จลศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอทแขนกลสามมิติ
Kinematics of Three Dimensional Serial Link Cobot

วิทยา วัณณสุโภประสิทธิ์[1], ศิริศักดิ์ สิริเกษมสุข[2]
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถ.พญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพมหานคร 10330, โทร 0-2218-6610-1 โทรสาร 0-2252-8889
E-mail: fmewwm@kankrow.eng.chula.ac.th [1], Sirisak.S@student.chula.ac.th [2]

Witaya Wannasuphoprasit[1], Sirisak Sirikasemsuk[2]
Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University
Phayathai Rd, Pathumwan Bangkok 10330 Thailand, Tel: (662)0-2218-6610-1, Fax: (662)0-2252-8889
E-mail: fmewwm@kankrow.eng.chula.ac.th [1], Sirisak.S@student.chula.ac.th [2]

บทคัดย่อ

หุ่นยนต์โคบอท (Cobot) คืออุปกรณ์เชิงหุ่นยนต์ที่สามารถทำงานร่วมกับมนุษย์ได้อย่างปลอดภัย เนื่องจากหุ่นยนต์โคบอทมีระบบเป็นแบบพาสซิฟ (Passive) โดยอาศัยวิธีการควบคุมความสัมพันธ์ระหว่างข้อต่อของหุ่นยนต์ (Robot Joint) ด้วยการปรับอัตราทดแต่ละข้อต่อด้วยอุปกรณ์ปรับเปลี่ยนอัตราทดแบบต่อเนื่องมาต่อเข้ากับข้อต่อของหุ่นยนต์ ด้วยวิธีการนี้จะทำให้หุ่นยนต์โคบอทสามารถกำหนดทิศทางการเคลื่อนที่ได้อย่างปลอดภัยเมื่อทำงานร่วมกับมนุษย์ หุ่นยนต์โคบอทแขนกลสามมิติ (3D Cobot) เป็นอุปกรณ์แบบแขนกลที่มีพื้นที่การทำงานเชิงเส้น 3 มิติ บนแกนคาร์ทีเซียน (X,Y,Z) โดยใช้อุปกรณ์ปรับเปลี่ยนอัตราทดแบบต่อเนื่องแบบล้อจำนวน 3 ชุดนำมาต่อแบบขนานเข้ามาประยุกต์กับลูกทรงกลม บทความนี้กล่าวถึงการออกแบบการพัฒนาสร้างต้นแบบ และ การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่าง cobotic steering joint space และ configuration space ความสัมพันธ์นี้จะถูกใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์โคบอทในโหมดต่างๆคือ โหมดการทำงานอิสระแบบเสมือน (Virtual Caster) หรือโหมดการทำงานการสร้างผนังแบบเสมือน (Virtual Wall) เนื่องจากความสัมพันธ์ดังกล่าวแตกต่างอย่างสิ้นเชิงและไม่สามารถหาได้ด้วยวิธีการมาตรฐานเหมือนหุ่นยนต์โดยทั่วไป สืบเนื่องจากมี constraints กระทำระหว่างความสัมพันธ์ของข้อต่อทั้งหมด บทความนี้ได้กล่าวถึงวิธีการและหลักการในการหาความสัมพันธ์ (Cobot Kinematics) ดังกล่าวรวมถึงการแปรเปลี่ยนรูปของสเปซ (space) ต่างๆด้วย

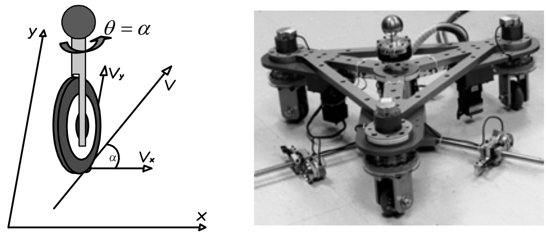
Abstract

Cobots are robots that can work with human operator in a safely manner which required them to be constructed solely from passive systems. A cobot may be constructed using Continuously Variable Transmissions (CVTs) at various joints of the robot. This paper presents a 3D cobot using three parallel CVTs connected to a single sphere. Designs, constructions and kinematics relations between joint space and the configuration space are presented. Due to the robot's special configurations, these kinematics relations required a special derivation method. These relations are essentials for the cobot to work in Virtual caster and Virtual wall modes.

