงกว่าที่เวลามากๆ  
ซึ่งอาจเกิดจากการที่โซนของแข็งเพิ่มขึ้นเป็นผลให้  
เกิดความต้านทานของความร้อนที่ต้องระบายออก  
จากโซนของเหลวมีค่าลดลงทำให้อัตราการเคลื่อนที่  
ของผิวฟรีซซิ่งลดลง

ภาพที่ 9 พบว่าที่อุณหภูมิฟรีซซิ่งมีค่าต่ำๆ อัตรา  
การเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซิ่งจะเพิ่มขึ้นด้วย และเมื่อ  
พิจารณาการกระจายอุณหภูมิในโซนของเหลวจะ

พบว่าที่อุณหภูมิฟรีซซึ่งต่ำๆอุณหภูมิจะมีค่าสูงกว่า  
อุณหภูมิฟรีซซึ่งสูงเนื่องจากอุณหภูมิฟรีซซึ่งสูงมี

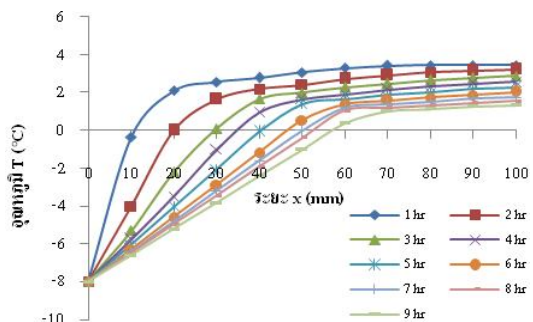


ภาพที่ 9 ผลของอุณหภูมิฟรีซซึ่ง ต่ออัตราการ  
เคลื่อนที่ของผิวฟรีซซึ่ง

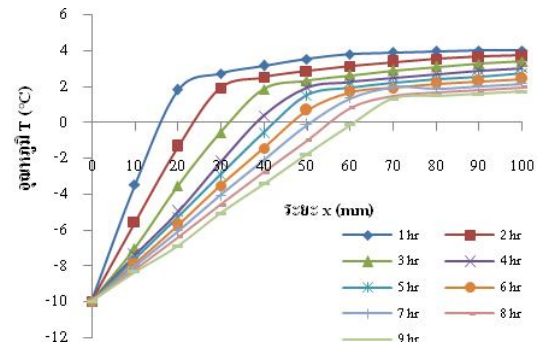
ช่วงเวลาในการถ่ายเทความร้อนมากกว่าจึงถ่ายเทความร้อนได้มากกว่าและมีแนวโน้มลดลงเรื่อยๆจนเป็นน้ำแข็งหมด

#### 4.2.3 ผลเฉลยแม่นยำตรง

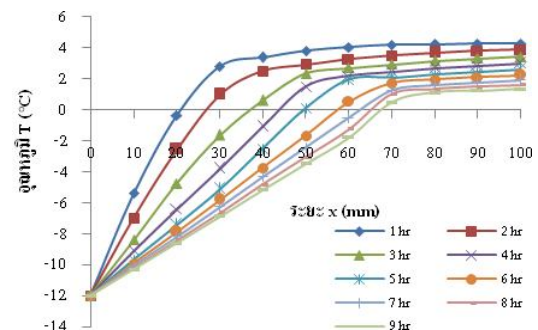
เพื่อทำการตรวจสอบแนวทางของการทดลอง จะทำการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดลองกับผลเฉลยแม่นยำตรง (Exact solution) โดยในที่นี้จะใช้ผลเฉลยแม่นยำตรง วิธี Neumann's Solution ผลเฉลยของสมการสำหรับการหาตำแหน่งของผิวฟรีซซึ่งหาได้จากสมการที่ (7), (8), (10), (11), (Crank, J. 1984) จากผลเฉลยแม่นยำตรงสามารถวิเคราะห์ผลได้ดังนี้



ภาพที่ 10 ก แสดงการกระจายอุณหภูมิโดยวิธี  
Neumann's Solution ที่อุณหภูมิฟรีซซึ่ง  $T_s = -8$  °C

