

วิธีควบคุมเดดบิตแบบทำนายปรับตัวได้เพื่ลดการสั่นสะเทือนของคานปลายอิสระ Adaptive Predictive Deadbeat Control to Suppress Vibration of Cantilever Beam

อำนาจ อิ่มเจริญ^{1*} , สินชัย ชินวรรัตน์² และ จักร จันทลักษณ์³

^{1,2,3} ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

1518 ถ.พิบูลสงคราม บางซื่อ กรุงเทพฯ 10800

โทรศัพท์ 02-9132500 ต่อ 8308 โทรสาร 02-5870026

* อีเมล mme58105@hotmail.com ¹ อีเมล sch@kmitnb.ac.th ³ อีเมล chak@kmitnb.ac.th

Umnat Imcharune^{1*}, Sinchai Chinvorarat² and Chak Chantalakhana³

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering King Mongkut's Institute of Technology North

Bangkok , Piboolsongkram Rd.10800 Thailand Tel:(662)9132500 Ext.8311 Fax:(662) 5870026

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอวิธีการใหม่ในการประยุกต์ใช้วิธีควบคุมเดดบิตแบบทำนายปรับตัวได้เพื่ลดการสั่นสะเทือนของคานอลูมิเนียมปลายอิสระที่ความถี่ต่างๆซึ่งวิธีการนี้เป็นการรวมหลักการของการทำนายเอกลักษณ์ของระบบ (System Identification) และระบบควบคุมแบบทำนาย (Predictive Control) เข้าด้วยกันโดยมีการสร้างเมทริกซ์ข้อมูลด้วยหลักการทำนายเอาท์พุทแบบหลายขั้น (multi-Steps) จากแบบจำลองสมการถดถอยรวมกับอินพุทภายนอก (Auto Regressive with eXogenous input : ARX) ตัวควบคุมสร้างจากเมทริกซ์ข้อมูลประด้วยข้อมูลอินพุทและเอาท์พุทใช้เทคนิครีเคอร์ซีฟลีแอสแควร์ (Recursive Least-Square Technique) ซึ่งวิธีการนี้มีพารามิเตอร์ควบคุมสองประการได้แก่ Control Horizon (q) และ ARX Model Order (p) เพื่อควบคุมโมเมนต์ดัดด้วยวัสดุพีโซอิเล็กทริกให้กับคานอลูมิเนียมปลายอิสระเพื่ลดระดับการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้น ผลการทดสอบเมื่อระบบมีความถี่กระตุ้นในช่วง 0-500 Hz ทำให้เกิดโหมดการสั่นสะเทือนที่ความถี่ 26.4 Hz, 171.1 Hz และ 481.9 Hz ตัวควบคุมก็สามารถปรับตัวเองเพื่ควบคุมการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นให้ลดต่ำลงได้เป็น 98.52%, 74.67% และ 94.24% ตามลำดับเมื่อเทียบกับกรณีคานปลายอิสระที่ไม่มีการปฏิบัติใดๆ

Abstract

This paper presents on innovative of adaptive predictive deadbeat control approach to suppress vibration of cantilever beam at different frequencies. The method combine the concept of system identification and predictive control together. The multi-step ahead predictor is used to derive the data matrix based on

the Auto-Regressive with eXogenous input model (ARX model).

This controller can be constructed from data matrix along with input and output data using Recursive Least-Square Technique.

This approach has "two" design parameters given by a control horizon (q) and ARX model order (p). Piezoelectric material is used to be control actuator for creating bending moment to suppress the vibration of the cantilever beam. The experimental shows that the natural frequency at 26.4 Hz, 171.1 Hz and 481.9 Hz are occurred during 0-500 Hz exciting frequency. The designed controller is capable to adapt and reduce the vibration percentage to 98.52%, 74.67% and 94.24% respectively comparing to uncontrol cantilever beam.

keyword : identified matrix, recursive least-square, adaptive predictive control , suppress vibration

