

อิทธิพลของความหนืดที่มีผลต่อการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ในท่อ

Influence of Viscosity on a Motion of Vortex Ring in Pipe

ประพัทธ์ สันติวารการ¹ ธนาธิป อธิภูมิจริณ²

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น อ.เมือง จ.ขอนแก่น 40002
โทร 0-4320-2845 โทรสาร 0-4320-2849 E-mail: sprapat@kku.ac.th¹, thanatip_kuru@hotmail.com²

Prapat Suntivarakorn¹ Thanatip Itphonjaroen²

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Khon Kaen University, Khon Kaen, 40002, Thailand

Tel: 0-4320-2845 Fax: 0-4320-2849 E-mail: sprapat@kku.ac.th¹, thanatip_kuru@hotmail.com²

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้เป็นการศึกษาลักษณะการเคลื่อนที่พื้นฐานของ Vortex Ring ในท่อโดยอาศัยการจำลองทางคณิตศาสตร์ในการสร้างแบบจำลองการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring เพื่อศึกษาอิทธิพลของความหนืดที่มีผลต่อลักษณะการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ซึ่งแบ่งการศึกษาออกเป็น 3 กรณีคือกรณีที่มี Vortex Ring อยู่ในท่อจำนวน 1 ตัว, 2 ตัว และ 3 ตัว ตามลำดับ จากผลการคำนวณพบว่าในกรณีที่ไม่มีอิทธิพลของความหนืด การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring 1 ตัว จะมีทิศทางการเคลื่อนที่ขึ้นอยู่กัขนาดรัศมี โดย Vortex Ring จะเคลื่อนที่ไปข้างหน้าถ้ามีขนาดรัศมีน้อยกว่า 0.38, Vortex Ring จะเคลื่อนที่ไปด้านหลังถ้ามีขนาดรัศมีมากกว่า 0.38 และจะไม่เคลื่อนที่ถ้ามีขนาดรัศมีเท่ากับ 0.38 และเมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่แบบมีความหนืดจะพบว่าความเร็วการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring จะมีค่าลดลงจนกระทั่งมีความเร็วเป็นศูนย์ สำหรับกรณี Vortex Ring 2 ตัว ทิศทางการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring จะขึ้นอยู่กับขนาดรัศมีของ Vortex Ring ทั้งสองเช่นเดียวกับกรณีแรก แต่พบว่าเมื่อ Vortex Ring มีการเคลื่อนที่เข้าใกล้กันจนถึงระยะหนึ่ง จะเกิดการเหนี่ยวนำซึ่งกันและกันระหว่าง Vortex Ring ส่งผลให้ Vortex Ring ทั้งสองเคลื่อนที่สลับไปมาระหว่างกัน และเมื่ออิทธิพลของความหนืดเข้ามาเกี่ยวข้องจะทำให้ความเร็วในการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ทั้งสองมีค่าลดลง โดยจะเคลื่อนที่สลับกันไปมาช้าลง และไม่มีมีการเคลื่อนที่ในที่สุด สำหรับกรณี Vortex Ring 3 ตัว การเคลื่อนที่มีความซับซ้อนมากขึ้นเนื่องจากอิทธิพลของ Vortex Ring ที่เหนี่ยวนำซึ่งกันและกัน และเมื่อหาค่าพลังงานรวมของทั้งระบบแล้ว พบว่ากรณีไม่มีอิทธิพลของความหนืดค่าพลังงานรวมของระบบมีค่าคงที่ซึ่งเป็นไปตามกฎอนุรักษ์พลังงาน และค่าพลังงานจะลดลงตามเวลาเมื่ออิทธิพลของความหนืดเข้ามาเกี่ยวข้อง

1. บทนำ

การไหลในท่อนับว่าเป็นรูปแบบการไหลที่มีความสำคัญรูปแบบหนึ่ง โดยในปัจจุบันความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นของการไหลในช่วงทรานซิชันภายในท่อยังมีอยู่ไม่มากนัก ดังนั้นจึงมีความพยายามที่จะศึกษาลักษณะการไหลด้วยวิธีการต่างๆ หลากหลายวิธี และวิธีหนึ่งที่ถูกนำมาใช้คือวิธี Discrete Vortex Method [1] โดยมีหลักการที่ว่าทุกสภาวะการไหลจะเกี่ยวข้องกับการไหลวนเสมอ และเพื่อที่จะเข้าใจถึงโครงสร้างและลักษณะการไหลภายในท่อ จึงสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นเพื่อจำลองลักษณะการไหลในท่อ โดยกำหนดให้ Vortex Ring แทนอนุภาคของของไหลที่ตำแหน่งใดๆ ภายในท่อ เนื่องจาก Vortex Ring จะสามารถอธิบายลักษณะการไหลในท่อได้เป็นอย่างดี โดยในเบื้องต้นจะทำการศึกษาพฤติกรรมของการเคลื่อนที่พื้นฐานของ Vortex Ring โดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถจำลองลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในท่อได้ และสำหรับการศึกษาในครั้งนี้ได้ทำการคำนวณหาลักษณะการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring จำนวนมากที่สุด 3 ตัว และเปรียบเทียบลักษณะการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ทั้งในกรณีที่ไม่มีอิทธิพลของความหนืดและกรณีที่อิทธิพลของความหนืด ซึ่งผลจากการศึกษาค้นคว้าจะสามารนำไปเป็นข้อมูลพื้นฐานที่สำคัญในการอธิบายลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นของการไหลในท่อซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ทางวิศวกรรมได้

