

การจำลองยางคงรูปที่มีรอยแตกแบบ 3 มิติภายใต้สภาวะความเครียดระนาบ

3-D Simulation crack in vulcanize rubber under plane strain condition

สุทธินันท์ นิลบัวคลี* บรรพต หอบรรลือกิจ**

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลและการบิน-อวกาศ คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ เขตบางซื่อ กรุงเทพฯ 10800

โทรศัพท์ 02 5870026 ต่อ 402 โทรสาร 02 5869541 *อีเมลล์ sutthinane_nil@hotmail.com **อีเมลล์ banpot_hbk@yahoo.com

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดหรือพลังงานการฉีกขาดของยางคงรูปผสมคาร์บอน เมื่อรับภาระการดึงในแนวแกนเดียวภายใต้สภาวะระนาบความเครียด ด้วยการจำลองชิ้นงาน 3 มิติ ที่มีรอยฉีกขาดด้านข้าง การจำลองจะศึกษาผลกระทบของความหนาที่มีต่อการเกิดระนาบความเครียด การคำนวณในงานวิจัยนี้จะพิจารณาจาก อัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดโดยระเบียบวิธีไฟโนเอลิเมนต์ด้วยเทคนิคเจ-อินทิกรัล (J-integral) ผลการจำลองพบว่าแบบจำลองพหุนามอันดับ 2 สามารถแทนพฤติกรรมไม่เป็นเชิงเส้นของยางที่ใช้ในงานวิจัยนี้ได้เหมาะสมที่สุด จากการจำลองชิ้นงาน 3 มิติ ได้แสดงให้เห็นว่าค่าพลังงานการฉีกขาดขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง เช่น ความหนาชิ้นงาน รอยแยกเริ่มต้นของชิ้นงาน ผลสำเร็จของงานวิจัยจะใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นสำหรับการหาค่าความเข้มความเค้นวิกฤติของยางต่อไป

Abstract

The purpose of this research to study tearing energy of black carbon vulcanizes rubber under uniaxial plane strain condition with single edge notch, (SEN) 3-D simulation. The simulations to be interest result of thickness with the plane strain in rubber materials. Finite element analysis is used to determine the strain energy release rate by J-integral technique. The Polynomial order 2 Model are approve in this research. The result of 3-D simulation that show the tearing energy is varies with several factors such as thickness initial crack length.

The totally of this research are information to experiment for critical stress intensity factors.

1. บทนำ

ปัจจุบันประเทศไทยเป็นประเทศผู้ส่งออกยางพารามากเป็นอันดับหนึ่งของโลกทั้งในรูปของน้ำยางดิบหรือยางแผ่นดิบรมควัน และมีความโน้มมากขึ้นตามปริมาณความต้องการของตลาดโลก แต่แนวโน้มนี้สวนทางกับปริมาณการใช้ยางพาราของอุตสาหกรรมภายในประเทศ ที่มีปริมาณการใช้ต่อน้อยมากเมื่อเทียบกับปริมาณการส่งออก ซึ่งแสดงให้เห็นว่าประเทศไทยขาดการส่งเสริมอย่างจริงจังในการพัฒนา เพื่อพัฒนาต่อยอดจากการเป็นประเทศผู้ส่งออกยางพารา ให้กลายเป็นประเทศผู้ส่งออกผลิตภัณฑ์ที่ทำจากยางพารา สิ่งสำคัญที่สุดที่ประเทศไทยจำเป็นต้องมี คือต้องมีการสร้างและพัฒนาองค์ความรู้ในทุก ๆ ด้านที่เกี่ยวข้องกับอุตสาหกรรมยางพารา เพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐานที่สำคัญในการพัฒนาความสามารถของอุตสาหกรรมไทย

