

การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของมู่ลี่

A Development of a Mathematical Model for a Venetian Blind

สมศักดิ์ ไชยะภินันท์^{1*} ศุภกิจ วรสินชัย¹

¹ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถ. พญาไท กรุงเทพมหานคร 10330
โทร. 0-2218-6610 โทรสาร. 0-2252-2889 Email: somsak.c@eng.chula.ac.th

Somsak Chaiyapinunt^{1*} Supakit Worasinchai¹

¹ Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University, Phayathai, Bangkok 10330
Tel. 0-2218-6610 Fax. 0-2252-2889 Email: somsak.c@eng.chula.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้จะกล่าวถึงการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของมู่ลี่ขึ้นมาใหม่ที่สามารถนำไปใช้ร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหน้าต่างกระจกชนิดต่าง ๆ เพื่อนำไปหาสมรรถนะของหน้าต่างกระจกที่มีการติดตั้งมู่ลี่ในแง่การส่งผ่านความร้อน และความสบายเชิงความร้อน มู่ลี่ซึ่งเป็นวัสดุที่มีคุณสมบัติเชิง optic เป็นลักษณะ nonspecular จะถูกจำลองเป็นชั้นเสมือนที่มีคุณสมบัติเชิง optic เหมือนกับของตัวมู่ลี่จริง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ถูกพัฒนาขึ้นใหม่นั้นได้ถูกพัฒนาให้สามารถครอบคลุมถึงผลของความโค้งของมู่ลี่เข้าไว้ด้วย ค่าการส่งผ่านรังสีของชั้นเสมือนจะประกอบด้วยค่าการส่งผ่านรังสีจากรังสีแบบตรงที่ส่งผ่านทะลุระหว่างมู่ลี่ ค่าการส่งผ่านรังสีจากรังสีแบบตรงที่สะท้อนไปมาระหว่างมู่ลี่แล้วจึงส่งผ่านเข้าอาคาร และค่าการส่งผ่านรังสีจากรังสีแบบกระจาย ค่าการสะท้อนรังสีของชั้นเสมือนจะประกอบด้วยค่าการสะท้อนรังสีจากรังสีแบบตรงและค่าการสะท้อนรังสีจากรังสีแบบกระจาย ค่าการดูดกลืนรังสีของชั้นเสมือนจะประกอบด้วยค่าการดูดกลืนรังสีจากรังสีแบบตรงและค่าการดูดกลืนรังสีจากรังสีแบบกระจาย การวิเคราะห์หาค่าคุณสมบัติเชิง optic ที่เกิดจากรังสีแบบตรงแล้วสะท้อนไปมาระหว่างมู่ลี่จะใช้วิธี radiosity ในพื้นผิวปิด (closed enclosure) 6 พื้นผิว ค่าคุณสมบัติเชิง optic ของชั้นเสมือนจะแปรตามมุมบิดของมู่ลี่ มุม profile ของรังสีแสงอาทิตย์ที่ตกกระทบบนมู่ลี่ และค่าคุณสมบัติเชิง optic ของมู่ลี่ ผลของความโค้งของมู่ลี่จะทำให้เกิดการบังรังสีมากกว่ามู่ลี่แผ่นราบในหลายกรณี ทำให้ผลเฉลยของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นใหม่มีความแม่นยำในการจำลองมู่ลี่จริงที่มักมีความโค้งอยู่มากขึ้น

Abstract

This article is described the development of a new mathematical model for a venetian blind to use with the mathematical model of the glass window of different kinds for determining the performance of the glass windows installed with a

venetian blind in term of heat transmission and thermal comfort. The blind, which its optical properties are nonspecular, is modeled as an effective layer. This layer has the overall optical properties same as the properties of the installed venetian blind itself. The effect of the blind slat curvature is included in the developed model. The transmittance of the effective layer consists of the transmittance due to the direct radiation that directly passed through the space between the adjacent slat surfaces, the transmittance due to the direct radiation that reflected between the adjacent slat surfaces, and the transmittance due to the diffuse radiation. The reflectance of the effective layer consists of the reflectance due to the direct radiation and the reflectance due to the diffuse radiation. The absorptance of the effective layer consists of the absorptance due to the direct radiation and the absorptance due to the diffuse radiation. The analysis for the effective layer's optical properties due to the inter-reflection of the direct radiation between the adjacent slat surfaces is done by using radiosity method on 6 surfaces closed enclosure. The effect of the slat curvature increases the shaded area blocked by the blind itself in certain cases. The optical properties of the effective layer are dependent on the slat angle, profile angle, and optical properties of the slat. Therefore using the developed mathematical model to simulate the real venetian blind will yield a more accurate results when compared to the flat blind model.

1. บทนำ

สำหรับอาคารที่ตั้งอยู่ในประเทศเขตร้อน หน้าต่างกระจกจะเป็นส่วนของกรอบอาคารที่มีผลเป็นอย่างมากต่อการใช้พลังงานของอาคาร โดยเฉพาะในส่วนของระบบปรับอากาศ เพราะหน้าต่างกระจก

จะเป็นส่วนที่รับทั้งแสงสว่างและความร้อนเข้าสู่ภายในตัวอาคาร กลายเป็นภาระการทำความเย็นของอาคารซึ่งต้องถูกกำจัดออกไปเพื่อรักษาภาวะอากาศภายในให้มีความสบายต่อผู้อยู่อาศัย ดังนั้นในการออกแบบอาคารให้มีการอนุรักษ์พลังงานอย่างมีประสิทธิภาพและให้มีสภาวะภายในอาคารที่มีความสบายเชิงความร้อน จึงจำเป็นต้องมีความเข้าใจในสมรรถนะของหน้าต่างกระจกทั้งในแง่การส่งผ่านพลังงานความร้อนและความสบายเชิงความร้อน [1] แต่ในการใช้งานจริงของอาคารมักมีการติดตั้งอุปกรณ์บังเงาภายในชนิดต่าง ๆ ไว้ด้านหลังของหน้าต่างกระจก เพื่อไว้ควบคุมแสงสว่าง ควบคุมการส่งผ่านความร้อน และรักษาความเป็นส่วนตัว และอุปกรณ์บังเงาภายในชนิดหนึ่งที่เป็นที่นิยมใช้ในอาคารทั่ว ๆ ไปคือ มู่ลี่ (Venetian blind) ดังนั้นเพื่อให้การอนุรักษ์พลังงานในอาคารที่สอดคล้องกับการใช้งานจริงเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ จึงต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับสมรรถนะของหน้าต่างกระจกที่มีการติดตั้งมู่ลี่ทั้งในแง่การส่งผ่านความร้อนและความสบายเชิงความร้อนด้วย