2. ทฤษฎี

2.1 ความเร็วที่เกิดจากการเหนี่ยวนำ

2.1.1 ความเร็วที่เกิดจากการเหนี่ยวนำตัวเองของ Vortex Ring

ความเร็วที่เกิดจากการเหนี่ยวนำตัวเองของ Vortex Ring สามารถคำนวณได้จาก [2 - 4]

$$U_s = \frac{\Gamma}{4\pi R} \left(\ln \frac{8R}{a} - \frac{1}{4} \right) \quad (1)$$

เมื่อ U_s คือความเร็วของ Vortex Ring ที่เกิดจากการเหนี่ยวนำตัวเอง ในท่อ Γ คือค่า Circulation ของ Vortex Ring, R คือรัศมีของ Vortex Ring และ a คือรัศมีของหน้าตัดซึ่งสามารถหาได้จาก $a_0^2 D/2 = a^2 R$ โดยที่ a_0 มีค่าเท่ากับ $0.05 D$ [1] และ D คือเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ

2.1.2 ความเร็วที่เกิดจากการเหนี่ยวนำจาก Vortex Ring ตัวอื่น

ความเร็วที่เกิดจากการเหนี่ยวนำจาก Vortex Ring ที่จุด (z, r) ใดๆ (ดูรูป 1) คือความเร็วในแนวแกน u และความเร็วในแนวรัศมี v ซึ่งสามารถคำนวณได้จาก [5 - 6]

$$u = \Gamma R(RJ - rG) \quad (2)$$

$$v = \Gamma R z G \quad (3)$$

เมื่อ Γ และ R คือค่า Circulation และรัศมีของ Vortex Ring โดยค่า J และ G สามารถหาค่าได้จากความสัมพันธ์

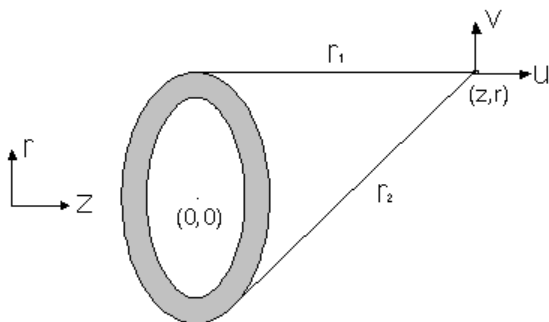
$$J = \frac{1}{\pi^2} \frac{E(k_2)}{(1-k_2)} \quad (4)$$

$$G = \frac{-1}{\pi^2} \frac{1}{k_2} \left\{ 2K(k_2) - \frac{(2-k_2)}{(1-k_2)} E(k_2) \right\} \quad (5)$$

โดยที่ $E(k_2), K(k_2)$ คือค่า Complete elliptic integrals อันดับ 1 และอันดับ 2 ตามลำดับและ $k_2 = 1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}$, โดยที่ r_1 และ r_2 คือระยะความยาวที่สั้นและยาวที่สุดจาก Vortex Ring ไปยังจุด (z, r) ใด ๆ ซึ่งสามารถหาได้จาก

$$r_1 = \sqrt{(z-z_0)^2 + (r-R)^2} \quad (6)$$

$$r_2 = \sqrt{(z-z_0)^2 + (r+R)^2} \quad (7)$$



รูป 1 ภาพแสดงความเร็วที่เกิดจากการเหนี่ยวนำของ Vortex Ring ที่จุด (z, r)

2.2 อิทธิพลของความหนืดที่มีต่อ Vortex Ring

เมื่อกำหนดให้ Vortex Ring ที่เคลื่อนที่ในท่อมียิทธิพลของความหนืดเข้ามาเกี่ยวข้องจะทำให้ขนาดของค่า Circulation ของ Vortex Ring (Γ) มีค่าลดลงตามเวลาดังความสัมพันธ์ต่อไปนี้ [7]

$$\frac{\Gamma(t)}{\Gamma_0} = 1 - e^{(-\sigma^2 Re/4t)} \quad (8)$$

เมื่อ $\Gamma(t)$ คือขนาดการหมุนวนของ Vortex Ring ที่เวลา t ใดๆ

Γ_0 คือขนาดการหมุนวนของ Vortex Ring ที่ตำแหน่งเริ่มต้น σ มีค่าเท่ากับ 0.05, t คือเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring และ Re คือค่า Reynolds number

