

การหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในรูปแบบเปิดและรูปแบบเงื่อนไข ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และเทคนิคโฟโตอีลาสติคซิติ

Determination of Stress-intensity Factors K_I and K_{II} by Finite Element Method and Photoelasticity Technique

อนุวัฒน์ ยอดแสงคำ¹, วิโรจน์ ลิ้มตระการ^{1*}, สุวัฒน์ จีระธีรนาถ²

¹ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต 99 หมู่ 18 ตำบลคลองหนึ่ง

อำเภอคลองหลวง ปทุมธานี 12120 โทร 0-2564-3001-9 *อีเมล limwiroj@engr.tu.ac.th

²ศูนย์เทคโนโลยีโลหะและวัสดุแห่งชาติ 114 อุทยานวิทยาศาสตร์ประเทศไทย ถนนพหลโยธิน ต.คลองหนึ่ง

อ. คลองหลวง จ. ปทุมธานี 12120 อีเมล suwatj@metec.or.th

Anuwat Yodsangkham¹, Wiroj Limtrakran^{1*}, Suwat Jirathiannart²

¹Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Thammasat University, Rungsit Campus, 99 Mu 18,

Klong Luang, Pathumthani 12121, Thailand, Tel: 0-2564-3001-9, *E-mail: limwiroj@engr.tu.ac.th

²National Metal and Materials Technology Center 114 Thailand Science Park Paholyothin Rd., Klong 1, Klong Luang,

Pathumthani 12120 Thailand, E-mail: suwatj@metec.or.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาการหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นของปัญหาการแตกหักเชิงเส้นสองมิติ[1] ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์[2]และเทคนิคโฟโตอีลาสติคซิติ[7-10] เนื้อหาของงานวิจัยเริ่มต้นจากทฤษฎีของการแตกหักเชิงเส้นสองมิติ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแปดจุดต่อ[5] จากนั้นอธิบายขั้นตอนการคำนวณและเงื่อนไขขอบเขตของปัญหา แล้วจึงกล่าวถึงเทคนิคโฟโตอีลาสติคซิติ กฎของแสงและขั้นตอนต่างๆที่เกี่ยวข้อง จากนั้นนำทั้งสองวิธีดังกล่าวมาวิเคราะห์หาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นกับขั้นตอนแบบแผ่นแบนมีรอยร้าวที่ขอบด้านเดียวภายใต้แรงดึง[3] ขั้นตอนแบบแผ่นแบนมีรอยร้าวที่ขอบสองด้านภายใต้แรงดึง[3]และขั้นตอนแบบแผ่นแบนมีรอยร้าวเฉียงที่ขอบด้านเดียวภายใต้แรงดึง[4] ซึ่งผลจากการวิเคราะห์ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และผลการทดสอบด้วยเทคนิคโฟโตอีลาสติคซิติพบว่ามีความสอดคล้องกัน

Abstract

The finite element method and photoelasticity technique are presented to determination stress intensity factor for two-dimensional fracture mechanics problems. This paper first

describes 2D fracture mechanics theory, finite element formulations and Q8 element. The computational procedure and its boundary conditions are then represented. Photoelasticity theory, stress optic laws and its procedure are described. The validated examples of both techniques are single edge crack plate tension problem (SECT), double edge crack plate tension problem (DECT) and edge slant cracked rectangular plate subjected to uniform uniaxial tensile stress problem. The solutions show the efficiency of finite element method and have a good agreement with the photoelasticity technique.

1. บทนำ

ชิ้นส่วนเครื่องจักรกลและโครงสร้างโดยทั่วไปนั้นเมื่อมีการใช้งานไประยะเวลาหนึ่ง มักจะเกิดความเสียหายทางกลขึ้นโดยปรากฏออกมาในรูปแบบของรอยร้าว (Crack) ถ้าชิ้นส่วนดังกล่าวยังคงอยู่ภายใต้ภาระต่อไปจะทำให้เกิดการเติบโตของรอยร้าวขึ้นจนกระทั่งชิ้นส่วนเกิดความเสียหายในที่สุด

การหาค่าการวิบัติที่เกิดขึ้นทำให้รอยร้าวเติบโตและบริเวณที่จะเกิดความเสียหายเป็นอันดับแรก จึงเป็นสิ่งจำเป็นที่จะช่วยวิศวกรสามารถตัดสินใจว่าจะใช้ชิ้นส่วนนั้นได้อย่างปลอดภัยต่อไปหรือไม่ ทำ

ให้ซ่อมแซมแก้ไขเครื่องจักรได้ทัน่วงทีก่อนที่จะเกิดความเสียหาย ช่วยลดความสูญเสียทั้งเวลาและค่าใช้จ่าย อีกทั้งยังป้องกันไม่ให้เกิดความเสียหายรุนแรงทั้งชีวิตและทรัพย์สิน

แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหาชิ้นส่วนที่มีรอยร้าวมีอยู่หลายแนวทาง แนวทางกลศาสตร์การแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้น (Linear elastic fracture mechanics; LEFM) เป็นอีกแนวทางหนึ่งที่เหมาะสมกับการวิเคราะห์ชิ้นงานที่มีรอยร้าว โดยแนวทางกลศาสตร์การแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้นจะอาศัยค่าพารามิเตอร์ตัวหนึ่งซึ่งเรียกว่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น (Stress intensity factor; K) [1] ที่ได้พัฒนาขึ้นเพื่อแสดงสถานะความรุนแรงของปลายรอยร้าวที่ขนาดการและค่าความยาวรอยร้าวต่าง ๆ บนชิ้นงาน ทำให้เข้าถึงพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวได้เป็นอย่างดี

ในปัจจุบันนี้การวิเคราะห์ปัญหาชิ้นงานที่มีรอยร้าวมีอยู่หลายวิธี รวมถึงระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และเทคนิควิธีไฟโตอีลาสติคซิติ โดยเฉพาะระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถช่วยในการออกแบบได้โดยไม่ต้องมีการสร้างต้นแบบขึ้น และยังสามารถช่วยลดเวลาและต้นทุนที่ใช้ในการออกแบบได้

หลักการของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยทั่วไปจะเริ่มจากการแบ่งขอบเขตรูปร่างลักษณะของปัญหาที่ต้องการออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ ซึ่งในแต่ละเอลิเมนต์จะประกอบด้วยตัวไม่ทราบค่าที่จุดต่อต่างๆ จากนั้นทำการเลือกฟังก์ชันการประมาณภายในแต่ละเอลิเมนต์ (Element interpolation function) นำไปสร้างสมการของแต่ละเอลิเมนต์แล้วนำสมการที่ได้มาประกอบกันก่อให้เกิดระบบสมการรวม จากนั้นทำการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) ที่เหมาะสมแล้วจึงแก้สมการระบบนั้น เพื่อหาตัวไม่ทราบค่าที่จุดต่อต่างๆ และเพื่อความแม่นยำของผลลัพธ์จึงจำเป็นต้องใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กจำนวนมาก

หลักการของเทคนิควิธีไฟโตอีลาสติคซิติเป็นวิธีการหนึ่งที่ยอมรับใช้โดยชิ้นงานที่นำมาทดสอบจะต้องมีลักษณะเป็นแผ่นใส ผลที่ได้จะช่วยให้เห็นค่าความเค้นที่เกิดขึ้นได้อย่างชัดเจนว่าเกิดขึ้นที่บริเวณใดมากที่สุดแม้ว่าในปัจจุบันจะมีระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element method) ซึ่งสามารถคำนวณหาความเค้นและความเครียดได้อย่างรวดเร็ว และ มีความแม่นยำ แต่ก็ยังมีบางกรณีที่ต้องใช้วิธีไฟโตอีลาสติค เช่นในการตรวจสอบคุณภาพของผลิตภัณฑ์ที่ทำจากวัสดุใสในการตรวจหารอยร้าว หรือตรวจความเค้นตกค้าง เป็นต้น

งานวิจัยนี้ขอเสนอการนำระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และเทคนิควิธีไฟโตอีลาสติคซิติมาประยุกต์ใช้ เพื่อหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในรูปแบบเปิด (K_I) และค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในรูปแบบเฉือน (K_{II}) ที่แสดงถึงระดับความรุนแรงของปลายรอยร้าว โดยใช้แนวทางกลศาสตร์การแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้นใน 2 มิติ

2. ทฤษฎี

2.1 ความเค้นและตัวประกอบความเข้มของความเค้น

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในรูปแบบเปิดและรูปแบบเฉือนในแนวทางกลศาสตร์การ

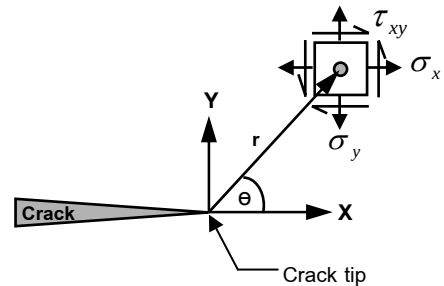
แตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้นโดยที่ไม่สนใจเทอมที่เป็นอนุพันธ์อันดับสูง (Higher order terms) [1] สามารถเขียนในรูปแบบดังนี้

$$\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (1)$$

$$\sigma_y = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + K_{II} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (3)$$

โดยที่ K_I และ K_{II} คือ ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในรูปแบบเปิดและรูปแบบเฉือนตามลำดับ, r และ θ คือระยะและมุมในพิกัดเชิงขั้วดังแสดงในรูปที่ 1 ส่วน σ_x , σ_y และ τ_{xy} คือความเค้นในแนวแกน X, ความเค้นในแนวแกน Y และความเค้นเฉือนในระนาบ XY



