

การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การอบแห้งถั่วเหลือง โดยเทคนิคฟลูอิดเบดด้วยไอน้ำร้อนยวดยิ่ง

Mathematical Model for Fluidized Bed Drying Using Superheated Steam

รติยา ธูพานิชยานันท์^{1,*} สมชาติ โสภณรณฤทธิ์¹ สมเกียรติ ประชยวารการ²

¹คณะพลังงานและวัสดุ ²คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี กรุงเทพฯ 10140

Ratiya Thuwapanichayanan^{1,*}, Somchart Soponronnarit¹ and. Somkiat Prachayawarakorn²

¹School of Energy and Materials, ²Faculty of Engineering,

King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangkok 10140, Thailand

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การอบแห้งถั่วเหลืองโดยเทคนิคฟลูอิดเบดด้วยไอน้ำร้อนยวดยิ่งเพื่อทำนายอัตราการอบแห้ง และศึกษาอิทธิพลของตัวแปรที่มีผลต่ออัตราการอบแห้ง เช่น อุณหภูมิของไอน้ำร้อนยวดยิ่ง ความสูงเบด และความชื้นเริ่มต้นของถั่วเหลือง สำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นนั้นจะใช้สมการการถ่ายเทมวลและความร้อนในการอธิบายกระบวนการอบแห้ง โดยกระบวนการอบแห้งถั่วเหลืองด้วยไอน้ำร้อนยวดยิ่งจะแบ่งออกเป็น 2 ช่วง คือ ช่วงเพิ่มอุณหภูมิของถั่วเหลือง (Heat up Period) และช่วงอัตราการอบแห้งลดลง (Falling Rate Period) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นสามารถทำนายอัตราการอบแห้งได้ใกล้เคียงกับผลจากการทดลอง โดยตัวแปรที่มีอิทธิพลต่ออัตราการอบแห้งที่สำคัญได้แก่ อุณหภูมิของไอน้ำร้อนยวดยิ่งและความชื้นเริ่มต้นของถั่วเหลือง โดยอุณหภูมิของไอน้ำร้อนยวดยิ่งและความชื้นเริ่มต้นของถั่วเหลืองสูงจะให้อัตราการอบแห้งสูง ส่วนความสูงเบดนั้นมีผลต่ออัตราการอบแห้งน้อย

Abstract

Mathematical model for fluidized bed drying with superheated steam was developed to predict drying rate in soybean. The influences of superheated steam temperature, initial moisture content of soybean and bed depth on drying rate were investigated. In mathematical model, equations of heat and mass transfer were used to explain drying process. Soybean drying using superheated steam was divided into two drying periods : heating up and falling rate period. The predicted result of mathematical model was comparable to the experimental

results. It was observed from both experimental and simulated results that the major parameters affecting drying rate were superheated steam temperature and initial moisture content of soybean. The higher superheated steam temperature and initial moisture content resulted in higher drying rate, however, bed depth had not much effect on drying rate.

1. บทนำ

ถั่วเหลืองเป็นพืชที่ให้โปรตีนสูงและให้ไขมันที่ร่างกายต้องการสำหรับการนำถั่วเหลืองมาใช้ประโยชน์จะเลือกเมล็ดที่แก่จัด ทั้งนี้เพราะในเมล็ดถั่วเหลืองแก่จะมีสารอาหารต่างๆประกอบด้วย คาร์โบไฮเดรต 35% โปรตีน 50% ไขมัน 20% นอกจากนี้ยังประกอบไปด้วยแคลเซียม ฟอสฟอรัส และวิตามินอีกด้วย ดังนั้นถั่วเหลืองจึงมีบทบาทสำคัญทางโภชนาการมากขึ้นเรื่อยๆ

การอบแห้งโดยเทคนิคฟลูอิดเบดเป็นเทคนิคหนึ่งที่มีนิยมใช้ในการลดความชื้นของถั่วเหลือง ซึ่งในปัจจุบันการใช้ไอน้ำร้อนยวดยิ่งเป็นตัวกลางในการอบแห้งกำลังเป็นที่นิยมอย่างสูงเนื่องจากมีข้อดีอยู่หลายประการด้วยกัน เช่น ช่วยลดควันและอันตรายจากการระเบิดเนื่องจากปฏิกิริยาออกซิเดชัน นอกจากนั้นยังประหยัดพลังงาน เนื่องจากการอบแห้งที่ทำในระบบปิดจะสามารถนำไอน้ำร้อนยวดยิ่งกลับมาใช้ใหม่ได้ และการใช้ไอน้ำร้อนยวดยิ่งในการอบแห้งผลิตภัณฑ์ทางการเกษตรหรือผลิตภัณฑ์จำพวกอาหารนั้นจะช่วยทำให้ผลิตภัณฑ์มีคุณภาพดีขึ้น และทำให้สารยับยั้งโภชนาการเสื่อมสลายได้อย่างรวดเร็ว

2. อุปกรณ์และวิธีการ

เครื่องอบแห้งกรณีใช้ไอน้ำร้อนยวดยิ่งเป็นตัวกลางเป็นเครื่องอบแห้งแบบฟลูอิดเบด ห้องอบแห้งเป็นรูปทรงกระบอกทำด้วย

* Corresponding author. Tel.: (02)-4708695 ext. 112; fax (02)-4708663

E-mail address: t.ratiya@yahoo.com (R. Thuwapanichayanan)

