

การศึกษาเชิงเปรียบเทียบของลูกเบี้ยวแบบเคลื่อนที่เป็นจังหวะ Comparative Study of Cam with Intermittent Rotary Movement

ทรงเกียรติ รอดแดง^{1*} มิ่ง โลกิจแสงทอง²

^{1,2} ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร 10520

โทร 0-6331-8156 *อีเมล kiatkob@yahoo.com

Songkiat Roddeang^{1*} Ming Lokitsangtong²

^{1,2} Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering,

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Ladkrabang, Bangkok 10520

Tel 0-6331-8156, *E-mail: kiatkob@yahoo.com

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการศึกษาเชิงเปรียบเทียบของลูกเบี้ยวแบบเคลื่อนที่เป็นจังหวะ โดยทำการพิจารณาระยะขจัด (displacement) ความเร็ว (velocity) และ ความเร่ง (Acceleration) ของลักษณะรูปร่างของลูกเบี้ยวพื้นฐาน 3 แบบ คือ Simple Harmonic, Cycloidal และ Polynomial เปรียบเทียบกับลักษณะรูปร่างของลูกเบี้ยวที่มีการพัฒนาขึ้นมาใหม่จากพื้นฐานที่กล่าวมาทั้ง 3 แบบ คือ Modified Sine (MS) ซึ่งมีการพัฒนาจากการเคลื่อนที่แบบ Harmonic แบบที่สองคือ Modified Trapezoid (MT) ซึ่งมีการพัฒนาขึ้นจากการเคลื่อนที่แบบ Cycloidal และแบบสุดท้ายคือ Sine Function Modified Trapezoid (SMT) ซึ่งมีการพัฒนาจากการเคลื่อนที่แบบ Modified Trapezoid รวมกับ Polynomial หลังจากการพัฒนาแสดงผังการขจัด ผังความเร็ว และ ผังความเร่ง จากนั้นทำการเปรียบเทียบระยะขจัด และความเร่งระหว่างลักษณะพื้นฐานกับลักษณะที่มีการพัฒนาขึ้น ภายหลังจากการพัฒนาแบบการเคลื่อนที่ให้ระยะขจัดมีค่าคงที่ หรือเท่ากันในทุกรูปแบบที่กล่าวมาพบว่า การเคลื่อนที่แบบ Sine Function Modified Trapezoid (SMT) ให้ค่าความเร่งอยู่ในช่วงต่ำสุดเท่ากับ ± 4.57 ซึ่งระยะขจัดและค่าความเร่งเป็นพื้นฐานในการการออกแบบ และเลือกใช้ลูกเบี้ยวในระบบกลไกให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้นต่อไป

Abstract

The aim of this research work is to compare different cams with intermittent rotary movements by examining their displacements, velocities, and accelerations. The characteristic curves of three cams with basic shapes, i.e., Simple Harmonic, Cycloidal, and Polynomial are compared with those of Modified Sine (MS), Modified Trapezoid (MT), and Sine Function Modified Trapezoid (SMT) which are developed from Harmonic, Cycloidal,

and Modified Trapezoid coupled with Polynomial respectively. By setting the same and constant displacements for all types of cam movements and presenting the results in graphical form it was found that the Sine Function Modified Trapezoid (SMT) gave a minimum acceleration of ± 4.57 . Consequently displacement and acceleration are important basic parameters to help improve the design and the efficiency of cam performance in a mechanism.

Keyword: Cams, Cycloidal, Polynomial, Modified Sine, Modified Trapezoid

1. บทนำ

ในปัจจุบันนี้ในอุตสาหกรรมการผลิต ยังมีความต้องการในการใช้ระบบกลไกแบบลูกเบี้ยว ที่มีสมรรถนะในการทำงานที่มีความแม่นยำ และเที่ยงตรงของการทำงานเคลื่อนที่เป็นจังหวะในระบบกลไก และยังสามารนำไปประยุกต์ใช้ในระบบของเครื่องจักรได้อย่างแพร่หลาย โดยที่ลูกเบี้ยวสามารถตอบสนองความต้องการของระบบกลไกได้หลาย ๆ ชนิดในลักษณะการเคลื่อนที่แบบต่างๆ เช่น ลักษณะการหมุนและการเคลื่อนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

การทำงานของลูกเบี้ยวนั้นจะถูกกำหนดไว้โดย เส้นรอบรูปของลูกเบี้ยว (Cam profiles) ที่ทำให้ตัวตาม (Follower) เคลื่อนที่ในรูปแบบที่กำหนดไว้ โดยที่ตัวตามคือชิ้นส่วนต่อโยงส่วนหนึ่งของระบบลูกเบี้ยวที่มีการเคลื่อนที่สัมผัสระหว่าง ลูกเบี้ยวกับลูกกลิ้งตามการสัมผัสแบบหมุน ดังนั้นในการเคลื่อนที่ที่เป็นจังหวะจึงอาศัยหลักการที่กล่าวขึ้นมาข้างต้นเป็นเกณฑ์ในการพิจารณาในการออกแบบ ผังการขจัดของระบบลูกเบี้ยว ส่วนมุมที่แนวการเคลื่อนที่ของตัวตาม กระทำกับแนวตั้งฉากกับผิวลูกเบี้ยวที่จุดสัมผัส เรียกว่า มุมกด (Pressure angle) ซึ่งอาจเปรียบเทียบได้กับ มุมส่งผ่านกำลังของระบบต่อโยง [1] กล่าวคือ เป็น

