

การจำลองการทดสอบคุณสมบัติเชิงจลน์ของวัสดุด้วยเทคนิค

Split Hopkinson Pressure Bar

Finite Element Simulation of Dynamic Material Property Testing

Based-on Split Hopkinson Pressure Bar Technique

กฤษฎา บุญศิริ*, จิตะพล หุยนันท์

089-293-4511* e-mail: k.boonsiri@hotmail.com*

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร

51 ถ.เชื่อมสัมพันธ์ หองจอก กรุงเทพมหานคร 10530

บทคัดย่อ

Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB) เป็นเทคนิคที่ใช้ในการทดสอบหาคุณสมบัติเชิงพลวัตของวัสดุที่อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลาสูง (10^2 - 10^4 s⁻¹) เทคนิคนี้เป็นการพัฒนามาจากหลักการเคลื่อนที่ของคลื่นตามยาวในแท่งกลมที่ใช้การเคลื่อนที่เข้ากระแทกของ Striker กับชุด Pressure Bar คู่ ที่มี Specimen อยู่ระหว่างกลางเพื่อทำให้เกิดคลื่นความเค้นอัดใน Pressure Bar คลื่นความเค้นอัดที่แผ่ออกไปจะทำให้เกิดการเสียรูปของ Specimen โดยความเครียดที่วัดได้ใน Pressure Bar ทั้งสองจะถูกนำไปหาคุณสมบัติเชิงพลวัตของ Specimen บทความนี้จะนำเสนอการจำลอง 3 มิติเพื่อศึกษาแนวทางการทดสอบหาคุณสมบัติเชิงพลวัตด้วยเทคนิค SHPB โดยใช้โปรแกรม ABAQUS ของทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.012 m ยาว 0.018 m อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลาเท่ากับ 2000 s⁻¹, 1600 s⁻¹, 1200 s⁻¹ และ 800 s⁻¹ โดยแบบจำลองที่สร้างขึ้นประกอบไปด้วย Striker Bar ยาว 0.25 m และ Pressure Bar คู่ ยาว 2.5 m โดยใช้เหล็ก 4340 ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.026 m เท่ากันจากการจำลองหาคุณสมบัติเชิงพลวัตของ Specimen ที่อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลาต่างๆ ผลที่ได้มีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกับโมเดล Johnson-Cook โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยเท่ากับ 14 % ที่อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียด 2000 s⁻¹, 12% ที่ 1600 s⁻¹, 7% ที่ 1200 s⁻¹ และ 5% ที่ 800 s⁻¹ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าการศึกษาในบทความสามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการทดสอบเพื่อหาคุณสมบัติเชิงพลวัตของวัสดุได้

Abstract

Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB) is a well-recognized technique for measuring dynamic properties of metal at high strain rate (10^2 - 10^4 s⁻¹). This technique was developed on theory of longitudinal wave propagation in rod. A compressive stress wave is generated by an impact velocity of striker into a pair of split pressure bars which is holding both ends of specimen. A

deformation of the specimen is occurred by this compressive stress while dynamic properties of the specimen can be obtained from the strains measured in both pressure bars. This paper represents a simulation study for experimental direction to obtain the dynamic properties of metal based-on SHPB technique at the strain rates of 2000 s⁻¹, 1600 s⁻¹, 1200 s⁻¹, and 800 s⁻¹ by a use of ABAQUS. The 0.25 m striker bar and both 2.50 m pressure bars were modeled in 3D with the same diameter of 0.026 m 4340 steel while the copper specimen was modeled with a length of 0.018 m and 0.012 m in diameter. From the simulation of dynamic properties of the specimen at the any strain rate. We found that the result have a some trend with Johnson-Cook model. Moreover increasing of average error due to increase the strain rate Therefore, This research can conduct to find a dynamic properties of material.

1. บทนำ

วัสดุประเภทโลหะเป็นวัสดุที่ถูกนำมาใช้งานในอุตสาหกรรมด้านต่างๆ อย่างกว้างขวาง ซึ่งวัสดุที่ถูกนำมาใช้งานจะมีคุณสมบัติที่แตกต่างกันไป ดังนั้นในการนำไปใช้งานจำเป็นต้องทราบถึงคุณสมบัติของวัสดุแต่ละชนิด เพื่อนำไปเลือกใช้งานได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม โดยทั่วไปการทดสอบหาคุณสมบัติเชิงกลของวัสดุในประเทศไทย ส่วนใหญ่เป็นการทดสอบที่อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลาต่ำและอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลาปานกลางเช่น Compression test, Drop Test แต่ในขณะที่ขบวนการผลิตต่างๆ ล้วนแต่เป็นกระบวนการที่ทำให้วัสดุเสียรูปที่อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลาสูง (High Strain Rate) เช่น การกลึง การกัด ในปัจจุบันเทคนิค Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB) เป็นเทคนิคหนึ่งที่ใช้ในการทดสอบหาคุณสมบัติของวัสดุที่อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลาสูง เทคนิคนี้เป็นการพัฒนามาจากหลักการเคลื่อนที่ของคลื่นตามยาวในแท่งกลม ซึ่งองค์ประกอบหลักของ SHPB จะ

ประกอบไปด้วย Striker Bar, Pressure Bar(Incident Bar และ Transmitted Bar) , Stopper และ Specimen