หนึ่งในการพัฒนาองค์ความรู้ สำหรับการพัฒนาอุตสาหกรรมการออกแบบผลิตภัณฑ์ที่ทำจากยางพาราคือการศึกษากลไกการแตกหักของยางเนื่องจากยางเป็นวัสดุที่มีพฤติกรรมเชิงกลไม่เป็นเชิงเส้น และขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่างเช่น เวลา อุณหภูมิ การเปลี่ยนรูปร่าง ความเค้น เป็นต้น งานวิจัยนี้ศึกษาพฤติกรรมการแตกหักของยางภายใต้การดึงในแนวแกนเดียว โดยได้ทำการจำลองเพื่อทำนายค่าความหนาของยางที่มีผลต่อการเกิดระนาบความเครียด สำหรับใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นในการกำหนดขั้นตอนทดสอบเพื่อหาค่าความเข้มความเค้นวิกฤติของยาง

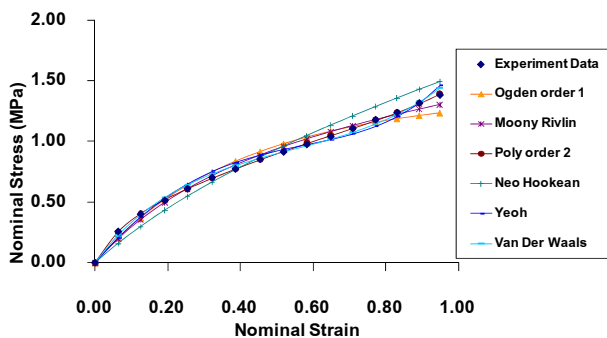
2. วัตถุประสงค์

- 2.1 ศึกษาพฤติกรรมและคุณสมบัติทางกลของยาง
- 2.2 ศึกษาพลังงานการฉีกขาดของยางเมื่อเกิดรอยแยกของยางในรูปแบบการดึง (Tensile Mode)
- 2.3 ศึกษาผลพลังงานการฉีกขาดที่ส่งผลต่อความหนาชิ้นงาน

3. วิธีการวิจัย

3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก

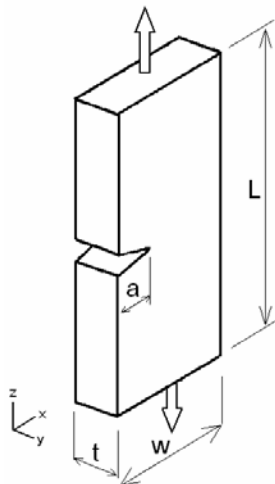
ในงานวิจัยได้สมมติให้ยางเป็นวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก ที่มีพฤติกรรมทางกลไม่เป็นเชิงเส้น การกำหนดพฤติกรรมทางกลของวัสดุจะกำหนดพฤติกรรมด้วยการสร้างแบบจำลองฟังก์ชันพลังงานความเครียด ซึ่งได้จากการทดลอง สำหรับข้อมูลที่ได้ใช้ทำการทดสอบการดึงในแนวแกนเดียว (Uniaxial Test) ตามมาตรฐาน ASTM : D412 [2] ทำการเปรียบเทียบเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ที่เหมาะสม ซึ่งแบบจำลองพหุนามอันดับ 2 สามารถแทนพฤติกรรมของวัสดุที่อยู่ในช่วงข้อมูลการทดลองได้เหมาะสมที่สุดดังรูป 1



รูปที่ 1 แบบจำลองไฮเปอร์อีลาสติกชนิดต่าง ๆ เทียบกับผลการทดลอง

3.2 การจำลองเพื่อหาค่าพลังงานการฉีกขาด (Tearing Energy, T)

การจำลองเพื่อหาค่าพลังงานการฉีกขาดใช้โปรแกรมออบาคัส ซีเออี (Abaqus/CAE) จำลองชิ้นงาน 3 มิติ ที่อัตราส่วนความหนา (t) ต่อความกว้างชิ้นงาน (w) ต่าง ๆ กันคือ $t/w = 0.24, 0.40, 0.56, 0.72, 0.88, 1.04, 1.2$ โดยมีลักษณะดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 ลักษณะชิ้นงาน 3 มิติ แบบ SEN