สิ่งที่บอกได้ถึงความยากง่ายของการปฏิบัติงานของระบบลูกเบี้ยว โดยถ้าหากว่ามุมกมดมีขนาดเล็ก จะทำให้แรงที่ส่งผ่านไปยังแมรี่ของตัวตามมีขนาดเล็กลงด้วย แต่ถ้าหากมุมกมดมีขนาดใหญ่เกินไป แมรี่ของตัวตามจะต้องรับแรงมากขึ้น ซึ่งอาจทำให้เกิดการสึกหรอเร็วเกินควรได้

ระยะจัด ความเร็ว และความเร่ง ที่เกิดขึ้นในการเคลื่อนที่ของลูกเบี้ยว เป็นปัจจัยที่ในการเลือกลูกเบี้ยวให้มีความเหมาะสมกับลักษณะงาน ในบทความนี้จึงศึกษาและเปรียบเทียบปัจจัยดังกล่าว โดยการพัฒนารูปร่างลักษณะของลูกเบี้ยวพื้นฐานด้วยวิธี แบ่งตามสัดส่วนในการเคลื่อนที่ของคาบเวลา และกำหนดเงื่อนไขโดยให้ระยะจัดของการเคลื่อนที่มีค่าเท่ากันทั้งหมด เพื่อให้สามารถเปรียบเทียบค่าความเร่งได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2. หลักการพื้นฐานในการคำนวณรูปร่างของลูกเบี้ยว

สมการในการเคลื่อนที่ของเพลาลูกเบี้ยวจะขึ้นอยู่กับตัวแปรไร้มิติ ซึ่งประกอบด้วยตำแหน่ง ระยะจัด ความเร็ว และความเร่ง ในรูปเปลี่ยนแปลงของวัตถุเมื่อเทียบกับเวลา ในที่นี้จะนำเสนอด้วยกราฟผังการจัดของระบบลูกเบี้ยว (Displacement Diagram) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการจัดของตัวตาม กับจำนวนองศาที่ถูกหมุนไป (Cam angle) หรือเวลา เมื่อ differentiate ต่อเนื่องกันไปจะได้ความสัมพันธ์ของความเร็วกับเวลา และความสัมพันธ์ของความเร่งกับเวลา แสดงในสมการที่ 1 และ 2 ตามลำดับ [2]

$$T = \frac{t - t_0}{t_1 - t_0} = \frac{\tau - \tau_0}{\tau_1 - \tau_0}, \quad S = \frac{\tau - \tau_0}{\tau_1 - \tau_0} = \frac{\tau - \tau_0}{\tau_1 - \tau_0} \quad (1)$$

โดยที่ $t = t_0$, $\tau = 0$ และ $t = t_1$, $\tau = \tau_1$ มีเงื่อนไขที่ $t_1 > t_0$ และ $\tau_1 > \tau_0$ เมื่อ $S = S(T)$ และ $t_0 \leq t \leq t_1$ ดังนั้น $S(0) = 0$, $S(1) = 1$

โดยที่ τ = รูปแบบของฟังก์ชันที่อยู่ภายใต้เงื่อนไข S = ระยะการจัด จากความสัมพันธ์ของ Differential ของเวลาได้ดังนี้

$$V = \frac{dS}{dT}, \quad A = \frac{d^2S}{dT^2}, \quad J = \frac{d^3S}{dT^3} \quad (2)$$

เมื่อ V = ความเร็ว (Velocity), A = ความเร่ง (Acceleration), J = แรงสะบัด (Jerk)

2.1 การเคลื่อนที่แบบ ความเร่งคงที่ (Constant Acceleration)

การเคลื่อนที่แบบมีความเร่งคงที่ แสดงไว้ในสมการที่ 3 ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความเร่ง ระยะจัด ต่อเวลา

$$S = \frac{A_m t^2}{2} \quad (3)$$

2.2 การเคลื่อนที่แบบ Simple Harmonic motion (SHM)

ในการเคลื่อนที่แบบนั้น ระยะจัด ความเร็ว และความเร่งจะสัมพันธ์กับจุดกำเนิดของฟังก์ชันเวลา ดังนั้นการจัดของอนุภาคจะเข้าไปเข้ามาตามคาบเวลาดังแสดงในสมการที่ 4

$$S = A_m \cos(\omega t)$$

$$V = \frac{ds}{dt} = -R\omega \sin(\omega t) \quad (4)$$

$$A = \frac{d^2s}{dt^2} = -R\omega^2 \cos(\omega t)$$

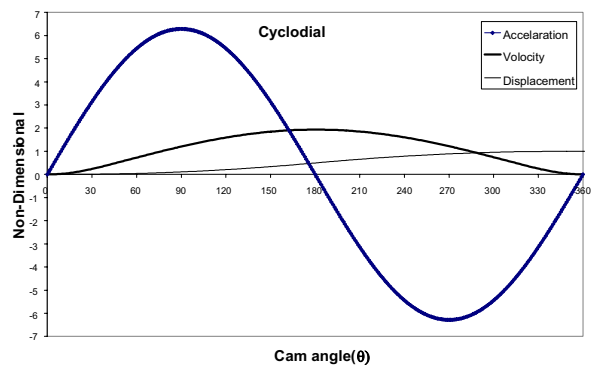
2.3 การเคลื่อนที่แบบ Cycloidal

ในการเคลื่อนที่ของเส้นโค้งที่เป็นทางเดินของจุดที่อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลม ในขณะที่วงกลมนั้นกลิ้งไปบนเส้นตรง สามารถหาได้จากสมการที่ 5 ดังนี้ และในรูปที่ 1 แสดง ผังการจัด ความเร็ว และความเร่งในการเคลื่อนที่ของลูกเบี้ยว 360 องศา

$$A = A_m \sin(2\pi T)$$

$$V = \frac{1}{2\pi} A_m (1 - \cos(2\pi T)) \quad (5)$$

$$S = \frac{1}{2\pi} A_m (T - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi T))$$