สแตนเลส (Stainless steel) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 15 เซนติเมตร สูง 100 เซนติเมตร ลักษณะการทำงานเริ่มต้นจากการต้มน้ำด้วยเครื่องกำเนิดไอน้ำ (Boiler) ซึ่งออกแบบความดันใช้งานสูงสุด 3.5 bars สามารถผลิตไอน้ำได้ 31 kg/h ที่อุณหภูมิ 100°C ความดันบรรยากาศ ความเร็วของไอน้ำ 3.2 m/s จากนั้นไอน้ำเข้าในระบบโดยไอน้ำจะถูกทำให้ร้อนโดยอุปกรณ์ให้ความร้อน (Heater) ขนาด 13.5 kW เพื่อทำให้ไอน้ำกลายเป็นไอน้ำร้อนยวดยิ่ง จากนั้นจะนำไอน้ำร้อนยวดยิ่งผ่านเข้าห้องอบแห้งเพื่อลดความชื้นของถั่วเหลือง และผ่านต่อไปยังเครื่องดักฝุ่น ไอน้ำในระบบถูกหมุนเวียนโดยพัดลมเป็นแบบเหวี่ยงใบพัดโค้งหลัง (Backward-curved centrifugal blower) มีมอเตอร์ขนาด 2.2 kW สามารถปรับความเร็วรอบของพัดลมได้

3. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการอบแห้ง

3.1 ช่วงเพิ่มอุณหภูมิของถั่วเหลือง (Heat up Period)

ในช่วงเริ่มต้นของการอบแห้ง ถั่วเหลืองมีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิของไอน้ำร้อนยวดยิ่ง ดังนั้นเมื่อไอน้ำร้อนยวดยิ่งสัมผัสกับถั่วเหลืองที่มีอุณหภูมิต่ำจะส่งผลให้เกิดการควบแน่นของไอน้ำที่บริเวณผิวของถั่วเหลืองทำให้ผิวของถั่วเหลืองเปียกและมีลักษณะเป็นฟิล์มของเหลวที่มาปกคลุมผิวนอกของถั่วเหลือง ดังนั้นจึงใช้หลักการการควบแน่นแบบฟิล์ม [1] มาอธิบายกระบวนการในช่วงนี้ โดยมีสมมติฐานคือ อุณหภูมิภายในเมล็ดถั่วเหลืองสม่ำเสมอ คือไม่มีการนำความร้อนภายในเมล็ดถั่วเหลือง สำหรับฟิล์มที่มาปกคลุมผิวนอกของถั่วเหลืองนั้นเปรียบเสมือนตัวต้านทานความร้อนของการถ่ายเทความร้อนระหว่างตัวกลางและถั่วเหลือง ดังนั้นความร้อนที่ถ่ายเทให้กับถั่วเหลืองผ่านฟิล์มของของเหลวสามารถคำนวณได้ดังสมการ (1)

$$q = \bar{h}_f A_s (T_{sat} - T_p) \quad (1)$$

โดยความร้อนที่ถ่ายเทให้กับถั่วเหลืองผ่านฟิล์มของของเหลวนั้นมีค่าเท่ากับปริมาณความร้อนที่เกิดจากการควบแน่นของไอน้ำร้อนยวดยิ่งนั่นเอง ดังนั้น

$$\bar{h}_f A_s (T_{sat} - T_p) = \dot{m}_{cond} h_{fg} \quad (2)$$

ในกรณีที่ไอน้ำเป็นไอน้ำร้อนยวดยิ่ง h_{fg}'' คำนวณได้จากสมการ (3)

$$h_{fg}'' = c_{p,st} (T_{st,in} - T_{sat}) + h_{fg} + c_{p,w} (T_{sat} - T_p) \quad (3)$$

จากสมการ (2) สามารถเขียนใหม่เป็น

$$\dot{m}_{cond} = \frac{\bar{h}_f A_s (T_{sat} - T_p)}{h_{fg}''} \quad (4)$$

เมื่อ A_s คือพื้นที่ผิวของถั่วเหลืองทั้งหมด (m^2), C_p คือความร้อนจำเพาะ (kJ/kgK), $\bar{h}_f$ คือสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนแบบฟิล์ม (kW/m^2K), h_{fg} คือความร้อนแฝงของการระเหยน้ำ (kJ/kg), $\dot{m}_{cond}$ คืออัตราการ

ควบแน่นของไอน้ำ (kg/s), q คืออัตราการถ่ายเทความร้อน (kW), T_{sat} คืออุณหภูมิอิ่มตัวของไอน้ำ, $T_{st,in}$ คืออุณหภูมิของไอน้ำร้อนยวดยิ่งที่ทางเข้าเบต และ T_p คืออุณหภูมิของถั่วเหลือง (K), w คือ น้ำ

สำหรับการทำสมดุลพลังงานที่ถั่วเหลืองซึ่งเป็นวัตถุของแข็งนั้น ความร้อนที่ให้กับถั่วเหลืองจะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในของถั่วเหลือง ซึ่งแสดงได้ดังสมการ (5)

$$\dot{m}_{cond} h_{fg}'' = \left\{ m_p (a + b \bar{M}_w) + m_{fw,net} c_{p,w} \right\} \frac{dT_p}{dt} \quad (5)$$

แทนค่า h_{fg}'' จากสมการที่ (3) ลงในสมการ (5) จะได้

$$\begin{aligned} & \dot{m}_{cond} c_{p,st} (T_{st,in} - T_{sat}) + \dot{m}_{cond} c_{p,w} (T_{sat} - T_p) + \dot{m}_{cond} h_{fg} \\ & = \left\{ m_p (a + b \bar{M}_w) + m_{fw,net} c_{p,w} \right\} \frac{dT_p}{dt} \end{aligned} \quad (6)$$

เมื่อ $C_{p,p} = a + b \bar{M}_w$ ($a=1.637$, $b=0.0193$ [2]) $\bar{M}_w$ คือความชื้นเฉลี่ยภายในเมล็ดถั่วเหลืองเศษส่วนมาตรฐานเปียก $m_{fw,net}$ คือปริมาณน้ำอิสระที่เหลือยู่บริเวณผิวของถั่วเหลืองทั้งเบต (kg), m_p คือมวลของถั่วเหลืองทั้งเบต (kg), t คือเวลา (s)