ชิ้นงานแต่ละความหนาจะมีอัตราส่วนของรอยฉีกขาด (a) ต่อความกว้างของชิ้นงานต่าง ๆ กัน คือ $a/w = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาจะกำหนดให้มีสภาวะเหมือนกับการทดลอง คือยึดด้านล่างของชิ้นทดสอบและดึงด้านบนด้วยระยะยึด (u)

3.2.1 การคำนวณค่าความเสียหายที่เกิดขึ้นในเนื้อยาง [1]

การหาความเสียหายที่เกิดขึ้นในวัสดุยางนั้น สามารถคำนวณได้โดยพิจารณาอัตราการผลิตปล่อยพลังงานความเครียด ซึ่งเป็นการคำนวณจากความสัมพันธ์ระหว่างแรงปฏิกิริยา (P) กับระยะยึด เพื่อคำนวณค่าพลังงานความเครียดรวม (U) ตามสมการที่ (1)

$$U = \int P du \quad (1)$$

โดย P คือแรงที่กระทำกับชิ้นทดสอบ u คือระยะยึด และจะเปลี่ยนระยะรอยฉีกขาดเริ่มต้น (a) โดยเลื่อนจุดปลายรอยฉีกขาด แล้วนำมาเขียนกราฟ สร้างความสัมพันธ์ระหว่าง P กับ u และหาอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด ตามสมการ (2)

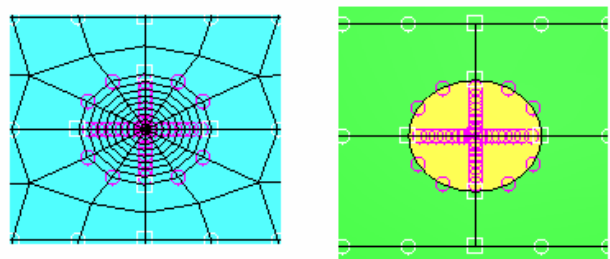
$$T = -\frac{1}{t} \left(\frac{dU}{da} \right) \quad (2)$$

3.2.2 เทคนิคเจ-อินทิกรัล

เทคนิคเจ-อินทิกรัล เป็นวิธีการคำนวณอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด ซึ่งสามารถใช้ได้กับวัสดุที่มีพฤติกรรมเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น กับกรจำลองแบบ 2 มิติและ 3 มิติ โดย Rice[5] ได้เสนอการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการหาผลอินทิกรัลในตามเส้นวงปิดล้อมรอบพื้นที่การแตกหัก สรุปได้ว่าเจ-อินทิกรัลมีคุณสมบัติไม่ขึ้นกับเส้นทางในการอินทิเกรต ที่เรียกว่าความเป็นอิสระต่อวิถี (Path Independent) กล่าวคือค่าผลของการอินทิเกรตด้วยเจ-อินทิกรัลจะขึ้นอยู่กับตำแหน่งเริ่มต้นและสุดท้ายเท่านั้น

3.2.3 การจำลองการฉีกขาดด้วยไฟไนลิเมนต์

ในการจำลองการฉีกขาดจะทำการสร้างชิ้นงาน 3 มิติ โดยใช้โวลูเมนต์ (Element) ชนิด C3D8RH ทำการแบ่งเมช (Mesh) ชิ้นงานด้วยเมชชนิดลูกบาศก์เป็นหลักตามรูปที่ 4 ยกเว้นบริเวณรอบ ๆ ปลายรอยแยกหักจะใช้รูปแบบการเมชพิเศษแบบซิงกูลาริตี้ (Singularity) โดยแบ่งส่วนชิ้นงานรอบรอยแยกออกเป็นวงกลมและเมชแบบสวีป (Sweep Mesh) ทำการแบ่งส่วนออกเป็น 12 ส่วนรอบจุดซิงกูลาริตี้ และ 9 ส่วนในแนวรัศมี รวมกับการแบ่งแบบไบแอส (Bias Seed) ในแนวรัศมีด้วยอัตราส่วนไบแอสเท่ากับ 2