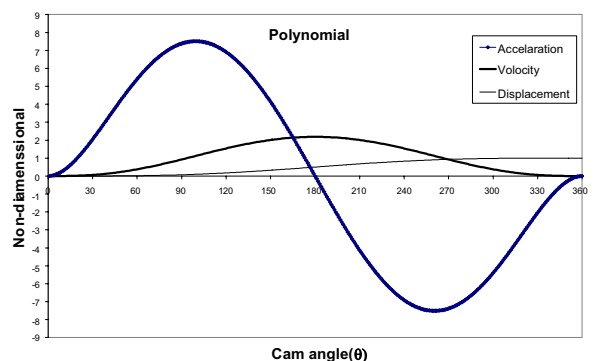


รูปที่ 1 ระยะจัด, ความเร็ว และความเร่ง ต่อเวลา ของการเคลื่อนที่แบบ Cycloidal

2.4 การเคลื่อนที่แบบ Polynomial

ทำการประยุกต์ของ การเคลื่อนที่โดยเพิ่มอัตราเร่งของรูปแบบสมการโพลิโนเมียล 4-5-6-7 สามารถหาได้จากสมการดังนี้

$$S = C_0 + C_1\theta + C_2\theta^2 + C_3\theta^3 + C_4\theta^4 + \dots + C_n\theta^n \quad (6)$$



รูปที่ 2 ระยะจัด, ความเร็ว และความเร่ง ต่อเวลา ของการเคลื่อนที่แบบ Polynomial

3. การพัฒนาการรูปร่างของลูกเบี้ยวจากลักษณะพื้นฐาน

ในการวิจัยของรูปแบบส่วนโค้งของเพลาลูกเบี้ยวได้มีการศึกษาต่อโดยผู้วิจัยที่มีความเชี่ยวชาญและมีประสบการณ์ได้ทำการทดลอง และพัฒนาอย่างต่อเนื่อง โดยมีการรวบรวมสูตรทางคณิตศาสตร์ตามหลักการฟิสิกส์ และทำการจัดรูปแบบของฟังก์ชันใหม่ที่เป็นสัดส่วนของรูปแบบ Harmonic และ Polynomial จนเป็นมาตรฐานที่ใช้ในอุตสาหกรรมดังนี้

3.1 การเคลื่อนที่แบบ Modified Sine (MS)

เป็นการปรับปรุงและพัฒนาและนำไปประยุกต์ของ การเคลื่อนที่แบบ Harmonics ในฟังก์ชันของ Sine [3] สามารถหาได้จากสมการแสดงตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

$$T_1 = T_2 = \frac{1}{8}, T_3 = T_4 = 0.5, T_5 = T_6 = 1 - T_1$$

$$Am = \frac{1}{\frac{2T_1}{\pi} + \frac{2-8T_1}{\pi^2}}, \quad V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = \frac{2}{\pi} \pi Am$$

$$V_3 = V_4 = \frac{2}{\pi} (T_3 - T_2) Am + V_2$$

$$S_1 = S_2 = Am - \left(\frac{2T_1}{\pi} \right)^2 Am - \left(\frac{2T_1}{\pi} \right)^2 Am$$

$$S_3 = S_4 = \left\{ \frac{2}{\pi} (T_3 - T_2) \right\}^2 Am + V_2 (T_3 - T_2) + S_2$$

$$S_5 = S_6 = 1 - S_1$$

period_I_ (0 ≤ T ≤ T₁)

$$A = Am \cdot \sin \frac{\pi T}{2T_1}$$

$$V = \frac{2T_1}{\pi} Am \left(1 - \cos \frac{\pi T}{2T_1} \right)$$

$$S = \frac{2T_1}{\pi} Am \left(T - \frac{2T_1}{\pi} \sin \frac{\pi T}{2T_1} \right)$$

period_III_ (T₂ ≤ T ≤ T₃)

$$A = Am \cdot \cos \frac{\pi (T - T_2)}{2(T_3 - T_2)}$$

$$V = \frac{2}{\pi} (T_3 - T_2) Am \cdot \sin \frac{\pi (T - T_2)}{2(T_3 - T_2)} + V_2$$

$$S = \left\{ \frac{2}{\pi} (T_3 - T_2) \right\}^2 Am \left\{ 1 - \cos \frac{\pi (T - T_2)}{2(T_3 - T_2)} \right\} + V_2 (T - T_2) + S_2$$

period_V_ (T₄ ≤ T ≤ T₅)

$$A = -Am \cdot \sin \frac{\pi (T - T_4)}{2(T_5 - T_4)}$$

$$V = \frac{2}{\pi} (T_5 - T_4) Am \left\{ \cos \frac{\pi (T - T_4)}{2(T_5 - T_4)} - 1 \right\} + V_4$$