1. บทนำ

แนวความคิดของระบบควบคุมแบบทำนายได้ถูกแนะนำโดย Richalet, Rault, Testud และ Papon [1] ในราวปลายคริสต์ศตวรรษที่เจ็ดสิบ การควบคุมแบบทำนายนั้นเป็นรูปแบบหนึ่งของระบบควบคุมแบบโมเดลเบส [2] (Model Base) ซึ่งมีข้อดีหลายๆประการและมีการใช้งานอย่างแพร่หลายในระบบควบคุมกระบวนการระบบควบคุมแบบทำนายได้ถูกพัฒนามาเพื่อกำกับปัญหาในระบบแบบ Non-minimum phase โดยมีพารามิเตอร์สามประการในระบบควบคุมแบบทำนายได้แก่ Control Weight, Predictive Horizon และ Control Horizon ที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและเป็นการรับรองเสถียรภาพของระบบควบคุม

เนื่องจากระบบควบคุมแบบทำนายเป็นรูปแบบหนึ่งของระบบควบคุมแบบโมเดลเบส ดังนั้นโมเดลที่ถูกต้องของระบบจึงเป็นสิ่งจำเป็นในการสร้างตัวควบคุมโดยทั่วไปนั้นสามารถจำแนกการสร้างระบบควบคุมได้สองขั้นตอนคือการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการออกแบบตัวควบคุม แบบจำลองที่เรียกว่า Auto Regressive with eXogenous input (ARX) คือแบบจำลองที่นักวิจัยส่วนใหญ่นิยมใช้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายพฤติกรรมของระบบ

ระบบควบคุมแบบทำนายที่ประยุกต์วิธีการหาเอกลักษณ์ของระบบเข้ากับระบบควบคุมแบบทำนายอัลกอริทึมแบบนี้จะรวมการหาเอกลักษณ์เข้ากับกฎการควบคุมแบบทำนาย โดยการใช้การทำนายแบบก้าวหน้า กฎการควบคุมจะถูกสร้างจากเมทริกซ์เอกลักษณ์ด้วยวิธีรีเคซิฟริสแควร์เมทริกซ์เอกลักษณ์จะสามารถลดข้อผิดพลาดระหว่างสัญญาณเอาต์พุตที่แท้จริงและเอาต์พุตแบบประมาณ วิธีการนี้จะสร้างกฎการควบคุมเดบิตแบบทำนายจากข้อมูลอินพุต-เอาต์พุตโดยตรง โดยมีพารามิเตอร์ควบคุมสองประการได้แก่ Control Horizon และ ARX Model Order วิธีการนี้นำมาประยุกต์ใช้ในการควบคุมความสั่นสะเทือนของคานอลูมิเนียมปลายอิสระเพื่อลดการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้น

2. การทำนายเอาต์พุตแบบก้าวหน้า

ความสัมพันธ์ระหว่างอินพุต-เอาต์พุตของระบบเชิงเส้นอธิบายโดยแบบจำลองไฟไนต์ดิฟเฟอเรน กำหนดให้ r คือ จำนวนอินพุตและ m คือจำนวนเอาต์พุต แบบจำลองไฟไนต์ดิฟเฟอเรนมีอินพุต $u(k)$ ขนาด $r \times 1$ และเอาต์พุต $y(k)$ ขนาด $m \times 1$ ที่เวลา k สามารถอธิบายโดยสมการ

$$y(k) = \alpha_1 y(k-1) + \alpha_2 y(k-2) + \dots + \alpha_p y(k-p) + \beta_0 u(k) + \beta_1 u(k-1) + \beta_2 u(k-2) + \dots + \beta_p u(k-p) \quad (1)$$

โดยแสดงให้เห็นว่าเอาต์พุตที่เวลาปัจจุบันสามารถทำนายจากข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตที่เวลาอดีต แบบจำลองไฟไนต์ดิฟเฟอเรนดังกล่าวเทียบได้กับ ARX โมเดล AR คือ AutoRegressive และ X คือ eXogenous โดยสัมประสิทธิ์เมทริกซ์ $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, p)$ ขนาด $m \times m$ และ $\beta_i (i = 0, 1, \dots, p)$ ขนาด $m \times r$ คือ Observer Markov Parameters (OMP) หรือ ARX Parameters เมทริกซ์ β_0 คือเทอมไคเรกทรานซิสชันสมการที่ (1) สามารถจัดอยู่ในรูปตัวทำนายแบบก้าวหน้าในรูปของความสัมพันธ์

$$y_p(k+q) = T'u_{p+q}(k) + B'u_p(k-p) + A'y_p(k-p) \quad (2)$$

โดยที่

$$y_p(k) = \begin{bmatrix} y(k+q) \\ y(k+q+1) \\ \vdots \\ y(k+q+p-1) \end{bmatrix}, u_{p+q}(k) = \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+q+p-1) \end{bmatrix}$$

