การออกแบบรูปร่างของชิ้นส่วนทางกลที่รับภาระไม่คงที่ด้วยการกระจายวัสดุที่เหมาะสม Design of Mechanical Parts for Variable Loads using Optimum Material Distribution

ดุลยโชติ ชลศึกษ์

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต คลองหลวง ปทุมธานี, 12120 โทร 0-2564-3001 ต่อ 3149 โทรสาร 0-2564-3010 อีเมล cdulyach@engr.tu.ac.th

Dulyachot Cholaseuk

Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering, Thammasat University, Rangsit Campus, Patumthani, 12120 Tel. 0-2564-3001 ext. 3149, Fax. 0-2564-3010, Email cdulyach@engr.tu.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาวิธีการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของชิ้นส่วนทาง กลที่รับภาระไม่คงที่ เป้าหมายในการออกแบบคือการลดมวลของ ชิ้นส่วนลงให้มากที่สุด โดยที่ความเค้นในชิ้นส่วนยังอยู่ในขีดจำกัดที่ วิธีการถูกพัฒนาเพื่อใช้กับกรณีที่ภาระกระทำในสองมิติ กำหนดไว้ กระบวนการออกแบบเริ่มจากแบบจำลองทางไฟไนท์เอลิเมนต์ ของ ชิ้นส่วนเบื้องต้นที่มีการกระจายของวัสดุอย่างสม่ำเสมอ หลังจากทำการ แก้ชุดสมการหาการกระจายของความเค้น สำหรับภาระที่เปลี่ยนแปลง แต่ละรูปแบบจนครบทุกรูปแบบแล้ว การกระจายความเค้นเสมือนจะถูก คำนวณขึ้น จากการยูเนี่ยนการกระจายความเค้นที่เกิดจากภาระทุก ฐปแบบ จากนั้นวัสดุจะถูกกระจายใหม่ลงในแต่ละเอลิเมนต์โดยใช้การ ปรับความหนาของเอลิเมนต์ตามความเค้นเสมือนที่เกิดขึ้น ณ เอลิเมนต์ นั้นๆ เมื่อกระบวนการกระจายวัสดุเสร็จสมบูรณ์สำหรับภาระทุกรูปแบบ แล้วเอลิเมนต์ที่ได้รับการกระจายวัสดุน้อยมากจะถูกตัดออก ทำให้ รูปร่างของชิ้นส่วนพัฒนาเป็นรูปร่างใหม่ กระบวนการนี้จะถูกทำซ้ำ จนกระทั่งไม่สามารถลดน้ำหนักลงได้อีก วิธีการนี้ถูกนำมาใช้ในการ ออกแบบคานที่รับภาระเคลื่อนที่ได้ ซึ่งจากผลการออกแบบพบว่าคานที่ ออกแบบได้มีมวลลดลงอย่างมาก

Abstract

This research studies the optimum shape design methodology for mechanical parts under variable loads. The design objective is to reduce the mass of the part with a stress constraint. The method is developed for two dimensional load cases. The design process starts with a simple finite element model of the part with a uniform material distribution. Upon solving for stress distribution for each and every load case, virtual stress distribution is computed from a union product of stress fields from all load cases. The material is then redistributed to each element by adjusting the element thickness according to the element's virtual stress. Once the redistribution process is completed, the elements that have relatively less material are removed and the designs evolve to its new shape. The process is reiterated until no further improvement can be obtained. The method is utilized in the design of a simply supported beam under moving load. The optimum design obtained has significant mass reduction.

Keywords: Topology optimization, Robust optimum design.

1. บทนำ

วิธีการที่นำเสนอในบทความนี้ใช้แนวทางที่อิงกับวิศวกรรมของ การเติบโตของสิ่งมีชีวิตในธรรมชาติ [1] กล่าวคือส่วนใดมีภาระมาก ส่วนนั้นก็จะขยายและเติบโต โดยในการคำนวณจะใช้ความเค้นเป็น ้ตัวแทนของภาระของส่วนต่างๆบนวัตถุ และทำการปรับปริมาณวัสดุใน บริเวณต่างๆ ตามความเค้น ณ บริเวณนั้นๆ จนกว่าจะได้ชิ้นส่วนที่มี การกระจายความเค้นตามค่าที่ต้องการ อย่างสม่ำเสมอ (fully stressed design) ซึ่งข้อจำกัดของการออกแบบด้วยวิธีการที่นำเสนอนี้คือ ใช้ได้ เฉพาะปัญหาที่มีเป้าหมายด้านการลดน้ำหนัก โดยมีข้อจำกัดเป็นความ เค้น อย่างไรก็ตามในทางวิศวกรรมความเค้นเป็นสิ่งที่ใช้พยากรณ์ความ เสียหายที่จะเกิดขึ้นในชิ้นส่วนทางกล เป้าหมายนี้จึงมีความเหมาะสม นอกจากนี้มีงานวิจัย [2] ที่พิสูจน์ว่ารูปร่างที่ออกแบบสำหรับข้อจำกัด ด้านความเค้น เป็นรูปร่างเดียวกันกับ รูปร่างที่ได้จากเป้าหมายในการ ซึ่งเท่ากับเป็นการขยายผลของการ (stiffness) เพิ่มความแกร่ง ออกแบบด้วยแนวทางที่นำเสนอให้ครอบคลุมเป้าหมายด้านความแกร่ง ด้วย