2.3 Velocity Cut – off

เนื่องจากความเร็วที่เกิดขึ้นจากอิทธิพลของ Vortex Ring จะมีค่าสูงมากเมื่อระยะทางระหว่าง Vortex Ring และตำแหน่งที่ Vortex Ring เหนี่ยวนำมีค่าใกล้เคียงกันมาก และเพื่อป้องกันค่าความผิดพลาดจากการคำนวณเมื่อระยะทางดังกล่าวจึงใช้ค่า Cut-off factor $f(r_1)$ เป็นค่าสำหรับการปรับแก้ไขความเร็วที่เกิดจากการเหนี่ยวนำให้มีค่าที่เหมาะสมขึ้น โดยที่ factor $f(r_1)$ คือ

$$f(r_1) = \begin{cases} r_1^2/r_c^2, & r_1 < r_c \\ 1, & r_1 \geq r_c \end{cases} \quad (9)$$

ซึ่งจะนำไปคูณเข้ากับสมการ (2) และ (3) โดยที่ค่า r_c คือรัศมี Cut-off มีค่าเท่ากับ 0.05 [6]

2.3 โมเมนตัมของระบบที่เกิดจาก Vortex Ring

โมเมนตัมของระบบ P จะเป็นผลรวมของโมเมนตัมจาก 2 ส่วน คือ โมเมนตัมที่เกิดจาก Vortex Ring ที่เคลื่อนที่อย่างอิสระ (P_f) อยู่ในท่อ และโมเมนตัมที่เกิดจาก Vortex Ring ที่อยู่บนผิวท่อ (P_w) ซึ่งสามารถคำนวณได้จาก [1]

$$P = P_f + P_w = \pi \rho \sum \Gamma_i R_i^2 + \pi \rho \sum \gamma_i R_p^2 \quad (10)$$

โดยที่ ρ คือความหนาแน่นของของไหล γ_i คือค่า Circulation ของ Vortex Ring ที่ผิว และ R_p คือรัศมีของ Vortex Ring ที่ผิวท่อ

2.4 พลังงานของระบบที่เกิดจาก Vortex Ring

พลังงานของระบบ E สามารถหาได้จากผลรวมของพลังงานที่เกิดจาก Vortex Ring ที่อยู่ในท่อและพลังงานที่เกิดจาก Vortex Ring ที่ผิวท่อซึ่งหาได้จาก [1]

$$E = E_f + E_w \quad (11)$$

เมื่อ E_f เป็นพลังงานที่เกิดจาก Vortex Ring ที่อยู่ในท่อซึ่งสามารถคำนวณได้จาก

$$E_f = 2\pi\rho \sum \Gamma_i R_i (R_i u_i - z_i v_i) \quad (12)$$

และ E_w เป็นพลังงานที่เกิดจาก Vortex Ring ที่ผิวท่อซึ่งสามารถคำนวณจาก

$$E_w = \frac{1}{2} \rho \int 2\pi R_p^2 u^2 dz + E_{wv} \quad (13)$$

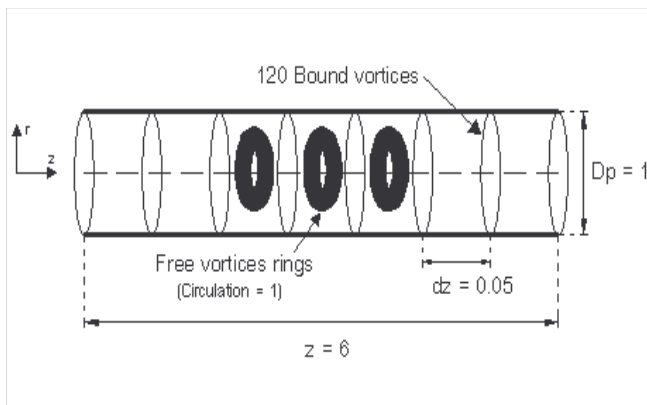
สำหรับค่า E_{wv} สามารถคำนวณได้โดยการกำหนดให้ $v_i = 0$ และแทน R_i ด้วย R_p ในสมการ (12)

3 วิธีการคำนวณ

เพื่อศึกษาพฤติกรรมของการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring จึงสร้างแบบจำลองการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ในท่อดังรูป 2 โดยกำหนดให้ท่อถูกแทนด้วย Vortex Ring ที่มีค่า Circulation $\Gamma = 1$ ที่มีรัศมี R เท่ากับ 0.5 จำนวน 120 ตัว ซึ่งจะได้อัตราที่มีความยาวเท่ากับ 6 จากนั้นใส่ Vortex Ring อีกรวมเข้าไปแล้วคำนวณหาลักษณะการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring โดยระยะที่เปลี่ยนไปสามารถหาได้จาก

$$X(t + \Delta t) = X(t) + \frac{3U(t) - U(t - \Delta t)}{2} \cdot \Delta t \quad (14)$$