$$y_p(k-p) = \begin{bmatrix} y(k-p) \\ y(k-p+1) \\ \vdots \\ y(k-1) \end{bmatrix}, u_p(k-p) = \begin{bmatrix} u(k-p) \\ u(k-p+1) \\ \vdots \\ u(k-1) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$T' = \begin{bmatrix} \beta_0^{(q+1)} & \beta_0^{(q)} & \dots & \beta_0^{(1)} & \beta_0 & 0 & \dots & 0 \\ \beta_0^{(q+2)} & \beta_0^{(q+1)} & \dots & \beta_0^{(2)} & \beta_0^{(1)} & \beta_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_0^{(q+p-1)} & \beta_0^{(q+p-2)} & \dots & \beta_0^{(p)} & \beta_0^{(p-1)} & \beta_0^{(p-2)} & \dots & \beta_0 \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} \beta_p^{(q)} & \beta_{p-1}^{(q)} & \dots & \beta_1^{(q)} \\ \beta_p^{(q+1)} & \beta_{p-1}^{(q+1)} & \dots & \beta_1^{(q+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_p^{(q+p-1)} & \beta_{p-1}^{(q+p-1)} & \dots & \beta_1^{(q+p-1)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$A' = \begin{bmatrix} \alpha_p^{(q)} & \alpha_{p-1}^{(q)} & \dots & \alpha_1^{(q)} \\ \alpha_p^{(q+1)} & \alpha_{p-1}^{(q+1)} & \dots & \alpha_1^{(q+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_p^{(q+p-1)} & \alpha_{p-1}^{(q+p-1)} & \dots & \alpha_p^{(q+p-1)} \end{bmatrix}$$

เวกเตอร์ $y_p(k+q)$ แสดงถึงเอาต์พุตในอนาคตด้วยจำนวนข้อมูล p จุด จากเวลา $k+q$ ถึง $k+q+p-1$ ขณะที่ $y_p(k-p)$ คือ เอาต์พุตในอดีตด้วยจำนวนข้อมูล p จุด จากเวลา $k-p$ ถึง $k-1$ ในทำนองเดียวกันเวกเตอร์ $u_{p+q}(k)$ แสดงถึงอินพุตในอนาคตด้วยจำนวนข้อมูล $q+p$ จากเวลา k ถึง $k+q+p-1$ ขณะที่ $u_p(k-p)$ คืออินพุตในอดีตด้วยข้อมูลจำนวน p จากเวลา $k-p$ ถึง $k-1$ เมทริกซ์ T' คือรูปแบบตัวแปร $\beta_0, \beta_0^{(1)}, \dots$ และ $\beta_0^{(q+p-1)}$ (เพาส์เรสปอนซีเคานซ์)

3. การออกแบบระบบควบคุมเดบิตแบบทำนาย

อัลกอริทึมการควบคุมเดบิตที่มีการพัฒนาหลากหลายใช้การทำนายเอาต์พุตแบบก้าวหน้าในสมการที่ (2) ในระหว่างอัลกอริทึมนี้ไดเรกต์อัลกอริทึมใช้ข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตโดยตรงซึ่งปราศจากการใช้ $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, p)$ และ $\beta_i (i = 0, 1, \dots, p)$ ในการคำนวณ B' และ A' และการออกแบบตัวควบคุมเดบิตแบบทำนาย การทำไดเรกต์อัลกอริทึมเป็นวิธีการที่เหมาะสมสำหรับเรียลไทม์ในตัวควบคุมเดบิตจะมีข้อมูลใหม่ๆ ทุกๆ เวลา ระหว่างการสุ่มสัญญาณแล้วเลือกการคำนวณ