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนแบบฟิล์ม (film condensation heat transfer coefficient, $\bar{h}_f$) ในกรณีที่การควบแน่นเป็นแบบราบเรียบสามารถคำนวณได้จากสมการเอมไพริคัล [3] สำหรับวัสดุทรงกลม ดังสมการ (7)

$$\bar{h}_f = 0.815 \left[\frac{\rho_f (\rho_f - \rho_{st}) g h_{fg}'' k_f^3}{\mu_f n d (T_{sat} - T_p)} \right]^{1/4} \quad (7)$$

เมื่อ d คือเส้นผ่านศูนย์กลางของถั่วเหลือง (m), g คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (m/s^2), k คือค่าการนำความร้อนของฟิล์ม (kW/mK), ρ_f คือความหนาแน่นของฟิล์ม (kg/m^3), ρ_{st} คือความหนาแน่นของไอน้ำร้อนยวดยิ่ง (kg/m^3), μ คือค่าความหนืดของฟิล์ม (kg/ms)

ผลจากการควบแน่นของไอน้ำทำให้ความชื้นของถั่วเหลืองมีค่าเพิ่มขึ้น โดยความชื้นที่เพิ่มขึ้นนี้สามารถคำนวณได้จากสมการการแพร่ของ Fick โดยสมมติค่าการแพร่ของน้ำเข้าไปยังเมล็ดถั่วเหลืองเกิดจากผลต่างของความเข้มข้น ในงานวิจัยนี้สมมติให้ถั่วเหลืองมีลักษณะเป็นทรงกลม ดังนั้นสามารถเขียนสมการของการถ่ายเทมวลได้ว่า

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D \frac{\partial M}{\partial r} \right) \quad (8)$$

เมื่อ D คือสัมประสิทธิ์การแพร่ความชื้น (m^2/s), M คือความชื้นเศษส่วนมาตรฐานแห้ง, r คือระยะในแนวรัศมี (m), t คือเวลา (s)

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ความชื้น (D) สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (9) [4] โดยที่ D จะเป็นฟังก์ชันของความชื้นและอุณหภูมิของถั่วเหลือง

$$D = \left\{ 5.4364 \times 10^{-20} + \left(5.111 \times 10^{-18} \times M^2 \right) \right\} \times \exp(0.053718 \times T_p) \quad (9)$$

ดังนั้นเมื่อทำการหาอนุพันธ์ของสมการ (8) จะได้ดังสมการ (10)

$$\frac{\partial M}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 M}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial M}{\partial r} \right) + \left(\frac{\partial M}{\partial r} \cdot \frac{\partial D}{\partial r} \right) \quad (10)$$

โดยที่ภาวะเริ่มต้นและภาวะขอบเขตสามารถเขียนได้ว่า

$$M(r, 0) = M_{in} \quad , t = 0 \quad (11)$$

$$M(r_o, t) = M(t) \quad , t > 0 \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial M}{\partial r} \right)_{r=0} = 0 \quad , t > 0 \quad (13)$$

โดยที่ M_{in} คือ ความชื้นเริ่มต้น, เศษส่วนมาตรฐานแห้ง $M(t)$ คือ ความชื้นที่ผิวของถั่วเหลือง (ที่ $r = r_o$ ที่เวลาใดๆ), เศษส่วนมาตรฐานแห้ง ค่า $M(t)$ นั้นเริ่มต้นกำหนดให้มีค่าประมาณ 150%d.b. (ความชื้นอ้อมตัวของถั่วเหลือง) ค่านี้หาได้จากการนำถั่วเหลืองไปแช่น้ำเป็นเวลา 24 ชั่วโมงแล้วนำมาหาค่าความชื้น แต่เมื่อทำการคำนวณปริมาณน้ำที่ถั่วเหลืองดูดซับโดยให้ความชื้นที่ผิวเป็น 150%d.b. พบว่าปริมาณน้ำที่ถั่วเหลืองดูดซับเข้าไบนั้นมากกว่าปริมาณไอน้ำที่ควบแน่นมาที่บริเวณผิวของถั่วเหลือง แสดงว่าความชื้นที่ผิวที่กำหนดให้เท่ากับค่าความชื้นอ้อมตัวนั้นไม่ถูกต้อง นั่นคือความชื้นที่ผิวในเวลานี้ยังเพิ่มขึ้นไม่ถึงค่าความชื้นอ้อมตัวนั่นเอง ดังนั้นในการคำนวณความชื้นที่ผิวนี้จะให้ค่าที่ควบแน่นมาสะสมที่ผิวของถั่วเหลืองทั้งหมด โดยใน time step แรก ($t=0+\Delta t$) ยังไม่มีการแพร่เข้าไปภายในถั่วเหลือง และหลังจากนี้ไอน้ำที่ควบแน่นส่วนหนึ่งจะเริ่มแพร่เข้าไปในถั่วเหลือง และส่วนที่เหลือก็ให้มาสะสมที่ผิวของถั่วเหลือง ดังนั้นความชื้นที่ผิวจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งเท่ากับค่าความชื้นอ้อมตัว และเมื่อความชื้นที่ผิวเพิ่มขึ้นถึงค่าความชื้นอ้อมตัวแล้วหลังจากนี้ความชื้นที่ผิวจะคงที่ที่ค่าความชื้นอ้อมตัวจนกระทั่งสิ้นสุดช่วงที่เกิดการควบแน่น