ในขณะที่หน้าต่างกระจกเป็นอุปกรณ์ที่มีคุณลักษณะเชิง optic เป็นแบบ specular (รังสีตกกระทบในทิศทางหนึ่งและสะท้อนออกในทิศทางอีกทิศทางที่แน่นอน) แต่มู่ลี่เป็นอุปกรณ์ที่มีคุณสมบัติเชิง optic เป็นแบบ nonspecular (รังสีตกกระทบในทิศทางหนึ่งและสะท้อนออกในทิศทางที่ไม่แน่นอนได้หลายทิศทาง) จึงทำให้การประเมินค่าสมรรถนะของหน้าต่างกระจกที่มีการติดตั้งมู่ลี่นั้นมีความซับซ้อน ยุ่งยากมากขึ้น ได้มีงานวิจัยหลายชิ้นที่ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการส่งผ่านความร้อนของหน้าต่างกระจกที่มีการติดตั้งมู่ลี่ ได้แก่ งานวิจัยของ Klems[2] Collins[3] Pfrommer[4] Chantarasrisalai[5] และ EnergyPlus [6] เป็นต้น แต่งานส่วนใหญ่จะเน้นอยู่ที่มู่ลี่ที่มีลักษณะเป็นแผ่นใบราบตรง ไม่ได้พิจารณาถึงผลของความโค้งและความหนาของใบมู่ลี่ และยังไม่มีงานวิจัยใดที่ทำการศึกษาเกี่ยวกับความสบายเชิงความร้อนของหน้าต่างกระจกที่มีการติดตั้งมู่ลี่ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ทำการศึกษาเพื่อพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของมู่ลี่ที่มีลักษณะเป็นชั้นเสมือนโดยรวมถึงผลของใบมู่ลี่ที่มีความโค้งเข้าไปด้วย เพื่อให้สามารถนำไปคำนวณหาค่าสมรรถนะของหน้าต่างกระจกที่มีการติดตั้งมู่ลี่ในแง่การส่งผ่านความร้อนและความสบายเชิงความร้อนที่แม่นยำ

2. ผลของความโค้งของใบมู่ลี่

ในงานวิจัยส่วนใหญ่ที่ได้กล่าวมา แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของมู่ลี่ที่ถูกพัฒนาขึ้นมักอ้างอิงกับมู่ลี่แผ่นราบที่ไม่คิดผลของความหนาของใบมู่ลี่ ในขณะที่มู่ลี่จริงที่ใช้งานมักจะเป็นใบมู่ลี่ที่มีความโค้งอยู่ ซึ่งผลของความโค้งนั้นจะทำให้เกิดการบังรังสีที่ตกกระทบกับใบมู่ลี่แตกต่างจากกรณีของใบมู่ลี่แผ่นราบในบางกรณี รูปที่ 1 แสดงถึงมู่ลี่แผ่นราบและมู่ลี่แผ่นโค้งที่รับรังสีแสงอาทิตย์ที่มุมตกกระทบแตกต่างกัน ระยะการบังรังสีแสงอาทิตย์ของใบมู่ลี่จะสามารถเขียนได้เป็น

$$w = s \cdot \frac{\sin(\phi_s + \phi_b)}{\cos \phi_s} \quad (1)$$

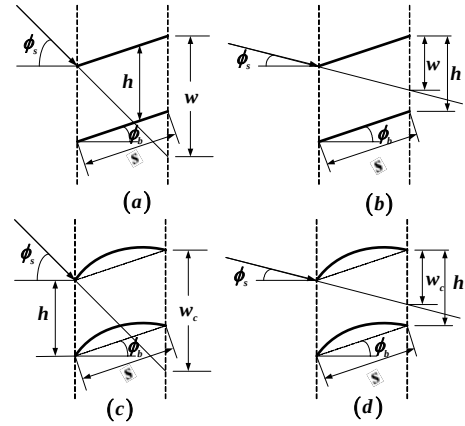
เมื่อ w คือ ระยะการบังรังสีของมู่ลี่แผ่นราบ