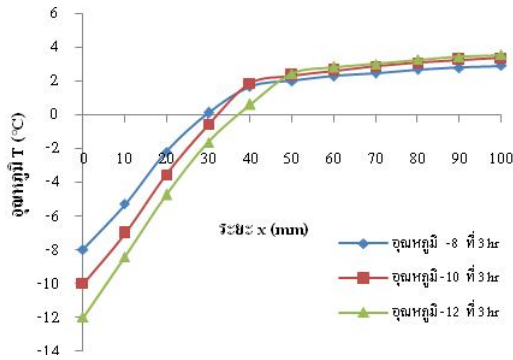


ภาพที่ 10 ข แสดงการกระจายอุณหภูมิโดยวิธี  
Neumann's Solution ที่อุณหภูมิฟรีซซึ่ง  $T_s = -10$  °C



ภาพที่ 10 ค แสดงการกระจายอุณหภูมิโดยวิธี  
Neumann's Solution ที่อุณหภูมิฟรีซซึ่ง  $T_s = -12$  °C

จากภาพที่ 10 แสดงผลที่ได้จากผลเฉลยแม่นยำตรง (Exact solution) โดย วิธี Neumann's พบว่าที่อุณหภูมิที่ใช้ในการฟรีซซึ่งใดๆ เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นระยะของผิวฟรีซซึ่งก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นและอัตราการเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซึ่งที่ระยะเวลาฟรีซซึ่งน้อยๆ จะมีค่าสูงกว่าที่เวลามากๆ ซึ่งอาจเกิดจากการที่โซนของแข็งเพิ่มขึ้นเป็นผลให้เกิดความต้านทานของความร้อนที่ต้องระบายออกจากโซนของเหลวจะมีค่าลดลงทำให้อัตราการเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซึ่งลดลง และที่อุณหภูมิฟรีซซึ่งมีค่าต่ำๆอัตราการเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซึ่งจะเพิ่มขึ้นด้วยดังนี้

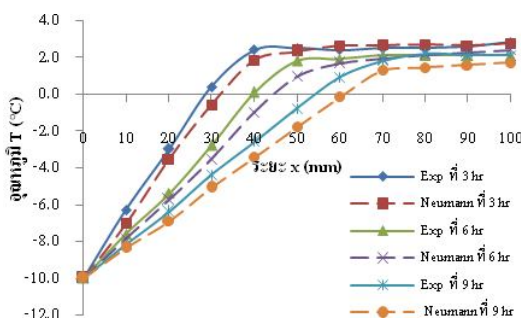


ภาพที่ 11 ผลของอุณหภูมิฟรีซซิ่ง ต่ออัตราการเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซิ่ง

จากภาพที่ 11 ที่อุณหภูมิฟรีซซิ่งมีค่าต่ำ อัตราการเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซิ่งจะเพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาการกระจายอุณหภูมิในโซนของเหลวจะพบว่าที่อุณหภูมิฟรีซซิ่งต่ำ อุณหภูมิจะมีค่าสูงกว่าอุณหภูมิฟรีซซิ่งสูง เนื่องจากอุณหภูมิฟรีซซิ่งสูงมีช่วงเวลาในการถ่ายเทความร้อนมากกว่าจึงถ่ายเทอุณหภูมิได้มากกว่าและมีแนวโน้มลดลงเรื่อย ๆ จนเป็นน้ำแข็งหมด

#### 4.2.3 การเปรียบเทียบผลการทดลองกับผลเฉลยแม่นยำ

จากผลที่ได้ผลเฉลยแม่นยำตรงโดย วิธี Neumann's ในภาพที่ 10 ถึง 11 เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองจากภาพที่ 8 ถึง 9 จะเห็นว่าการกระจายอุณหภูมิทั้งในโซนของแข็งและของเหลว ตำแหน่งการเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซิ่ง และอิทธิพลของของอุณหภูมิต่อการฟรีซซิ่ง มีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกัน โดยเมื่อพิจารณาที่อุณหภูมิและเวลาต่างๆ ดังภาพที่ 12



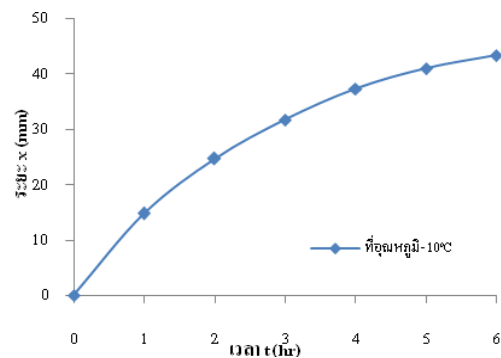
ภาพที่ 12 แสดงการกระจายอุณหภูมิและการเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซิ่งที่ได้จากการทดลองเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ โดยเมื่อพิจารณาที่เวลาต่างๆ