รูปที่ 1 ระยะและมุมในพิกัดเชิงขั้ว

2.2 ตัวประกอบความเข้มของความเค้น

ตัวประกอบความเข้มของความเค้น คือ พารามิเตอร์ที่แสดงถึงระดับความรุนแรงของสภาวะที่ปลายรอยร้าว ซึ่งขึ้นอยู่กับรูปแบบการที่กระทำ ขนาดและรูปร่างของรอยร้าว [5, 6] เขียนอยู่ในรูปทั่วไปดังนี้

$$K = F \sigma \sqrt{\pi a} \quad (4)$$

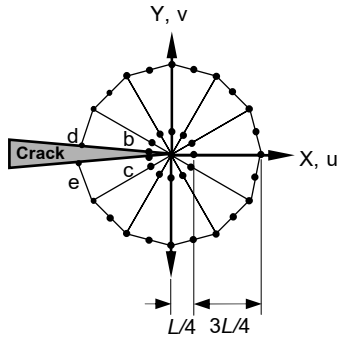
เมื่อ F คือ ตัวประกอบเรขาคณิต (Geometry factor) จะขึ้นอยู่กับรูปร่างของปัญหาที่พิจารณา, σ คือ ความเค้นที่กระทำกับปัญหาที่พิจารณา และ a คือความยาวรอยร้าว

ตัวประกอบความเข้มของความเค้นยังสามารถหาได้จากการประมาณค่าระยะเคลื่อนตัวบริเวณปลายรอยร้าว [5, 6] (Displacement extrapolation near the crack tip) สามารถเขียนในรูปแบบดังนี้

$$K_I = \frac{E}{3(1+\nu)(1+\kappa)} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \left(4(v_b - v_d) - \left(\frac{v_c - v_e}{2} \right) \right) \quad (5)$$

$$K_{II} = \frac{E}{3(1+\nu)(1+\kappa)} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \left(4(u_b - u_d) - \left(\frac{u_c - u_e}{2} \right) \right) \quad (6)$$

เมื่อ E คือ ค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นของวัสดุ, ν คือ อัตราส่วนปัวส์ซอง, κ คือ พารามิเตอร์ของความยืดหยุ่นที่มีค่าเท่ากับ $(3-4\nu)$ สำหรับปัญหาความเครียดระนาบ (Plane strain) และมีค่าเท่ากับ $(3-\nu)/(1+\nu)$ สำหรับปัญหาความเค้นระนาบ (Plane stress), และ L คือความยาวของเอลิเมนต์ ส่วน u และ v คือค่าระยะเคลื่อนตัวในแนวแกน x และ y ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 จุดต่อและเอลิเมนต์บริเวณปลายรอยร้าว

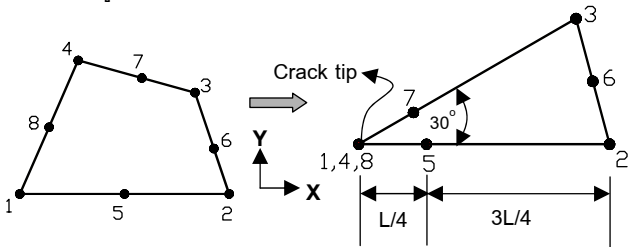
2.3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ในการวิเคราะห์ปัญหารอยร้าวด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น จะเริ่มจากการวิเคราะห์ความเค้นและการเสียรูปของของแข็งที่มีความยืดหยุ่น ในที่นี้ทำการวิเคราะห์ปัญหาในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน 2 มิติ ซึ่งจะประกอบไปด้วยสมการเชิงอนุพันธ์แสดงคุณสมบัติของของแข็งยืดหยุ่นได้[2] โดยสามารถเขียนอยู่ในรูปแบบของสมการเมตริกซ์ดังนี้

$$[K]\{\delta\} = \{F\} \quad (7)$$

เมื่อ $[K]$ คือ เอลิเมนต์เมตริกซ์ของความแข็งเกร็ง, $\{\delta\}$ คือ เมตริกซ์ของการเคลื่อนตัวที่จุดต่อ, $\{F\}$ คือเมตริกซ์ของแรงกระทำที่จุดต่อ

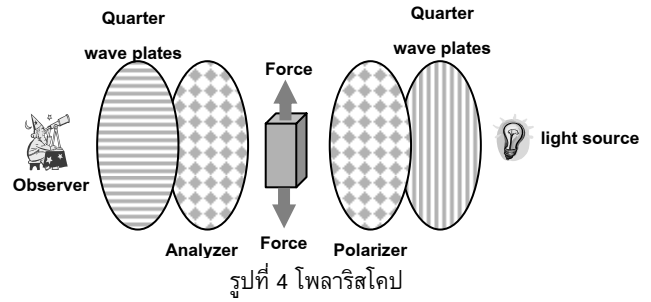
ในงานวิจัยนี้เพื่อให้ได้คำตอบที่มีความแม่นยำมากขึ้นจึงทำการประยุกต์ใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมแปดจุดต่อ (Eight-node quadrilateral element; Q8) บริเวณรอยร้าวจำนวนทั้งหมด 12 เอลิเมนต์ ส่วนในบริเวณอื่นใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมสามจุดต่อ [5] ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมแปดจุดต่อบริเวณปลายรอยร้าว