s คือ ความกว้างของใบมู่ลี่แผ่นราบ

ϕ_s คือ มุม profile ของรังสีแสงอาทิตย์ที่ตกกระทบใบมู่ลี่

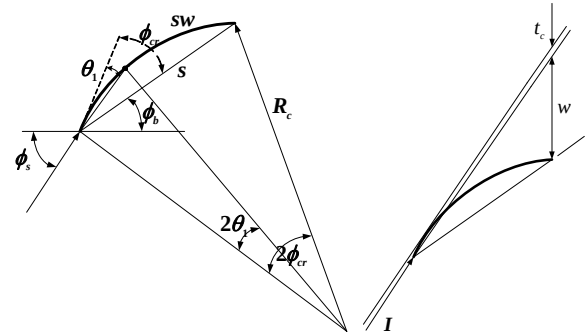
ϕ_b คือ มุมบิดของใบมู่ลี่

h คือ ระยะห่างของใบมู่ลี่ 2 ใบ



รูปที่ 1 การบังรังสีของมู่ลี่แผ่นราบและมู่ลี่ใบโค้งที่มีมุม profile ที่ต่างกัน

ในกรณีของมู่ลี่ใบโค้ง ผลของความโค้งของใบมู่ลี่จะทำให้เกิดการบังรังสีมากขึ้นในบางกรณีดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 2 ทางด้านขวา หากกำหนดให้ ϕ_{cr} เป็นมุมวิกฤตเนื่องจากความโค้งของใบมู่ลี่ t_c เป็นระยะการบังเพิ่มเติมเนื่องจากความโค้งของใบมู่ลี่ sw คือความกว้างของใบมู่ลี่โค้งที่วัดตามความโค้ง s คือ ความกว้างของใบมู่ลี่ที่วัดในแนวราบ R_c คือรัศมีความโค้งของใบมู่ลี่ w คือ ระยะการบังรังสีของใบมู่ลี่ที่ยังไม่รวมถึงผลของความโค้ง h คือค่าระยะห่างระหว่างใบมู่ลี่ และ θ_1 คือครึ่งหนึ่งของมุมของความยาวส่วนโค้งของใบมู่ลี่ที่มีผลต่อการบัง



รูปที่ 2 ใบมู่ลี่โค้งและตัวแปรที่เกี่ยวข้อง และการบังรังสีเพิ่มเติมเนื่องจากความโค้งของใบมู่ลี่

จากรูปที่ 2 ค่ามุมวิกฤตเนื่องจากความโค้งของใบมู่ลี่จะมีค่าเท่ากับ

$$\phi_{cr} = \sin^{-1} \left[\frac{s}{2R_c} \right] \quad (2)$$

จากการศึกษาพบว่าผลของความโค้งของมู่ลี่ที่มีต่อระยะการบังรังสีเพิ่มเติมจากการบังรังสีของมู่ลี่แผ่นราบจะเกิดขึ้นเฉพาะเมื่อขนาดของผลบวกของมุมบิดและมุม profile มีค่าน้อยกว่าค่ามุมวิกฤต ซึ่งสามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

$$|\phi_s + \phi_b| < \phi_{cr} \quad (3)$$

และเมื่อ $|\phi_s + \phi_b| < \phi_{cr}$ มุม θ_1 จะหาได้จากความสัมพันธ์

$$\theta_1 = \phi_{cr} - |\phi_s + \phi_b| \quad (4)$$

$$t_c = R_c (1 - \cos \theta_1) / \cos \phi_s \quad (5)$$

และ $t_c = 0$ เมื่อ $|\phi_s + \phi_b| \geq \phi_{cr}$ (6)

ดังนั้นค่าการบังของไบมัลลีโค้งจะสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

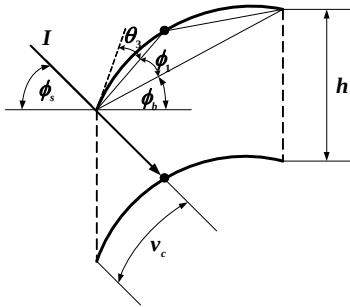
$$w_c = |w| + t_c \quad (7)$$

ในกรณีที่รังสีแสงอาทิตย์ไม่สามารถลอดผ่านผ่านชุดมูลีไปโดยตรง ($w_c > h$) ดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 1c การหาค่าพื้นที่ของใบมูลีที่ได้รับรังสีแสงอาทิตย์โดยตรงเพื่อนำไปวิเคราะห์ต่อนั้นจะแตกต่างและซับซ้อนกว่าในกรณีของมูลีแผ่นราบ รูปที่ 3 แสดงถึงส่วนของใบมูลีที่ได้รับรังสีแสงอาทิตย์โดยตรงและตัวแปรที่เกี่ยวข้อง และค่าความยาวของส่วนที่ได้รับรังสีโดยตรงจะเขียนได้เป็น

$$v_c = 2R_c\theta_3 \quad (8)$$

เมื่อ v_c คือความยาวของผิวใบม้วนที่ตามความโค้งที่ได้รับรังสีแสงอาทิตย์
กระทบโดยตรง

θ_3 คือครึ่งหนึ่งของมุมของความยาวส่วนโค้งของโบมู่ที่ได้รับรังสี
แสงอาทิตย์โดยตรง



รูปที่ 3 ใบม้วนโค้งและส่วนที่รับรังสีแสงอาทิตย์โดยตรง

ซึ่งคำมูมตั้งกล่าวจะสามารถหาได้จากการทำซ้ำของความสัมพันธ์

$$2R_c \sin \theta_3 \sin(\phi_{cr} - \theta_3 + \phi_s + \phi_b) = h \cos \phi_s \quad (9)$$

3. ค่า View factor ของพื้นผิวปิดของชุดใบมู่ลี่

ค่า View factor F_{ij} จะถูกนิยามเป็น ค่าสัดส่วนของรังสีที่ออกจากพื้นผิว i มาตกกระทบที่พื้นผิว j ซึ่งในพื้นผิวปิดที่มีจำนวนพื้นผิวเท่ากับ N จะมีความสัมพันธ์ที่สำคัญที่เรียกว่า reciprocity relation ซึ่งเขียนได้เป็น

$$A_i F_{ij} = A_i F_{ji} \quad (10)$$

เมื่อ A_i, A_j คือพื้นที่ของพื้นผิว i และ j

และความสัมพันธ์ที่ว่าผลรวมของค่า View factor สำหรับพื้นผิว i ในพื้นผิวปิดจำนวนเท่ากับ N จะมีค่าเท่ากับ 1 ซึ่งเรียกว่า summation rule จะสามารถเขียนได้เป็น