### 4.3 แนวโน้มอัตราการเกิดน้ำแข็งและการเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซิ่ง

#### 4.3.1 ผลจากการทดลอง

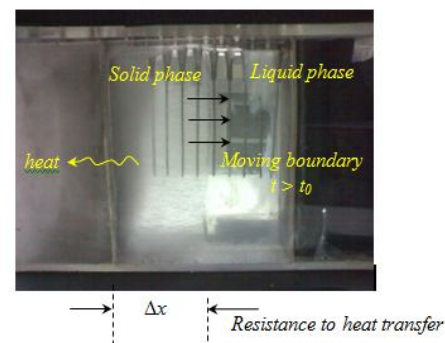


ภาพที่ 13 แสดงปริมาณน้ำแข็งที่เกิดขึ้นและขอบเขตของผิวเชื่อมต่อระหว่างเฟส



ภาพที่ 14 แสดงแนวโน้มอัตราการเกิดน้ำแข็งและการเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซิ่ง

เมื่อพิจารณาภาพที่ 14 แนวโน้มอัตราของการเกิดน้ำแข็งช่วงแรกของกระบวนการฟรีซซิ่งอัตราการเกิดน้ำแข็งจะเกิดสูงกว่าช่วงหลัง เนื่องจากการเกิดการ



ภาพที่ 15 การเปลี่ยนแปลงเฟสที่ทำให้เกิดโซนของแข็ง ( $\Delta x$ ) เพิ่มขึ้น



เปลี่ยนแปลงเฟสที่ทำให้เกิดโซนของแข็ง ( $\Delta x$ ) เพิ่มขึ้น  
เป็นผลให้เกิดความต้านทานของความร้อนที่ต้องระบาย  
ออกจากโซนของเหลวมีค่าลดลงโดยพิจารณาจากการนำ  
ความร้อนของฟูเรียร์ และภาพที่ 15

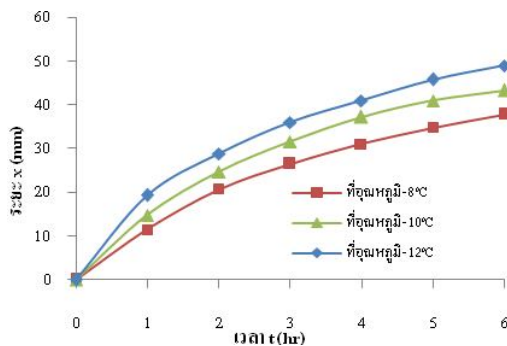
จากสมการของกฎฟูเรียร์

$$q_x = \frac{q_x}{A} = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

และ

$$R = \frac{\Delta T}{q_x} = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

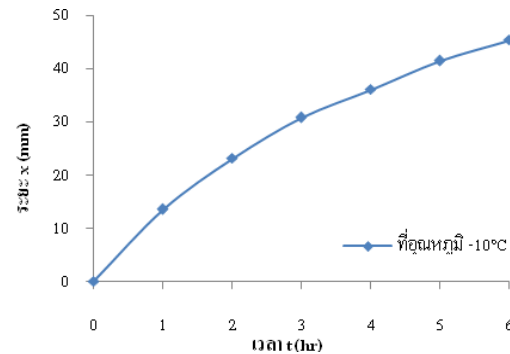
จากสมการพบว่า ค่าความต้านทานทางความร้อน(R)  
แปรผันตรงกับ  $\Delta x$