ด้วยวิธีเคอร์ซีลเพื่อหลีกเลี่ยงการหาอินเวอร์สเมทริกซ์ ทางเลือก
 อัลกอริทึมคือการพัฒนาในส่วนนี้
 กำหนดให้ T' แบ่งเป็นสองส่วนจากสมการที่ (2)

$$y_p(k+q) = T_o u_p(k+q) + T_c u_q(k) + B' u_p(k-p) + A' y_p(k-p) \quad (5)$$

โดยที่

$$u_p(k+q) = \begin{bmatrix} u(k+q) \\ u(k+q+1) \\ \vdots \\ u(k+q+p-1) \end{bmatrix} \cdot u_q(k) = \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+q-1) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$T_o = \begin{bmatrix} \beta_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \beta_0^{(1)} & \beta_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_0^{(p-1)} & \beta_0^{(p-2)} & \cdots & \beta_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$T_c = \begin{bmatrix} \beta_0^{(q)} & \beta_0^{(q-1)} & \cdots & \beta_0^{(1)} \\ \beta_0^{(q+1)} & \beta_0^{(q)} & \cdots & \beta_0^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_0^{(q+p-1)} & \beta_0^{(q+p-2)} & \cdots & \beta_0^{(p)} \end{bmatrix}$$

เมทริกซ์ T_o ขนาด $pm \times qr$ และเมทริกซ์ T_c ขนาด $pm \times qr$ ถูกสร้าง
 จากพารามิเตอร์ของระบบ (System Markov Parameters) หมายถึง
 m คือ จำนวนเอาต์พุต p คือโมเดลออเดอร์ r คือจำนวนอินพุต
 และ q คือ จำนวนเต็ม เมทริกซ์ T_o, T_c, A' และ B' สามารถสร้างจาก
 ข้อมูลอินพุต-เอาต์พุต ในสมการที่ (5) หมายถึงเมทริกซ์ T_c คือ
 เฮนเซล-โลคเมทริกซ์ซึ่งมีแรงค์ n โดยที่ n คือออเดอร์ของระบบ ใน
 กรณีที่ $qr \geq pm \geq n$ สมการจะมีอินพุต $u_q(k)$ จำนวน qr จาก
 ขนาด $qr \times 1$ ซึ่งมี n สมการที่อิสระต่อกัน ดังสมการที่ (5) จะทำให้สร้าง
 คำตอบหลายๆแบบสำหรับ $u_q(k)$ โดยที่คำตอบมีนอร์มมินิมัมแสดง
 ได้โดย

$$u_q(k) = T_c^* y_p(k+q) - T_c^* T_o u_p(k+q) - T_c^* B' u_p(k-p) - T_c^* A' y_p(k-p) \quad (8)$$

หรือในรูปเมทริกซ์

$$u_q(k) = \begin{bmatrix} -T_c^* A' & -T_c^* B' & T_c^* & -T_c^* T_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_p(k-p) \\ u_p(k-p) \\ y_p(k+q) \\ u_p(k+q) \end{bmatrix} \quad (9)$$

ในกรณีที่ $qr = pm$ สมการ (9) จะให้คำตอบเดียว เพื่อให้เขียนสมการ
 (9) ได้ง่ายขึ้นโดยกำหนดสัญลักษณ์

$$F_c = \begin{bmatrix} -T_c^* A' & -T_c^* B' \end{bmatrix} \text{ และ } F_o = \begin{bmatrix} T_c^* & -T_c^* T_o \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$v_p(k-p) = \begin{bmatrix} y_p(k-p) \\ u_p(k-p) \end{bmatrix} \text{ และ } v_p(k+q) = \begin{bmatrix} y_p(k+q) \\ u_p(k+q) \end{bmatrix} \quad (11)$$

โดยที่เมทริกซ์ F_c และ F_o ขนาด $qr \times p(m+r)$ เวกเตอร์ $v_p(k-p)$
 และ $v_p(k+q)$ ขนาด $(pm+pr) \times 1$ สมการที่ (9) จะอยู่ในรูป

$$u_q(k) = \begin{bmatrix} F_c & F_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_p(k-p) \\ v_p(k+q) \end{bmatrix} \quad (12)$$

สมการที่ (12) คืออีกรูปแบบของไฟไนต์ดีฟเฟอเรนโมเดลในการหา
 เอกลักษณะระบบสำหรับข้อมูลอินพุต-เอาต์พุตที่กำหนดจะมีเซต
 ของ F_c และ F_o ที่ทำให้สมการ (12) เป็นจริง ใช้สมการที่ (12) สร้างตัว
 ควบคุมเดดบีทแบบทำนาย

กำหนดให้อินพุตเวกเตอร์ $u_q(k)$ เป็นดังนี้

$$u_q(k) = F_c v_p(k-p) \quad (13)$$

สมการที่ (12) เป็นจริงตามสมการต้องเป็นศูนย์

$$F_o v_p(k+q) = \begin{bmatrix} T_c^* & -T_c^* T_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_p(k+q) \\ u_p(k+q) \end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