รูปที่ 4 การแบ่งเมชแบบสวีปรอบจุดซิงกูลาริตี้

3.3 ชิ้นงานที่มีรอยแฉกด้านข้าง (Single Edge Notch, SEN) [6]

สำหรับชิ้นงานที่มีรอยแฉกด้านข้างสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานการฉีกขาดกับรอยแตก ได้ดังสมการที่ 3

$$T = 2kWa \quad (3)$$

เมื่อ W คือความหนาแน่นพลังงานความเครียดของชิ้นงานที่ไม่มีรอยแตก ซึ่งสามารถคำนวณได้โดยนำพลังงานความเครียดของชิ้นทดสอบหารด้วยปริมาตรชิ้นงาน และ k คือตัวแปรไร้มิติที่ขึ้นอยู่กับระยะยืด สำหรับค่า k สามารถคำนวณ ได้โดยเปลี่ยนรูปสมการที่ 3 เป็นสมการที่ 4 ดังนี้

$$k = \frac{T}{2Wa} \quad (4)$$

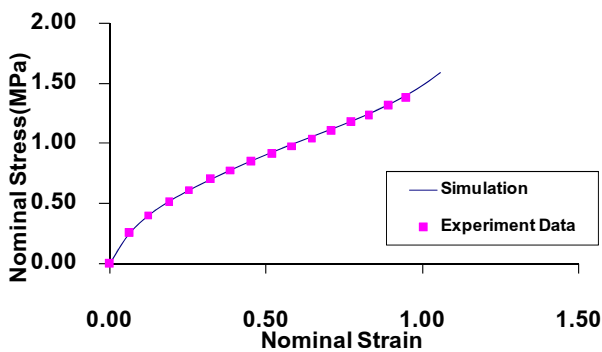
สำหรับการคำนวณค่า k ชิ้นงานในแบบ 3 มิติจะเฉลี่ยค่าในแนวความหนาชิ้นงานด้วยการอินทิเกรตสมการ (5)

$$k_{ave} = \frac{1}{t} \int_{y=-1/2}^{y=1/2} k dy \quad (5)$$

4. ผลการจำลอง

4.1 ตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง

ทำการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองที่เลือกใช้ โดยเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด ที่ได้จากการจำลองด้วยแบบจำลองพหุนามอันดับ 2 กับการทดลอง ผลที่ได้แสดงดังรูปที่ 5 และค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองพหุนามอันดับ 2 แสดงในตารางที่ 1



รูปที่ 5 เปรียบเทียบแบบจำลองพหุนามอันดับ 2 กับการทดลอง

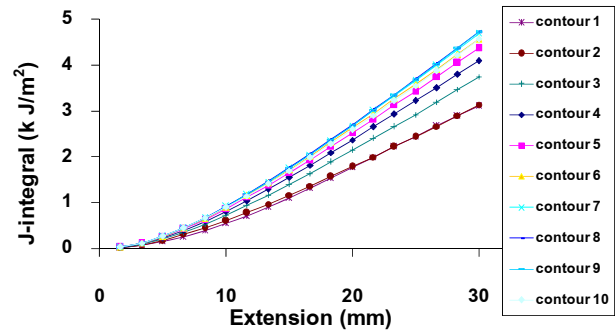
ตารางที่ 1 ค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองพหุนาม อันดับ 2

C10	C01	C20	C11	C02
-2.4862	3.3613	0.8503	-3.0443	3.7407

4.2 อิทธิพลของเส้นทางเดิน (Contour)