ภาพที่ 16 เปรียบเทียบแนวโน้มอัตราการเกิดน้ำแข็ง  
ที่อุณหภูมิต่าง ๆ

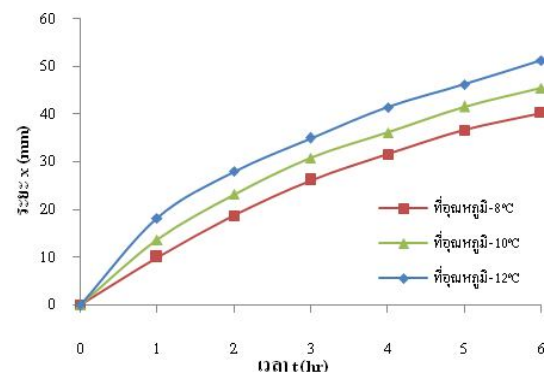
พิจารณาเวลาจากภาพที่ 16 เปรียบเทียบ  
แนวโน้มอัตราการเกิดน้ำแข็งที่อุณหภูมิต่าง ๆ พบว่า  
อัตราการเกิดน้ำแข็งที่อุณหภูมิฟรีซซึ่งต่ำจะเกิดขึ้น  
เร็วกว่าที่อุณหภูมิสูง แสดงให้เห็นถึงอิทธิพลของ  
อุณหภูมิที่ใช้ในการฟรีซซึ่งที่อุณหภูมิฟรีซซึ่งต่ำ อัตรา  
การเคลื่อนที่ของผิวฟรีซซึ่งจะมีค่าสูงกว่าอุณหภูมิ  
ฟรีซซึ่งสูง

#### 4.3.2 จากผลเฉลยแม่นยำตรง



ภาพที่ 17 แสดงแนวโน้มอัตราการเกิดน้ำแข็งและการ  
เคลื่อนที่ของผิวฟรีซซึ่งโดยวิธี Neumann's Solution

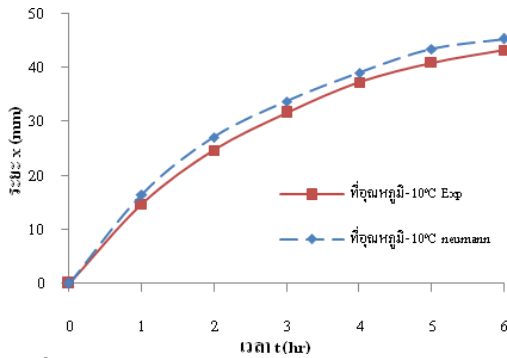
เมื่อพิจารณาภาพที่ 17 แนวโน้มอัตราของการเกิด  
น้ำแข็งช่วงแรกของกระบวนการการฟรีซซึ่งจะเกิดสูง  
กว่าช่วงหลังเนื่องจากการเกิดการเปลี่ยนแปลงเฟสที่ทำให้  
เกิดโซนของแข็ง ( $\Delta x$ ) เพิ่มขึ้นเป็นผลให้เกิดความ  
ต้านทานของความร้อนที่ต้องระบายออกจากโซน  
ของเหลวมีค่าลดลง



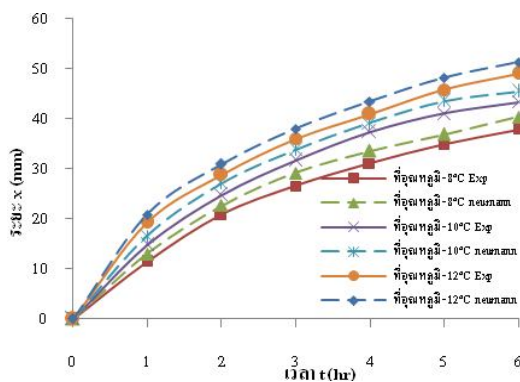
ภาพที่ 18 เปรียบเทียบแนวโน้มอัตราการเกิดน้ำแข็ง  
ที่อุณหภูมิต่าง ๆ โดยวิธี Neumann's Solution

จากภาพที่ 18 เปรียบเทียบแนวโน้มอัตราการ  
เกิดน้ำแข็งที่อุณหภูมิต่าง ๆ พบว่าอัตราการเกิดน้ำแข็ง  
ที่อุณหภูมิฟรีซซึ่งต่ำจะเกิดขึ้นเร็วกว่าที่อุณหภูมิสูง  
แสดงให้เห็นถึงอิทธิพลของอุณหภูมิที่ใช้ในการฟรีซ  
ซึ่งที่อุณหภูมิฟรีซซึ่งต่ำอัตราการเคลื่อนที่ของผิว  
ฟรีซซึ่งจะมีค่าสูงกว่าอุณหภูมิฟรีซซึ่งสูง

#### 4.3.3 เปรียบเทียบแนวโน้มอัตราการเกิด น้ำแข็งและการเคลื่อนที่ของผิวฟรียิ่งจากการ ทดลองและผลเฉลยแม่นยำตรง



ภาพที่ 19 การเปรียบเทียบแนวโน้มอัตราการเกิด  
น้ำแข็งและการเคลื่อนที่ของผิวฟรียิ่งจากการทดลอง  
และผลเฉลยแม่นยำตรง