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad (11)$$

ดังนั้นสำหรับแบบจำลองผู้สี่ที่แบ่งเป็นพื้นผิว 6 ผิวดังในรูปที่ 4 ในการหาค่า View factor นั้นจะหาจากวิธี Hottel's crossed string ซึ่งแสดงไว้ในสมการที่ 12 และใช้สมการที่ 10 และ 11 ประกอบไปด้วย

$$F_{ij} = \frac{\sum XS_{ij} - \sum US_{ij}}{2L_i} \quad (12)$$

เมื่อ $\sum XS_{ij}$ คือค่าผลรวมของเส้นทะแยงมุม (crossed string) ที่ลากเชื่อมระหว่างพื้นผิว i และ j

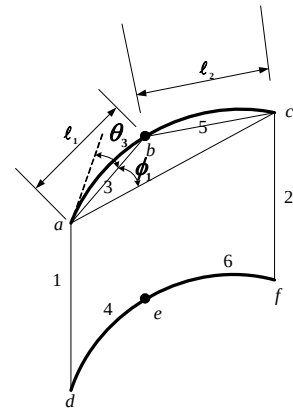
ΣUS_{ij} คือค่าผลรวมของเส้นที่ลากเชื่อมต่อ (uncrossed string) ระหว่างพื้นผิว i และ j ทางด้านข้างโดยไม่ทแยงมุม

L_i คือค่าความยาวตามผิวโค้งของพื้นผิว i

ตัวอย่างของค่า F_{ij} ของแบบจำลองของมูลี่ในรูปที่ 4 ได้แก่

$$F_{35} = \frac{ab+bc-ac}{2ab} \quad (13)$$

$$F_{36} = \frac{af + be - ae - bf}{2ab} \quad (14)$$



รูปที่ 4 พื้นผิวปิด 6 ด้านระหว่างช่องของไบมัลีโค้ง

โดยที่ค่าความยาวตามพื้นผิวโค้งในพื้นที่ผิวปิดที่พิจารณาจะมีค่าดังต่อไปนี้

$$ab = de = v_c \quad \text{และ} \quad v_c = 2R_c \theta_3$$

$$bc = ef = sw - v_c$$

$$ad = cf = h$$

$$ac = df = s$$

นอกจากนั้นจะเห็นได้จากการที่มีสี่ผิวโค้ง ค่า View factor ของ
พื้นผิวโค้ง 3 และ 5 (F_{33} และ F_{55}) ซึ่งมีลักษณะว่าเข้าจะมีค่าไม่
เท่ากับศูนย์

4. ค่าคุณสมบัติเชิง optic ของชั้นเสมือนที่เป็นตัวแทนลู่วิ่ง

ในการศึกษานี้จะแยกการหาค่าคุณสมบัติเชิง optic คลื่นสั้นของ
ชั้นเสมือนออกเป็น การหาค่าคุณสมบัติเชิง optic จากรังสีแสงอาทิตย์
แบบตรง และการหาค่าคุณสมบัติเชิง optic จากรังสีแสงอาทิตย์แบบ
กระจาย

การหักค่าการส่งผ่านรังสีของรังสีแสงอาทิตย์แบบตรงยังสามารถแบ่งออกเป็น ค่าการส่งผ่านรังสีในส่วนซึ่งมีผู้ลี้มีมุมบิดที่ยอมให้รังสีแสงอาทิตย์ลอดผ่านตัวผู้ลี้ไปโดยตรงได้ และค่าการส่งผ่านรังสีในส่วนที่รังสีแสงอาทิตย์สะท้อนไปมาระหว่างใบผู้ลี้ที่อยู่ชิดกันก่อนที่จะถูกส่งผ่านตัวผู้ลี้ออกไปเหมือนกับที่ได้แสดงไว้ในรูปที่ 1

ค่าการส่งผ่านรังสีของชั้นเสมือนจากรังสีแสงอาทิตย์แบบตรงที่
ลอดผ่านมีสีออกไปจะสามารถเขียนได้เป็น

$$\tau_{bl,dir,dir}^f = 1 - \frac{w_c}{h} \quad \text{เมื่อ} \quad w_c \leq h \quad (15)$$

เมื่อค่า $\tau_{bl,dir,dir}^f$ เป็นค่าการส่งผ่านรังสีด้านหน้าของชั้น
เสมือนที่เป็นตัวแทนชุดมุมลิโง์จากรังสีแสงอาทิตย์แบบตรงที่ทะลุ
ออกโดยตรง

ส่วนในกรณีของการส่งผ่านรังสีที่เกิดจากรังสีแสงอาทิตย์
แบบตรงซึ่งตกกระทบใบไม้แล้วเกิดการสะท้อนกลับขึ้นมาแล้วจึงทะลุ
ผ่านตัวมู้ออกไปนั้น จะสามารถทำการวิเคราะห์โดยใช้แบบจำลองที่
พิจารณาจากใบไม้ที่วางซ้อนกันอยู่ 2 ใบเป็นพื้นผิวปิด (closed
enclosure) 6 พื้นผิว ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4 และสมมุติให้ผิวของใบไม้มี
ลักษณะที่ทำให้รังสีที่สะท้อนออกจากใบไม้กระจายออกอย่างสม่ำเสมอ
(perfect diffuse surface) ค่ารังสีที่ตกกระทบบนพื้นผิว i
(irradiation, G_i) จะสามารถเขียนเป็นผลบวกของค่ารังสีที่ออกจากผิว
ด้านอื่น ๆ ในพื้นผิวปิดมายังพื้นผิว i ได้เป็น

$$G_i = \sum_{j=1}^6 J_j F_{ji}, \quad i = 1, 6 \quad (16)$$

เมื่อ ค่า J_j เป็นค่ารังสีที่ออกจากพื้นผิว j (radiosity)