2.4 เทคนิควิธีโฟโตอีลาสติซิตี

โฟโตอีลาสติซิตี (Photoelasticity) เป็นวิธีการวัดความเค้นในวัตถุใสโดยการฉายแสงผ่านวัตถุ[7-10] หลักการเบื้องต้นคือ เมื่อเกิดความเค้นในวัตถุใสจะทำให้คุณสมบัติในการหักเหแสงของวัตถุนั้นเปลี่ยนไปจากเดิมทำให้เกิดการแทรกสอดขึ้น การมองเห็นปรากฏการณ์แทรกสอดของแสงนี้ทำได้โดยการมองผ่านชุดฟิลเตอร์ตัดแสง ซึ่งประกอบด้วยแผ่นโพลาไรเซอร์ (polarizer), แผ่นอนาลิเซอร์ (analyzer) และแผ่นควอเตอร์เวฟ (quarter wave plates) ซึ่งจัดเรียงกันดังรูปที่ 4 อุปกรณ์ทั้งหมดนี้รวมเรียกว่าโพลาไรสโคป (polariscope)



รูปที่ 4 โพลาไรสโคป

จากหลักการที่กล่าวมาจะเห็นว่าโพลาไรสโคป สามารถใช้ตรวจสอบความเค้นแบบ 2 มิติในวัตถุใสได้โดยจะแสดงผลในรูปแบบของแถบไอโซโครเมติก (Isochromatic fringe order) ซึ่งสามารถใช้วัดค่าความเค้นเฉือนสูงสุด และ แถบไอโซคลีนิก ซึ่งบอกทิศทางของความเค้นหลักสูงสุด [6-10] จากที่กล่าวมาจะทำให้สามารถหาค่าความเค้นเฉือนสูงสุดจากเทคนิคโฟโตอีลาสติซิตีในรูปแบบดังนี้

$$2\tau_m = \sigma_1 - \sigma_2 = \frac{Nf_\sigma}{t} \quad (8)$$

เมื่อ τ_m คือ ค่าความเค้นเฉือนสูงสุด, $\sigma_1 - \sigma_2$ คือ ผลต่างของความเค้นหลัก, N คือ จำนวนรอบของการแหวนซ้ำและนับด้วยอันดับของแถบแสง (fringe order), f_σ คือค่าแถบแสงของวัสดุ (Material stress fringe value) และ t คือความหนาของวัสดุ

ค่าความเค้นเฉือนสูงสุดสามารถหาความสัมพันธ์กับความเค้นในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน[6-10] ในรูปแบบดังนี้

$$(2\tau_m)^2 = (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 \quad (9)$$

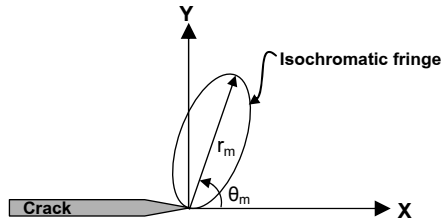
จากสมการที่ 1, 2, 3 และสมการที่ 9 สามารถหาความสัมพันธ์ของค่าความเค้นเฉือนสูงสุดและค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในรูปแบบเปิดและรูปแบบเงื่อนไข [7] ได้ดังนี้

$$(2\tau_m)^2 = \frac{1}{2\pi r} [(K_I \sin \theta + 2K_{II} \cos \theta)^2 + (K_{II} \sin \theta)^2] + \frac{2}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta (1 + 2 \cos \theta)] + K_{II} (1 + 2 \cos^2 \theta + \cos \theta) \quad (10)$$

จากสมการที่ 8 และสมการที่ 10 เมื่อแรงกระทำตั้งฉากกับรอยร้าว ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในรูปแบบเงื่อนไขจะมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้สามารถหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในรูปแบบเปิด [7] ได้ในรูปแบบดังนี้

$$K_I = \frac{Nf_\sigma}{t} \frac{\sqrt{2\pi r_m}}{\sin \theta_m} \left[1 + \left(\frac{2}{3 \tan \theta_m} \right)^2 \right]^{-1/2} \left(1 + \frac{2 \tan \frac{3\theta_m}{2}}{3 \tan \theta_m} \right) \quad (11)$$