$$S = \frac{2}{\pi} (T_5 - T_4) Am \left\{ \frac{2}{\pi} (T_5 - T_4) \sin \frac{\pi (T - T_4)}{2(T_5 - T_4)} \right\}$$

$$- (T - T_4) + V_4 (T - T_4) + S_4$$

period_VII_ (T₆ ≤ T ≤ 1)

$$A = -Am \cdot \cos \frac{\pi (T - T_6)}{2(1 - T_6)}$$

$$V = -\frac{2}{\pi} (1 - T_6) Am \cdot \sin \frac{\pi (T - T_6)}{2(1 - T_6)} + V_6$$

$$S = \left\{ \frac{2}{\pi} (1 - T_6) \right\}^2 Am \left\{ \cos \frac{\pi (T - T_6)}{2(1 - T_6)} - 1 \right\} + V_6 (T - T_6) + S_6$$

3.2 การเคลื่อนที่แบบ Modified Trapezoid (MT)

เป็นการปรับปรุงและพัฒนาและนำไปประยุกต์ของ การเคลื่อนที่แบบ Cycloid [4] สามารถหาได้จากสมการแสดงตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

$$T_1 = \frac{1}{8}, T_2 = \frac{3}{8}, T_3 = T_4 = 0.5, T_5 = 1 - T_2, T_6 = 1 - T_1$$

$$Am = \frac{1}{\frac{1}{4} - T_1 + \frac{2}{\pi} T_1}$$

$$V_1 = V_6 = \frac{2T_1}{\pi} Am$$

$$V_2 = V_5 = Am (T_2 - T_1) + V_1$$

$$V_3 = V_4 = \frac{2}{\pi} (T_3 - T_2) Am + V_2$$

$$S_1 = \frac{2T_1}{\pi} Am \left(T_1 - \frac{2T_1}{\pi} \right)$$

$$S_2 = \frac{Am}{2} (T_2 - T_1)^2 + V_1 (T_2 - T_1) + S_1$$

$$S_3 = S_4 = \left\{ \frac{2}{\pi} (T_3 - T_2) \right\}^2 Am + V_2 (T_3 - T_2) + S_2$$

$$S_5 = 1 - S_2$$

$$S_6 = 1 - S_1$$

period_I_ (0 ≤ T ≤ T₁)

$$A = Am \cdot \sin \frac{\pi T}{2T_1}$$

$$V = \frac{2T_1}{\pi} Am \left(1 - \cos \frac{\pi T}{2T_1} \right)$$

$$S = \frac{2T_1}{\pi} Am \left(T - \frac{2T_1}{\pi} \sin \frac{\pi T}{2T_1} \right)$$

period_II_ (T₁ ≤ T ≤ T₂)

$$A = Am$$

$$V = Am (T - T_1) + V_1$$

$$S = \frac{Am}{2} (T - T_1)^2 + V_1 (T - T_1) + S_1$$

period _III_ ($T_2 \leq T \leq T_3$)

$$A = Am \cdot \cos \frac{\pi(T-T_2)}{2(T_3-T_2)}$$

$$V = \frac{2}{\pi}(T_3-T_2) Am \cdot \sin \frac{\pi(T-T_2)}{2(T_3-T_2)} + V_2$$

$$S = \left\{ \frac{2}{\pi}(T_3-T_2) \right\}^2 Am \left\{ 1 - \cos \frac{\pi(T-T_2)}{2(T_3-T_2)} \right\} + V_2(T-T_2) + S_2$$

period _V_ ($T_4 \leq T \leq T_5$)

$$A = Am \cdot \sin \frac{\pi(T-T_4)}{2(T_5-T_4)}$$

$$V = \frac{2}{\pi}(T_5-T_4) Am \left\{ \cos \frac{\pi(T-T_4)}{2(T_5-T_4)} - 1 \right\} + V_4$$

$$S = \frac{2}{\pi}(T_5-T_4) Am \left\{ \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi(T-T_4)}{2(T_5-T_4)} - (T-T_4) \right\} + V_4(T-T_4) + S_4$$

period _VI_ ($T_5 \leq T \leq T_6$)

$$A = -Am$$

$$V = -Am(T-T_5) + V_5$$

$$S = -\frac{Am}{2}(T-T_5)^2 + V_5(T-T_5) + S_5$$

period _VII_ ($T_6 \leq T \leq T_1$)

$$A = -Am \cdot \cos \frac{\pi(T-T_6)}{2(1-T_6)}$$

$$V = -\frac{2}{\pi}(1-T_6) Am \cdot \sin \frac{\pi(T-T_6)}{2(1-T_6)} + V_6$$

$$S = \left\{ \frac{2}{\pi}(1-T_6) \right\}^2 Am \left\{ \cos \frac{\pi(T-T_6)}{2(1-T_6)} - 1 \right\} + V_6(T-T_6) + S_6$$

3.3 การเคลื่อนที่แบบ Sine Function Modified Trapezoid (SMT)