เมื่อ $X(t)$ คือตำแหน่งของ Vortex Ring ที่มีการเคลื่อนที่ ณ เวลา t และ Δt คือช่วงเวลา t ที่เปลี่ยนไป โดยกำหนดให้ Δt เท่ากับ 0.001



รูป 2 แสดงแบบจำลองการเคลื่อนที่ของ Vortex ring ในท่อ

การศึกษานี้แบ่งออกเป็น 3 กรณี คือกรณีที่ใส่ Vortex Ring เข้าไป 1, 2 และ 3 ตัวตามลำดับ โดยในแต่ละกรณีจะพิจารณาการเคลื่อนที่ทั้งกรณีที่มียุทธพลของความหนืดและกรณีที่ไม่มียุทธพลของความหนืด โดยในกรณีที่ศึกษายุทธพลของความหนืดได้กำหนดค่า Re เท่ากับ 1000

3.1 กรณี Vortex Ring 1 ตัว

เพื่อศึกษาทิศทางและความเร็วในการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring จำนวน 1 ตัว โดยกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของ Vortex Ring อยู่ที่

ตำแหน่ง Z เท่ากับ 3 มาตรฐานมี R เป็น 0.3, 0.38 และ 0.42 ตามลำดับ กำหนดช่วงเวลาที่จะพิจารณาเริ่มจาก $t = 0$ ถึง 0.03

3.2 กรณี Vortex Ring 2 ตัว

เพื่อศึกษาทิศทางและความเร็วในการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring จำนวน 2 ตัวและหาระยะห่างระหว่าง Vortex Ring 2 ตัวที่มียุทธพลต่อกัน โดยกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของ Vortex Ring ทั้งสองวางอยู่ที่ตำแหน่ง Z เท่ากับ 1.0 และ 1.1 และเพิ่มระยะห่างระหว่าง Vortex Ring ทั้งสองมากขึ้นจากเดิม 0.1 เป็น 0.3, 0.7 และ 1.0 ตามลำดับ โดยมีขนาดรัศมี R เป็น 0.3 เท่ากันทั้งสองตัว และกำหนดช่วงเวลาที่จะพิจารณาเริ่มจาก $t = 0$ ถึง 0.03

3.3 กรณี Vortex Ring 3 ตัว

เพื่อศึกษาทิศทางและความเร็วในการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring จำนวน 3 ตัว รวมทั้งศึกษาค่าพลังงานและโมเมนตัมรวมของระบบโดยพิจารณาเปรียบเทียบกรณีไม่มียุทธพลของความหนืดและกรณีมียุทธพลของความหนืด โดยได้กำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของ Vortex Ring ทั้งสองวางอยู่ที่ตำแหน่ง Z เท่ากับ 4.9, 5.0 และ 5.1 โดยที่ Vortex Ring ทั้งสามตัวมีรัศมีเท่ากับ 0.4, 0.4 และ 0.3 ตามลำดับซึ่งตำแหน่งและรัศมีของ Vortex Ring ทั้งสามนี้ได้กำหนดไว้ให้อยู่ในเงื่อนไขเดียวกับผลการวิจัยของ Suntivarakorn and Matsuchi [1] เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบผลการคำนวณต่อไป และกำหนดช่วงเวลาที่จะพิจารณาเริ่มจาก $t = 0$ ถึง 1.0

4 ผลการคำนวณ

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของผลการคำนวณในทั้ง 3 กรณีตามลำดับดังนี้

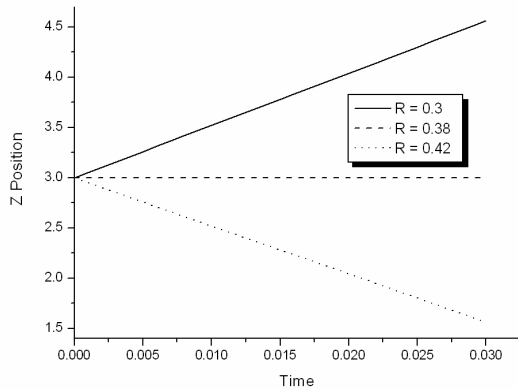
4.1 กรณี Vortex Ring 1 ตัว

จากผลการคำนวณพบว่าในกรณีที่ไม่มียุทธพลของความหนืดทิศทางของการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring จะขึ้นอยู่กับขนาดรัศมีของ Vortex Ring เมื่อกำหนดให้ขนาดรัศมีเท่ากับ 0.3 Vortex Ring จะเคลื่อนที่ไปข้างหน้า และรัศมีเท่ากับ 0.42 Vortex Ring จะเคลื่อนที่ถอยหลัง และรัศมีเท่ากับ 0.38 Vortex Ring จะอยู่นิ่งไม่มีการเคลื่อนที่ โดยทั้ง 3 กรณีจะมีความเร็วของการเคลื่อนที่คงที่และได้กราฟเป็นเส้นตรงดังแสดงในรูป 3