ค่า F_{ji} เป็นค่า View factor จากพื้นผิว j สู่พื้นผิว i

โดยค่า radiosity ของพื้นผิวต่าง ๆ นั้นจะมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned} J_1 &= Q_1 \\ J_2 &= Q_2 \\ J_3 &= Q_3 + \rho_{dif,dif}^b G_3 + \tau_{dif,dif} G_4 \\ J_4 &= Q_4 + \tau_{dif,dif} G_3 + \rho_{dif,dif}^f G_4 \\ J_5 &= Q_5 + \rho_{dif,dif}^b G_5 + \tau_{dif,dif} G_6 \\ J_6 &= Q_6 + \tau_{dif,dif} G_5 + \rho_{dif,dif}^f G_6 \end{aligned} \quad (17)$$

เมื่อ Q_i คือ ค่าความร้อนที่พื้นผิวนั้น ๆ

$\tau_{dif,dif}$ คือ ค่าการส่งผ่านรังสีแบบกระจายจากรังสีแบบกระจาย
ของใบไม้ (มีค่าเท่ากันทั้งด้านหน้าและด้านหลัง)

$\rho_{dif,dif}^b$ และ $\rho_{dif,dif}^f$ คือ ค่าการสะท้อนรังสีแบบกระจายจาก
รังสีแบบกระจายของใบไม้ด้านหลังและด้านหน้า

เนื่องจากที่พื้นผิว 1 และ 2 นั้น คือ ส่วนพื้นผิวที่เป็นอากาศ และไม่มี
ความร้อน ดังนั้น

$$J_1 = Q_1 = 0 \quad (18)$$

$$J_2 = Q_2 = 0 \quad (19)$$

พื้นผิวที่ 3 และ 4 จะแทนส่วนของใบไม้ที่รับรังสีแสงอาทิตย์แบบ
ตรงตกกระทบ และจะมีค่าขึ้นอยู่กับค่าการเอียงของใบไม้เทียบกับรังสี
ที่มาตกกระทบดังนี้

ถ้ารังสีมาตกกระทบใบไม้ที่ด้านหน้า, $\phi_s \geq -\phi_b$ จะได้

$$Q_3 = \tau_{dir,dif} \quad (20)$$

$$Q_4 = \rho_{dir,dif}^f \quad (21)$$

ถ้ารังสีมาตกกระทบใบไม้ที่ด้านหลัง, $\phi_s < -\phi_b$ จะได้

$$Q_3 = \rho_{dir,dif}^b \quad (22)$$

$$Q_4 = \tau_{dir,dif} \quad (23)$$

พื้นผิวที่ 5 และ 6 จะเป็นส่วนที่โดนบังไม่โดนรังสีแสงอาทิตย์โดยตรง
และจะมีค่าความร้อนเท่ากับศูนย์

$$Q_5 = Q_6 = 0 \quad (24)$$

ค่ารังสีรวมที่ตกกระทบบนพื้นผิวที่ 1 สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} G_1 &= J_1 F_{11} + J_2 F_{21} + J_3 F_{31} + J_4 F_{41} + J_5 F_{51} + J_6 F_{61} \\ &= J_3 F_{31} + J_4 F_{41} + J_5 F_{51} + J_6 F_{61} = \sum_{j=3}^6 J_j F_{j1} \end{aligned}$$

ในทำนองเดียวกันค่า irradiation ที่พื้นผิวแต่ละผิวจะเขียนได้เป็น

$$G_k = \sum_{j=k}^6 J_j F_{jk} \quad (25)$$

เมื่อ k เป็นตัวเลข 1 ถึง 6 ใช้กำหนดพื้นผิวแต่ละพื้นผิว

เมื่อแทนค่า G_3 ถึง G_6 จากสมการที่ 25 ลงในสมการที่ 17 และจัดรูป
จะได้

$$\begin{aligned} J_3 - \rho_{dif,dif}^b \sum_{j=3}^6 J_j F_{j3} - \tau_{dif,dif} \sum_{j=3}^6 J_j F_{j4} &= Q_3 \\ J_4 - \tau_{dif,dif} \sum_{j=3}^6 J_j F_{j3} - \rho_{dif,dif}^f \sum_{j=3}^6 J_j F_{j4} &= Q_4 \\ J_5 - \rho_{dif,dif}^b \sum_{j=3}^6 J_j F_{j5} - \tau_{dif,dif} \sum_{j=3}^6 J_j F_{j6} &= Q_5 \\ J_6 - \tau_{dif,dif} \sum_{j=3}^6 J_j F_{j5} - \rho_{dif,dif}^f \sum_{j=3}^6 J_j F_{j6} &= Q_6 \end{aligned} \quad (26)$$

เมื่อทำการกระจายพจน์ต่าง ๆ ออกและเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ จะได้
เป็น

$$[X] \cdot \{J_j\} = \{Q_j\} \quad (27)$$

ดังนั้นจะสามารถหาค่า radiosity ได้จากการ inverse เมทริกซ์ใน
สมการที่ 27 ได้เป็น

$$\{J_j\} = [X]^{-1} \{Q_j\} \quad (28)$$

และจากผลเฉลยค่า J_j จากสมการที่ 28 ค่ารังสีความร้อนที่ตกกระทบ
บนพื้นผิว 1 และ 2 จะสามารถหาได้จาก

$$G_1 = \sum_{j=1}^6 J_j F_{j1} \quad (29)$$

$$G_2 = \sum_{j=2}^6 J_j F_{j2} \quad (30)$$

ดังนั้นค่าการส่งผ่านรังสีของชั้นเสมือนที่เป็นตัวแทนชุดมุมลิโง์
ที่เกิดจากรังสีแสงอาทิตย์แบบตรงซึ่งตกกระทบใบไม้แล้วเกิดการ
สะท้อนกลับขึ้นมาแล้วจึงทะลุผ่านตัวมู้ออกไปจะสามารถหาได้จากการ
กำหนดให้มีค่ารังสีแสงอาทิตย์แบบตรงหนึ่งหน่วยตกกระทบบนใบไม้
และหาค่ารังสีที่ตกกระทบบนพื้นผิวที่ 2 ซึ่งจะเขียนค่าได้เป็น