ที่มีการปรับปรุงและพัฒนาและนำไปประยุกต์ของการเคลื่อนที่แบบ (MT) ร่วมกับ 3rd Power Polynomial [2] สามารถหาได้จากสมการดังนี้

$$T_1 = \frac{1}{8}, T_2 = \frac{3}{8}, T_3 = T_4 = 0.5, T_5 = 1 = T_2$$

$$T_6 = 1 = T_1, S_3 = 0.5$$

$$Am = \frac{20S_3}{9T_3^2 - T_2^2 + T_1^2 + 2T_2T_3 - 5T_1 \bullet T_3}$$

period _I_ ($0 \leq T \leq T_1$)

$$A = \frac{Am}{T_3^3}(T-T_1)^3 + Am$$

$$V = \frac{Am}{4T_3^3} \left\{ (T-T_1)^4 - T_1^4 \right\} + AmT$$

$$S = \frac{Am}{4T_3^3} \left\{ (T-T_1)^5 + T_1^5 - 5T_1 \bullet T \right\} + \frac{Am}{2} T^2$$

period _II_ ($T_1 \leq T \leq T_2$)

$$A = Am$$

$$V = Am(T-T_1) + V_1$$

$$S = \frac{Am}{2}(T-T_1)^2 + V_1(T-T_1) + S_1$$

period _III_ ($T_2 \leq T \leq T_3$)

$$A = -\frac{Am}{(T_3-T_2)^3}(T-T_2)^3 + Am$$

$$V = -\frac{Am}{4(T_3-T_2)^3}(T-T_2)^4 + Am(T-T_2) + V_2$$

$$S = -\frac{Am}{20(T_3-T_2)^3}(T-T_2)^5 + \frac{Am}{2}(T-T_2)^2 + V_2(T-T_2) + S_2$$

period _V_ ($T_4 \leq T \leq T_5$)

$$A = -Am \frac{(T-T_4)^3}{(T_5-T_4)^3} + 3Am \frac{(T-T_4)^2}{(T_5-T_4)^2} + 3Am \frac{(T-T_4)}{(T_5-T_4)}$$

$$V = -Am \frac{(T-T_4)^4}{4(T_5-T_4)^3} + Am \frac{(T-T_4)^3}{(T_5-T_4)^2} - 3Am \frac{(T-T_4)^2}{2(T_5-T_4)} + V_4$$

$$S = -\frac{Am(T-T_4)^5}{20(T_5-T_4)^3} + Am \frac{(T-T_4)^4}{4(T_5-T_4)^2} - Am \frac{(T-T_4)^3}{2(T_5-T_4)} - V_4(T-T_4) + S_4$$

period _VI_ ($T_5 \leq T \leq T_6$)

$$A = -Am$$

$$V = -Am(T-T_5) + V_5$$

$$S = -\frac{Am}{2}(T-T_5)^2 + V_5(T-T_5) + S_5$$

period _VI_ ($T_6 \leq T \leq 1$)

$$A = \frac{Am}{(1-T_6)^3}(T-T_6)^3 - Am$$

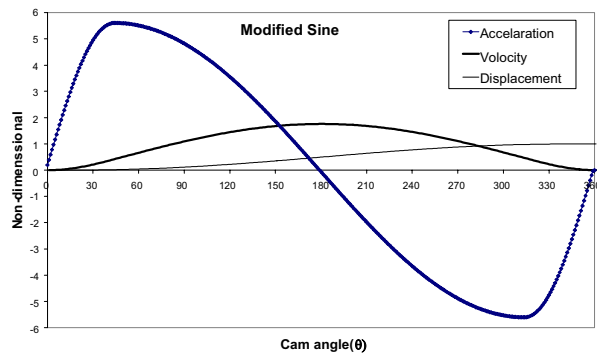
$$V = \frac{Am}{4(1-T_6)^3}(T-T_6)^4 - Am(T-T_6) + V_6$$

$$S = \frac{Am}{20(1-T_6)^3}(T-T_6)^5 - Am(T-T_6)^2 + V_6(T-T_6) + S_6$$

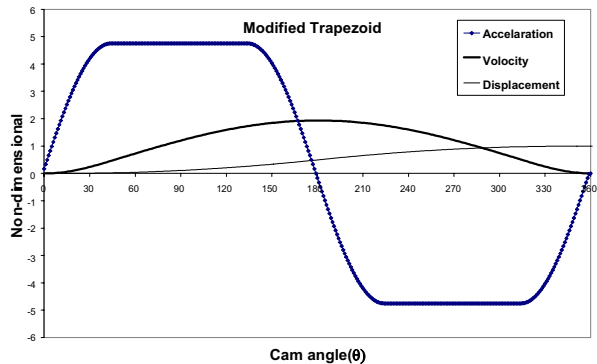
4. ผลการพัฒนาและเปรียบเทียบรูปร่างลูกเบี้ยว

ภายหลังจากการพัฒนาลักษณะรูปร่างของเพลาลูกเบี้ยว ขึ้นมาใหม่แล้ว ทำการสร้างกราฟเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของ ตำแหน่งเชิงมุม (θ) กับ ระยะขจัด , ความเร็ว และ ความเร่ง แสดงไว้ในรูปที่ 3-5 โดยในรูปที่ 3 แสดงผลที่ได้จากการพัฒนาลักษณะรูปร่างของเพลาลูกเบี้ยวแบบ Modified Sine (MS) ซึ่งถูกพัฒนาจากการเคลื่อนที่แบบ Simple Harmonic ซึ่งความเร่งที่เกิดขึ้นมีค่าอยู่ระหว่าง ± 5.33 ในรูปที่ 4 แสดงผลที่ได้จากการพัฒนาลักษณะรูปร่างของเพลาลูกเบี้ยวแบบ