ภาพที่ 20 การเปรียบเทียบแนวโน้มอัตราการเกิด  
น้ำแข็งและการเคลื่อนที่ของผิวฟรียิ่งจากการทดลอง  
และผลเฉลยแม่นยำตรงที่อุณหภูมิต่างๆ

จากภาพที่ 19 และ 20 แสดงการเปรียบเทียบ  
ระยะการเคลื่อนตัวของผิวฟรียิ่งสำหรับผลที่ได้จาก  
วิธีทั้งการทดลองและผลเฉลยแม่นยำตรง ณ อุณหภูมิที่  
ใช้ในการฟรียิ่งต่างๆ ซึ่งพบว่าอัตราการเคลื่อนตัว  
ของผิวฟรียิ่งที่อุณหภูมิที่ใช้ในการฟรียิ่งต่างๆ ทั้ง  
สองวิธีจะมีค่าใกล้เคียงและสอดคล้องกัน

#### 5 สรุปผลการทดลอง

จากการทดลองการทำความเย็นจากชุดทดสอบที่มี  
ขนาด 50×110×130 mm ทำการทดลองที่อุณหภูมิ -  
8°C, -10°C, -12°C พบว่าที่อุณหภูมิที่ใช้ในการฟรียิ่ง

ซึ่งใดๆ เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นระยะของผิวฟรียิ่งก็จะมีค่า  
เพิ่มขึ้นและอัตราการเคลื่อนที่ของผิวฟรียิ่งที่  
ระยะเวลาลงน้อยๆ จะมีค่าสูงกว่าที่เวลามากๆ  
และที่อุณหภูมิฟรียิ่งมีค่าต่ำๆอัตราการเคลื่อนที่ของ  
ผิวฟรียิ่งจะเพิ่มขึ้น ซึ่งค่าที่ได้มีความสอดคล้องกับ  
ผลเฉลยแม่นยำตรง (Exact solution) วิธี Neumann's  
Solution ที่ได้นำเสนอแต่ยังมีค่าของความ  
คลาดเคลื่อนเฉลี่ย 5.2% เมื่อเทียบกับทฤษฎี

#### 6. กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยใคร่ขอขอบคุณ หน่วยวิจัยเพื่อการใช้  
ประโยชน์จากไมโครเวฟในงานวิศวกรรม  
(R.C.M.E.) ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะ  
วิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ (ศูนย์  
รังสิต) และ สาขาวิศวกรรมเครื่องกล คณะ  
วิศวกรรมศาสตร์มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล  
กรุงเทพ ที่ได้สนับสนุนการท้าววิจัยในครั้งนี้

#### 7. อักษรย่อและสัญลักษณ์

| สัญลักษณ์      | ความหมาย                                                    | หน่วย                  |
|----------------|-------------------------------------------------------------|------------------------|
| $\alpha$       | สัมประสิทธิ์การแผ่กระจายของความร้อน                         | (m <sup>2</sup> /s)    |
| $c_p$          | ค่าความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่                            | (kJ/kg-K)              |
| L              | ความร้อนแฝงของการฟรียิ่ง                                    | (J/kg)                 |
| q              | การนำความร้อนต่อหน่วยพื้นที่                                | (W/m <sup>2</sup> )    |
| R              | ค่าความต้านทาน                                              | (°C·m <sup>2</sup> /w) |
| T <sub>0</sub> | ค่าอุณหภูมิที่จุดเริ่มต้นของวัสดุที่มีการ<br>เปลี่ยนแปลงเฟส | (°C)                   |
| T <sub>1</sub> | อุณหภูมิในโซนของแข็ง                                        | (°C)                   |
| T <sub>2</sub> | อุณหภูมิในโซนของเหลวในรูปฟองก๊าซ                            | (°C)                   |
| T <sub>f</sub> | อุณหภูมิที่เกิดการเปลี่ยนแปลงเฟส                            | (°C)                   |
| T <sub>s</sub> | อุณหภูมิที่ใช้ในการฟรียิ่ง                                  | (°C)                   |
| t              | เวลา                                                        | (s)                    |
| x              | ตำแหน่งบนพิกัดแกน x                                         | (m)                    |
| $\rho$         | ความหนาแน่น                                                 | (kg/m <sup>3</sup> )   |
| $\lambda$      | ประสิทธิภาพของการนำความร้อน                                 | (W/m.K)                |
| $\epsilon$     | ระยะการเคลื่อนที่ของผิวฟรียิ่ง                              | (m)                    |