$$\tau_{bl,dir,dif}^f = G_2 \quad (31)$$

ในขณะเดียวกันก็สามารถหาค่าการสะท้อนด้านหน้าของชั้น
เสมือนของมู้อูที่เกิดจากรังสีแสงอาทิตย์แบบตรงได้เป็น

$$\rho_{bl,dir,dif}^f = G_1 \quad (32)$$

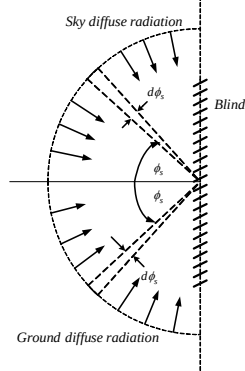
และจะสามารถหาค่าการดูดกลืนด้านหน้าของชั้นเสมือนของมู้อู
ที่เกิดจากรังสีแสงอาทิตย์แบบตรงได้เป็น

$$\alpha_{bl,dir,dif}^f = 1 - \tau_{bl,dir,dif}^f - \rho_{bl,dir,dif}^f \quad (33)$$

ในกรณีที่รังสีแสงอาทิตย์สามารถลอดทะลุมู้อูออกไปได้ (เมื่อ
 $w_c \leq h$) การคำนวณหาค่าการส่งผ่านรังสีของชั้นเสมือนที่เกิดจาก
รังสีแสงอาทิตย์แบบตรงซึ่งตกกระทบใบไม้แล้วเกิดการสะท้อนกลับ

มาแล้วจึงทะลุผ่านตัวมู่ลี่ออกไปในกรณีนี้ยังทำเหมือนเดิม เพียงแต่จะทำการลดค่าพลังงานหนึ่งหน่วยที่ตกกระทบลงบนผิวด้านหน้าลงเป็นสัดส่วนของพลังงานที่เหลือจากที่ถูกส่งลอดทะลุมู่ลี่ไปโดยตรง

ในการพิจารณาของค่าคุณสมบัติเชิง optic ของชั้นเสมือนที่เป็นตัวแทนชุดมู่ลี่ใบโค้งจากรังสีแสงอาทิตย์แบบกระจายนั้น เนื่องจากรังสีแสงอาทิตย์แบบกระจายจะกระทบต่อตัวมู่ลี่ในลักษณะกระจายรอบทิศทาง ทั้งจากท้องฟ้าและจากพื้นดิน ดังนั้นค่าคุณสมบัติเชิง optic ของชั้นเสมือนที่เป็นมู่ลี่จากรังสีแสงอาทิตย์แบบกระจายจะหาได้จากการทำการรวมค่ารังสีจากแสงอาทิตย์ที่ตกกระทบในแต่ละส่วนของมู่ลี่แบบเดียวกับที่พิจารณาคุณสมบัติเชิง optic ของชั้นเสมือนจากรังสีแสงอาทิตย์แบบตรง โดยทำการรวมรังสีจากมุม 0 ถึง $\pi/2$ สำหรับรังสีกระจายที่มาจากท้องฟ้า และทำการรวมรังสีจาก $-\pi/2$ ถึง 0 สำหรับรังสีกระจายที่มาจากพื้นดิน ดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 5



รูปที่ 5 ลักษณะของรังสีแสงอาทิตย์แบบกระจายที่ส่องยังมู่ลี่

ค่าการส่งผ่านรังสีด้านหน้าของชั้นเสมือนที่เป็นตัวแทนมู่ลี่จากรังสีแสงอาทิตย์แบบกระจายที่มาจากท้องฟ้า (sky) และพื้นดิน (gnd) จะสามารถหาได้จากความสัมพันธ์

$$\tau_{bl,sky-dif,dif}^f = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} [\tau_{bl,dir,dif}^f(\phi_s) + \tau_{bl,dif,dif}^f(\phi_s)] I(\phi_s) \cos \phi_s d\phi_s}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} I(\phi_s) \cos \phi_s d\phi_s} \quad (34)$$

$$\tau_{bl,gnd-dif,dif}^f = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 [\tau_{bl,dir,dif}^f(\phi_s) + \tau_{bl,dif,dif}^f(\phi_s)] I(\phi_s) \cos \phi_s d\phi_s}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 I(\phi_s) \cos \phi_s d\phi_s} \quad (35)$$

และค่าการสะท้อนด้านหน้าของชั้นเสมือนที่เป็นตัวแทนมู่ลี่ที่เกิดจากรังสีแสงอาทิตย์แบบกระจายจะสามารถหาได้จากความสัมพันธ์

$$\rho_{bl,sky-dif,dif}^f = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho_{bl,dir,dif}^f I(\phi_s) \cos \phi_s d\phi_s}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} I(\phi_s) \cos \phi_s d\phi_s} \quad (36)$$

$$\rho_{bl,gnd-dif,dif}^f = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \rho_{bl,dir,dif}^f I(\phi_s) \cos \phi_s d\phi_s}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 I(\phi_s) \cos \phi_s d\phi_s} \quad (37)$$

และค่าการดูดกลืนด้านหน้าของชั้นเสมือนที่เป็นตัวแทนมู่ลี่ที่เกิดจากรังสีแสงอาทิตย์แบบกระจายจะสามารถหาได้จากความสัมพันธ์

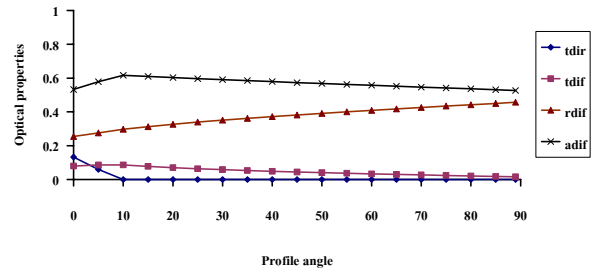
$$\alpha_{bl,sky-dif,dif}^f = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \alpha_{bl,dir,dif}^f I(\phi_s) \cos \phi_s d\phi_s}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} I(\phi_s) \cos \phi_s d\phi_s} \quad (38)$$

$$\alpha_{bl,gnd-dif,dif}^f = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \alpha_{bl,dir,dif}^f I(\phi_s) \cos \phi_s d\phi_s}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 I(\phi_s) \cos \phi_s d\phi_s} \quad (39)$$