1. บทนำ

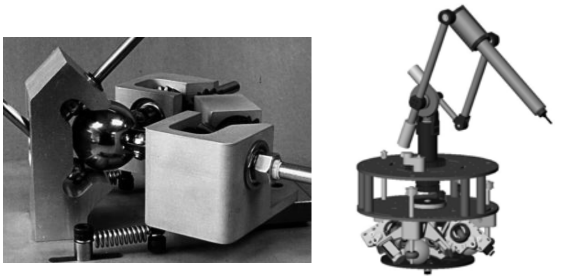
ในปัจจุบันมีหุ่นยนต์ที่เป็นแบบโคบอทอยู่ 3 ชนิด ชนิดแรกจะเป็นหุ่นยนต์โคบอทที่ใช้ชุดควบคุมความสัมพันธ์ของแต่ละข้อต่อแบบล้อ ตัวอย่างของหุ่นยนต์ชนิดนี้เช่น หุ่นยนต์ Unicycle Cobot [3], หุ่นยนต์ Scooter Cobot [3], Extreme Joystick [18] เป็นต้น หุ่นยนต์โคบอทชนิดที่สองจะใช้ชุดควบคุมความสัมพันธ์ของแต่ละข้อต่อแบบเชิงมุม เช่น หุ่นยนต์ 3 DOF Powered Cobot [8], หุ่นยนต์ Gantry Cobot at Ford [2] เป็นต้น ชนิดสุดท้ายซึ่งเป็นหุ่นยนต์โคบอทชนิดใหม่ล่าสุด หุ่นยนต์โคบอทชนิดนี้จะใช้ชุดควบคุมความสัมพันธ์ของแต่ละข้อต่อแบบของไหล [14]

สำหรับในงานวิจัยชิ้นนี้จะใช้ชุดควบคุมความสัมพันธ์ของแต่ละข้อต่อแบบล้อคล้ายกับ Extreme Joystick [18] ซึ่งออกแบบและพัฒนาโดย Santos, M. Julio, Northwestern University ทางคณะผู้วิจัยได้ทำการออกแบบหุ่นยนต์โคบอทแขนกลสามมิติให้สามารถทำงานร่วมกับมนุษย์ได้ 3 องศาของความอิสระ (Degrees of freedom) โดยมีความมุ่งหมายของการออกแบบก็คือ ง่าย เบา และสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ



Linear CVT Scooter Cobot [3]

รูปที่ 1 ตัวอย่างอุปกรณ์ปรับอัตราทดชิงเส้นและหุ่นยนต์โคบอทที่ใช้อุปกรณ์ชุดนี้

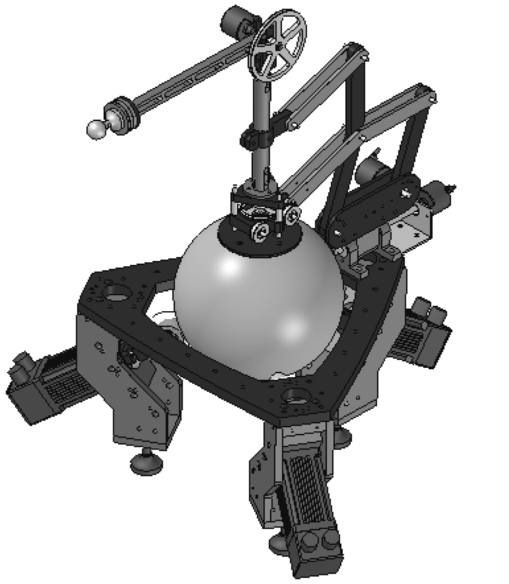


Rotational CVT [6] 3 DOF Powered Cobot [8]

รูปที่ 2 ตัวอย่างอุปกรณ์ปรับอัตราทดชิงมุมและหุ่นยนต์โคบอทที่ใช้อุปกรณ์ชุดนี้

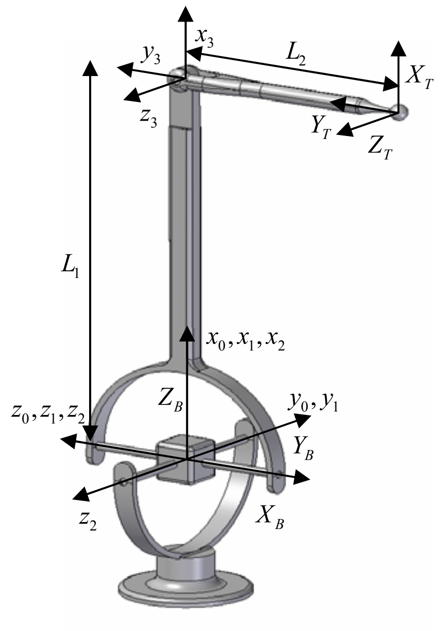
2. หลักการเบื้องต้นของหุ่นยนต์โคบอทแขนกล 3 มิติ