ถ้า T_c^* ขนาด $qr \times pm$ แรงค์เต็มคือ pm ซึ่ง $qr \geq pm$ และ $u_p(k+q)$
 เซตเป็นศูนย์ ดังนั้น $y_p(k+q)$ จึงกลายเป็นศูนย์ผลการควบคุม
 $u_q(k)$ คำนวณจากสมการที่ (13) คือตัวควบคุมเดดบีทซึ่งทำ
 ให้ $y_p(k+q)$ หลังจากลำดับขั้นเวลา q เป็นศูนย์ จำนวนเต็ม q คือ
 Deadbeat Control Horizon จำนวนเต็ม p คือ System Identification
 (or observer) horizon เงื่อนไข $qr \geq pm$ หมายถึง การควบคุมไม่ควร
 เร็วกว่าสถานะการสังเกตการณ์

สมการที่ (6) r แถวแรกของ $u_q(k)$ คือเวกเตอร์อินพุต $u(k)$ ที่
 เวลา k กำหนดให้ F_{c1} และ F_{o1} เช่นเดียวกับ r แถวแรกของ F_c
 และ F_o ตามลำดับการควบคุมที่ $u(k)$

$$u(k) = \begin{bmatrix} \text{the first } r \text{ rows of } F_c \end{bmatrix} v_p(k-p) = F_{c1} v_p(k-p) \quad (15)$$

โดยที่ F_{c1} คือ เมทริกซ์ควบคุม
 r แถวแรกของสมการที่ (12)

$$u(k) = (\text{the first } r \text{ rows of } [F_c \quad F_o]) \begin{bmatrix} v_p(k-p) \\ v_p(k+q) \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$= [F_{cl} \quad F_{ol}] \begin{bmatrix} v_p(k-p) \\ v_p(k+q) \end{bmatrix}$$

สมการที่ (16) แสดงถึงอินพุต $u(k)$ คือ ความสัมพันธ์ของลำดับอินพุต $u(k-p)$ ถึง $u(k-1)$ และ ลำดับเอาต์พุต $y(k-p)$ ถึง $y(k-1)$ ที่ผ่านมา ลำดับอินพุต $u(k+q)$ ถึง $u(k+q+p-1)$ และลำดับเอาต์พุต $y(k+q)$ ถึง $y(k+q+p-1)$ ในอนาคต ทั้งหมดของลำดับขั้นเวลา q จาก k ถึง $k+q-1$ ผลต่างของจำนวนเต็ม q ก่อให้เกิดเซตผลต่างของเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ F_{cl} และ F_{ol} ทำให้สมการที่(16) เป็นจริงในการหาคำตอบ สมการที่ (16) กำหนดให้ตามเมทริกซ์นี้

$$U(k) = [u(k) \quad u(k+1) \quad \cdots \quad u(N-p-q+1)]$$

$$V_p(k-p) = \begin{bmatrix} y(k-p) & y(k-p+1) & \cdots & y(N-2p-q+1) \\ u(k-p) & u(k-p+1) & \cdots & u(N-2p-q+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(k-1) & y(k) & \cdots & y(N-p-q) \\ u(k-1) & u(k) & \cdots & y(N-p-q) \end{bmatrix}$$

$$V_p(k+q) = \begin{bmatrix} y(k+q) & y(k+q+1) & \cdots & y(N-p+1) \\ u(k+q) & u(k+q+1) & \cdots & y(N-p+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(k+q+p-1) & y(k+q+p) & \cdots & y(N) \\ u(k+q+p-1) & u(k+q+p) & \cdots & u(N) \end{bmatrix} \quad (17)$$

โดยที่ N คือจำนวนข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ F_{cl} และ F_{ol} ผลจากการประยุกต์ สมการที่ (16)

$$U(k) = [F_{cl} \quad F_{ol}] \begin{bmatrix} V_p(k-p) \\ V_p(k+q) \end{bmatrix} \quad (18)$$