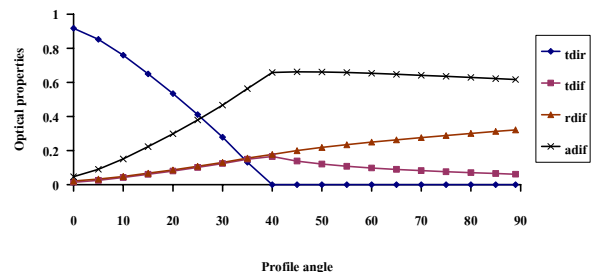
โดยที่ค่า I คือ ค่ารังสีแสงอาทิตย์แบบกระจาย

5. ผลของการวิเคราะห์

ในการตรวจสอบลักษณะค่าคุณสมบัติเชิง optic ของชั้นเสมือนที่เป็นตัวแทนชุดมู่ลี่ใบโค้งที่แปรตามมุมบิดและมุม profile ของรังสีแสงอาทิตย์ที่ตกกระทบใบมู่ลี่จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นนั้น จะกำหนดให้ค่าคุณสมบัติเชิง optic ของตัวใบมู่ลี่ที่เกิดจากรังสีแสงอาทิตย์แบบตรงและแบบกระจายมีค่าเท่ากัน ($\tau_{dir,dif} = \tau_{dif,dif}$, $\rho_{dir,dif} = \rho_{dif,dif}$ และ $\rho_{dir,dif}^b = \rho_{dif,dif}^b$) และมู่ลี่ที่ใช้ทดสอบจะมีคุณสมบัติดังนี้ $sw = 25.4$ มม. $s = 24.7$ มม. $R_c = 71.48$ มม. $h = 20$ มม. และใบมู่ลี่มีการสะท้อนรังสี = 0.5, 0.2 และ 0.8 ค่าการส่งผ่านรังสี ค่าการสะท้อนรังสี และค่าการดูดกลืนรังสีจากรังสีแบบตรงของชั้นเสมือนที่เป็นตัวแทนมู่ลี่ที่เป็นที่แปรตามมุม profile ถูกแสดงไว้ในรูปที่ 6 และ 7 สำหรับมู่ลี่ที่มีมุมบิดของใบมู่ลี่เท่ากับ +45 และ 0 องศา



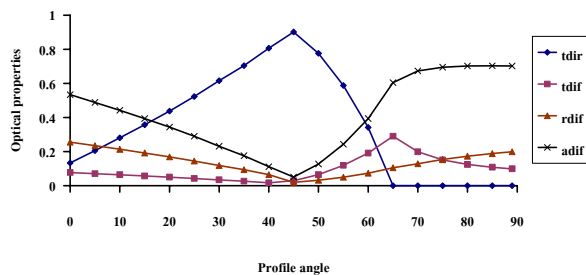
รูปที่ 6 ค่าคุณสมบัติเชิง optic ของชั้นเสมือนที่ใบมู่ลี่มีมุมบิดเท่ากับ +45 องศาและค่าการสะท้อนรังสีของใบมู่ลี่เท่ากับ 0.5



รูปที่ 7 ค่าคุณสมบัติเชิง optic ของชั้นเสมือนที่ใบมู่ลี่มีมุมบิดเท่ากับ 0 องศาและค่าการสะท้อนรังสีของใบมู่ลี่เท่ากับ 0.5

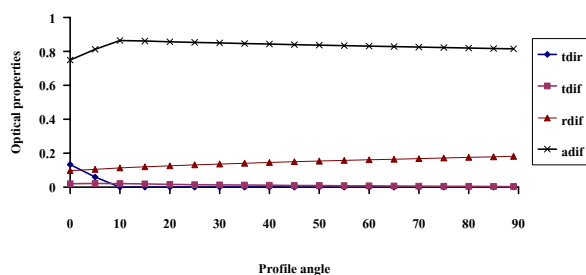
จะเห็นได้ว่าสำหรับมู่ลี่ที่มีมุมบิดเท่ากับ +45 องศา (ใบมู่ลี่บิดขึ้นลงดิน) ค่าการส่งผ่านรังสีจากรังสีแบบตรงทั้งที่ทะลุลอดออกไปโดยตรง

($\tau_{dir} = \tau_{bl,dir,dir}^f$) และค่าการส่งผ่านรังสีแบบตรงที่สะท้อนไปมาระหว่างใบมู่ลี่ ($\tau_{dif} = \tau_{bl,dir,dif}^f$) จะมีค่าน้อยตลอดค่ามุม profile ที่พิจารณา ในขณะที่เมื่อมุมบิดของมู่ลี่มีค่าเท่ากับ 0 องศา จะเห็นได้ว่าที่มุม profile เท่ากับ 0 องศา ผลของความโค้งจะทำให้ค่าการส่งผ่านรังสีแบบทะลุออกไปโดยตรงลดลงจนมีค่าเท่ากับ 0.917 (ไม่เท่ากับ 1 ในกรณีที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของใบมู่ลี่แผ่นราบ) และเมื่อมุม profile เพิ่มขึ้นการบังรังสีก็เริ่มมีมากขึ้นจนบังมิดเมื่อมุม profile เท่ากับ 40 องศา และค่าการดูดกลืนรังสีจะมีค่ามากขึ้น