จากงานวิจัยที่ผ่านมาพบว่าได้มีการใช้ FEM (ABAQUS) หาจุดที่เหมาะสมของการเสียรูปเชิงพลวัตของชิ้นงานทดสอบด้วย Johnson-Cook model โดยผลที่ได้จากการจำลองเชิงตัวเลข พบว่า มีค่าแม่นยำใกล้เคียงกับการทดลอง [1] และได้มีการศึกษาพฤติกรรมของวัสดุโดยใช้ ABAQUS Explicit และทำการ Validation แบบจำลองแต่ละวัสดุร่วมกับ Johnson-Cook model โดยแบบจำลองสามารถอธิบายพฤติกรรมการเสียรูปเชิงพลวัตของ aluminum และ titanium ได้ในเกณฑ์ดีมาก [2] นอกจากนั้น Johnson และ Cook ได้มีการศึกษาลักษณะความเสียหายของ OFFC Copper ,ARMCO Iron และ 4340 Steel ที่อัตราความเครียดในช่วง 10^2 s^{-1} และ 10^4 s^{-1} [3] จากงานวิจัยที่ผ่านมาพบว่า Johnson-Cook model สามารถนำไปใช้อธิบายพฤติกรรมการเสียรูปของวัสดุเชิงพลวัตร่วมกับ ABAQUS ได้

บทความนี้จะนำเสนอการจำลอง 3 มิติเพื่อศึกษาแนวทางการทดสอบหาคุณสมบัติเชิงพลวัตด้วยเทคนิค SHPB โดยใช้โปรแกรม ABAQUS ของทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.012 m ยาว 0.018 m ณ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลาเท่ากับ 2000 s^{-1} , 1600 s^{-1} , 1200 s^{-1} และ 800 s^{-1} โดยแบบจำลองที่สร้างขึ้นประกอบไปด้วย Striker Bar ยาว 0.25 m และ Pressure Bar คู่ ยาว 2.5 m โดยใช้เหล็ก 4340 ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.026 m เท่ากัน

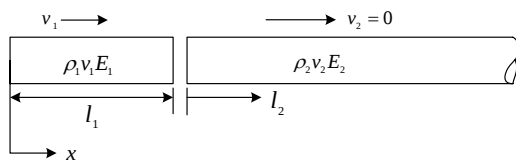
2. Longitudinal Wave Propagation

การกระแทกตามยาวของ Pressure Bar จะทำให้เกิดคลื่นความเค้นแผ่ออกไปตามความยาวของ Pressure Bar ซึ่งคลื่นความเค้นที่เกิดขึ้น สามารถหาได้จากทฤษฎีพื้นฐานการเคลื่อนที่ของคลื่นตามยาวของ Cauchy [4]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad c_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1)$$

เมื่อ c_1 คือ ความเร็วคลื่นตามยาวใน Pressure Bar, E คือ ค่ายังโมดูลัสของ Pressure Bar, ρ คือ ความหนาแน่นของ Pressure Bar

กำหนดให้ Pressure Bar ทั้ง 2 แท่งทำมาจากวัสดุชนิดเดียวกัน และมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากัน โดยที่ $E_1 = E_2$, $\rho_1 = \rho_2$, $A_1 = A_2$ ความเร็วเข้ากระแทกเท่ากับ V_1 ความเร็ว $V_2 = 0$ และความยาวของ $l_2 = \infty$ ดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 การกระแทกตามยาวของ Pressure Bar [4]

โดยการแผ่ของคลื่นใน Pressure Bar เป็นไปตามผลเฉลยของ D'Alembert [4] ดังสมการที่ 2

$$\begin{aligned} u_1(x,t) &= f_1(x-c_1t) + g_1(x+c_1t) \\ u_2(x,t) &= f_2(x-c_1t) + g_2(x+c_1t) \end{aligned} \quad (2)$$

เมื่อ u คือระยะขจัดของอนุภาค f_1 , g_1 และ f_2 เป็น function ที่แสดงถึง Incident Wave, Reflected Wave และ Transmitted Wave ใน Pressure Bar จากนั้นหาอนุพันธ์ของสมการที่ 2 เทียบกับเวลาและระยะขจัด ได้การแผ่ของคลื่นในรูปของความเร็ว (v) และความเค้น (σ) ดังสมการที่ 3

$$\begin{aligned} v(x,t) &= -c_1 f'_1(x-c_1t) + c_1 g'_1(x+c_1t) \\ \sigma(x,t) &= E [f'_1(x-c_1t) + g'_1(x+c_1t)] \end{aligned} \quad (3)$$

ที่ภาวะเริ่มต้น ($t = 0$)

$$\begin{aligned} -c_1 f'_1(x) + c_1 g'_1(x) &= V_1 \\ E_1 A_1 f'_1(x) + E_1 A_1 g'_1(x) &= 0 \\ -c_1 f'_2(x) + c_1 g'_2(x) &= 0 \\ E_1 A_1 f'_2(x) + E_1 A_1 g'_2(x) &= 0 \end{aligned}$$