เจ-อินทิกรัลเป็นเทคนิคอินทิเกรตตามแนวเส้นทางเดิน ซึ่งเจ-อินทิกรัลมีความเป็นอิสระต่อวิถีแต่ในการจำลองพบว่าเส้นทางเดินที่ใกล้กับจุดซิงกูลาริตี้ค่าเจ-อินทิกรัลมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นแต่จะมีแนวโน้มคงที่เมื่อเส้นทางเดินห่างจากจุดซิงกูลาริตี้ จากการจำลองพบว่าในเส้นทางเดินที่ 7 เป็นต้นไปค่าเจ-อินทิกรัลมีเริ่มมีค่าคงที่ ตามรูปที่ 6 ดังนั้นใน

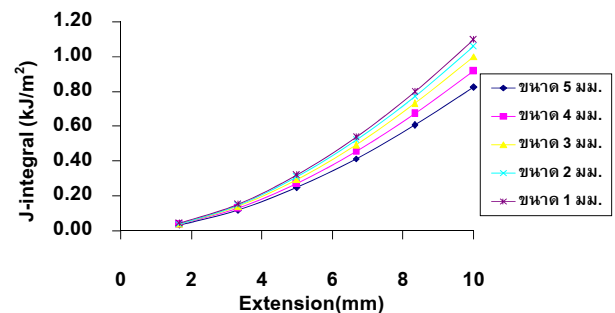
การจำลองจึงกำหนดให้ใช้จำนวนเส้นทางเดินไม่น้อยกว่า 7 รอบในการจำลอง



รูปที่ 6 ค่าเจ-อินทิกรัลในแต่ละเส้นทางเดินของชิ้นงาน $a/w=0.5$, $t=12$ mm.

4.3 ผลของขนาดโอลิเมนต์บริเวณรอบนอก (Global Seed)

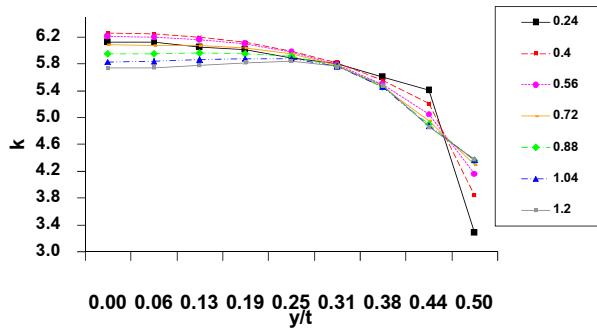
ในการจำลองได้กำหนดรูปแบบโอลิเมนต์ออกเป็น 2 ส่วนตามที่ได้อธิบายมาแล้ว ซึ่งในการกำหนดเส้นทางเดินเพื่อคำนวณค่าเจ-อินทิกรัลจะกำหนดให้อยู่ในขอบเขตภายในเมชแบบสวี่เท่านั้น ขนาดโอลิเมนต์ในส่วนรอบนอกจึงไม่ส่งผลกระทบต่อค่าเจ-อินทิกรัลภายในบริเวณรอบรอยแตก แต่จากการจำลองพบว่าค่าเจ-อินทิกรัลมีแนวโน้มเปลี่ยนแปลงเมื่อขนาดโอลิเมนต์รอบนอกเปลี่ยนไป และค่าเจอินทิกรัลมีแนวโน้มคงที่เมื่อขนาดโอลิเมนต์รอบนอกเล็กลง



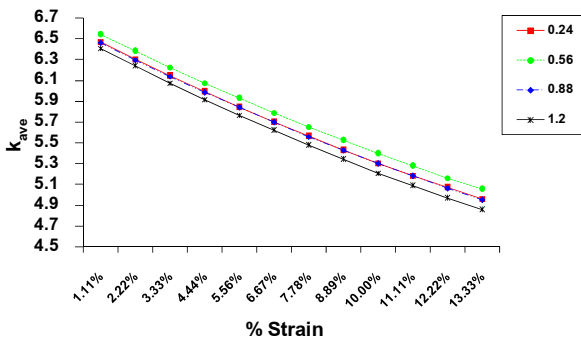
รูปที่ 8 ผลของค่าเจ-อินทิกรัลเมื่อขนาดโอลิเมนต์รอบนอกต่างกันของชิ้นงาน $a/w=0.5$, $t=12$ mm.