จากภาวะเริ่มต้นและภาวะขอบเขตในสมการที่ (11) (12) และ (13) จะสามารถหาคำตอบของสมการ (10) ได้โดยวิธี finite difference แบบ Explicit [5] และเมื่อหาค่าความชื้นที่ node ต่างๆ ภายในเมล็ดถั่วเหลืองได้แล้วก็จะสามารถหาค่าความชื้นเฉลี่ย ($\bar{M}$) ได้ดังสมการ (14)

$$\bar{M}(t) = \frac{4\pi}{V_p} \int_0^{r_i} r^2 M(r, t) dr \quad (14)$$

สมการ (14) สามารถหาคำตอบได้โดยวิธี Trapezoidal Rule ซึ่งเขียนได้ดังสมการ (15)

$$\bar{M}(t) = \frac{4\pi}{V_p} \cdot \Delta r \left\{ \left(\frac{f(0) + f(r_N)}{2} \right) + f(r_1) + f(r_2) + \dots + f(r_{N-1}) \right\}$$

เมื่อ $f(r) = r^2 M(r, t)$, V_p คือปริมาตรของถั่วเหลืองหนึ่งเมล็ด (m^3) (15)

ดังนั้นสามารถคำนวณอัตราการแพร่ของน้ำเข้าไปในเมล็ดถั่วเหลืองทั้งเบต ($\dot{m}_D$) ได้ดังสมการ (16)

$$\dot{m}_D = m_p \frac{d\bar{M}}{dt} \quad (16)$$

และคำนวณปริมาณน้ำที่ถั่วเหลืองทั้งเบตดูดซับ (m_D) ได้ดังสมการ (17)

$$m_D = m_p (\bar{M}(t) - \bar{M}(t-1)) \quad (17)$$

และสามารถคำนวณปริมาณน้ำอิสระที่เหลืออยู่บริเวณผิวของถั่วเหลืองทั้งเบต (free water, $m_{fw,net}$) ได้ดังสมการ (18)

$$m_{fw,net} = \{(\dot{m}_{cond} \times \Delta t) + \sum m_{fw}\} - m_D \quad (18)$$

เมื่อ $\sum m_{fw}$ คือปริมาณน้ำอิสระที่สะสมที่บริเวณผิวของถั่วเหลืองทั้งเบต

3.2 ช่วงอัตราการอบแห้งลดลง (Falling Rate Drying Period)

ช่วงนี้จะเป็นช่วงของการระเหยน้ำ ในช่วงนี้จะแบ่งการอบแห้งออกเป็น 2 ช่วงย่อย คือ ช่วงอัตราการอบแห้งลดลงช่วงแรก (First Falling Rate Period) และช่วงอัตราการอบแห้งลดลงช่วงที่สอง (Second Falling Rate Period) โดยช่วงอัตราการอบแห้งลดลงช่วงแรกจะเป็นช่วงที่ถั่วเหลืองยังมีความชื้นสูงอยู่ โดยเฉพาะที่บริเวณผิวของถั่วเหลืองอันเนื่องมาจากการควบแน่นของไอน้ำ ดังนั้นในช่วงนี้การถ่ายเทมวลและความร้อนส่วนใหญ่เกิดขึ้นที่บริเวณผิวของถั่วเหลือง ซึ่งการถ่ายเทมวลและความร้อนที่บริเวณผิวของถั่วเหลืองนั้นจะง่ายกว่าการถ่ายเทมวลและความร้อนภายในเนื้อถั่วเหลือง ดังนั้นอัตราการระเหยน้ำในช่วงนี้จะสูง ความชื้นของถั่วเหลืองจะลดลงอย่างรวดเร็ว และอุณหภูมิของถั่วเหลืองก็จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเช่นกัน และเมื่อความชื้นที่ผิวของถั่วเหลืองลดลงมากแล้วก็จะเริ่มเข้าสู่ช่วงอัตราการอบแห้งลดลงช่วงที่สอง ซึ่งในช่วงนี้จะเป็นช่วงที่การถ่ายเทมวลและความร้อนเกิดขึ้นในเนื้อถั่วเหลืองเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งการเคลื่อนที่ของน้ำจากภายในถั่วเหลืองมายังผิวจะช้าและยากกว่าการพาความร้อนจากผิวไปยังตัวกลาง อัตราการระเหยของน้ำในช่วงนี้จะถูกควบคุมโดยความต้านทานของเนื้อวัสดุ ส่งผลให้อัตราการระเหยน้ำในช่วงนี้จะน้อยกว่าช่วงอัตราการอบแห้งลดลงช่วงแรก สำหรับช่วงอัตราการอบแห้งลดลงมีสมมติฐานคือ อุณหภูมิภายในเมล็ดถั่วเหลืองสม่ำเสมอ และเนื่องจากผลจากการทดลองพบว่าอุณหภูมิที่ทางออกของเบตและอุณหภูมิภายในเบตมีค่าแตกต่างกันเล็กน้อย (ประมาณ 2-5°C) ดังนั้นจึงสมมติให้อุณหภูมิที่ทางออกของเบต (T_{out}) มีค่าเท่ากับอุณหภูมิภายในเบต (T_{bed})

ผลจากการระเหยของน้ำทำให้ความชื้นของถั่วเหลืองมีค่าลดลง โดยความชื้นที่ลดลงนี้สามารถคำนวณได้จากสมการการแพร่ของ Fick (สมการที่ 10) โดยมีภาวะเริ่มต้นและภาวะขอบเขตดังนี้

- ภาวะเริ่มต้นและภาวะขอบเขตในช่วงอัตราการอบแห้งลดลงช่วงแรก

$$M(r, t) = M(r) \quad , t = t_1 \quad (19)$$

$$D \left(\frac{\partial M}{\partial r} \right)_{r=0} = 0, t > t_1 \quad (20)$$

$$-D \left(\rho \frac{\partial M}{\partial r} \right)_{r=r_o} = \frac{h'_D M_{H_2O}}{R} \left(\frac{P_{v,p}}{T_p} - \frac{P_{v,st}}{T_{bed}} \right), t > t_1 \quad (21)$$