หุ่นยนต์โคบอทแขนกลสามมิติดังแสดงในรูปที่ 3 จะเป็นหุ่นยนต์โคบอทที่ใช้ชุดควบคุมความสัมพันธ์แต่ละข้อต่อของแขนกลแบบล้อด้วยการนำล้อมาต่อแบบขนานโดยอาศัยลูกทรงกลมมาช่วย ทำให้สามารถที่จะควบคุมความสัมพันธ์ได้ถึง 3 ข้อต่อ ทางคณะผู้วิจัยจึงได้นำชุดควบคุมความสัมพันธ์ของแต่ละข้อต่อมาประยุกต์เข้ากับแขนกลที่มี 3 องศาของความอิสระ (Degrees of freedom) ซึ่งลักษณะของการออกแบบโดยละเอียดทางคณะผู้วิจัยได้เคยเผยแพร่แล้วในเอกสารงานวิจัย [13], [15] และ [16]



รูปที่ 3 แสดงหุ่นยนต์โคบอทแขนกล 3 มิติที่ออกแบบเสร็จแล้ว

3. จลศาสตร์เบื้องต้นของแขนกล



รูปที่ 4 การกำหนดเฟรมให้กับของหุ่นยนต์โคบอทแขนกล 3 มิติ

เพื่อที่จะเข้าใจลักษณะของแขนกลของหุ่นยนต์โคบอทตัวนี้ได้ง่าย เราสามารถที่จะแสดงได้ดังรูปที่ 4 ในรูปนี้ยังได้แสดงการกำหนดเฟรมต่าง ๆ ให้กับตัวแขนกลเพื่อที่จะนำไปหาเมตริกซ์การแปลงพิกัดการเคลื่อนที่ (Transformations matrix) ดังนั้นเราจะได้สมการจลศาสตร์แบบไปข้างหน้า (Forward kinematics) ได้ดังนี้

$$\vec{R}(\theta) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_2\cos(\theta_2+\theta_3) - L_1\sin\theta_2 \\ L_2\sin\theta_1\sin(\theta_2+\theta_3) + L_1\sin\theta_1\cos\theta_2 \\ L_2\cos\theta_1\sin(\theta_2+\theta_3) + L_1\cos\theta_1\cos\theta_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

ซึ่ง x, y, z เป็นตำแหน่งที่ปลายแขนของหุ่นยนต์, L_1 และ L_2 คือขนาดความยาวของก้านที่ 1 (Link 1) และก้านที่ 2 (Link 2) ตามลำดับ, θ_1, θ_2 เป็นมุมของข้อต่อที่มีลักษณะแบบข้อต่อทรงกลม (roll and pitch), และ θ_3 เป็นมุมของข้อต่อที่มีลักษณะแบบข้อศอก (elbow joint)

สำหรับสมการจลศาสตร์แบบย้อนกลับ (Inverse kinematics) จะสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\vec{R}_J(r) = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan^{-1}(y,z) \\ 2\cdot\tan^{-1}\left(b \pm \sqrt{a^2+b^2-c^2}, a+c\right) \\ 2\cdot\tan^{-1}\left(L_2 \pm \sqrt{L_2^2-c^2}, c\right) \end{bmatrix} \quad (2)$$

ซึ่ง $a = \sqrt{y^2+z^2}$, $b = -x$ และ

$$c = \frac{1}{2L_1}\left(x^2+y^2+z^2+L_1^2-L_2^2\right)$$

และจากจลศาสตร์แบบย้อนกลับสามารถที่จะหาความเร็วที่ปลายแขนของหุ่นยนต์โคบอทได้โดยสมการ $\frac{dR}{dt} = J_R(q)\frac{dq}{dt}$ ซึ่ง J_R ก็คือเมตริกซ์จาโคเบียน (Jacobian) ของจลศาสตร์แบบของหุ่นยนต์ทั่วไปเราสามารถที่จะแสดงให้เห็นได้ดังนี้

$$J_R = \begin{bmatrix} 0 & -L_2 s_{23} - L_1 c_2 & -L_2 s_{23} \\ L_2 c_1 s_{23} + L_1 c_1 c_2 & L_2 s_1 c_{23} - L_1 s_1 s_2 & L_2 s_1 c_{23} \\ -L_2 s_1 s_{23} - L_1 s_1 c_2 & L_2 c_1 c_{23} - L_1 c_1 s_2 & L_2 c_1 c_{23} \end{bmatrix} \quad (3)$$

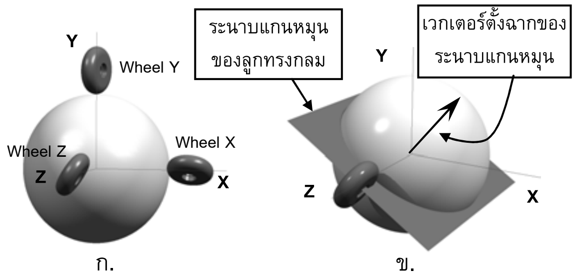
ซึ่ง $c_1 = \cos\theta_1$, $s_1 = \sin\theta_1$, $c_2 = \cos\theta_2$, $s_2 = \sin\theta_2$, $c_{23} = \cos(\theta_2 + \theta_3)$ และ $s_{23} = \sin(\theta_2 + \theta_3)$