4.4 ผลของความหนา

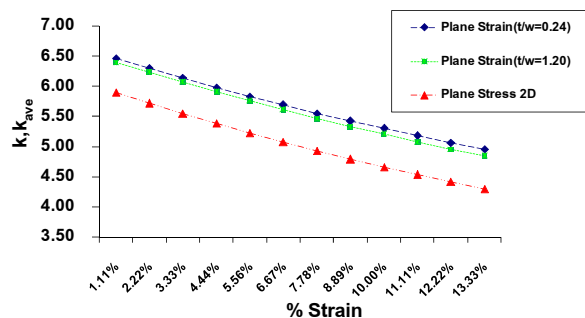
การจำลองชิ้นงานเพื่อเปรียบเทียบผลของความหนาที่มีต่อค่า k ผลที่ได้มีลักษณะดังรูปที่ 9 ที่ $y/t = 0.5$ เป็นบริเวณปลายชิ้นงานซึ่งจะเกิดระนาบความเค้นขึ้น ส่วนที่ $y/t=0$ เป็นบริเวณตรงกลางชิ้นงานซึ่งจะเกิดระนาบความเครียดขึ้น จากรูปที่ 9 จะเห็นว่าระนาบความเครียดที่เกิดขึ้น 62% ของความหนาชิ้นงานทั้งหมด ซึ่งค่าระนาบความเค้นที่ได้จากรูปที่ 9 นั้นจะมีค่าน้อยกว่าระนาบความเครียดในทุก ๆ ความหนาชิ้นงาน ซึ่งมีผลเป็นไปในแนวทางเดียวกับการเกิดเส้นแนวรูปร่างของความเค้นในแนวความหนาชิ้นงานดังรูปที่ 14



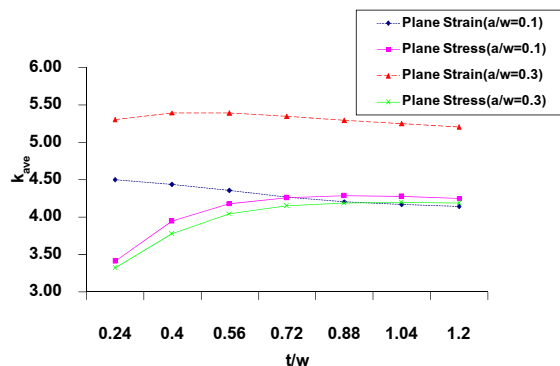
รูปที่ 9 การเกิดระนาบความเค้นและระนาบความเครียดของชิ้นงาน $a/w=0.3$ (10% Strain)



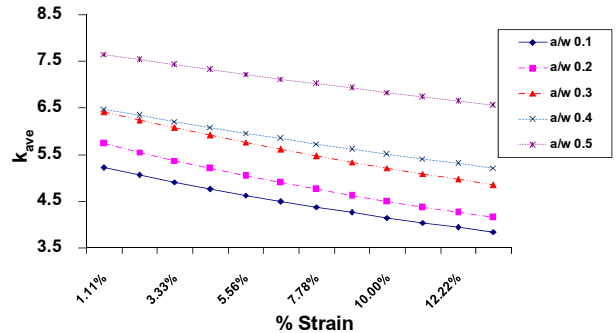
รูปที่ 10 ค่าความเข้มความเค้นเฉลี่ย ที่อัตราส่วน t/w ต่าง ๆ ของชิ้นงาน $a/w=0.3$