เมื่อ θ_m และ r_m คือมุมและความยาวรัศมีของแต่ละแถบไอโซโครเมติกดังแสดงในรูปที่ 5



รูปที่ 5 มุมและความยาวรัศมีของแถบไอโซโครเมติก 1 แถบ

จากสมการที่ 11 เมื่อพิจารณาจุด 2 จุดบนแถบไอโซโครเมติก 2 แถบจะได้สมการหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในรูปแบบเปิดโดยไม่ต้องพิจารณา θ_m และวัดความยาวรัศมี (r) ของแถบไอโซโครเมติกในทิศทางตั้งฉากกับรอยร้าวตรงจุดปลายรอยร้าวในรูปแบบ [7] ดังนี้

$$K_I = \frac{f_\sigma}{t} \sqrt{2\pi r} \frac{(N_1 - N_2)}{1 - (r_1/r_2)^{1/2}} \quad (12)$$

เมื่อแรงกระทำไม่ตั้งฉากกับรอยร้าวจะทำให้มีทั้งค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในรูปแบบเปิดและค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในรูปแบบเฉือน จากสมการที่ 8 ทำการหาอนุพันธ์ของ τ_m เท่ากับศูนย์ [7] ได้รูปแบบดังนี้

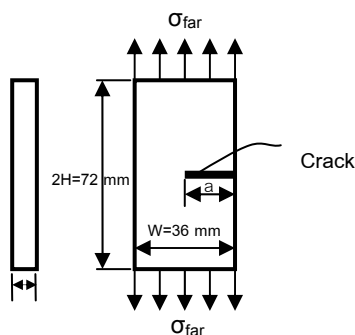
$$\left(\frac{K_{II}}{K_I} \right)^2 - \frac{4}{3} \left(\frac{K_{II}}{K_I} \right) \cot 2\theta_m - \frac{1}{3} = 0 \quad (13)$$

สมการที่ 13 ค่า K_{II}/K_I จะขึ้นอยู่กับ θ_m ซึ่งควรจะวัดที่แถบไอโซโครเมติกที่เกิดขึ้นใกล้ปลายรอยร้าวมากที่สุด

3. การวิเคราะห์ปัญหา

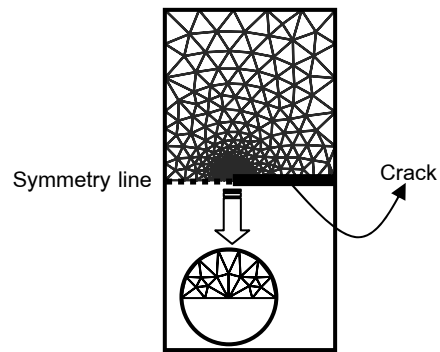
3.1 แผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวภายใต้แรงดึง (Single edge crack plate tension)

การวิเคราะห์แผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวภายใต้แรงดึง ใช้ PS-1 Sheet ขนาด 72 x 36 mm สัดส่วนความยาวรอยร้าวต่อความกว้างของแผ่น a/w ตั้งแต่ 0.2 – 0.6 ซึ่งมีค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นเท่ากับ 2.5 GPa อัตราส่วนปัวซองส์เท่ากับ 0.38 และ ค่าแถบแสงของวัสดุเท่ากับ 7 kN/m/fringe ถูกดึงภายใต้ความเค้นเท่ากับ 1.14 MPa มีรูปแบบดังแสดงในรูปที่ 6



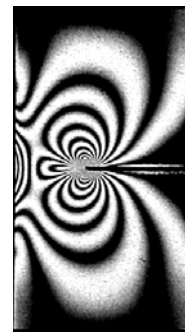
รูปที่ 6 รูปแบบของแผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียว

การวิเคราะห์ปัญหานี้ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในสามารถทำเพียงครั้งเดียวเนื่องจากเป็นปัญหาที่มีรูปร่างสมมาตรโดยบริเวณรอบปลายรอยร้าวใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมแปดจุดต่อ[5] ส่วนในบริเวณอื่นใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมสามจุดต่อ โดยพิจารณาเป็นปัญหาความเครียดระนาบและสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ ดังแสดงตัวอย่างในรูปที่ 7 เป็นรูปร่างของปัญหาที่มีสัดส่วนความยาวรอยร้าวต่อความกว้างของแผ่น a/w เท่ากับ 0.6 ประกอบด้วย 576 จุดต่อ เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมแปดจุดต่อ 6 เอลิเมนต์, เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมสี่จุดต่อ 6 เอลิเมนต์ และเอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมสามจุดต่อ 1047 เอลิเมนต์



รูปที่ 7 รูปแบบการวิเคราะห์หาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น K_I ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

การทดสอบด้วยเทคนิควิธีการโฟโตอีลาสติซิตีทำได้โดยการหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น K_I ด้วยภาพถ่าย[7] ดังแสดงในรูปที่ 8 โดยใช้สมการที่ 11 หรือ 12 ถ้าต้องการหา K_I โดยใช้สมการที่ 11 การวัดค่า θ_m และ r_m จำเป็นต้องใช้เทคนิคการถ่ายภาพและอุปกรณ์ค่อนข้างมาก