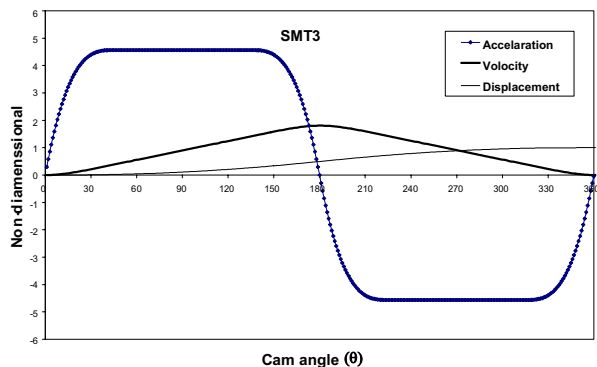
Modified Trapezoid (MT) ซึ่งถูกพัฒนาจากการเคลื่อนที่แบบ Cycloidal ซึ่งความเร่งที่เกิดขึ้นมีค่าอยู่ระหว่าง ± 4.83 และในรูปที่ 5 แสดงผลที่ได้จากการพัฒนาลักษณะรูปร่างของเพลาลูกเบี้ยวแบบ Sine Function Modified Trapezoid (SMT) ซึ่งถูกพัฒนาจากการเคลื่อนที่แบบ Cycloidal รวมกับ Polynomial กำลัง 3 ซึ่งความเร่งที่เกิดขึ้นมีค่าอยู่ระหว่าง ± 4.57 จากผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า หลังจากการพัฒนา ลักษณะรูปร่างของลูกเบี้ยวพื้นฐานที่ใช้อยู่ทั่วไปโดยการรวมเอา การเคลื่อนที่ของลูกเบี้ยวแบบ Cycloidal และ Polynomial จะให้ความเร่งต่ำที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับรูปแบบพื้นฐานและรูปแบบที่พัฒนาขึ้นมาใหม่คือ MS และ MT



รูปที่ 3 ระยะขจัด, ความเร็ว และความเร่ง ต่อเวลา ของการเคลื่อนที่แบบ Modified Sine (MS)

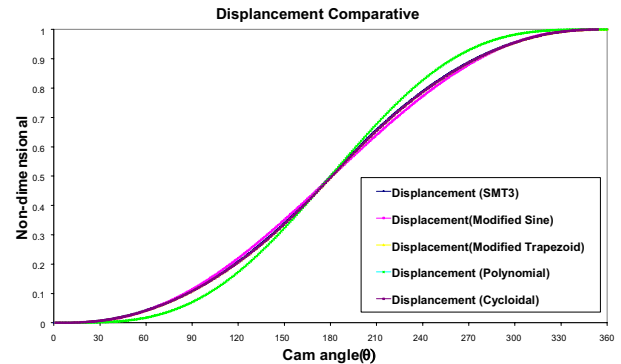


รูปที่ 4 ระยะขจัด, ความเร็ว และความเร่ง ต่อเวลา ของการเคลื่อนที่แบบ Modified Trapezoid (MT)



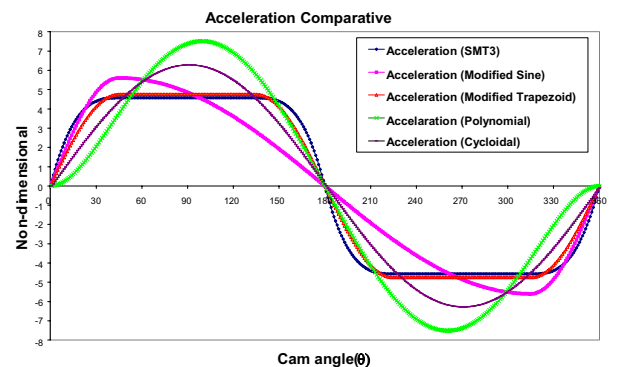
รูปที่ 5 ระยะขจัด, ความเร็ว และความเร่ง ต่อเวลา ของการเคลื่อนที่แบบ Sine Function Modified Trapezoid (SMT)

ภายหลังการพัฒนาและสร้างผังการจัด ความเร็ว และความเร่ง แล้ว ทำการเปรียบเทียบในส่วนของระยะขจัด ของการเคลื่อนที่แบบพื้นฐานกับการเคลื่อนที่หลังปรับปรุงพัฒนา ผลที่ได้หลังจากที่ถูกกำหนดเงื่อนไขให้ระยะขจัดคงที่ จะเห็นได้ว่าผังการจัดที่ได้ก่อนและหลังการพัฒนาในแต่ละแบบมีค่าใกล้เคียงกันมาก แสดงไว้ในรูปที่ 6



รูปที่ 6 การเปรียบเทียบระยะขจัด ของการเคลื่อนที่แบบพื้นฐานกับการเคลื่อนที่แบบปรับปรุงพัฒนา

ในส่วนของความเร่ง ผลที่ได้จากการพัฒนารูปร่างลักษณะพื้นฐานค่าความเร่งมีค่าลดลงจากเดิมแสดงไว้ในรูปที่ 7



รูปที่ 7 การเปรียบเทียบค่าความเร่ง ของการเคลื่อนที่แบบพื้นฐานกับการเคลื่อนที่แบบปรับปรุงพัฒนา