4. จลศาสตร์ของชุดปรับเปลี่ยนความสัมพันธ์ระหว่างข้อต่อ

จลศาสตร์ของชุดปรับเปลี่ยนความสัมพันธ์ระหว่างข้อต่อของหัวข้อนี้เราจะทำการแสดงการหาความสัมพันธ์ของมุมแกนของล้อทั้งสามที่บิดหมุนเปลี่ยนตำแหน่งไปกับความเร็วเชิงมุมของแต่ละข้อต่อของแขนกล

ส่วนหนึ่งของวิจัยนี้ เราจะทำการควบคุมตำแหน่งแกนหมุนของลูกทรงกลม (Sphere Axis of Rotation, SAOR) ให้อยู่ในทิศต่างๆ โดยที่แกนหมุนนี้ต้องผ่านจุดศูนย์กลางของลูกทรงกลมนี้ด้วย ซึ่งในการควบคุมส่วนนี้เราจะทำการใช้ประโยชน์ของล้อที่มีคุณสมบัติสามารถที่จะบังคับแนวการเคลื่อนที่ได้

จากจุดประสงค์ของการออกแบบที่ได้กล่าวมาแล้วนี้และเพื่อให้ง่ายในการคำนวณ ทำให้เราสามารถที่จะวางตำแหน่งของลูกล้อต่างๆดังแสดงในรูปที่ 5 ก. โดยเราจะใช้ลูกล้อจำนวน 3 ลูก แต่ละลูกจะวางอยู่ในตำแหน่งบนแกนต่างๆของ โคออร์ดิเนต X, Y, Z (เป็นเฟรมที่ไม่ได้อยู่ในรูปที่ 4 ซึ่งเฟรมนี้จะวางอยู่นิ่งบนสเปซโดยมีจุดศูนย์กลางของเฟรมอยู่ตำแหน่งเดียวกับจุดศูนย์กลางของลูกทรงกลม) และลูกล้อทั้ง 3 ลูกจะต้องสัมผัสกับลูกทรงกลมตลอดเวลา

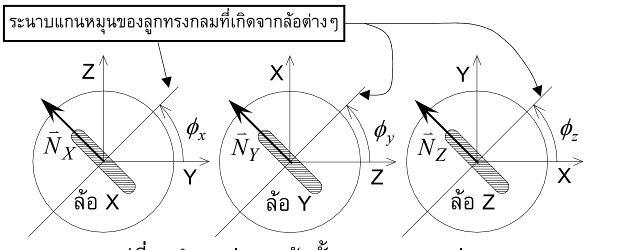


รูปที่ 5 ก.ตำแหน่งล้อบนลูกทรงกลม, ข.แสดงระนาบแกนหมุนของลูกทรงกลมเนื่องจาก constrains ของล้อ

แกนหมุนของลูกทรงกลม (SAOR) ที่กำลังจะหานี้จะมีความสัมพันธ์กับมุมของลูกล้อทั้ง 3 ที่บิดตัวไป ณ ตำแหน่งมุมต่างๆกันซึ่งความสัมพันธ์นี้เราจะทำการแสดงในหัวข้อถัดไป

ในอันดับแรกเราจะทำการพิจารณาผลที่เกิดขึ้น เมื่อมีล้อเพียงลูกเดียวแล้วนำมาสัมผัสกับลูกทรงกลมที่ตำแหน่งแกนหมุนของล้อทำมุมดังในรูปที่ 5 ข. และเราจะทำการกำหนดให้จุดศูนย์กลางของลูกทรงกลมให้อยู่กับที่ดังนั้นจะเห็นได้ว่าลูกทรงกลมนี้จะสามารถที่จะหมุนได้อย่างเดียว ซึ่งแกนหมุนของลูกทรงกลม (SAOR) นี้จะต้องผ่านจุดศูนย์กลางของลูกทรงกลมและแกนหมุนนี้จะต้องอยู่บนระนาบแกนหมุนของลูกทรงกลม ซึ่งระนาบแกนหมุนของลูกทรงกลมนี้เป็นระนาบที่ถูกกำหนดโดยจุดศูนย์กลางของลูกทรงกลมและแกนหมุนของลูกล้อ