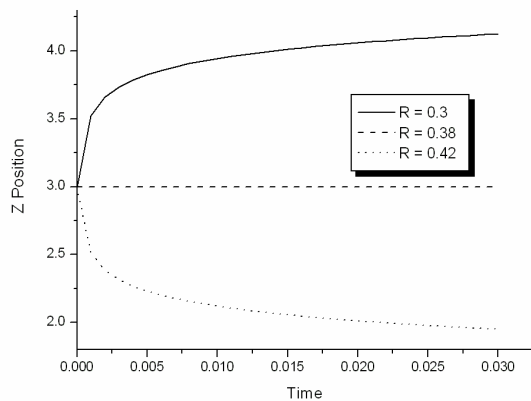
ในกรณีที่มียุทธพลของความหนืด ความเร็วการเคลื่อนที่ที่ลดลงได้กราฟเป็นเส้นโค้ง ดังแสดงในรูป 4 เนื่องจากยุทธพลของความหนืดทำให้ค่า Circulation ของ Vortex Ring มีค่าลดลง ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไปนานมากขึ้น Vortex Ring จะเริ่มเคลื่อนที่ช้าลงจนกระทั่งหยุดนิ่งไม่มีการเคลื่อนที่เมื่อค่า Circulation ของ Vortex Ring มีค่าเป็นศูนย์

รูป 5 แสดงผลการคำนวณเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring กรณีที่ไม่มียุทธพลของความหนืด (เส้นทึบ) และมีความหนืด (เส้นปะ) เข้ามาเกี่ยวข้องพบว่าช่วงแรก Vortex Ring จะเคลื่อนที่ได้ในระยะทางเท่ากันจนกระทั่งเวลา $t = 0.005$ การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ในกรณีที่มียุทธพลของความหนืดจะเริ่มเคลื่อนที่ช้าลงเพราะค่า Circulation ลดลงจากยุทธพลของความหนืดซึ่งจะเห็นได้ว่ากราฟเส้น

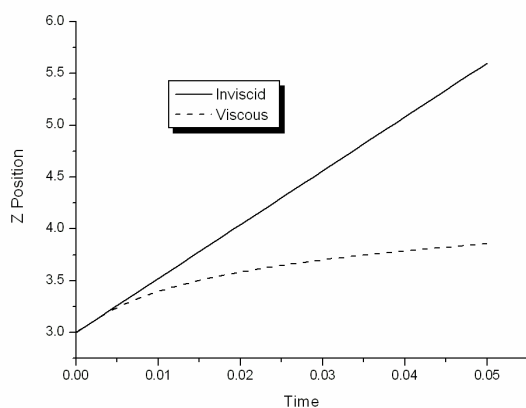
ปะเปียงเบนออกมาและเคลื่อนที่ด้วยระยะคงที่ประมาณ 3.8 ซึ่งหมายถึง Vortex Ring หุ่ดหนึ่งไม่มีการเคลื่อนที่นั่นเอง



รูป 3 ทิศทางการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring 1 ตัวกรณีไม่มีความหนืด



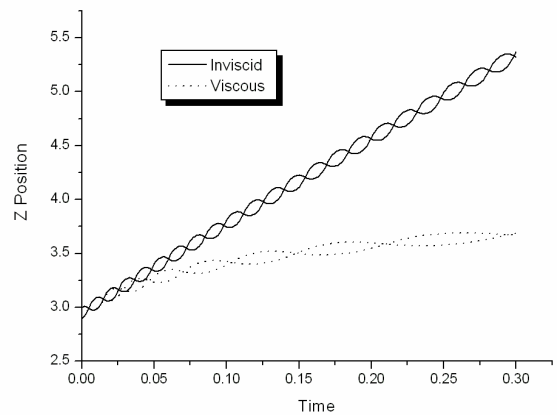
รูป 4 ทิศทางการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring 1 ตัวกรณีมีความหนืด