5. วิเคราะห์ผล

จากสมการพื้นฐานของผังการจัด ความเร็ว และความเร่งบ่งบอกถึงรูปแบบการเคลื่อนที่ของตัวตามโดยตัวตามมีการเคลื่อนที่ขึ้นลงด้วยความเร็วคงที่ ดังแสดงในกราฟความเร็ว แต่เมื่อมาพิจารณาที่กราฟแสดงความเร็วแล้ว จะพบว่า การที่ตัวตามจะเคลื่อนที่จากช่วงพักที่ความเร็วเท่ากับศูนย์ ไปสู่ความเร็วคงที่ V ในทันทีทันใด ณ ตำแหน่งมุมลูกเบี้ยวนั้น ตัวตามจะต้องเคลื่อนที่ด้วยความเร่งเท่ากับอนันต์ในทางทฤษฎี ดังนั้นสิ่งที่เกิดขึ้นก็คือ การเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งที่สูงมาก และเกิดการเคลื่อนที่แบบ กระตุกขึ้น โดยอาการกระตุก หรือ Jerk นี้ derivative ของความเร่ง หรือ $\frac{dA}{dt}$ นั่นเอง (โดย A คือ อัตราเร่ง)

และอาการกระตุกนี้เป็นสิ่งที่ไม่ต้องการในระบบกลไก

จากรูปแบบการเคลื่อนที่แบบพื้นฐานและมีการพัฒนาของการเคลื่อนที่การจัดรูปแบบของฟังก์ชัน ตามสัดส่วนความเร็วร่วมกับ

รูปแบบสมการพื้นฐาน เพื่อต่อช่วงการเคลื่อนที่เข้าด้วยกันโดยพิจารณาหัวข้อที่ 3.1 การเคลื่อนที่แบบ Modified Sine (MS) จะทำการแบ่งคาบเวลาการเคลื่อนที่ออกเป็น 8 ช่วงคาบเวลา (T) ตามสมการโดยรูปแบบของช่วงคาบเวลาเริ่มต้นกับช่วงคาบเวลาสุดท้ายใช้รูปแบบของสมการ Cycloidal เห็นได้จาก ช่วงคาบเวลา I ($0 \leq T \leq T_1$) และช่วงคาบเวลา VII ($T_6 \leq T \leq T_7$) จะเห็นได้ว่าค่าของความเร่งเป็นศูนย์ที่จุดเริ่มต้นทำให้ Pressure Angle มีค่าน้อย ส่วนคาบเวลาที่ T2 ถึง T5 จะใช้การต่อช่วงคาบเวลาการเคลื่อนที่เข้าด้วยกันตามสัดส่วนการเคลื่อนที่แบบ Harmonic ในช่วงช่วงคาบเวลา III ($T_2 \leq T \leq T_3$) ต่อเนื่องกับช่วงคาบเวลา III ($T_4 \leq T \leq T_5$) เพื่อต้องการความราบเรียบของค่าระยะจัดและค่าความเร็วกับค่าความเร่งช่วงเริ่มต้นกับช่วงสุดท้าย โดยในช่วงเวลาการเคลื่อนที่ที่อยู่ระหว่างกลางมีความราบเรียบที่ยาวนานขึ้น จะแสดงจากรูปที่ 4

จากนั้นทำการพิจารณาตามหัวข้อที่ 3.2 การเคลื่อนที่แบบ Modified Trapezoid (MT) จะทำการแบ่งช่วงคาบเวลาการเคลื่อนที่ออกเป็น 6 ช่วงคาบเวลา (T) ตามสมการ โดยรูปแบบช่วงคาบเวลาเริ่มต้นกับช่วงคาบเวลาสุดท้ายใช้รูปแบบ Cycloidal จะเห็นได้จากช่วงคาบเวลา I ($0 \leq T \leq T_1$) จะได้ค่าความเร่งเป็นศูนย์ที่จุดเริ่มต้นเหมือนกับสมการ Modified Sine (MS) จากนั้น ทำการต่อช่วงคาบเวลาการเคลื่อนที่เข้าด้วยกันตามสมการของความเร่งคงที่ในหัวข้อ 2.1 (Constant Acceleration) จะเห็นได้จากช่วงคาบเวลา II ($T_1 \leq T \leq T_2$) และช่วงคาบเวลา VI ($T_5 \leq T \leq T_6$) ตามลำดับ เพื่อต้องการความราบเรียบของค่าความเร่งคงที่และต่ำลงเมื่อทำการเปรียบเทียบค่าความเร่งของสมการ Cycloidal จะเห็นได้ว่าค่าความเร่งลดลง ถึง 22% จะแสดงจากรูปที่ 5

จากนั้นได้ทำการพิจารณาหัวข้อที่ 3.3 การเคลื่อนที่แบบ Sine Function Modified Trapezoid (SMT) จะทำการแบ่งคาบเวลาการเคลื่อนที่ออกเป็น 6 ช่วงคาบเวลาเหมือนกับ Modified Trapezoid (MT) จะมีความแตกต่างกันตรงช่วงคาบเวลาเริ่มต้นกับช่วงคาบเวลาสุดท้าย โดยใช้รูปแบบสมการ Polynomial แทนเห็นได้จากช่วงคาบเวลา I ($0 \leq T \leq T_1$) และช่วงคาบเวลา VII ($T_6 \leq T \leq T_7$) ตามลำดับ และเชื่อมต่อช่วงคาบเวลาด้วยรูปแบบสมการ (Constant Acceleration) เห็นได้จากช่วงคาบเวลา III ($T_2 \leq T \leq T_3$) และช่วงคาบเวลา VI ($T_5 \leq T \leq T_6$) ตามลำดับ เพื่อต้องการค่าของความเร่งต่ำกว่าการเคลื่อนที่แบบ Modified Trapezoid (MT) จากสมการ Polynomial ช่วงคาบเวลาเริ่มต้น จะแสดงจากรูปที่ 5