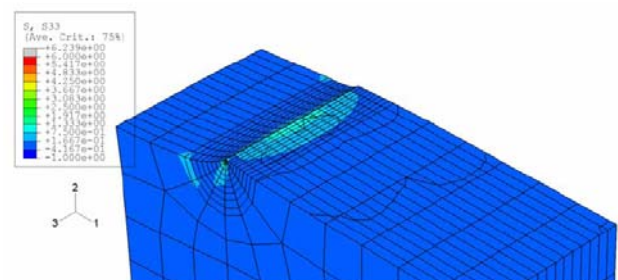
รูปที่ 11 เปรียบเทียบผลการจำลอง 2 มิติ และ 3 มิติของชิ้นงาน $a/w=0.3$



รูปที่ 12 ผลของระนาบความเค้นและความเครียดของชิ้นงานที่มีรอยแตก $a/w=0.1$ และ $a/w=0.3$



รูปที่ 13 เปรียบเทียบขนาดรอยแตกต่าง ๆ ของชิ้นงาน $t/w=1.20$



รูปที่ 14 เส้นแสดงรูปร่างเพื่อแสดงลักษณะความเค้น (σ_{33}) ในแนวความหนาชิ้นงาน (แกน y)

4.4 ผลของระยะยึด

รูปที่ 10 ได้แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงค่า k_{ave} เมื่อระยะยึดต่างกัน ผลที่ได้พบว่าค่า k_{ave} ของยางที่ใช้ในการทดสอบมีค่าลดลงมากเมื่อระยะยึดมีค่ามากขึ้น จากกราฟในทุกอัตราส่วน t/w ที่แสดงนั้นค่า k_{ave} จะลดลงประมาณ 22% เมื่อความเครียดเพิ่มขึ้น 10% และผลการจำลองในทุก ๆ ความหนาชิ้นงานพบว่าลักษณะการลดลงของค่า k_{ave} เป็นไปในทิศทางเดียวกัน และมีค่าเปลี่ยนแปลงเพียง 5 % เมื่อความหนาชิ้นงานเพิ่มขึ้นจาก $t/w=0.24$ เป็น $t/w=1.2$ และผลการจำลองของทุกค่า a/w เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

4.5 ผลของการจำลองแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ

รูปที่ 11 แสดงผลของการจำลองชิ้นงาน 2 มิติและ 3 มิติ พบว่าการจำลองชิ้นงาน แบบ 2 มิติซึ่งเป็นการจำลองแบบระนาบความเค้นให้ค่าการจำลองที่ต่ำกว่าการจำลองแบบ 3 มิติซึ่งเป็นการจำลองแบบระนาบความเครียด ในทุก ๆ ความหนาและในทุก ๆ ระยะยึด และเมื่อดูผลจากรูปที่ 12 เป็นการแสดงถึงค่า k_{ave} ของระนาบความเค้น ($y/t=0.5$) และระนาบความเครียด ($y/t=0$) ของชิ้นงานปรากฏว่าแนวโน้มของค่า k_{ave} ที่อยู่บนระนาบความเค้นมีค่าใกล้เคียงและมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกัน แม้ความหนาชิ้นงานหรือความยาวรอยแตกเริ่มต้นจะเปลี่ยนแปลงไป ซึ่งแตกต่างกับแนวโน้มของค่า k_{ave} ที่อยู่บนระนาบความเครียดที่มีแนวโน้มเปลี่ยนแปลง เมื่อความหนาชิ้นงานหรือความยาวรอยแตกเริ่มต้นชิ้นงานเปลี่ยนแปลงไป

4.6 ผลของขนาดรอยแยก

รูปที่ 13 แสดงให้เห็นถึงค่า k_{ave} ที่ขนาดรอยแยกต่าง ๆ กันพบว่า ค่า k_{ave} ในช่วงแรกของการเปลี่ยนแปลงเมื่อเพิ่มค่า $a/w = 0.1-0.4$ ที่ละขั้น (ที่ 10% Strain) ค่า k_{ave} มีแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นอยู่ในช่วงระหว่าง 5%-14% แต่เมื่อเพิ่มค่า a/w จาก 0.4 เป็น 0.5 นั้นค่า k_{ave} มีค่ามากขึ้นถึง 20% และค่า k_{ave} ของ $a/w=0.5$ มีค่ามากกว่าค่า k_{ave} ที่ $a/w=0.1$ ถึง 67% นั้นแสดงให้เห็นว่าการเปลี่ยนแปลงรอยแยกเริ่มต้นมีผลต่อการเพิ่มขึ้นของค่า k_{ave}