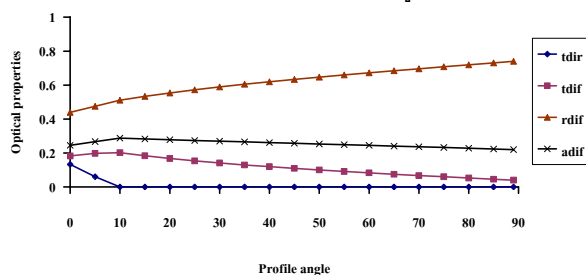


รูปที่ 8 ค่าคุณสมบัติเชิง optic ของชั้นเสมือนที่ใบมู่ลี่มีมุมบิดเท่ากับ -45 องศาและค่าการสะท้อนรังสีของใบมู่ลี่เท่ากับ 0.5

สำหรับมู่ลี่ที่มีมุมบิดเท่ากับ -45 องศา ดังที่แสดงในรูปที่ 8 (ใบมู่ลี่บิดขึ้นฟ้า) ค่าการส่งผ่านรังสีจากรังสีแบบตรงทั้งที่ทะลุตลอดออกไปโดยตรงจะมีค่าเริ่มต้นประมาณ 0.133 เนื่องจากรังสีแสงอาทิตย์โดนใบมู่ลี่บังไว้ และเมื่อรังสีตกกระทบเพิ่มมุมมากขึ้น ก็จะมีการลดของรังสีแบบตรงมากขึ้น จนมีค่าสูงสุดที่ 45 องศา และก็มีค่าลดลงเมื่อมุม profile ของรังสีแสงอาทิตย์เพิ่มต่อไปจนบังมิดที่มุม 65 องศา ค่าคุณสมบัติเชิง optic ตัวอื่น (ค่าการสะท้อนรังสี $rdif = \rho_{dir,dif}^f$ ค่าการดูดกลืนรังสี $adif = \alpha_{dir,dif}$) ก็จะมีค่าแปรตามมุมบิดของใบมู่ลี่ และมุม profile



รูปที่ 9 ค่าคุณสมบัติเชิง optic ของชั้นเสมือนที่ใบมู่ลี่มีมุมบิดเท่ากับ +45 องศาและค่าการสะท้อนรังสีของใบมู่ลี่เท่ากับ 0.2



รูปที่ 10 ค่าคุณสมบัติเชิง optic ของชั้นเสมือนที่ใบมู่ลี่มีมุมบิดเท่ากับ +45 องศาและค่าการสะท้อนรังสีของใบมู่ลี่เท่ากับ 0.8

รูปที่ 9 และ 10 แสดงถึงผลของค่าคุณสมบัติเชิง optic ของชั้นเสมือนเมื่อใบมู่ลี่มีค่าการสะท้อนรังสีเท่ากับ 0.2 และ 0.8 ที่มุมบิดเท่ากับ +45 องศา ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับมู่ลี่ในรูปที่ 6 ที่มีค่าการสะท้อนรังสีเท่ากับ 0.5 จะเห็นได้ว่าค่าการสะท้อนรังสีจะไม่ส่งผลต่อค่าการส่งผ่านรังสีโดยรังสีแบบตรงที่ลอดทะลุออกไป แต่จะมีผลต่อค่าคุณสมบัติเชิง optic ที่เหลือ โดยเฉพาะค่าการดูดกลืนรังสี

6. สรุป

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของมู่ลี่ที่ถูกพิจารณาเป็นชั้นเสมือนที่ได้พัฒนาขึ้นมาใหม่นี้ได้รวมผลของความโค้งเข้าไปในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ต้น และจากการศึกษาพบว่าค่าคุณสมบัติเชิง optic ของชั้นเสมือนที่พัฒนาขึ้นจะแปรตามค่าคุณสมบัติเชิง optic ของใบมู่ลี่ และมุมบิดของใบมู่ลี่ และมุม profile ของรังสีแสงอาทิตย์ที่ตกกระทบต่อตัวมู่ลี่ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของชั้นเสมือนที่ได้พัฒนาขึ้นสามารถนำไปหาค่าการส่งผ่านความร้อนในช่วงความยาวคลื่นสั้น และเมื่อนำไปใช้ร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของชั้นเสมือนที่เป็นตัวแทนมู่ลี่ในส่วนในช่วงความยาวคลื่นสูง จะสามารถไปหาค่าสมรรถนะของหน้าต่างกระจกที่มีการติดตั้งมู่ลี่ในแง่การส่งผ่านความร้อนและความสบายเชิงความร้อนได้

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัยที่ให้การสนับสนุนงานวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] Chaiyapinunt, S., Phueakphongsuriya, B., Mongkornsaksit, K., and Khomporn, N., 2005. Performance rating of glass windows and glass windows with films in aspect of thermal comfort and heat transmission. *Energy and Building*. Vol. 37, No. 7, pp.725-738.
- [2] Klems, J. H., and Warner, J. L., 1997. Solar heat gain coefficient of complex fenestrations with a Venetian blind for differing slat tilt angles. *ASHRAE Transactions*. Vol. 103, No. 1.
- [3] Collins, M. R., and Harrison, S. J., 1999. Calorimetric measurement of the inward-flowing fraction of absorbed solar radiation in Venetian blinds. *ASHRAE Transactions*. Vol. 105, No. 2, pp.1022-1030.
- [4] Pfrommer, P., Lomas, K. J. and Kupke, CHR., 1996. Solar Radiation Transport through Slat-Type Blinds: A New Model and its Application for Thermal Simulation of Buildings. *Solar Energy*. Vol. 57, No.2, pp.77-91.
- [5] Chantrasrisalai, C. and Fisher, D. E., 2004. Comparative Analysis of One-Dimensional Slat-Type Blind Models. *Simbuild 2004, IBPSA-USA National Conference*, Boulder, CO, August 4-6.
- [6] EnergyPlus, 2005. EnergyPlus Engineering Reference: The Reference to EnergyPlus Calculation. <http://www.eere.energy.gov/buildings/energyplus/> (accessed on May 2006).