รูป 5 การเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ทั้งสองกรณี

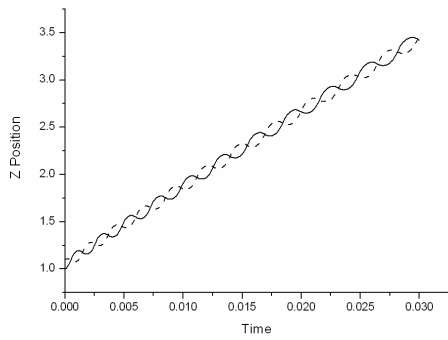
4.2 กรณี Vortex Ring 2 ตัว

การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring 2 ตัว จะมีทิศทางการเคลื่อนที่ที่ขึ้นอยู่กับขนาดรัศมีของ Vortex Ring ทั้งสองเช่นเดียวกับกรณี Vortex Ring 1 ตัว แต่จะมีการเคลื่อนที่สลับไปมาระหว่าง Vortex Ring ทั้งสองด้วยอันเนื่องมาจากการเหนี่ยวนำซึ่งกันและกัน จากรูป 6 แสดงผลการคำนวณการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ที่มีขนาดเท่ากันคือ 0.3 จะพบว่าทิศทางการเคลื่อนที่ไปข้างหน้าและในกรณีที่ไม่มีอิทธิพลของความหนืดจะเกิดการเคลื่อนที่สลับไปมาโดยมีลักษณะกราฟคล้ายเส้นตรง ส่วนกรณีที่ไม่มีอิทธิพลของความหนืด Vortex Ring ทั้งสองยังมีการเคลื่อนที่สลับไปมาอยู่แต่จะเคลื่อนที่ช้าลงเนื่องจากอิทธิพลของความหนืดทำให้ค่า Circulation ของ Vortex Ring ทั้งสองมีค่าลดลงและเมื่อเวลาผ่านไปนานมากขึ้นจะไม่มีการเคลื่อนที่ในที่สุดซึ่งคล้ายกับผลลัพธ์ในกรณี Vortex Ring 1 ตัว

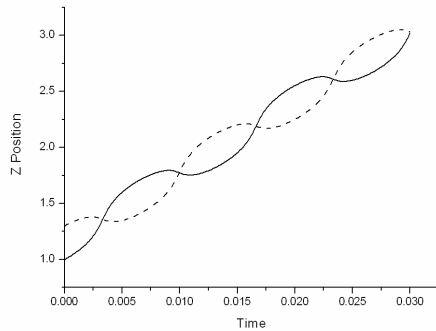


รูป 6 การเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring 2 ตัวกรณีไม่มีความหนืดกับกรณีมีความหนืด

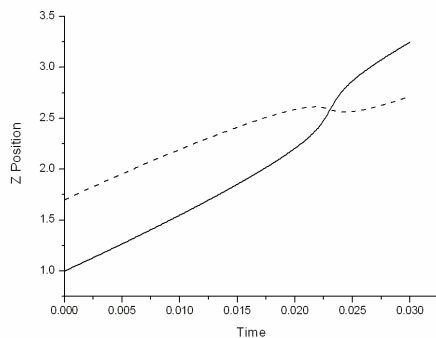
ในการคำนวณหาระยะที่ Vortex Ring ทั้งสองมีอิทธิพลต่อกันได้คำนวณหลักขณะการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ณ ระยะที่ต่างกัน 4 ค่าคือ 0.1, 0.3, 0.7 และ 1.0 ซึ่งผลการคำนวณแสดงในรูป 7 พบว่าที่ระยะห่างเท่ากับ 0.1 การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring มีอิทธิพลต่อกันมากโดยมีการสลับไปมาหลายครั้ง (รูป 7(a)) ซึ่งในช่วง 1 รอบของการเคลื่อนที่สลับไปมาใช้เวลาในการเคลื่อนที่น้อย และเมื่อมีระยะห่างมากขึ้น ช่วงการเคลื่อนที่สลับไปมามีจำนวนน้อยลง นั่นคืออิทธิพลของ Vortex Ring ซึ่งกระทำซึ่งกันและกันมีน้อยลงทำให้เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่สลับไปมาใน 1 รอบ มากขึ้น (ดูรูป 7(b) และ (c)) และเมื่อระยะห่างเท่ากับ 1.0 (รูป 7(d)) การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ทั้งสองจะมีลักษณะคล้ายกับกรณี Vortex Ring 1 ตัว คือมีลักษณะเป็นเส้นตรง 2 เส้นที่ไม่มีการเคลื่อนที่สลับไปมา นั่นคืออิทธิพลระหว่าง Vortex Ring ทั้งสองน้อยมาก



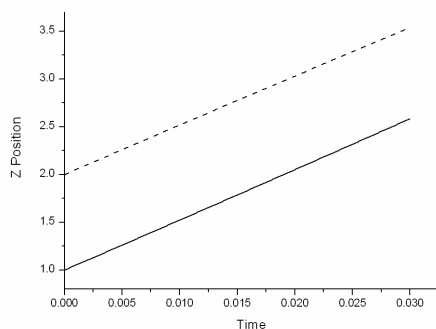
(a) การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring 2 ตัวที่วางห่างกัน 0.1



(b) การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring 2 ตัวที่วางห่างกัน 0.3



(c) การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring 2 ตัวที่วางห่างกัน 0.7