แก้สมการหา f'_1 , g'_1 , f'_2 และ g'_2 ได้ดังนี้

$$f'_2 = g'_2 = 0$$

$$f'_1 = -g'_1 = -\frac{V_1}{2c_1}, \quad (0 \leq x \leq l_1)$$

คลื่นความเค้นที่เกิดจากการกระแทก

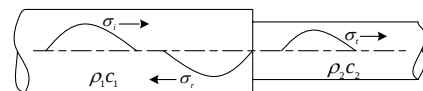
$$\sigma = \rho_1 c_1 v \quad (4)$$

เทียบความสัมพันธ์ระหว่างสมการที่ 3 กับสมการที่ 4 สามารถหาคลื่นความเค้นที่เกิดขึ้นใน Bar ได้ดังนี้

$$\sigma = \frac{\rho_1 c_1 V_1}{2} \quad (5)$$

2.1 Transmission into another rod

จากคุณสมบัติพื้นฐานของการเคลื่อนที่ของคลื่น เมื่อคลื่นเคลื่อนที่ผ่านจากตัวกลางหนึ่งไปยังอีกตัวกลางหนึ่ง จะทำให้เกิดคลื่นสะท้อน (Reflect Wave) และการส่งผ่านของคลื่น (Transmitted Wave) การเคลื่อนที่ของคลื่นตามยาวใน Pressure Bar ก็เช่นกัน จะเกิดคลื่นสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่น เมื่อคุณสมบัติหรือพื้นที่หน้าตัดของ Pressure Bar เปลี่ยนไปดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 การสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่นใน Pressure Bar [5]

การสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่นตามยาวใน Pressure Bar สามารถหาได้จากการสมดุลแรงและการสมดุลความเร็วที่เกิดขึ้นได้ดังนี้

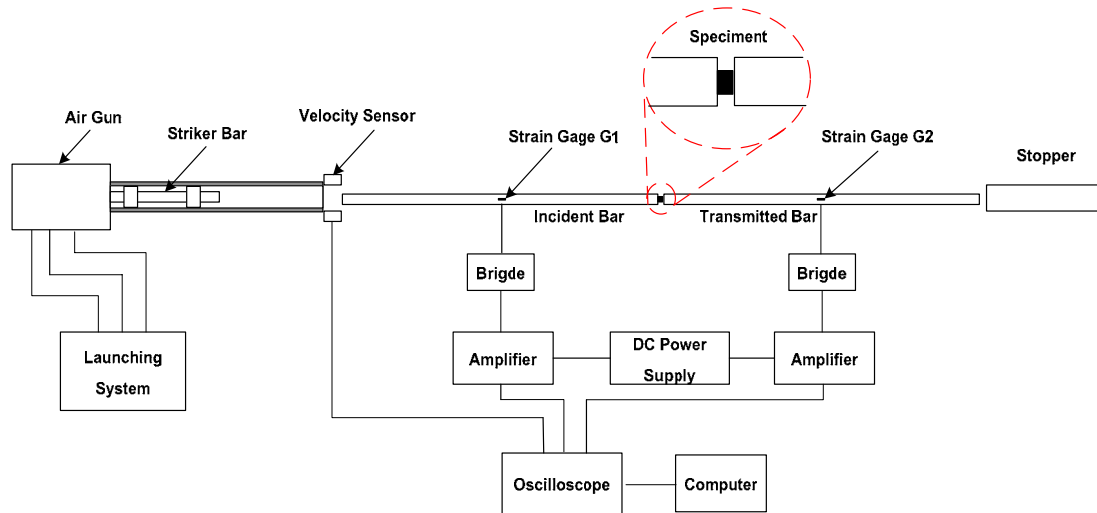
Force Balance

$$A_1 (\sigma_i + \sigma_r) = A_2 \sigma_t \quad (6)$$

Continuity of velocity

$$\frac{\sigma_i}{\rho_1 c_1} + \frac{\sigma_r}{\rho_1 c_1} = \frac{\sigma_t}{\rho_2 c_2} \quad (7)$$

เมื่อ σ_i คือ Incident Stress Wave, σ_r คือ Reflected Stress Wave และ σ_t คือ Transmitted Strain Wave จากสมการที่ 6 และ 7



รูปที่ 3 Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB)

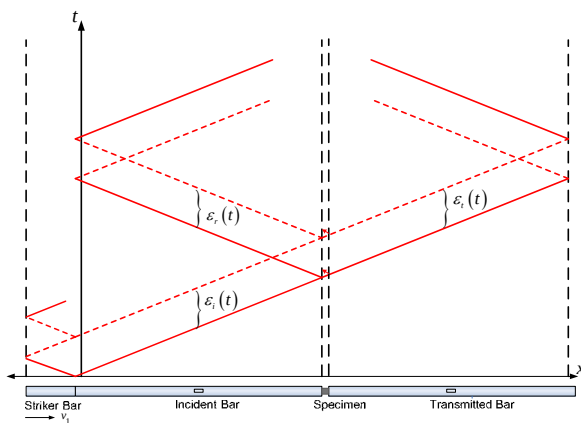
สามารถหาการสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่นตามยาวใน Pressure Bar ได้ดังสมการที่ 8 และสมการที่ 9

$$\sigma_r = \frac{A_2 \rho_2 c_2 - A_1 \rho_1 c_1}{A_1 \rho_1 c_1 + A_2 \rho_2 c_2} \sigma_i \quad (8)$$

$$\sigma_t = \frac{2A_1 \rho_1 c_1}{A_1 \rho_1 c_1 + A_2 \rho_2 c_2} \sigma_i \quad (9)$$

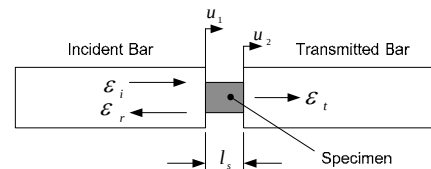
2.2 Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB)