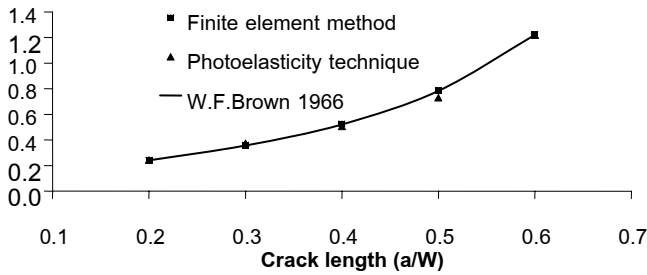


รูปที่ 8 ภาพถ่ายจากเทคนิคโฟโตอีลาสติซิตีแผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวภายใต้แรงดึงและมีค่า $a/w = 0.6$

ผลการวิเคราะห์หาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น K_I ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เปรียบเทียบกับสมการของ W.F.Brown 1966[3] จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยเท่ากับ 0.88 % และการหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น K_I ด้วยเทคนิคโฟโตอีลาสติซิตีเปรียบเทียบกับสมการของ W.F.Brown 1966[3] จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยเท่ากับ 3.11 % ดังแสดงในรูปที่ 9

Crack length and stress intensity factor of SECT

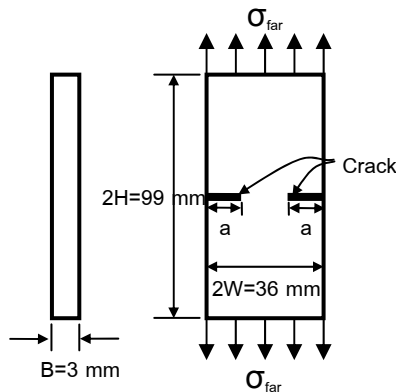
KI (MPa-sqrt (m))



รูปที่ 9 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวรอยร้าว (a/W) กับค่าความเข้มของความเค้น KI ของ SECT Specimen

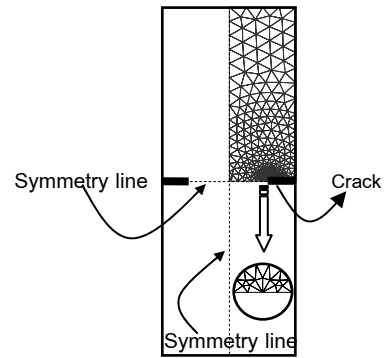
3.2 แผ่นสี่เหลี่ยมแบนมีรอยร้าวที่ขอบสองด้านภายใต้แรงดึง (double edge crack plate tension)

การวิเคราะห์แผ่นสี่เหลี่ยมแบนมีรอยร้าวที่ขอบสองด้านภายใต้แรงดึง ใช้ PS-1 Sheet ขนาด 72 x 36 mm สัดส่วนความยาวรอยร้าวต่อความกว้างของแผ่น a/w ตั้งแต่ 0.3 – 0.6 ซึ่งมีค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นเท่ากับ 2.5 GPa อัตราส่วนปัวซองเท่ากับ 0.38 และ ค่าแถบแสงของวัสดุเท่ากับ 7 kN/m/fringe ถูกดึงภายใต้ความเค้นเท่ากับ 1.14 MPa มีรูปแบบดังแสดงในรูปที่ 10



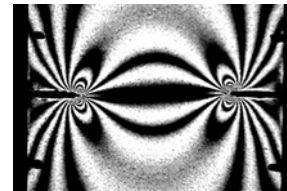
รูปที่ 10 รูปแบบของแผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบสองข้าง

การวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในปัญหานี้สามารถทำได้เพียงหนึ่งในสี่เนื่องจากเป็นปัญหาที่มีรูปร่างสมมาตรโดยบริเวณรอบปลายรอยร้าวใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมแปดจุดต่อ[5] ส่วนในบริเวณอื่นใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมสามจุดต่อ และพิจารณาเป็นปัญหาความเครียดระนาบ ดังแสดงตัวอย่างในรูปที่ 11 เป็นรูปร่างของปัญหาที่มีสัดส่วนความยาวรอยร้าวต่อความกว้างของแผ่น a/w เท่ากับ 0.4 ประกอบด้วย 578 จุดต่อ เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมแปดจุดต่อ 6 เอลิเมนต์, เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมสี่จุดต่อ 6 เอลิเมนต์ และเอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมสามจุดต่อ 1,040 เอลิเมนต์



รูปที่ 11 รูปแบบการวิเคราะห์หาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น KI ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