จากความสัมพันธ์ดังกล่าวทำให้เราสามารถกำหนดแกนหมุนของลูกทรงกลมที่ผ่านจุดศูนย์กลางของลูกทรงกลมในทิศทางต่างๆ ได้โดยใส่ลูกล้อเข้าไปจำนวน 2 ลูก แต่ในงานวิจัยนี้จะทำการเลือกใช้ลูกล้อจำนวน 3 ลูก วางอยู่ในตำแหน่งดังรูปที่ 6 ซึ่งลูกที่สามที่ใส่เข้าไปนี้จะเป็นการใส่ที่เกินความต้องการในการบังคับแกนหมุนของลูกทรงกลม (Redundant wheel) เนื่องจากเราต้องการให้ลูกทรงกลมวางอยู่บนลูกล้อได้โดยมีความเสถียรและอีกเหตุผลหนึ่งในกรณีที่ระนาบแกนหมุนของลูกทรงกลมที่เกิดจากลูกล้อจำนวน 2 ลูกเกิดการขนานกันจะทำให้เกิดจุดตัดของระนาบเป็นจำนวนอนันต์ ซึ่งจะทำให้เกิดแกนหมุนของลูกทรงกลม (SAOR) ในตำแหน่งที่ไม่แน่นอน ซึ่งการใส่ลูกล้อลูกที่ 3 จะสามารถที่จะแก้ได้ทั้งสองกรณี



รูปที่ 6 ตำแหน่งของล้อทั้ง 3 บนระนาบต่างๆ

จากรูปที่ 6 สามารถที่จะหาเวกเตอร์ที่ตั้งฉากของระนาบแกนหมุนของลูกทรงกลมของแต่ละล้อได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \vec{N}_X &= -(\sin\phi_x)\hat{j} + (\cos\phi_x)\hat{k} \\ \vec{N}_Y &= (\cos\phi_y)\hat{i} - (\sin\phi_y)\hat{k} \\ \vec{N}_Z &= -(\sin\phi_z)\hat{i} + (\cos\phi_z)\hat{j} \end{aligned} \quad (4)$$

ซึ่ง $\vec{N}_X$, $\vec{N}_Y$, $\vec{N}_Z$ คือเวกเตอร์ที่ตั้งฉากของระนาบแกนหมุนของลูกทรงกลมของล้อ X,Y และ Z ตามลำดับ, ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z คือมุมของแกนล้อ X,Y และ Z ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 6

เนื่องจากเวกเตอร์แกนหมุนของลูกทรงกลม (SAOR) ซึ่งจะเกิดจากการตัดกันของระนาบทั้งสามจะต้องตั้งฉากกับ $\vec{N}_X$, $\vec{N}_Y$ และ $\vec{N}_Z$ เพราะฉะนั้นเวกเตอร์แกนหมุนของลูกทรงกลมที่ต้องการสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\vec{N}_X \times \vec{N}_Y = \sin\phi_x \sin\phi_y \hat{i} + \cos\phi_y \cos\phi_x \hat{j} + \sin\phi_x \cos\phi_y \hat{k} \quad (5)$$

$$\vec{N}_Z \times \vec{N}_X = \cos\phi_z \cos\phi_x \hat{i} + \sin\phi_z \cos\phi_x \hat{j} + \sin\phi_z \sin\phi_x \hat{k} \quad (6)$$

สมการ (5) และ (6) จะต้องเป็นเวกเตอร์ที่อยู่บนเส้นตรงเดียวกันดังนั้นเราจะได้

$$\tan\phi_z = \cot\phi_y \cot\phi_x \qquad (7)$$

ซึ่งสมการที่ (5) และ (6) ที่ได้นั้นเป็นสมการที่ไม่ได้อยู่บนเฟรมที่ฐานของหุ่นยนต์โคบอท (Base Frame) ดังนั้นเราจึงจำเป็นที่จะต้องแปลงพิกัด (Transform Coordinate) ของเวกเตอร์แกนหมุนของลูกทรงกลม (SAOR) ที่หาได้ให้ไปอยู่บนเฟรมที่ฐานของหุ่นยนต์โคบอท ซึ่งเมตริกซ์สำหรับการหมุนเฟรม (Rotation matrix) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$ {}^{B}_{Wh}R = \begin{bmatrix} -\sqrt{\frac{2}{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \qquad (8)$$

ซึ่ง ${}^{B}_{Wh}R$ คือเมตริกซ์การหมุนแกนของ B คือ เฟรมของฐานหุ่นยนต์เทียบกับ Wh คือ เฟรมของล้อ