เมื่อ h'_D คือสัมประสิทธิ์การถ่ายเทมวล (m/s), $M(r)$ คือความชื้นที่ระยะ r ใดๆ เศษส่วนมาตรฐานแห้ง, M_{H_2O} คือน้ำหนักโมเลกุลของน้ำ (kg/kmol), P คือความดัน (kPa), R คือค่าคงที่ของก๊าซสากล (kJ/kmol.K), t_1 คือเวลาที่สิ้นสุดช่วงการควบแน่นของไอน้ำ (s), ρ คือความหนาแน่นของถั่วเหลือง (kg/m³), v คือไอน้ำ

- ภาวะเริ่มต้นและภาวะขอบเขตช่วงอัตราการอบแห้งลดลงช่วงที่สอง

$$M(r, t) = M(r), t = t_2 \quad (22)$$

$$D \left(\frac{\partial M}{\partial r} \right)_{r=0} = 0, t > t_2 \quad (23)$$

$$M(r_o, t) = 0, t > t_2 \quad (24)$$

เมื่อ t_2 คือเวลาที่สิ้นสุดช่วงอัตราการอบแห้งลดลงช่วงแรก (s)

จากภาวะเริ่มต้นและภาวะขอบเขตก็จะสามารถคำนวณความชื้นที่ node ต่างๆ ภายในเมล็ดถั่วเหลืองที่เวลา $t = j+1$ ได้โดยวิธีทาง Numerical [5] ดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น

ดังนั้นจึงสามารถหาอัตราการระเหยของน้ำ $\dot{m}_{vap}$ ได้ดังสมการ (25)

$$\dot{m}_{vap} = m_p \frac{d\bar{M}}{dt} \quad (25)$$

สำหรับการทำสมดุลพลังงานที่วัตถภาคแก่นั้นจะได้ว่า การถ่ายเทความร้อนโดยการพาจากไอน้ำร้อนยวดยิ่งไปที่ถั่วเหลืองนั้นจะมีค่าเท่ากับความแตกต่างของเอนทัลปีของไอน้ำร้อนยวดยิ่งขณะเข้าและออกจากเบต ซึ่งทำสมดุลพลังงานได้ดังสมการ (26)

$$\begin{aligned} \dot{m}_{st,in} C_{p,st} T_{st,in} - \dot{m}_{st,o} C_{p,st} T_{bed} \\ = hA_s (T_{bed} - T_p) + h_w A_w (T_{bed} - T_w) \end{aligned} \quad (26)$$

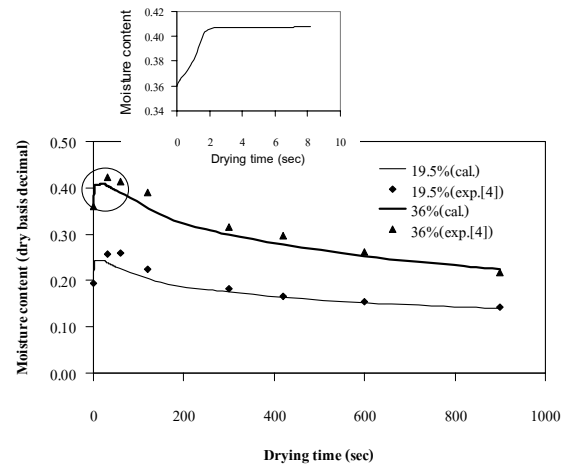
เมื่อ $\dot{m}_{st,o} = \dot{m}_{st,in} + \dot{m}_{vap}$, h คือสัมประสิทธิ์การพาความร้อนระหว่างตัวกลางและถั่วเหลือง (kW/m²K), T_{bed} คืออุณหภูมิที่ทางออกของเบตซึ่งมีค่าเท่ากับอุณหภูมิภายในเบต (K) และเทอมที่สองทางขวามือของสมการ (26) นั้นแสดงถึงความร้อนที่สูญเสียไปที่ผนังเบต

สำหรับวัตถภาคของแข็งจะได้ว่าความร้อนที่ถ่ายเทโดยการพาจากไอน้ำร้อนยวดยิ่งมาที่ถั่วเหลืองนั้นจะเท่ากับเอนทัลปีที่ใช้ในการระเหยน้ำที่เคลื่อนที่มาจากผิวของถั่วเหลือง และทำให้ไอน้ำที่ระเหยมีอุณหภูมิสูงขึ้นจนเท่ากับอุณหภูมิภายในเบต (T_{bed}) และทำให้อุณหภูมิของถั่วเหลืองสูงขึ้น ซึ่งเป็นไปดังสมการที่ (27)

$$\begin{aligned} hA_s (T_{bed} - T_p) = \dot{m}_{vap} \{ h_{fg} + C_{p,st} (T_{bed} - T_p) \} \\ + \{ m_p (a + b\bar{M}_w) \} \frac{dT_p}{dt} \end{aligned} \quad (27)$$

4. ผลการทดลองและวิจารณ์

4.1 อิทธิพลของความชื้นเริ่มต้นของถั่วเหลืองที่มีผลต่อการควบแน่นของไอน้ำและการลดความชื้น