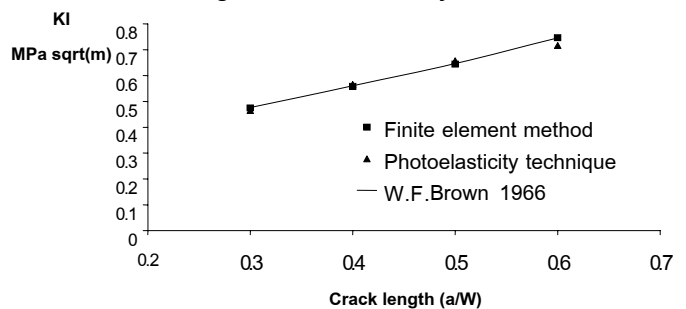
การทดสอบด้วยเทคนิคโฟโตอีลาสติกซิติ์จะทำการหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น KI ด้วยภาพถ่าย[7] ดังแสดงในรูปที่ 12 โดยใช้สมการที่ 11 หรือ 12



รูปที่ 12 ภาพถ่ายจากเทคนิคโฟโตอีลาสติกซิติ์แผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบสองด้านภายใต้แรงดึง a/w = 0.4

ผลการวิเคราะห์หาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น KI ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เปรียบเทียบกับสมการของ W.F. Brown 1966[3] จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยเท่ากับ 0.26 % และการหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น KI ด้วยเทคนิคโฟโตอีลาสติกซิติ์เปรียบเทียบกับสมการของ W.F. Brown 1966[3] จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยเท่ากับ 2.19 % ดังแสดงในรูปที่ 13

Crack length and stress intensity factor of DECT

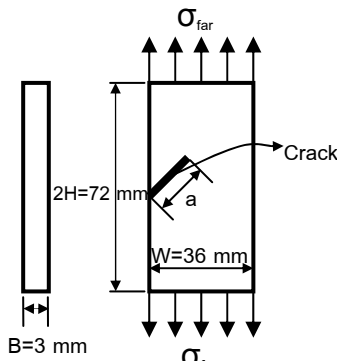


รูปที่ 13 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวรอยร้าว (a/W) กับค่าความเข้มของความเค้น KI ของ DECT Specimen

3.3 แผ่นแบนมีรอยร้าวเฉียงที่ขอบด้านเดียวภายใต้แรงดึง

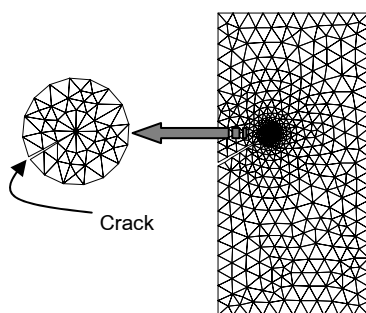
(Edge slant cracked rectangular plate)

การวิเคราะห์แผ่นสี่เหลี่ยมแบนมีรอยร้าวที่ขอบสองด้านภายใต้แรงดึง ใช้ PS-1 Sheet ขนาด 72 x 36 mm สัดส่วนความยาวรอยร้าวต่อความกว้างของแผ่น a/w ตั้งแต่ 0.2 – 0.6 เอียง 30° ซึ่งมีค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นเท่ากับ 2.5 GPa อัตราส่วนปัวซองเท่ากับ 0.38 และ ค่าแถบแสงของวัสดุเท่ากับ 7 kN/m/fringe ถูกดึงภายใต้ความเค้นเท่ากับ 1.14 MPa มีรูปแบบดังแสดงในรูปที่ 14



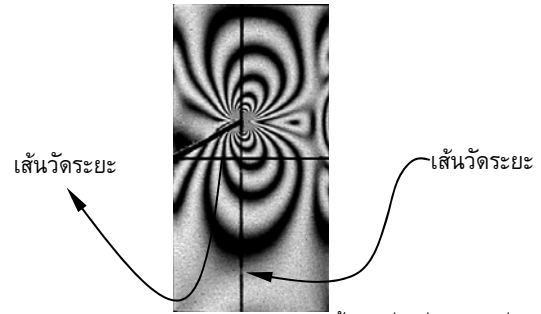
รูปที่ 14 รูปแบบของแผ่นแบนมีรอยร้าวเฉียงที่ขอบด้านเดียว

การวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในปัญหานี้ต้องวิเคราะห์พื้นที่ทั้งหมดเนื่องจากเป็นปัญหาที่มีรูปร่างไม่สมมาตร โดยบริเวณรอบปลายรอยร้าวใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมแปดจุดต่อ[5] ส่วนในบริเวณอื่นใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมสามจุดต่อ พิจารณาเป็นปัญหาความเครียดระนาบ ดังแสดงตัวอย่างในรูปที่ 15 เป็นรูปร่างของปัญหาที่มีสัดส่วนความยาวรอยร้าวต่อความกว้างของแผ่น a/w เท่ากับ 0.4 ประกอบด้วย 977 จุดต่อ เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมแปดจุดต่อ 12 เอลิเมนต์, เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมสี่จุดต่อ 12 เอลิเมนต์ และเอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมสามจุดต่อ 1,783 เอลิเมนต์



รูปที่ 15 รูปแบบการวิเคราะห์หาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น K_I และ K_{II} ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