เราสามารถที่จะหาแกนหมุนของลูกทรงกลม (SAOR) เทียบกับเฟรมของฐานหุ่นยนต์ได้จาก $\vec{A}_B = {}^{B}_{Wh}R\left(\vec{N}_X \times \vec{N}_Y\right)$ ดังนั้นเราจะได้

$$\vec{A}_B = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}}\left[-2\sin\phi_x \sin\phi_y + \cos\phi_y \cos\phi_x + \sin\phi_x \cos\phi_y\right] \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\cos\phi_y \cos\phi_x - \sin\phi_x \cos\phi_y\right] \\ -\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\sin\phi_x \sin\phi_y + \cos\phi_x \cos\phi_y + \sin\phi_x \cos\phi_y\right] \end{bmatrix} \qquad (9)$$

ซึ่ง $\vec{A}_B$ คือเวกเตอร์แกนหมุนของลูกทรงกลม (SAOR) ที่อยู่บนเฟรมของฐานหุ่นยนต์

สมการแกนหมุนต้องมีทิศทางเดียวกันกับเวกเตอร์ความเร็วเชิงมุมของเฟรมที่ฐาน ดังนั้นเมื่อนำเวกเตอร์ทั้งสองมาครอส (Cross) กันจะต้องมีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งเวกเตอร์ความเร็วเชิงมุมก็คือ

$$\vec{\omega}_B = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \qquad (10)$$

ซึ่ง $\vec{\omega}_B$ คือเวกเตอร์ความเร็วเชิงมุมบนเฟรมของฐานหุ่นยนต์ที่มีสมาชิกเป็น $\omega_x, \omega_y, \omega_z$

และเช่นเดียวกันสมการที่ (9) และ (10) จะต้องมีทิศทางเดียวกันดังนั้นจากสมการ $\vec{A}_B \times \vec{\omega}_B = \vec{0}$ จะได้

$$\frac{\omega_z}{\omega_y} = \frac{C}{B},\ \frac{\omega_z}{\omega_x} = \frac{C}{A},\ \frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{B}{A} \qquad (11)$$

จากสมการที่ (11) และ (7) ทำให้เราสามารถที่จะหาสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของมุมแต่ละล้อกับความเร็วเชิงมุมของเฟรมที่ฐานได้ดังนี้

$$\tan\phi_x = \frac{bc\omega_x + (a_1c - a_2c)\omega_y - a_1b\omega_z}{bc\omega_x + (a_2c - a_1c)\omega_y - a_1b\omega_z} \qquad (12)$$

$$\tan\phi_y = \frac{-2bc\omega_x + 2a_2b\omega_z}{bc\omega_x + (a_1c - a_2c)\omega_y - a_1b\omega_z} \qquad (13)$$

$$\tan\phi_z = \frac{bc\omega_x + (a_2c - a_1c)\omega_y - a_1b\omega_z}{-2bc\omega_x + 2a_2b\omega_z} \qquad (14)$$

ซึ่ง $a_1 = -\sqrt{2/3},\ a_2 = 1/\sqrt{6},\ b = 1/\sqrt{2},\ c = -1/\sqrt{3}$

ความเร็วเชิงมุมของเฟรมที่ฐานนั้นจะมีความสัมพันธ์กับความเร็วเชิงมุมของข้อต่อ ซึ่งความเร็วเชิงมุมของแต่ละข้อต่อนั้นสามารถที่จะเขียนให้อยู่บนเฟรมที่ 1 ได้ ลักษณะดังกล่าวเกิดจากคุณสมบัติของกลไกที่ได้ออกแบบไว้ ดังนั้นความเร็วเชิงมุมของแต่ละข้อต่อบนเฟรมที่ 1 สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\omega_{J1} = \begin{bmatrix} r\dot{\theta}_3 \\ -\dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \qquad (15)$$

ซึ่ง ω_{J1} คือความเร็วเชิงมุมของแต่ละข้อต่อบนเฟรมที่ 1, $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ คือความเร็วเชิงมุมของแต่ละข้อต่อดังที่ได้อธิบายไว้แล้ว, r คืออัตราทดของข้อต่อที่ 3 ซึ่งในที่นี้จะเท่ากับ 2

จากนั้นทำการแปลงความเร็วชิงมุมดังกล่าวให้อยู่ในเฟรมที่ฐาน ซึ่งเมตริกซ์การหมุนเฟรมจากเฟรม 1 ไปเป็นเฟรมที่ฐานก็คือ

$${}^{B}_{1}R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \end{bmatrix} \qquad (16)$$

ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์ความเร็วเชิงมุมเฟรมฐานกับความเร็วเชิงมุมเฟรม 1 ได้ดังนี้

$$\omega_B = {}^{B}_{1}R\omega_{J1} = \begin{bmatrix} -\dot{\theta}_1 \\ 2(\sin\theta_1)\dot{\theta}_3 - (\cos\theta_1)\dot{\theta}_2 \\ 2(\cos\theta_1)\dot{\theta}_3 + (\sin\theta_1)\dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \qquad (17)$$