เทคนิค Split Hopkinson Pressure Bar หรือ Kolsky bar [6] (ดังแสดงในรูปที่ 3) เป็นเทคนิคที่ใช้ในการทดสอบหาคูณสมบัติเชิงพลวัตของวัสดุ ณ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลาในช่วง 10^2 s^{-1} ถึง 10^4 s^{-1} โดยใช้หลักการการเคลื่อนที่ของคลื่นตามยาวใน 1 มิติ (One-Dimensional Elastic Wave) จากรูปที่ 3 Specimen จะถูกวางไว้ระหว่าง Incident Bar กับ Transmission Bar โดยมี Striker Bar เป็นตัวเคลื่อนที่เข้ากระแทกกับ Incident Bar เพื่อทำให้เกิดคลื่นความเค้นอัดแผ่ออกไปตลอดความยาวของ Incident Bar จนถึงผิวสัมผัสระหว่าง Incident Bar กับ Specimen คลื่นจะถูกส่งผ่าน Specimen ไปยัง Transmission Bar ในขณะเดียวกันคลื่นอีกส่วนหนึ่งจะถูกสะท้อนกลับมายัง Incident Bar ในรูปของคลื่นความเค้นดึง ดังแสดงในรูปที่ 4



รูปที่ 4 Lagrangian Diagram การแผ่ของคลื่นตามยาวใน SHPB

ซึ่งสามารถนำไปหาความเครียดที่เกิดขึ้นใน Pressure Bar จากหลักการการเคลื่อนที่ของคลื่นใน 1 มิติ (One-Dimensional Elastic Wave) ดังที่ Kolsky [6] ได้พิสูจน์เอาไว้ว่า สามารถศึกษาพฤติกรรมเชิงกลของวัสดุที่มีอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลาสูง โดยการวัดค่า Elastic Wave จาก Elastic Pressure Bar ที่มีความยาวได้ ในบทความนี้จะกำหนดให้ Incident Strain Wave, Reflected Strain Wave และ Transmitted Strain Wave แทนด้วย ϵ_i , ϵ_r , ϵ_t ตามลำดับ และการขจัดที่พื้นผิวระหว่าง Incident Bar กับ Specimen เป็น u_1 การขจัดที่พื้นผิวระหว่าง Transmitted Bar กับ Specimen เป็น u_2 ดังแสดงในรูปที่ 5



รูปที่ 5 Incident Bar, Transmitted Bar และ Specimen [7]

จากผลเฉลยการแผ่ของคลื่นของ D'Alembert [4] ในสมการที่ 2 สามารถหาการเคลื่อนที่ของคลื่นตามยาวใน Pressure Bar ได้ดังสมการที่ 10

$$u_1 = f_1(x - c_0 t) + g_1(x + c_0 t) = u_i + u_r$$

$$u_2 = f_2(x - c_0 t) \quad (10)$$

จากนิยามความเครียดใน 1 มิติ, $\epsilon = \partial u / \partial x$ นำหาอนุพันธ์ของสมการที่ 10 เทียบระยะขจัดจะได้ความเครียดที่เกิดขึ้นใน Pressure Bar

$$\epsilon_1 = f_1' + g_1' = \epsilon_i + \epsilon_r \text{ และ } \epsilon_2 = f_2' = \epsilon_t \quad (13)$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลาที่เกิดขึ้นใน Specimen หาได้จากสมการที่ 14

$$\dot{\epsilon} = \frac{(\dot{u}_1 - \dot{u}_2)}{l_s} \quad (14)$$

เมื่อ l_s คือ ความยาวของ Specimen, $\dot{u}_1$ และ $\dot{u}_2$ คือความเร็วของอนุภาคที่หน้าสัมผัสระหว่าง Incident Bar กับ Specimen และ Transmitted Bar กับ Specimen ตามลำดับ แทนสมการที่ 13 ในสมการที่ 14 จะได้ว่า

$$\dot{\epsilon} = \frac{C_0}{l_s} (-\epsilon_i + \epsilon_r + \epsilon_t) \quad (15)$$

จากสมมติฐานที่กำหนดให้ Pressure Bar มีพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงรูปแบบอีลาสติก สามารถเขียนความสัมพันธ์ของแรงที่เกิดขึ้นใน Pressure Bar ได้ดังนี้

$$F_1 = A_0 E (\epsilon_i + \epsilon_r) \quad (16)$$

$$F_2 = A_0 E (\epsilon_t) \quad (17)$$

เมื่อ A_0 คือ พื้นที่หน้าตัดของ Pressure Bar และกำหนดให้ Pressure Bar ทำมาจากวัสดุเดียวกัน นอกจากนี้ยังมีสมมติฐานว่า Specimen อยู่ใน Force Equilibrium และมี Deforming Uniformly ซึ่งหากสมมติฐานเหล่านี้เป็นจริง แรงที่เกิดขึ้นบนแต่ละด้านของ Specimen จะเท่ากัน ($F_1 = F_2$) เมื่อเทียบสมการที่ 16 และ 17 จะได้ความสัมพันธ์ของความเครียดที่เกิดขึ้นใน Pressure Bar ดังนี้

$$\epsilon_t = \epsilon_i + \epsilon_r \quad (18)$$

แทนสมการที่ 18 ในสมการที่ 15 จะได้อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลาที่เกิดขึ้นใน Specimen ดังสมการที่ 19

$$\dot{\epsilon} = \frac{2C_0}{l_s} (\epsilon_r) \quad (19)$$

ความเค้นเฉลี่ยใน Specimen สามารถหาได้จาก

$$\sigma_s = \frac{F_1 + F_2}{2A_s} \quad (20)$$

แทนสมการที่ 16 และ 17 ในสมการที่ 20 จะได้

$$\sigma_s = \frac{EA_0}{2A_s} (\epsilon_i + \epsilon_r + \epsilon_t) \quad (21)$$