ในการที่จะใช้เทคนิค รัสแควร์ ในการหาคำตอบจำนวนข้อมูล N ที่ใช้จะต้องมีจำนวนมากเพียงพอเมทริกซ์ $U(k)$ ขนาด $r \times (N-p-q-k+2)$ มีแรงค์ r เมทริกซ์ $V_p(k-p)$ ขนาด $p(r+m) \times (N-p-q-k+2)$ และ $V_p(k+q)$ ขนาด $p(r+m) \times (N-p-q-k+2)$ มีแรงค์ $pr+n$ โดยที่ n คือ ออเดอร์ของระบบ r หมายถึงจำนวนของอินพุตและ m แทนจำนวนของเอาต์พุตสมการที่ (18) หาคำตอบตามรัสแควร์

$$[F_{cl} \quad F_{ol}] = U(k) \begin{bmatrix} V_p(k-p) \\ V_p(k+q) \end{bmatrix}^* \quad (19)$$

โดยที่ * หมายถึง pseudo-inverse

4.รีเคอร์ซีฟรัสแควร์เทคนิค

เทคนิครีเคอร์ซีฟรัสแควร์สามารถนำมาประยุกต์ในการคำนวณหาคำตอบของสมการที่ (19) อย่างมีประสิทธิภาพโดยการจัดรูปสมการให้สามารถทำการคำนวณหาคำตอบออนไลน์โดยทั่วไปแล้วมีเทคนิครีเคอร์ซีฟรัสแควร์อยู่หลายแบบ คลาสสิกรีเคอร์ซีฟรัสแควร์เทคนิคจัดเป็นวิธี ที่นักวิจัยนิยมใช้เป็นส่วนมากเนื่องจากอัลกอริธึมที่เข้าใจง่ายและมีประสิทธิภาพ ขั้นตอนคลาสสิกรีเคอร์ซีฟรัสแควร์ สามารถแสดงได้ต่อไปนี้

เขียนสมการที่ (16) ในรูปเมทริกซ์

$$u(k) = [F_{cl} \quad F_{ol}] \begin{bmatrix} v_p(k-p) \\ v_p(k+q) \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$= F \bar{v}_p(k-1)$$

โดยที่

$$F = [F_{cl} \quad F_{ol}], v(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ u(k) \end{bmatrix},$$

$$\bar{v}_p(k-1) = \begin{bmatrix} v(k-p) \\ \vdots \\ v(k-1) \\ v(k+q) \\ \vdots \\ v(k+q+p-1) \end{bmatrix} \quad (21)$$

กำหนดตัวแปร

$$G_p(k) = \frac{\bar{v}_p^T(k) P_p(k-1)}{1 + \bar{v}_p^T(k) P_p(k-1) \bar{v}_p(k)} \quad (22)$$

$$\hat{u}(k+1) = \hat{F}(k) \bar{v}_p(k) \quad (23)$$

จากนั้นทำการคำนวณดังต่อไปนี้

$$P_p(k) = P_p(k-1) [I - \bar{v}_p(k) G_p(k)] \quad (24)$$

$$\hat{F}(k+1) = \hat{F}(k) + [u(k+1) - \hat{u}(k+1)] G_p(k) \quad (25)$$

สมการที่ (22)-(25) ประกอบด้วยรูปแบบพื้นฐานรีเคอร์ซีฟรัสแควร์สำหรับคำนวณหาเมทริกซ์ F ซึ่งประกอบด้วย F_{cl} สำหรับออกแบบตัวควบคุมเดดไทม์และ F_{ol} สำหรับเอกลักษณ์ระบบ ค่าเริ่มต้นของ $P_p(0)$ และ $\hat{F}(1)$ สามารถกำหนดหรือได้มาจากการทำแบบทรีสแควร์หลังจากจำนวนข้อมูลเริ่มแรกมีค่าเพียงพอ หรือให้ $P_p(0)$ มีค่า $dI_{2p(r+m)}$

และ $\hat{F}(1)$ มีค่า $0_{r \times 2p(r+m)}$ โดยที่ d คือค่าจำนวนบวกที่มากที่สุดค่าคงที่บวก d คือตัวแปรเดียวที่ต้องการสำหรับการเริ่มต้นการเลือกค่า d ที่เหมาะสมเป็นฐานของประสบการณ์ที่เหมาะสมและนำความโน้มเอียงด้วยการประมาณค่าตัวแปร $\hat{F}(k)$ โดยวิธีรีเคอร์ซีฟสแควร์สำหรับความกว้างของข้อมูลมากที่สุดค่าความแน่นอนของค่าคงที่เริ่มต้นคือไม่ใช่สิ่งสำคัญ