5. จลศาสตร์แบบโคบอทของแขนกล

เนื่องจากตามหลักการทั่วไปของหุ่นยนต์โคบอทที่ตำแหน่งปลายสุด (end-effector) ของหุ่นยนต์โคบอทจะต้องเคลื่อนที่ไปพร้อมกับมนุษย์ ดังนั้นจะเห็นได้ว่าอินพุต (input) ของหุ่นยนต์โคบอทก็คือสัญญาณการเคลื่อนที่ของมนุษย์ จากนั้นหุ่นยนต์โคบอทจะทำการปรับความสัมพันธ์ของแต่ละข้อต่อให้สอดคล้องกับการเคลื่อนที่ของมนุษย์หรือกำแพง

เสมือนตามแต่ว่าหุ่นยนต์โคบอทจะอยู่ในโหมดการทำงานแบบไหน [3] ซึ่งจะเห็นได้ว่าแตกต่างจากหลักการควบคุมหุ่นยนต์ธรรมดาโดยทั่วไป ดังนั้นหุ่นยนต์โคบอทจึงมีจลศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอทที่พัฒนาขึ้นมาโดยเฉพาะ

จลศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอทจะใช้หลักการของเวกเตอร์สัมผัส (Tangent vector) และเวกเตอร์เคอร์เวเจอร์ (Curvature vector) เป็นหลัก ดังนั้นเราจะทำการแปลงการเคลื่อนที่ที่ปลายแขนให้อยู่ในรูปของเวกเตอร์ทั้งสองข้างต้น (Tangent transformation and Curvature transformation) ซึ่งตำแหน่งที่ปลายแขนของหุ่นยนต์โคบอทก็คือ

$$\vec{R} = [x, y, z] \quad (18)$$

ดังนั้นเราจะได้เวกเตอร์สัมผัส และเวกเตอร์เคอร์เวเจอร์ได้ดังนี้

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{T}\dot{s} \quad (19)$$

$$k\vec{N} = \frac{d\vec{T}}{ds} \quad (20)$$

ซึ่ง $\vec{T}$ คือเวกเตอร์สัมผัสหนึ่งหน่วย, s คือระยะทาง, $\dot{s}$ คืออัตราเร็ว, $k\vec{N}$ คือเวกเตอร์เคอร์เวเจอร์, k คือค่าเคอร์เวเจอร์, $\vec{N}$ คือเวกเตอร์นอร์มอลหนึ่งหน่วย (unit normal vector)

จากนั้นจะสามารถแปลงให้อยู่ในสเปซของข้อต่อ (Joint Space) ได้จากสมการความสัมพันธ์เวกเตอร์มุมของข้อต่อกับเวกเตอร์ตำแหน่งที่ปลายแขนกล ซึ่งก็คือ

$$\vec{R}_J = L(\vec{R}) \quad (21)$$

ดังนั้นเราสามารถที่จะแปลงค่าต่าง ๆ ได้ดังนี้

$$\vec{T}_J = \frac{d\vec{R}_J}{ds_J} = \frac{\partial L}{\partial \vec{R}} \frac{d\vec{R}}{ds} \frac{ds}{ds_J} \quad (22)$$

ซึ่งตัวห้อย J หมายถึงตัวแปลที่อยู่ในสเปซของข้อต่อ, เทอม $\partial L / \partial \vec{R}$ คือเมตริกซ์จาโคเบียนเราจะกำหนดเป็น $J(\vec{R})$, และสำหรับ ds/ds_J คือค่าสเกลาร์ ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการ (22) ใหม่ดังนี้

$$\vec{T}_J = \frac{J\vec{T}}{|J\vec{T}|} \quad (23)$$

และเวกเตอร์เคอร์เวเจอร์ในสเปซของข้อต่อสามารถแสดงได้ดังนี้

$$k_J \vec{N}_J = \frac{d\vec{T}_J}{ds_J} = \frac{\left[\mathbf{I} - \vec{T}_J \vec{T}_J^{\,T}\right]}{|J\vec{T}|^2} = \left[T^T \frac{\partial J}{\partial \vec{R}} T + Jk\vec{N}\right] \quad (24)$$

เทอม $\vec{T}^T \frac{\partial J}{\partial \vec{R}} \vec{T}$ สามารถเขียนให้อยู่รูปของเมตริกซ์เฮลสเซี่ยน (Hessians) ได้ ซึ่งรายละเอียดเพิ่มเติมสามารถหาได้ใน [9]