แทนสมการที่ 18 ในสมการที่ 21 จะได้ความเค้นใน Specimen ดังสมการที่ 22

$$\sigma_s = \frac{EA_0}{A_s} (\epsilon_t) \quad (22)$$

เมื่อ A_s คือ พื้นที่หน้าตัดของ Specimen โดยมีสมมติฐานที่ว่า Pressure Bar เป็นของแข็งอัดตัวไม่ได้ (Incompressible Solid) และปริมาตรของ Specimen คงที่

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถหาความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นใน Specimen ได้ดังนี้

ความเค้นที่เกิดขึ้นใน Specimen ณ เวลาใดๆ

$$\sigma_s(t) = \frac{A_0 E}{A_s} \epsilon_t(t) \quad (23)$$

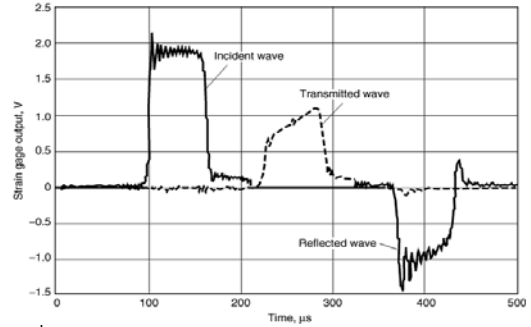
ความเครียดที่เกิดขึ้นใน Specimen ณ เวลาใดๆ

$$\epsilon_s(t) = -\frac{2C_0}{l_s} \int_0^t \epsilon_r(t) dt \quad (24)$$

อัตราความเครียดที่เกิดขึ้นใน Specimen ณ เวลาใดๆ

$$\dot{\epsilon}_s(t) = -\frac{2C_0}{l_s} \dot{\epsilon}_r(t) \quad (25)$$

ในการทดลอง Incident Strain Wave (ϵ_i), Reflected Strain Wave (ϵ_r) วัดค่าได้จาก Strain Gage G1 ที่ติดอยู่ตำแหน่งกึ่งกลางของ Incident Bar ในส่วนของ Transmitted Strain Wave (ϵ_t) วัดค่าได้จาก Strain Gage G2 ที่ติดอยู่ตำแหน่งกึ่งกลางของ Transmitted Bar ดังแสดงในรูปที่ 3 ซึ่งลักษณะสัญญาณของคลื่นทั้ง 3 ที่วัดได้ จะมีลักษณะของสัญญาณดังแสดงในรูปที่ 7



รูปที่ 7 Incident Strain Wave, Reflected Strain Wave และ Transmitted Strain Wave [6]

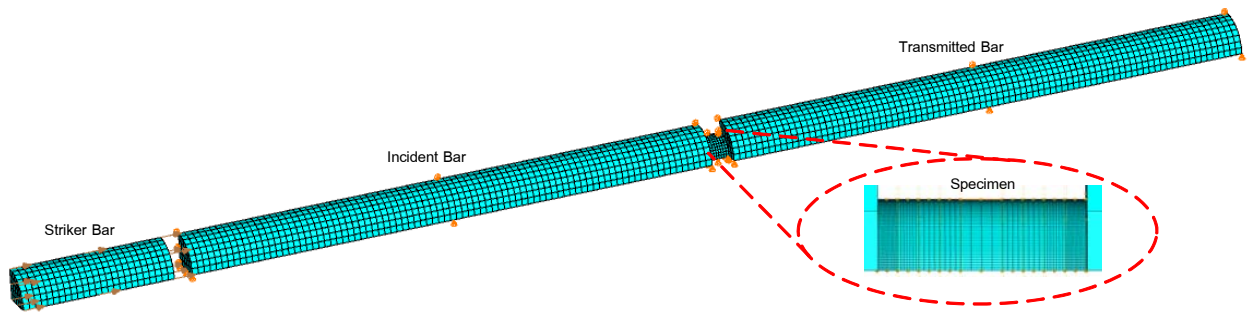
จากนั้นนำสัญญาณที่ได้มาหาวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของ Specimen ต่ออย่างไรก็ตามข้อกำหนดที่สำคัญมากสำหรับการทดลอง SHPB คือสมมติฐานที่ว่า True Stress จะไม่สามารถหาออกมาได้จากชิ้นทดสอบที่มีปริมาตรไม่คงที่ ณ เวลาใดๆ และความเค้นและความเครียดใน Specimen จะสม่ำเสมอตลอดการทดลอง