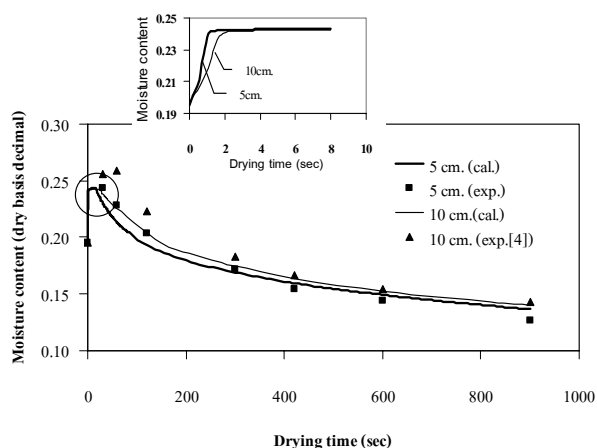
รูปที่ 1 แสดงการเปลี่ยนแปลงความชื้นของถั่วเหลืองที่ความชื้นเริ่มต้นแตกต่างกัน (อุณหภูมิไอน้ำร้อนยวดยิ่ง 120°C ความสูงเบต 10 cm. อัตราการไหลเชิงมวล 0.03 kg/s)

รูปที่ 1 แสดงการเปลี่ยนแปลงความชื้นของถั่วเหลืองที่ได้จากการทดลองและการคำนวณที่ผ่านการอบแห้งที่ความชื้นเริ่มต้นแตกต่างกัน จากผลการทดลองพบว่า ในช่วงเริ่มต้นของการอบแห้งจะมีการเพิ่มขึ้นของความชื้นของถั่วเหลือง เนื่องจากเกิดการควบแน่นของไอน้ำที่บริเวณผิวของถั่วเหลือง และเมื่อพิจารณาอิทธิพลของความชื้นเริ่มต้นของถั่วเหลืองที่มีต่ออัตราการอบแห้งนั้นจากการทดลองพบว่า การอบแห้งถั่วเหลืองที่มีความชื้นเริ่มต้นสูงจะให้อัตราการอบแห้งสูงกว่าถั่วเหลืองที่มีความชื้นเริ่มต้นต่ำ เนื่องจากถั่วเหลืองที่มีความชื้นเริ่มต้นสูงจะมีความแตกต่างของความเข้มข้นของน้ำระหว่างตัวกลางและถั่วเหลืองมากส่งผลให้เกิดการถ่ายเทมวลระหว่างตัวกลางและถั่วเหลืองได้ดี นั่นคือไอน้ำสามารถเคลื่อนที่ออกจากถั่วเหลืองที่มีความชื้นเริ่มต้นสูงได้ดีกว่าถั่วเหลืองที่มีความชื้นเริ่มต้นต่ำ

เมื่อทำการเปรียบเทียบผลที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และผลจากการทดลองพบว่า ในช่วงแรกของการอบแห้งซึ่งเป็นช่วงที่เกิดการควบแน่นของไอน้ำที่บริเวณผิวของถั่วเหลืองนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นยังทำนายการเพิ่มขึ้นของความชื้นได้ไม่ค่อยดี โดยทำนายการเพิ่มขึ้นของความชื้นของถั่วเหลืองได้ต่ำกว่าการทดลอง ซึ่งอาจเป็นผลเนื่องมาจากค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนแบบฟิล์มที่นำมาใช้นั้นไม่เหมาะสมสำหรับเบตที่บรรจุด้วยของแข็ง (Packed bed) เนื่องจากสมการที่นำมาใช้นั้นใช้สำหรับคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนแบบฟิล์มในกรณีที่อนุภาคเป็นทรงกลมเดี่ยว นอกจากนี้ในช่วงแรกของการทดลองนั้นพบว่าถั่วเหลืองยังไม่เกิดการ

ฟลูอิด แต่สำหรับการคำนวณไม่ได้คิดผลในกรณีที่ตัวเหลืองยังไม่เกิดการฟลูอิดในช่วงแรก ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนแบบฟิล์มที่คำนวณได้อาจมีค่าสูงเกินไป ส่งผลให้ในช่วงแรกไอน้ำที่เข้ามาภายในเบตเกิดการควบแน่นทั้งหมดทำให้อุณหภูมิของตัวเหลืองเพิ่มขึ้นถึงอุณหภูมิอิ่มตัวของไอน้ำได้เร็วกว่าการทดลองจริง ทำให้กระบวนการควบแน่นของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สิ้นสุดก่อนการทดลอง ซึ่งการทดลองจริงอาจเป็นไปได้ว่าไอน้ำที่เข้ามาภายในเบตไม่ได้เกิดการควบแน่นทั้งหมด ทำให้อุณหภูมิของตัวเหลืองเพิ่มขึ้นถึงอุณหภูมิอิ่มตัวของไอน้ำได้ช้ากว่า และใช้เวลาในการควบแน่นนานกว่า ซึ่งทำให้ความชื้นของตัวเหลืองเพิ่มขึ้นได้มากกว่าจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ความร้อนที่นำมาใช้ในช่วงที่เกิดการควบแน่นของไอน้ำได้มาจากการอบแห้ง ดังนั้นอาจไม่สามารถนำมาทำนายการแพร่ของน้ำเข้าไปในตัวเหลืองได้ดีนัก สำหรับในช่วงอัตราการอบแห้งลดลง (ช่วงการระเหยน้ำ) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถทำนายได้ดี

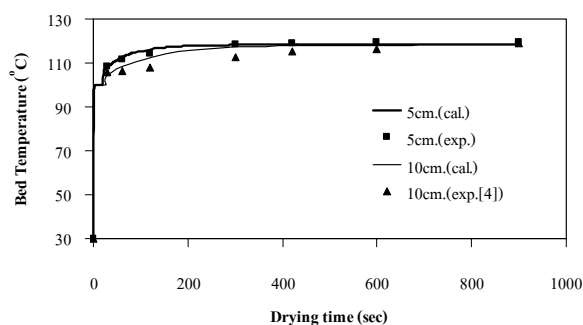
4.2 อิทธิพลของความสูงเบตที่มีผลต่อการควบแน่นของไอน้ำและการลดความชื้น