ภายหลังทำการเปรียบเทียบดูความแตกต่างของระยะจัดกับความเร็วจากรูปแบบการเคลื่อนที่พื้นฐานกับการเคลื่อนที่แบบปรับปรุงพัฒนาเข้าด้วยกัน จะเห็นว่า ระยะจัดตามองศาการเคลื่อนที่ที่แตกต่างกันน้อยมาก แต่ในรูปแบบสมการของ Polynomial จะมีองศาการเคลื่อนที่ต่ำกว่าในช่วงองศาเริ่มต้น และจะมีค่าสูงกว่าในช่วงองศาสุดท้าย แสดงในรูปที่ 6 และยังเป็นบ่งบอกถึงความสัมพันธ์กับค่าความเร่งที่ต่ำและค่าความเร่งที่สูงในรูปแบบการเคลื่อนที่อื่น ๆ ที่กล่าวมา แสดงในรูปที่ 7 ในตารางที่ 1 จะทำการเปรียบเทียบค่าความเร่งทั้งหมดที่กล่าวมา เห็นว่ารูปแบบการเคลื่อนที่แบบ Sine Function

Modified Trapezoid (SMT) ให้ค่าความเร่งอยู่ในช่วงต่ำสุดเท่ากับ ± 4.57 ได้ให้ค่าความเร่งที่ต่ำสุดกว่าสมการอื่น ๆ โดยเฉพาะ Modified Trapezoid (MT) จากช่วงคาบเวลาของรูปแบบการเคลื่อนที่เท่ากัน

ตารางที่ 1 ผลของการเปรียบเทียบของการเคลื่อนที่แบบพื้นฐานกับการเคลื่อนที่แบบปรับปรุงพัฒนา

Item	Motion curve	Vm	Am
1	Constant Acceleration	2.18	± 8.00
2	Simple Harmonic(SHM)	1.57	± 6.93
3	Cycloidal	2.00	± 6.28
4	Polynomial	1.88	± 7.78
5	Modified Sine (MS)	1.76	± 5.33
6	Modified Trapezoid (MT)	2.00	± 4.83
7	SMT	2.00	± 4.57

6. สรุปผล

ในบทความนี้ทำการศึกษาเชิงเปรียบเทียบรูปร่าง และลักษณะของลูกเบี้ยวที่ถูกพัฒนาขึ้นเทียบกับลักษณะพื้นฐาน ซึ่งหลังจากการพัฒนาทำให้ค่าความเร่งในการเคลื่อนที่ของลูกเบี้ยวลดลง แต่การเคลื่อนที่ของตัวตามยังคงมีลักษณะเหมือนเดิม ซึ่งเป็นผลให้สามารถเลือกใช้ลูกเบี้ยวเพื่อลดการกระตุกให้มีค่าน้อยลงในลักษณะงานเดียวกันได้รูปร่างผังการจัดนับว่า เป็นสิ่งที่กำหนดการเคลื่อนที่ของตัวตาม ซึ่งโดยทั่วไปแล้วรูปร่างของผังการจัดจะถูกกำหนดขึ้นจากความต้องการของระบบ แต่อย่างไรก็ตาม วิศวกรจำเป็นต้องคำนึงถึง มุมกด, ความเร็ว และความเร่งของตัวตามด้วย กล่าวคือ พลศาสตร์ของระบบจะต้องได้รับการพิจารณาก่อนที่จะสร้างผังการจัดขึ้นมา ผังการจัดของระบบหนึ่งอาจไม่เหมาะสมกับอีกระบบหนึ่งก็ได้ เช่น ผังการจัดที่ออกแบบมาสำหรับระบบขนาดใหญ่ และเคลื่อนที่ช้า จะไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้ในระบบที่ต้องการความเร็วสูง

7.กิตติกรรมประกาศ

ในบทความนี้ขอขอบคุณคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ให้คำปรึกษาและแนะนำจนบทความสำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

- [1] Cara ,S., Garziera ,R., and Pellegrini, M., 2004. "Synthesis of cams with negative radius follower and evaluation of the pressure angle", Journal of Mechanical Design , Vol.34 pp.1017-1032
- [2] Sankyo , Manual indexing drive,1996
- [3] Fan Y. Chen," Mechanics and Design of cam Mechanisms", Pergamon press , Library of Congress Cataloging in Publication data, 1931-1981
- [4] Clyde H., Moon,P.E., "Manual for engineering designers and draftsmen", Emerson electric company,1961

- [5] รศ.วุฒิชัย กปิลกาญจน์, “ กลไกและกลศาสตร์ของเครื่องจักรกล”
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ , พ.ศ. 2533
- [6] ดร.ไพศาล สมประกิจ, “ กลไกและกลศาสตร์ของเครื่องจักรกล”
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัย
เทคโนโลยีมหานคร , พ.ศ. 2541