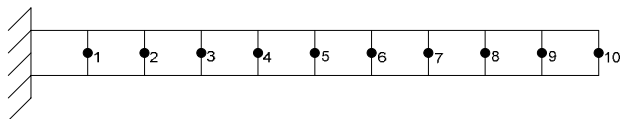
5.ขั้นตอนการคำนวณ

วิธีการคำนวณเวกเตอร์ควบคุมแบบทำนายสามารถแสดงได้เป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. จากข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตที่มีจำนวนมากเพียงพอ นำมาสร้างเมทริกซ์ $U(k), Vp(k-p), Vp(k+q)$ ตามสมการที่ (21)
2. ใช้เทคนิครีเคอร์ซีฟสแควร์ดังสมการ (22)-(25) คำนวณหาเมทริกซ์ $[F_{cl} \ F_{ol}]$
3. คำนวณหาเวกเตอร์ควบคุมแบบทำนายดังสมการที่ (15)

6.ตัวอย่างการคำนวณระบบควบคุมเดบิตแบบทำนาย

แบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์ของคานอลูมิเนียมปลายอิสระขนาดยาว 30 ซม. x กว้าง 2.54 ซม. x หนา 0.3 ซม. ใช้เป็นโครงสร้างในการทดสอบการควบคุมเดบิตแบบทำนายซึ่งคานจะถูกแบ่งอีลิเมนต์ตามด้านยาวเป็น 10 ส่วนเท่าๆกันดังในรูปที่ 1 โดยมี 10 จุดโหนดแต่ละโหนดมีระดับชั้นความอิสระเท่ากับ 2 ซึ่งเป็นการสันนิษฐานในแนวขวางและการบิดตัวของคาน เช่นโหนดที่ 1 ประกอบด้วย x_1 และ θ_2 ตามลำดับถูกใช้ในการแสดงประสิทธิภาพของผลที่ได้จากระบบควบคุมเดบิตแบบทำนายเพื่อลดการสั่นสะเทือนของคานอลูมิเนียมปลายอิสระระบบจำลองแบบหนึ่งอินพุต-หนึ่งเอาต์พุต การคำนวณเชิงตัวเลขของสมการการเคลื่อนที่ในรูปแบบสเปซสถานะ (state-space)



รูปที่ 1 ตำแหน่งจุดโหนดของระยะขจัดแนวขวางและการบิดตัวจากแบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์ของคานยื่น

จากระบบดังรูปที่ 1 ซึ่งเขียนในรูป mass-spring-damper ได้ดังนี้

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (26)$$

โดยที่ $[M], [C], [K]$ คือ เมทริกซ์มวล ตัวหน่วง และสปริงตามลำดับจัดให้อยู่ในรูปของ State Space Model จากสมการที่ (26) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \dot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{F\} \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ X \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ B_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{B_0\} \end{Bmatrix} u \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad \dot{X} &= AX + Bu \\ Y &= CX + Du \end{aligned} \quad (29)$$

โดยที่

$$A = - \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$B = \begin{bmatrix} -[0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ \{B_0\} \end{Bmatrix}$$

กำหนด B_0 ในสเปซสถานะโดยให้ Input กระทำที่ x_{19} (โหนดที่ 10) และวัดเอาต์พุตโดยกำหนดเมทริกซ์ C ที่ตำแหน่งเดียวกับอินพุตคือ x_{19} (โหนดที่ 10)

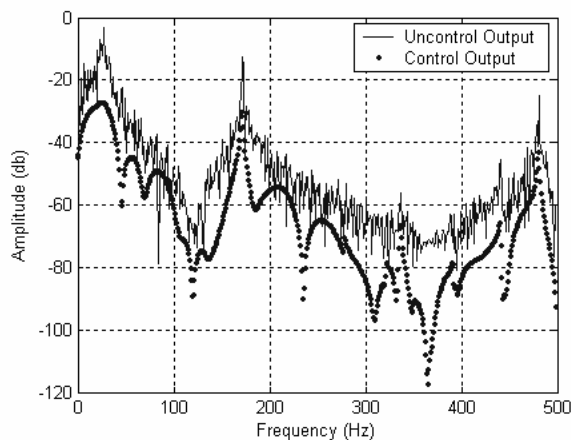
$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}_{20 \times 1} \quad \text{โดยที่ } X = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{19} \\ \dot{\theta}_{20} \\ x_1 \\ \theta_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{19} \\ \theta_{20} \end{bmatrix}_{40 \times 1} \quad (31)$$