รูปที่ 2 แสดงการเปลี่ยนแปลงความชื้นของตัวเหลืองที่ความสูงเบตแตกต่างกัน (ความชื้นเริ่มต้น 19.5 % d.b., อุณหภูมิไอน้ำร้อนยวดยิ่ง 120°C อัตราการไหลเชิงมวล 0.03 kg/s)

รูปที่ 2 แสดงการเปลี่ยนแปลงความชื้นของตัวเหลืองที่ได้จากการทดลองและการคำนวณที่ผ่านการอบแห้งที่ความสูงเบตต่างๆ จากผลการทดลองพบว่า ในช่วงต้นของการอบแห้งจะมีการเพิ่มขึ้นของความชื้นของตัวเหลือง เนื่องจากการควบแน่นของไอน้ำที่บริเวณผิวของตัวเหลืองดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น และเมื่อพิจารณาการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิของตัวเหลืองพบว่า ที่ความสูงเบตน้อยอุณหภูมิของตัวเหลืองเพิ่มขึ้นได้เร็วกว่าที่ความสูงเบตมาก เนื่องจากที่ความสูงเบตน้อยมีพื้นที่ผิวของตัวเหลืองน้อย ส่งผลให้อัตราการถ่ายเทความร้อนต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ผิวระหว่างตัวกลางและตัวเหลืองมากกว่าที่ความสูงเบตมาก ทำให้อุณหภูมิของตัวเหลืองเพิ่มขึ้นถึงอุณหภูมิอิ่มตัวของไอน้ำได้เร็วกว่า ดังนั้นที่ความสูงเบตน้อยเวลาในการควบแน่นของไอน้ำควรมีระยะสั้นกว่าที่ความสูงเบตมาก ส่งผลให้ปริมาณน้ำที่แพร่

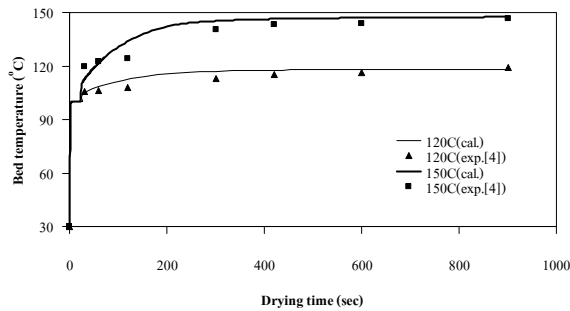
เข้าไปในตัวเหลืองน้อยกว่าที่ความสูงเบตมาก สำหรับอิทธิพลของความสูงเบตที่มีต่ออัตราการอบแห้ง จากการทดลองพบว่า เมื่อความสูงเบตน้อยจะให้อัตราการอบแห้งสูงกว่าที่ความสูงเบตมากดังแสดงในรูปที่ 2 เนื่องจากที่ความสูงเบตน้อยอัตราการถ่ายเทความร้อนต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ผิวระหว่างตัวกลางและตัวเหลืองมีค่ามาก ทำให้อุณหภูมิของตัวเหลืองเพิ่มขึ้นได้เร็วกว่า เป็นผลให้น้ำเคลื่อนที่ออกจากตัวเหลืองได้ดีกว่า และเมื่อพิจารณาอุณหภูมิภายในเบตแล้วพบว่า การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิภายในเบตมีแนวโน้มเช่นเดียวกับการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิของตัวเหลือง กล่าวคือที่ความสูงเบตน้อยอุณหภูมิภายในเบตจะเพิ่มขึ้นได้เร็วและสูงกว่าที่ความสูงเบตมากดังแสดงในรูปที่ 3 เนื่องจากที่ความสูงเบตน้อยปริมาณของตัวเหลืองภายในเบตน้อย ส่งผลให้ความร้อนที่ให้กับตัวเหลืองแต่ละเมล็ดนั้นมากกว่าในกรณีที่ความสูงเบตมาก โดยในช่วงแรกนั้นอุณหภูมิภายในเบตจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเนื่องจากช่วงแรกเกิดการควบแน่นของไอน้ำที่บริเวณผิวของตัวเหลือง ทำให้อุณหภูมิของตัวเหลืองเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ส่งผลให้อุณหภูมิภายในเบตซึ่งเป็นอุณหภูมิของตัวกลางที่สัมผัสกับตัวเหลืองเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเช่นเดียวกัน



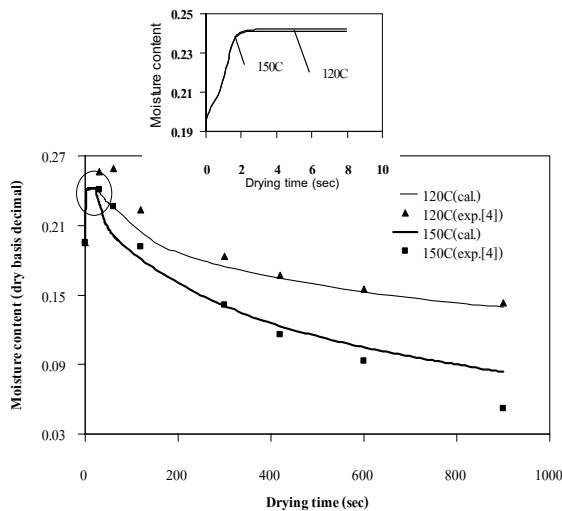
รูปที่ 3 แสดงอุณหภูมิภายในเบตที่ความสูงเบตแตกต่างกัน (ความชื้นเริ่มต้น 19.5% d.b., อุณหภูมิไอน้ำร้อนยวดยิ่ง 120°C อัตราการไหลเชิงมวล 0.03 kg/s)