6. สรุป

ในบทความนี้ได้นำเสนอจลศาสตร์แบบมาตรฐานของหุ่นยนต์ทั่วไป แสดงหลักการหาจลศาสตร์ของชุดปรับเปลี่ยนความสัมพันธ์ระหว่างข้อต่อ และยังได้แสดงจลศาสตร์แบบหุ่นยนต์โคบอทเอาไว้อีกด้วย ซึ่งสมการจลศาสตร์แบบต่าง ๆ ที่ได้กล่าวถึงนี้สามารถที่จะนำไปออกแบบระบบควบคุมของหุ่นยนต์โคบอทแขนกลสามมิติให้สามารถที่จะทำงานในโหมดอิสระแบบเสมือน (Virtual caster mode) และในโหมดผนังแบบเสมือน (Virtual wall mode) ได้ ซึ่งทางคณะผู้วิจัยจะนำมาเสนอในโอกาสต่อไป

7. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากศูนย์เทคโนโลยีโลหะและวัสดุแห่งชาติและบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย คณะผู้วิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ ที่นี้

นอกจากนี้ คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ คุณ ธนโชติ ชีพสุมล ที่ได้ช่วยเหลือและค้นคว้าข้อมูลบางส่วนในงานวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง

[1] Wannasuphoprasit, W., (1999), “Cobots: Collaborative Robots”, Ph.D. Dissertation, Northwestern University

[2] Wannasuphoprasit, W., Akella, P., Peshkin, M. A. and Colgate, J. E., (1998),”Cobot, A Novel Material Handling Technology,” 98-WA/MH-2, Present at the ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, Anaheim, California

[3] W. Wannasuphoprasit, R.B. Gillespie, J.E. Colgate, M.A. Peshkin, “Cobot Control”, Proceeding of the IEEE 1997 International Conference on Robotics & Automation, pp. 3571-3576, 1997.

[4] Colgate, J.E., Peshkin, M.A. and Wannasuphoprasit, W., (1996), “Nonholonomic Haptic Display,” IEEE International Conference on, Robotics and Automation. Minneapolis, pp. 539-544.

[5] M. Peshkin, J.E. Colgate, P. Akella, W. Wannasuphoprasit, B. Gillespie, C. Moore, “Cobot architecture”, to be published in the IEEE Transactions on Robotics and Automation.

[6] C. Moore, “Continuously Variable Transmission for Serial Link Cobot Architectures”, Master’s thesis, Department of Mechanical Engineering, Northwestern University, March 1997.

[7] G. Bachman, “An Experimental Investigation of the Cobot Wheel Contact Patch”, Master’s thesis, Department of Mechanical Engineering, Northwestern University, March 1997

[8] Carl A. Moore, Michael A. Peshkin, J. Edward Colgate, “Design of a 3R Cobot Using Continuously Variable Transmissions”

[9] B. Gillespie, J.E. Colgate, M. Peshkin, “ A General Framework for Cobot Control “, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 17, No. 4, August 2001

[10] P. Akella, M. Peshkin, J.E. Colgate, W. Wannasuphoprasit, N. Nagesh, J. Wells, S. Holland, T. Pearson, B. Peacock, “ Cobot for the automobile assembly line “, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1999

[11] วิทยา วัณณสุโภประสิทธิ์ และ ธนโชติ ชีพสุมล, “Serial-Link Cobot” ,การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 15 พ.ศ. 2544

[12] วิทยา วัณณสุโภประสิทธิ์ และ ศิริศักดิ์ สิริเกษมสุข, “การออกแบบและควบคุม ISVT”, การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 15 พ.ศ. 2544

[13] วิทยา วัณณสุโภประสิทธิ์ และ ศิริศักดิ์ สิริเกษมสุข, “หุ่นยนต์โคบอทสามมิติ”, การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 16 พ.ศ. 2545

[14] วิทยา วัณณสุโภประสิทธิ์ และ ศุภพน จันทร์พัฒน์, ”รูปแบบใหม่ของหุ่นยนต์โคบอท”, การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 16 พ.ศ. 2545

[15] W. Wannasuphoprasit, S. Sirikasemsuk,”The Design and Development of 3DP Cobotic Manipulator”, Proceedings of IMECE, 2002

[16] Wannasuphoprasit W., Sirikasemsuk S., “On development of a 3D passive manipulator” 2002. IEEE ICIT ’02. 2002 IEEE International Conference on, Volume: 2, pp. 1285-1289

[17] Gregory J. Hamlin, A. C. Sanderson, “A Novel Concentric Multilink Spherical Joint with Parallel Robotics Applications”, IEEE International Conference on Robotics and Automation., Vol. 2, pp. 1267-1272, 1994

[18] Santos, M.J., ”Extreme Joystick : A Cobot with Stored Energy”, Ph.D. Proposal, Mechanical Engineering Department, Northwestern University., 1997