3. Simulations for Split Hopkinson Pressure Bar

การวิเคราะห์ทาง Finite Element นั้นจำเป็นที่จะต้องศึกษาพฤติกรรมและองค์ประกอบโครงสร้างของปัญหาและเงื่อนไขขอบเขตต่างๆให้เข้าใจเป็นอย่างดี เพื่อนำมาสร้าง Model ที่ใช้ในการจำลองได้อย่างถูกต้อง จากการศึกษารูปแบบทั่วไปของเทคนิค SHPB จึงได้จำลอง Model เป็นแบบ 3 มิติ โดย Model ที่สร้างขึ้นจะประกอบด้วย Striker Bar, Incident Bar, Transmitted Bar และ Specimen ซึ่งทั้งหมดจะวางอยู่ในแนวเดียวกันและสามารถเคลื่อนที่ได้เฉพาะในแนวแกนเดียว ดังแสดงในรูปที่ 8 และเนื่องจาก Striker Bar, Incident Bar, Transmitted Bar และ Specimen มีลักษณะสมมาตร จึงวิเคราะห์ปัญหาเพียงแค่ 1 ใน 4 ส่วนของพื้นที่หน้าตัดเท่านั้น เพื่อลดจำนวนของ Element และเวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์

3.1 การแบ่ง Mesh

ขนาดของ Element จะส่งผลต่อขีดจำกัดความเสถียรภาพ ซึ่งแสดงถึงระดับความน่าเชื่อถือ ถ้าขนาดของ Element มีขนาดใหญ่ก็将会ทำให้ความถูกต้องแม่นยำของผลการทดลองมีค่าน้อยลง ในทางกลับกันถ้าขนาดของ Element มีขนาดเล็กลงก็จะทำให้ขีดจำกัดความเสถียรภาพน้อยลงไปด้วย แต่จะทำให้ความถูกต้องแม่นยำของผลการทดลองสูงขึ้น ดังนั้นการกำหนดขนาด Element จึงต้องคำนึงถึงขีดจำกัดความเสถียรภาพ ซึ่งหาได้จากสมการที่ 26 [8]



รูปที่ 8 แบบจำลอง Split Hopkinson Pressure Bar

$$\Delta t_{stable} = \frac{L_e}{C_0} \quad (26)$$

เมื่อ Δt_{stable} คือ ขีดจำกัดความเสถียรภาพ, L_e คือ ขนาดของ Element และ C_0

จากนั้น นำค่าขีดจำกัดความเสถียรภาพไปหาค่า Time increment ซึ่ง Time increment ที่ใช้ในการวิเคราะห์แบบ Explicit จะต้องน้อยกว่าขีดจำกัดความเสถียรภาพ และจากการกำหนดรูปแบบของปัญหาเป็น 3 มิติ เนื่องจากรูปแบบของปัญหาเป็นลักษณะการกระแทกตามยาวทำให้แรงที่เกิดขึ้นใน Element มีแค่แรงตามแนวแกนเพียงค่าเดียวโดยไม่มีการดัด ซึ่งทำให้ไม่ต้องคำนึงถึงผลของ Hourglass จึงเลือก Element เป็น Linear Hexahedron แบบ Reduced Integration (C3D8R)

3.2 การกำหนดเงื่อนไขและขอบเขต

การกำหนดเงื่อนไขและขอบเขตของปัญหาเป็นส่วนสำคัญที่ทำให้ผลการจำลองที่ได้มีความถูกต้อง ซึ่งในการทดสอบคุณสมบัติเชิงพลวัตของวัสดุด้วยเทคนิค SHPB นั้นจำเป็นต้องพิจารณาถึงการเลือกความยาวและขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของ Striker Bar กับ Pressure Bar ให้เหมาะสมกับอัตราความเครียดที่เกิดขึ้นใน Specimen โดยความยาวของ Striker Bar ต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 10 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางเพื่อทำให้ไม่เกิดผลกระทบจากการเคลื่อนตามขวาง นอกจากนั้นอัตราส่วนความยาวต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของ Pressure Bar จะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 20 เท่า แต่ถ้าความเครียดที่เกิดขึ้นในชิ้นทดสอบมากกว่า 30% จะต้องใช้อัตราส่วนความยาวต่อเส้นผ่านศูนย์กลางมากกว่าหรือเท่ากับ 100 เท่า และอัตราส่วนความยาวระหว่าง Striker Bar กับ Pressure Bar ต้องมากกว่า 2 เท่า เพื่อให้สามารถแยกคลื่นความเค้นที่เกิดขึ้นระหว่าง Incident Wave และ Reflected Wave ได้ ในที่นี้กำหนดให้ Striker Bar และ Pressure Bar มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 0.026 m ยาว 0.25 m และ 2.5 m ตามลำดับ ซึ่งทำจาก steel 4340 [9] มีค่าความหนาแน่นเท่ากับ 7850 kg/m³, ค่า Young's Modulus เท่ากับ 205 GPa, ค่า Poisson's Ratio เท่ากับ 0.29 และมีคุณสมบัติเป็น Elastic Bar

ในส่วนของ Specimen จะต้องคำนึงถึงอัตราส่วนความยาวต่อเส้นผ่านศูนย์กลางเพื่อให้อัตราความเครียดที่เกิดขึ้นใน Specimen มีค่าคงที่ โดยอัตราส่วนที่เหมาะสมจะอยู่ในช่วง 1.5 ถึง 2.0 และเพื่อ