เมื่อพิจารณาผลที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์พบว่า ช่วงที่เกิดการควบแน่นของไอน้ำที่บริเวณผิวของตัวเหลืองยังทำนายได้ไม่ค่อยดี ให้ผลที่ขัดแย้งกับการทดลองโดยผลที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์พบว่าที่ความสูงเบตน้อยปริมาณน้ำที่แพร่เข้าไปในตัวเหลืองจะมากกว่าที่ความสูงเบตมาก ซึ่งอาจเป็นผลเนื่องมาจากเวลาในการควบแน่นที่ความหนาของเบตมากมีเวลานั้นกว่าที่ได้จากการทดลอง ทั้งนี้อาจเป็นเพราะสมมติฐานที่ให้อุณหภูมิภายในเมล็ดตัวเหลืองสม่ำเสมอ คือไม่มีการนำความร้อนภายในเมล็ดตัวเหลืองนั้นอาจทำให้อุณหภูมิของตัวเหลืองเพิ่มขึ้นถึงอุณหภูมิอิ่มตัวของไอน้ำได้เร็ว ส่งผลให้ระยะเวลาในการควบแน่นสั้น แต่เมื่อพิจารณาตลอดช่วงของการอบแห้ง หมายถึงตั้งแต่ช่วงที่เกิดการควบแน่นตลอดไปจนถึงช่วงที่เกิดการระเหยของน้ำพบว่า ผลที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีแนวโน้มเช่นเดียวกับการทดลอง คือที่ความสูงเบตน้อยจะให้อัตราการอบแห้งที่สูงกว่าที่ความสูงเบตมาก

4.3 อิทธิพลของอุณหภูมิของไอน้ำร้อนยวดยิ่งที่มีผลต่อการควบแน่นของไอน้ำและการลดความชื้น



รูปที่ 4 แสดงอุณหภูมิภายในเบตที่อุณหภูมิของไอน้ำร้อนยวดยิ่งแตกต่างกัน (ความชื้นเริ่มต้น 19.5% d.b., ความสูงเบต 10 cm. อัตราการไหลเชิงมวล 0.03 kg/s)



รูปที่ 5 แสดงการเปลี่ยนแปลงความชื้นของถั่วเหลืองที่อุณหภูมิของไอน้ำร้อนยวดยิ่งแตกต่างกัน (ความชื้นเริ่มต้น 19.5% d.b., ความสูงเบต 10 cm. อัตราการไหลเชิงมวล 0.03 kg/s)

จากการทดลองเมื่อใช้อุณหภูมิไอน้ำร้อนยวดยิ่งในการอบแห้งแตกต่างกันพบว่า เมื่ออุณหภูมิของตัวกลางสูง จะทำให้อุณหภูมิภายในเบตสูงตามไปด้วย ดังแสดงในรูปที่ 4 เนื่องจากอุณหภูมิภายในเบตนั้นเป็นอุณหภูมิเฉลี่ยของตัวกลาง ดังนั้นเมื่ออุณหภูมิภายในเบตสูงจะให้อัตราการอบแห้งสูงด้วย เนื่องจากมีความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิของตัวกลางและถั่วเหลืองมาก ทำให้อัตราการถ่ายเทความร้อนสูง เกิดการถ่ายเทความร้อนได้ดี ทำให้ถั่วเหลืองได้รับความร้อนมากและอุณหภูมิเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว และน้ำสามารถเคลื่อนที่ออกจากถั่วเหลืองได้ดี ดังแสดงในรูปที่ 5 และเมื่อพิจารณาช่วงเริ่มต้นของการอบแห้งที่มีการควบแน่นของไอน้ำที่บริเวณผิวของถั่วเหลือง จากผลการทดลองพบว่า จะมีการเพิ่มขึ้นของความชื้นของถั่วเหลือง โดยอุณหภูมิของไอน้ำร้อนยวดยิ่งมีค่าสูงจะทำให้ความชื้นของถั่วเหลืองเพิ่มขึ้นน้อยกว่าในกรณีนี้

อุณหภูมิของไอน้ำร้อนยวดยิ่งมีค่าต่ำกว่า สำหรับผลที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นพบว่าตรงกับผลการทดลอง

5. สรุป

จากผลการทดลองและผลจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์พบว่า ตัวแปรที่มีอิทธิพลต่ออัตราการอบแห้งถั่วเหลืองที่สำคัญได้แก่ อุณหภูมิของตัวกลางและความชื้นเริ่มต้นของถั่วเหลือง โดยอุณหภูมิของไอน้ำร้อนยวดยิ่งและความชื้นเริ่มต้นของถั่วเหลืองสูงจะให้อัตราการอบแห้งสูงส่วนความสูงเบตนั้นมีอิทธิพลต่ออัตราการอบแห้งน้อย

6. กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัยที่ให้การสนับสนุนเงินทุนที่ใช้ในงานวิจัยของโครงการนี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] Rohsenow, M., 1973, "Film Condensation", chap. 12 In **Handbook of Heat Transfer**, Rohsenow, M. (Ed.), McGraw-Hill, New York, pp. 1-33.
- [2] Brooker, D.B., Bakker-Arkema, F.W. and Hall, C.W., 1974, **Drying Cereal Grain**, AVI.
- [3] Holman, J.P., 2002, **Heat Transfer**, 9th ed., McGraw-Hill, St. Louis.
- [4] ปาวิณา ปรัชญาวาทิน, 2546, การศึกษาผลของการอบแห้งด้วยอากาศร้อนและไอน้ำร้อนยวดยิ่งที่มีต่อคุณภาพของถั่วเหลือง, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, 93 หน้า
- [5] Crank, J., 1975, **The Mathematics of Diffusion**, Clarendon Press, Oxford.