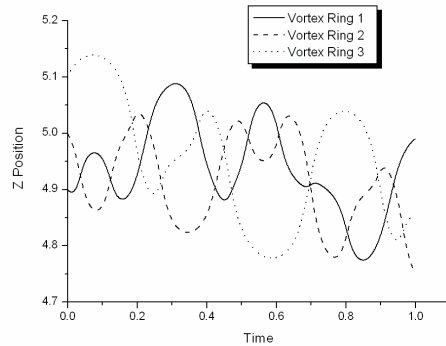
(d) การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring 2 ตัวที่วางห่างกัน 1.0

รูป 7 การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring 2 ตัวที่วางห่างกันในระยะต่างๆ

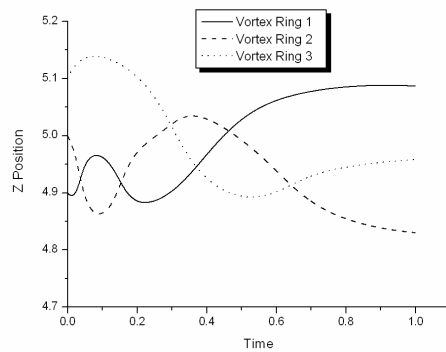
4.3 กรณี Vortex Ring 3 ตัว

จากผลการคำนวณพบว่าในกรณีที่ไม่มีอิทธิพลของความหนืดการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring 3 ตัวในกรณีที่รัศมีของ Vortex Ring จาก

ซ้ายไปขวามีค่าเป็น 0.4, 0.4 และ 0.3 ตามลำดับ จะเคลื่อนที่ในทิศทางถอยหลังดังรูป 8(a) เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่มีอิทธิพลของความหนืดที่แสดงดังรูป 8(b) จะพบว่า การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ทั้งสามตัวมีการเคลื่อนที่ช้าลง ทั้งนี้เนื่องมาจากค่า Circulation ที่ลดลงเพราะอิทธิพลของความหนืด



(a) การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ทั้ง 3 ตัวกรณีไม่มีความหนืด



(b) การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ทั้ง 3 ตัวกรณีมีความหนืด

รูป 8 การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring 3 ตัว

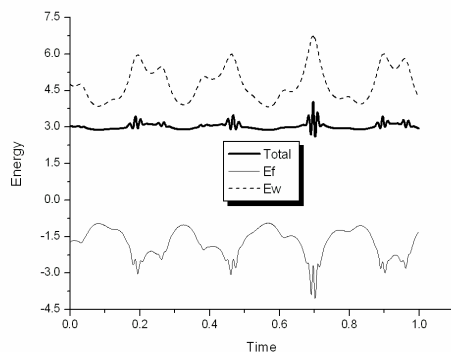
สำหรับผลการคำนวณหาค่าพลังงานรวมของระบบจะพบว่า กรณีที่ไม่มีอิทธิพลของความหนืดพลังงานที่เกิดจาก Vortex Ring ที่ผิวท่อ (E_w) และ Vortex Ring ที่เคลื่อนที่อิสระ (E_f) มีการเปลี่ยนแปลงสลับไปมาตลอดช่วงเวลาที่เราพิจารณาดังแสดงในรูป 9(a) แต่อย่างไรก็ตามพลังงานรวมของระบบยังเป็นค่าคงที่ซึ่งสอดคล้องกับกฎอนุรักษ์พลังงาน สำหรับกรณีที่ไม่มีอิทธิพลของความหนืดเข้ามาเกี่ยวข้องจะพบว่าค่าพลังงานมีค่าลดลงจนกระทั่งเท่ากับศูนย์ดังแสดงในรูป 9(b)

สำหรับค่าโมเมนตัมที่เกิดจาก Vortex Ring ที่ผิวท่อ (M_w) และ Vortex Ring ที่เคลื่อนที่อิสระ (M_f) ในกรณีที่ไม่มีอิทธิพลของความหนืดจะเป็นค่าคงที่ที่มีค่าเท่ากันแต่มีเครื่องหมายตรงข้ามกันจึงหักล้างกัน ส่งผลให้ค่าโมเมนตัมรวมของระบบมีค่าเป็นศูนย์ตลอดช่วงเวลาที่เราพิจารณา ดังแสดงในรูป 10(a) สำหรับในกรณีที่ไม่มีอิทธิพลของความหนืดค่าโมเมนตัมที่เกิดจาก Vortex Ring ที่ผิวท่อและ Vortex Ring ที่เคลื่อนที่อิสระมีการเปลี่ยนแปลงเข้าสู่ค่าคงที่ค่าหนึ่ง โดยยังคงมีค่าเท่ากันแต่มีเครื่องหมายตรงข้ามกัน ส่งผลให้ค่าโมเมนตัมรวมของระบบยังคงมีค่าเป็นศูนย์ดังแสดงในรูป 10(b) ซึ่งมีผลลัพธ์เหมือนกับกรณีที่ไม่มีอิทธิพลของความหนืด โดยค่าโมเมนตัมของทั้งสองกรณีสอดคล้องกับการอนุรักษ์โมเมนตัม