5. สรุป

แบบจำลองพหุนามอันดับ 2 สามารถแทนพฤติกรรมไฮเปอร์อีลาสติกของยางที่ใช้ในงานวิจัยและในช่วงที่ทดสอบได้เป็นอย่างดี จากการจำลองเปรียบเทียบการหา ค่าพลังงานการฉีกขาดของยางที่ใช้ในงานวิจัยพบว่าวิธีเจ-อินดิกรัลสามารถทำการคำนวณผลของพลังงานการฉีกขาดในรูปแบบการคำนวณชิ้นงาน 3 มิติ เมื่อระยะการยืดน้อย ๆ ได้เป็นอย่างดี ซึ่งจากการจำลองชิ้นงาน 3 มิติพบว่า ค่าพลังงานการฉีกขาดที่เกิดขึ้นบนระนาบความเครียดมีค่าขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง คือ ระยะยืดของชิ้นทดสอบ ความหนาของชิ้นทดสอบ และความยาวของรอยแยกเริ่มต้น ซึ่งแตกต่างกับค่าพลังงานการฉีกขาดที่เกิดขึ้นบนระนาบความเค้นที่ใกล้เคียงกันถึงความหนาของชิ้นทดสอบหรือรอยแตก เริ่มต้นจะเปลี่ยนแปลงไป

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากสำนักงานกองทุนสนับสนุนงานวิจัย ทุนวิจัยมหาบัณฑิต สกว. สาขาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ภายใต้โครงการสร้างกำลังคนเพื่อพัฒนาอุตสาหกรรมระดับปริญญาโท (สกว.-สสว.) ประจำปี 2550 และความเห็นในรายงานผลการวิจัยเป็นของผู้รับทุน สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัยไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป ขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่ให้การสนับสนุนทุนอุดหนุนการวิจัยบางส่วน จากทุนอุดหนุนการวิจัยเพื่อทำวิทยานิพนธ์สำหรับนักศึกษาในระดับบัณฑิตศึกษาของทางบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ขอขอบคุณสถาบันวิจัยยาง มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการผสมและอบชิ้นรูปขึ้นทดสอบยางคงรูปผสมคาร์บอนโดยไม่คิดมูลค่า และขอขอบคุณบริษัท มิซลิน รีเสิร์ช เอเชีย (ประเทศไทย) จำกัด ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการจัดเตรียมชิ้นทดสอบที่ใช้ในงานวิจัย

เอกสารอ้างอิง

1. Gdoutos, E. E., 1993. Fracture Mechanics an Introduction. Kluwer Academic Publishers, Netherlands.
2. ASTM : D412, Standard Test Methods for Vulcanized Rubber and Thermoplastic Elastomers – Tension.
3. Yeoh, O. H., "Relation between crack surface displacements and strain energy rate in thin rubber sheets" Mechanicals of Materials, Vol. 34, (2002): pp. 459-474.
4. Clark, R. J., and Romilly, D. P., "Extension of generalized plane strain plates with reinforced cracks" Engineering Fracture Mechanicals, Vol. 75, (2008): pp.1944 – 1959.
5. Anderson, T. L., 1995. Fracture Mechanics : Fundamentals and Applications. 2nd ed. CRC Press, Florida.
6. Timbrell, C. Wiehahm and G. Cook., " Simulation of crack propagation in rubber " Third European conference On Constitutive Models For Rubber. London. UK, 15-17 September 2003