ลดค่าความผิดพลาดที่เกิดจากความเสียดทานระหว่างหน้าสัมผัส จึงต้องพิจารณาถึงอัตราส่วนระหว่างพื้นที่หน้าตัดของ Specimen กับ Pressure Bar โดยอัตราส่วนพื้นที่หน้าตัดของ Specimen ต้องไม่เกิน 75 % ของพื้นที่หน้าตัด Pressure Bar ในที่นี้กำหนดให้ Specimen มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 0.012 m ยาว 0.018 m ทำมาจาก Copper [6] มีค่าความหนาแน่นเท่ากับ 8960 kg/m³ ค่า Young's Modulus เท่ากับ 124 GPa ค่า Poisson's Ratio เท่ากับ 0.39 สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนเท่ากับ 383 J/kg K อุณหภูมิหลอมเหลวเท่ากับ 1356 K และกำหนดให้รูปแบบการเสียรูปของ Specimen เป็นไปตาม Johnson-Cook Model [3,9]

$$\sigma = [A + B\epsilon^n][1 + c \ln \dot{\epsilon}^*][1 - T^{*m}]$$

และ Johnson-Cook Damage [3,9]

$$\epsilon^f = [D_1 + D_2 \exp D_3 \sigma^*][1 + D_4 \ln \dot{\epsilon}^*][1 + D_5 T^*]$$

$$\text{เมื่อ } \sigma^* = \sigma_m / \bar{\sigma}, \dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0, \text{ และ } T^* = \frac{(T - T_{room})}{(T_{melt} - T_{room})}$$

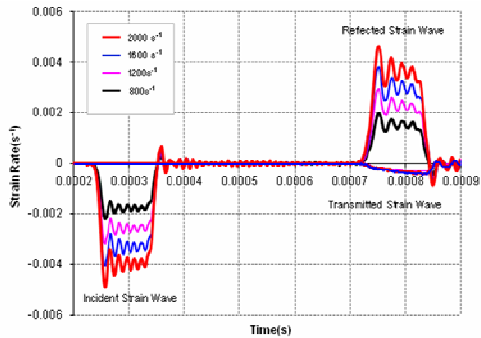
โดย σ^* คือ dimensionless pressure-stress ratio, σ_m คือ average normal stress, $\bar{\sigma}$ คือ von Mises equivalent stress, ϵ^* คือ equivalent plastic strain, $\dot{\epsilon}$ คือ strain rate, $\dot{\epsilon}_0$ คือ dimensionless plastic strain rate, T^* คือ Homologous temperature ซึ่งมีค่าคงที่ $A, B, n, c, m, D_1, D_2, D_3, D_4$, และ D_5 ของ Copper ดังต่อไปนี้ 90 MPa, 292 MPa, 0.31, 0.025, 1.09, 0.54, 4.89, 3.03, 0.14, และ 1.12 ตามลำดับ [3,9] ณ เวลาเริ่มต้น Striker เคลื่อนที่เข้ากระแทกกับ Incident Bar ด้วยความเร็วคงที่ และอุณหภูมิเริ่มต้นของ Specimen มีค่าเท่ากับ 25°C

3.3 การหาผลเฉลย

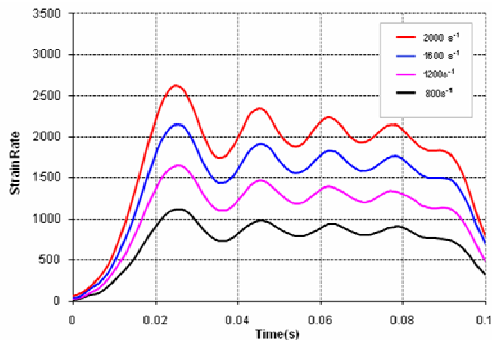
ในบทความนี้เป็นการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธี Explicit Time Integration แบบ Central Difference วิธีการแบบ Explicit นี้เหมาะกับการแก้ปัญหาที่มีความเร็วสูง (Dynamic) เพราะปัญหาแบบนี้ ต้องใช้ Increment เล็กๆ จำนวนมากเพื่อให้ได้ High-Resolution การวิเคราะห์หาค่าต่างๆใน Increment ด้วยวิธี Element-by-Element โดยกำหนดสมการเป็นแบบ Non-Linear ซึ่งจะไม่มีการรวม Increment เพื่อหา Global System จึงทำให้วิธี Explicit สามารถจำลองปัญหาที่มีจำนวน Increment มากได้ถึง $10^4 - 10^6$ Increments

4. ผลการจำลอง

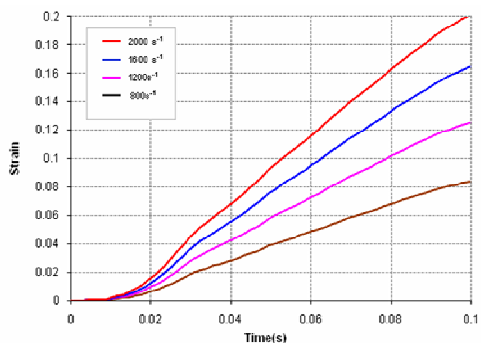
จากการจำลองหาคุณสมบัติเชิงพลวัตของทองแดงที่อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเท่ากับ 2000 s^{-1} , 1600 s^{-1} , 1200 s^{-1} และ 800 s^{-1} และจะเก็บค่า Incident Strain Wave, Reflected Strain Wave จาก Element ตำแหน่งกึ่งกลางของ Incident Bar และเก็บค่าของ Transmitted Strain Wave จาก Element ตำแหน่งกึ่งกลางของ Transmitted Bar (ดังแสดงในรูปที่ 9) พบว่าค่าความเครียดที่เกิดขึ้นใน Incident Bar กับ Transmitted Bar มีการกระจายไม่สม่ำเสมอและมีค่าเพิ่มมากขึ้นเมื่ออัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดสูงขึ้น จากนั้นค่า Reflected Strain Wave ที่ได้แทนในสมการที่ 23 จะได้อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อหน่วยเวลาที่เกิดขึ้นใน Specimen ดังแสดงในรูปที่ 10 จะเห็นว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดที่เกิดขึ้นไม่สม่ำเสมอซึ่งต่างจากสมมติฐานของเทคนิค SHPB ที่ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดใน Specimen จะต้องมีความคงที่ระหว่างการทดสอบ