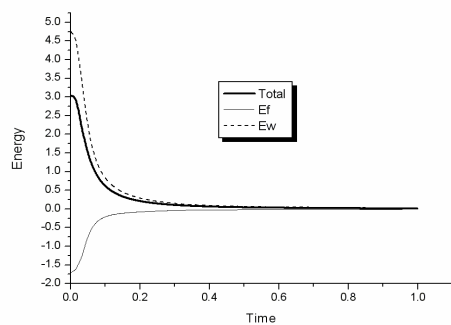
5 สรุป

จากผลการคำนวณทั้งหมดสามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

1. ทิศทางการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ขึ้นอยู่กับขนาดของรัศมี
2. อิทธิพลของความหนืดทำให้ค่า Circulation Γ ลดลงเป็นผลทำให้การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ช้าลง จนกระทั่ง Vortex Ring หยุดนิ่งไม่เคลื่อนที่เมื่อค่า $\Gamma = 0$
3. เมื่อวาง Vortex Ring สองตัวไว้ใกล้กัน จะเกิดการเหนี่ยวนำซึ่งกันและกัน ส่งผลให้ Vortex Ring ทั้งสองเคลื่อนที่เข้าหากัน สลับไปมาระหว่างกัน ซึ่งจะพบว่าที่ระยะห่างกันตั้งแต่ 1.0 ขึ้นไป อิทธิพลของ Vortex Ring ที่มีต่อกันจะน้อยลง
4. ค่าโมเมนตัมรวมของระบบมีค่าคงที่ ทั้งกรณีที่มีความหนืดและกรณีที่ไม่มีความหนืด ซึ่งสอดคล้องกับกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม
5. ค่าพลังงานรวมของระบบกรณีไม่มีความหนืดมีค่าคงที่ซึ่งเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงาน ส่วนในกรณีที่มีอิทธิพลของความหนืดค่าพลังงานรวมของระบบมีค่าลดลง ทั้งนี้เพราะการเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ในท่อได้รับอิทธิพลของความหนืดเพียงอย่างเดียว จึงทำให้เมื่อเวลาผ่านไปค่าพลังงานจะลดลงเรื่อยๆ

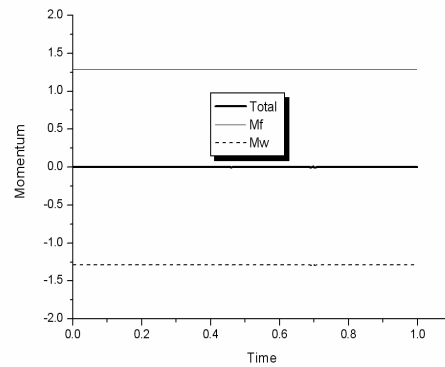


(a) ค่าพลังงานของ Vortex Ring กรณีไม่มีความหนืด

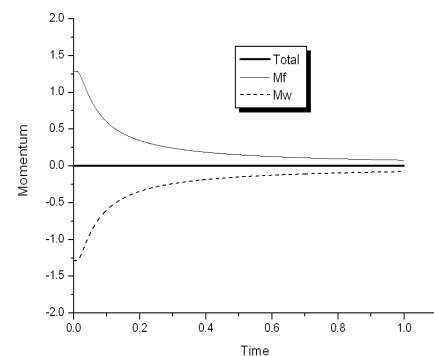


(b) ค่าพลังงานของ Vortex Ring กรณีมีความหนืด

รูป 9 พลังงานของ Vortex Ring



(a) ค่าโมเมนตัมของ Vortex Ring กรณีไม่มีความหนืด



(b) ค่าโมเมนตัมของ Vortex Ring กรณีมีความหนืด

รูป 10 โมเมนตัมของ Vortex Ring

เอกสารอ้างอิง

- [1] P. Suntivarakorn and K. Matsuuchi : Numerical study of vortex interaction in pipe flow, Proc 9th Asian Cong. Fluid Mech., Isfahan(2002) No.192
- [2] Action, E., A model of large eddies in an axisymmetric jet, J. Fluid Mech. Vol.98, 1-31 (1980)
- [3] Lamb H. Hydrodynamics, 6 th Edition. Cambridge University Press, 1975, Articles 162-163.
- [4] Saffman, P.G., The velocity of viscous vortex ring. Stud. Appl.Math.(1970),94 : 371-380.
- [5] Morfey CL and Edwards AVJ. Energy and Momentum constraints on the use of a cutoff in lumped-vortex flow models. ISVR Technical Memorandum 1978, No.587
- [6] Edwards AVJ and Morfey CL. A computer simulation of turbulent jet flow. Computers and Fluids 1981, 9: 205-221
- [7] M.Kiya and M. Arie: Discrete-vortex simulation of unsteady separated flow behind a nearly normal plate, Bull. JSME. 23(183)(1980) 1451-1458.