## 8. เอกสารอ้างอิง

### 8.1 บทความจากวารสาร (Journal)

- [1] P. Rattanadecho(2004). Experimental and Numerical Study of Solidification Process in Unsaturated Granular Packed Bed, *J. Thermophysics and Heat Transfer*, p.87-93.
- [2] P. Rattanadecho and C. Sertikul(2007). Simulation of Melting of Ice under a constant Temperature Heat Source Using a Combined Transfinite Interpolation and Partial Differential Equation Method, *Journal of Porous Media* 10(7),p657-p675.
- [3] ชยานนท์ เสริฐธิกุล และผดุงศักดิ์ รัตนเดโช. (2550). การใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแก้ปัญหาการไหลละลาย (กรณีวัสดุพูนแบบอิมิตัว) โดยเทคนิควิธีการแปรผันระยะกิริต, *วารสารสงขลานครินทร์ ฉบับวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี*. 29(5), p. 1393-1405.
- [4] มณฑล ชูชนาค, วิระศักดิ์ คงแก้ว, วอนศักดิ์ แก้วแย้ม(2552), ยุทธนา สุโงะ, อติยะ ประคองเกื้อ. “การศึกษาเชิงทดลองของกระบวนการไหลละลายในวัสดุที่มีการเปลี่ยนแปลงเฟส 1 มิติ”วารสารวิชาการวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ, ฉบับ 1(1),p57-p63

### 8.2 บทความจากเอกสารประกอบการประชุม (Proceedings)

- [1] จิตติน แดงเที่ยง(2549). การทำนายการแข็งตัวของน้ำแข็งในสองมิติโดยใช้วิธีผลต่างสลับเนื่องแบบกริดคงตัว, *การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 20*, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
- [2] มณฑล ชูชนาค และผดุงศักดิ์ รัตนเดโช(2551), การวิเคราะห์เชิงทฤษฎีสำหรับปัญหาที่มีการเคลื่อนตัวของขอบเขตด้วยวิธีแปรผันระยะกิริต และวิธีการกำหนดขอบเขตแบบคงที่ (กรณีศึกษา: กระบวนการฟรีซซิ่ง)” *การประชุมวิชาการเครือข่าย*

วิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 22 มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต.

[3] วิระศักดิ์ คงแก้ว, จิรพล กลิ่นบุญ, มณฑล ชูชนาค และ ผดุงศักดิ์ รัตนเดโช(2552), การศึกษาเชิงตัวเลขและเชิงทดลองของกระบวนการทำแข็งในวัสดุที่มีการเปลี่ยนแปลงเฟส 1 มิติ, *จัดการประชุมวิชาการ การถ่ายเทพลังงานความร้อนและมวลในอุปกรณ์ด้านความร้อน ครั้งที่ 8* มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

### 8.3 รายงาน

- [1] ชยานนท์ เสริฐธิกุล(2550), การใช้เทคนิควิธีทรานซ์ไฟไนต์อินเทอร์พอลชันร่วมกับวิธีแปลงพิกัดแกนเพื่อแก้ปัญหาขอบเขตเคลื่อนที่รูปร่างใดๆ สำหรับกรณีศึกษาวัสดุพูนแบบอิมิตัว. มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

### 8.4 หนังสือ

- [1] Carslaw, H.S. and Jaeger, J.C..(1959). *Conduction of Heat in Solid*, 2<sup>nd</sup> Ed., p.283,353. Oxford University. Press, London and New York.
- [2] Crank, J., (1981). *Numerical Methods in Heat Transfer*, chap, 9, John Wiley & Sons Ltd.
- [3] Crank, J. 1984. *Free and Boundary Problem*. Clarendon Press Oxford.
- [4] Frank P. Incropera and David P. DeWit, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*
- [5] Goodman, T.R., (1961). *J. Heat Transfer*, Trans. ASME (C): P. 83-86.
- [6] Jack P. Holman, *Heat transfer*, Mc Graw Hill.
- [7] Jame W Daily-Donald R.F. Harleman, *Fluid Dynamics*, 1965.
- [8] Robert W. Fox –Alant T. McDonald- Philip J. Pritchard (2003), *Introduction to Fluid*. 6 Ed
- [9] Rubinstein, L.I., 1971. *The Stefan Problem*. Am. Math. Soc. Transl. Math. Mpnogr.
- [10] Yunus A. Cengel-Michael A Boles, *Thermodynamics*, Mc Graw Hill.