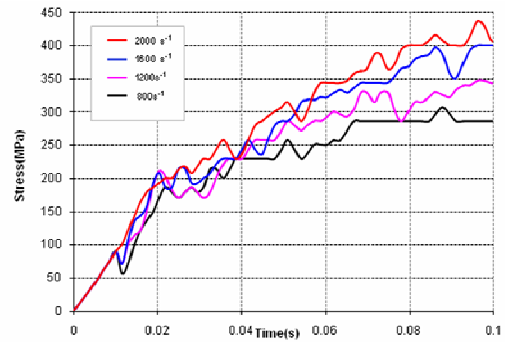
รูปที่ 9 Incident Strain Wave, Reflected Strain Wave และ Transmitted Strain Wave



รูปที่ 10 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราความเครียดต่อเวลา

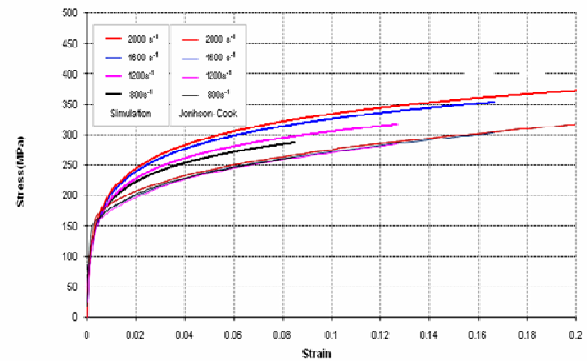


รูปที่ 11 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดต่อเวลา



รูปที่ 12 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นต่อเวลา

อย่างไรก็ตามความสัมพันธ์ของความเครียดต่อหน่วยเวลาที่เกิดขึ้นใน Specimen (ดังแสดงในรูปที่ 11) เป็นผลจากการนำค่า Reflected Strain Wave แทนในสมการที่ 24 ขณะที่รูปที่ 12 แสดงกราฟความสัมพันธ์ของความเค้นต่อหน่วยเวลาที่ได้จากการแทนค่า Transmitted Strain Wave ในสมการที่ 25 ท้ายที่สุดคุณสมบัติเชิงพลวัตของ Specimen สามารถหาได้จากการวิเคราะห์รูปที่ 11 และ 12 (ดังแสดงในรูปที่ 13)



รูปที่ 13 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลา

5 สรุปผลการทดลอง

จากการจำลองหาคุณสมบัติเชิงพลวัตของ Specimen ที่อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่อเวลาต่างๆ พบว่ามีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกับโมเดล Johnson-Cook [3,6] ด้วยค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 14 % ที่อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียด 2000 s^{-1} , 12% ที่ 1600 s^{-1} , 7% ที่ 1200 s^{-1} และ 5% ที่ 800 s^{-1} (ดังแสดงในรูปที่ 13) จากรูปที่ 9 และ 10 สังเกตได้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น ณ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดต่างๆ สอดคล้องกับการเพิ่มขึ้นของการกระจายของความเครียดและความไม่สม่ำเสมอของอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดใน Specimen ตามที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 4 ดังนั้นจึงสันนิษฐานได้ว่าความผิดพลาดของผลการจำลองเป็นผลมาจากการการกระจายตัวของความเครียดและอัตราความเครียดที่ไม่สม่ำเสมอ แต่อย่างไรก็ตามข้อสันนิษฐานนี้ยังต้องมีการศึกษาเพิ่มเติม ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าการศึกษาในบทความสามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการทดสอบเพื่อหาคุณสมบัติเชิงพลวัตของวัสดุได้

เอกสารอ้างอิง

- 1 M. Sasso, G. Newaz, D. Amodio "Material characterization at high strain rate by Hopkinson bar test and finite element optimization" Materials Science and Engineering 2008, A 487, 289-300
- 2 W.Dabboussi, J.A.Nemes "Modeling of ductile fracture using the dynamic punch test" International Journal of Mechanical Sciences 2005 ,47,1282-1299
- 3 Gordon R. Johnson, William H. Cook "Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures" Engineering Fracture Mechanics 1985, Vol.21, 31-48
- 4 Karl F. Graff, "Wave Motion in Elastic Solid," Oxford University Press, 1975
- 5 Wang Li-li, "Foundations of Stress Waves," Elsevier, 2007
- 6 Michael R. Staker, Army Materials & Mechanic Research Center "ASM Handbook Volume 8 Mechanical Testing", metals Handbook, 1945-1973
- 7 Michael Adam Kaiser, "Advancements in the Split Hopkinson Bar Test", 1998 Blacksburg Virginia
- 8 ABAQUS/CAE User's Getting Start Version 6.4
- 9 Gordon R. Johnson, William H. Cook, "A Constitutive model And Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates And High Temperatures" Proc. 7th Int. Symp. on Ballistics 1983, 541-547