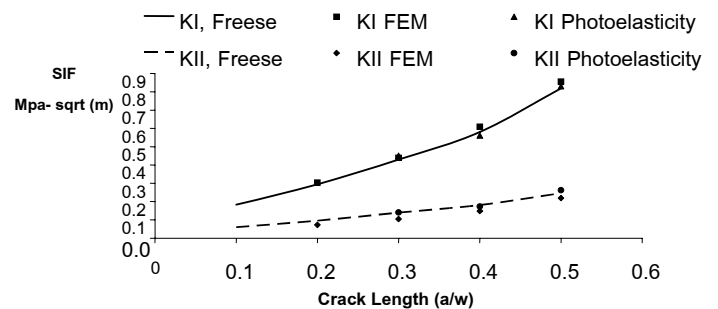
การทดสอบด้วยเทคนิควิธีโฟโตอีลาสติกซ์จะทำการหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น K_I และ K_{II} ด้วยภาพถ่าย[7] ดังแสดงในรูปที่ 16 โดยใช้สมการที่ 11, 12 และ 13 ร่วมกัน การวัดค่า θ_m และ r_m จำเป็นต้องใช้เทคนิคการถ่ายภาพและอุปกรณ์ค่อนข้างมาก



รูปที่ 16 ภาพถ่ายจากเทคนิคโฟโตอีลาสติกซ์ตีแผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบสองด้านภายใต้แรงดึง $a/w = 0.4$

ผลการวิเคราะห์การหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น K_I และ K_{II} ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เปรียบเทียบกับสมการของ Freese [4] จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยเท่ากับ 3.46 % และ 14.58 % ตามลำดับ การหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น K_I และ K_{II} ด้วยเทคนิคโฟโตอีลาสติกซ์เปรียบเทียบกับสมการของ Freese [4] จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยเท่ากับ 0.98 % และ 0.79% ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 17

Crack Length and Stress-intensity Factors



รูปที่ 17 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวรอยร้าว (a/w) กับค่าความเข้มของความเค้น K_I และ K_{II}

4.สรุป

1. การวิเคราะห์ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมแปดจุดต่อ (Q8) บริเวณรอบปลายรอยร้าวทำให้การหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นได้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำค่อนข้างสูงเมื่อเปรียบเทียบกับสมการของ Brown และสมการของ Freese แต่ในการหาค่า K_{II} ของชิ้นทดสอบแบบแผ่นแบนมีรอยร้าวเฉียงที่ขอบด้านเดียวภายใต้แรงดึงมีค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยค่อนข้างมากอาจเนื่องมาจากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตหรือขนาดของเอลิเมนต์บริเวณรอบปลายรอยร้าวในการพิจารณามีขนาดใหญ่
2. การหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นด้วยเทคนิควิธีโฟโตอีลาสติกซ์ได้นั้นผลลัพธ์ที่ได้เมื่อเปรียบเทียบกับสมการของ Brown และสมการของ Freese อาจยังไม่แม่นยำเท่ากับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมแปดจุดต่อบริเวณรอบปลายรอยร้าว แต่ถึงถือว่าเป็นค่าที่ยอมรับได้ซึ่งค่าความคลาดเคลื่อนที่

เกิดขึ้นอาจเนื่องมาจากการทำขึ้นทดสอบ, การถ่ายภาพ, การวัดระยะ และมุมในภาพถ่าย

เอกสารอ้างอิง

- [1] Anderson T.L., 1994, Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications (1st ED), CRC Press.
- [2] ปราโมทย์ เดชะอำไพ, ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม, พิมพ์ครั้งที่ 3, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กทม., 2547
- [3] Hiroshi Tada, Paul C. Paris, George R. Irwin, The Stress Analysis of Crack Handbook, ASME, pp. 46-49,52-54.
- [4] Y.Murakami Editor-on-chief, Stress Intensity Factors Volume 2, Pergamon Press, pp. 916-918.
- [5] Limtrakran, w., Stress Analysis on Crack Tip Using Q8 and Adaptive Meshes, Thammasat Int. J. Sc. Tech., Vol. 10 No.1, 2005
- [6] ธนวัช ศรีเจริญชัย, การศึกษาการทำนายอายุชิ้นงานที่มีรอยร้าวภายใต้สภาวะความเค้นกระหนาบโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์, วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาเครื่องกล จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- [7] S.A. Paipetis, Photoelasticity in Engineering Practice, Elsevier Applied Science Publishers, pp 181-204
- [8] M.R. Ayatollahi, H. Safari, 2003, Evaluation of Crack Tip Constraint Using Photoelasticity, International journal of Pressure Vessels and Piping.
- [9] Smith D.G., Smith C.W., Photoelastic Determination of Mixed Mode Stress Intensity Factors, Eng. Fract. Mech.
- [10] Limtrakran, w., Comparison in the stress analysis of 2D solid mechanics problem of finite element method and photoelasticity, KMUTT research and development journal, Vol.28 No, 1, 2005.