แบบจำลอง Discrete-Time State-Space

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k); \quad k = 0, 1, 2, \dots \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (32)$$

โดยค่า Sampling Time (T_s) เท่ากับ 0.001 วินาที

ระบบจำลองคานปลายอิสระมีออเดอร์เท่ากับสิบ ARX Model Order (p) ถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับยี่สิบตามออเดอร์ระบบ จำนวนข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตที่ได้จากระบบ 1024 ข้อมูลถูกนำมาหาเอกลักษณ์ของระบบ Control Horizon (q) กำหนดให้มีค่าเท่ากับยี่สิบหมายเหตุ ค่า Control Horizon สามารถมีค่าใดๆที่มากกว่าสิบห้าเอาต์พุตของระบบยังคงเป็นไปตามค่าที่กำหนดเพียงแต่ระบบจะใช้เวลาในการไปสู่ค่าที่ตั้งไว้มากขึ้นเท่านั้น ตัวควบคุมเดบิตแบบทำนายสามารถคำนวณเวกเตอร์ควบคุมและป้อนค่ากลับให้กับระบบคานปลายอิสระในรูปแบบมอดัลด้วยวิธีสุ่มปิโซอิเล็กทริก



รูปที่ 2 เปรียบเทียบสัญญาณการสั่นสะเทือนก่อนและหลังการควบคุม

จากรูปที่ 2 จะเห็นว่าเมื่อมีการควบคุมคานปลายอิสระสัญญาณการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นจะลดต่ำลงเมื่อระบบถูกกระตุ้นในช่วงความถี่ 0-500 Hz ทำให้เกิดโหมดความสั่นสะเทือนที่ความถี่ 26.4 Hz, 171.1 Hz และ 481.9 มี Amplitude ในแต่ละโหมดลดลง 98.52%, 74.67% และ 94.24% ตามลำดับ

สรุป

แนวความคิดในการผนวกการหาเอกลักษณ์ของระบบร่วมกับระบบควบคุมแบบทำนายซึ่งแตกต่างจากวิธีการออกแบบระบบควบคุมโดยทั่วไปที่มีสองขั้นตอน ได้แก่ การหาเอกลักษณ์ของระบบและการออกแบบตัวควบคุม เวกเตอร์การควบคุมเดดบีทแบบทำนายถูกสร้างจากเมทริกซ์เอกลักษณ์โดยใช้เทคนิคเรกเรซเซอร์ซึ่งสามารถควบคุมแบบทำนายเพื่อควบคุมโมเมนต์ดัดด้วยวัสดุพีโซอิเล็กทริกให้กับคานอลูมิเนียมปลายอิสระเพื่อลดระดับการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้น ผลการทดสอบเมื่อระบบมีความถี่กระตุ้นในช่วง 0-500 Hz ทำให้เกิดโหมดความสั่นสะเทือนที่ความถี่ 26.4 Hz, 171.1 Hz และ 481.9 Hz ตัวควบคุมก็สามารถปรับตัวเองเพื่อควบคุมการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นให้ลดต่ำลงได้เป็น 98.52%, 74.67% และ 94.24% ตามลำดับเมื่อเทียบกับกรณีคานปลายอิสระที่ไม่มีการปรับใดๆ

เอกสารอ้างอิง

- [1] Richalet, J., et al. "Model Predictive Heuristic Control : Applications to Industrial Processes." Automatica. 14,5 (1978): 413-428
- [2] Cutler, C.R. and Ramaker, B.L. "Dynamic matrix Control-A Computer Control Algorithm." Proceeding JACC, San Francisco, U.S.A., 1980.
- [3] Chinvorarat, S., and Schoen, M., "Disturbance Rejection in deadbeat Predictive Control" CIRCUITS, SIGNAL, AND SYSTEMS May 19-21, 2003

- [4] Juang, J.-N. and Phan, M.G., "Recursive Deadbeat Controller Design," NASA Technical Memorandum
- [5] Soeterboek, R., Predictive Control, A Unified Approach, Prentice-Hall International Series, 1992
- [6] Juang, J.-N. and Phan, M.G., "Deadbeat Predictive Controller." NASA Technical Memorandum.
- [7] Juang, J.-N., Applied System Identification, PRT Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1994.