การปรับปริมาณวัสดุในบริเวณต่างๆของชิ้นส่วนให้สัมพันธ์กับ ความเค้นในบริเวณนั้นๆ ในทางปฏิบัติด้วยการคำนวณเชิงตัวเลขโดย วิธีการไฟไนท์เอลิเมนต์ จะใช้ความหนาของเอลิเมนต์เป็นตัวแทนของ การกระจายวัสดุ โดยจะปรับความหนาของเอลิเมนต์ต่างๆเป็นสัดส่วน ผกผันตรงกับความเค้น ณ เอลิเมนต์นั้นๆ ด้วยวิธีการนี้ผลลัพธ์ที่ได้จะ

ME NETT 20th หน้าที่ 418 CST002

สะท้อนถึงรูปร่างของชิ้นส่วนโดยตรง ต่างจากวิธีการอื่นที่ใช้การปรับค่า โมดูลัสของความยึดหยุ่น [3, 4] ซึ่งไม่ได้เป็นตัวแทนของรูปร่างของ ชิ้นส่วนโดยตรง

การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของชิ้นส่วนที่ต้องรับภาระที่ เปลี่ยนแปลงเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่สำหรับกรณีที่ชิ้นส่วนมี ลักษณะเป็นแบบคาน สามารถพิสูจน์ด้วยทฤษฎีของคาน [5] ได้ว่า รูปร่างที่เหมาะสมที่สุดในลักษณะของคานที่รับความเค้นสม่ำเสมอ สามารถหาได้โดยพิจารณาความเค้นเสมือน ซึ่งได้จากการ ยูเนี่ยน สนามของความเค้นที่ได้จากภาระในรูปแบบต่างๆ โดยรายละเอียดจะ กล่าวในหัวข้อต่อไป หัวข้อที่สามจะกล่าวถึงรายละเอียดของการปรับ ความหนาของเอลิเมนต์ และตามด้วยตัวอย่างการนำวิธีการไปใช้ในการ ออกแบบคานที่รับภาระเคลื่อนที่ได้ในหัวข้อที่สี่ ซึ่งพบว่าได้ผลลัพธ์เป็น ที่น่าพอใจ

การหาความเค้นเสมือน

สำหรับชิ้นส่วนที่มีลักษณะเป็นแบบคาน สามารถพิสูจน์ด้วย ทฤษฎีของคาน [5] ได้ว่า รูปร่างที่เหมาะสมที่สุด ในลักษณะของคานที่ รับความเค้นสม่ำเสมอ (fully stressed beam) สามารถหาได้ โดย พิจารณาความเค้นเสมือนซึ่งได้จากการยูเนี่ยนการกระจายของความ เค้นที่ได้จากภาระในรูปแบบต่าง ๆ ดังตัวอย่างของคานในรูปที่ 1 ที่ รับภาระเป็นแรงคงที่แต่เคลื่อนที่ได้ตลอดแนวความยาวของคาน ซึ่งใน กรณีนี้การกระจายความเค้นจะเปลี่ยนแปลงไปตามดำแหน่งของแรงดัง ตัวอย่างในรูป 2(ก) และ 2(ข) ซึ่งแรงกระทำที่ระยะ x = 0.2L และ x = 0.4L ตามลำดับ

บทความนี้นิยาม การกระจายความเค้นเสมือน ว่าเป็นการกระจาย ของความเค้นที่ได้จากการยูเนี่ยนการกระจายความเค้นที่เกิดขึ้นจาก ภาระทุกรูปแบบ ซึ่งในกรณีของตัวอย่างในรูปที่ 1 เมื่อทำการคำนวณ ด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์โดยให้แรงกระทำที่โนดต่างๆ จะสามารถหา การกระจายของความเค้นเสมือน, **S**, ได้จากสมการที่ (1)

$$\mathbf{S}_{v} = \bigcup_{i=0}^{n} \mathbf{S}_{i} \tag{1}$$

เมื่อ \mathbf{S}_i คือการกระจายความเค้นบนคานเมื่อภาระที่มากระทำมี รูปแบบที่ *i* และ *n* คือจำนวนรูปแบบของภาระทั้งหมด โดยในกรณี ด้วอย่างข้างต้นมีการแบ่งคานเป็น 50 เอลิเมนด์ตามแนวแกน *x* และ แรงกระทำเป็นแรงที่เคลื่อที่ตลอดความยาวของคาน ดังนั้นรูปแบบของ ภาระจึงประกอบด้วยรูปแบบที่เกิดจากแรงกระทำบนโนดต่าง ๆ ค่า *n* จึงเป็น 50 การกระจายความเค้นเสมือนของกรณีในรูปที่ 1 แสดงในรูป ที่ 2(ค)



รูปที่ 2 การกระจายความเค้นบนคานตรงเมื่อแรงกระทำที่ระยะต่างๆ (สีอ่อนแสดงความเค้นสูง)

3. วิธีการกระจายวัสดุตามความเค้น

เมื่อได้สร้างแบบจำลองของชิ้นส่วนและทำการหาความเค้นเสมือน ในชิ้นส่วนแล้ว จึงนำข้อมูลความเค้นเสมือนที่แต่ละเอลิเมนต์มาใช้ปรับ ความหนาของเอลิเมนต์นั้น ๆโดยใช้สมการที่ (2)

$$t_{i}^{j^{*}} = t_{i}^{j} \frac{\sigma_{i}}{\sigma_{set}}$$

$$t_{i}^{j+1} = \min[(1-r)t_{i}^{j} + rt_{i}^{j^{*}}, t_{\max}]$$
(2)

เมื่อ

 t_i^{j} คือความหนาของเอลิเมนต์ i ของคานเดิม

 t_i^{j+1} คือความหนาค่าใหม่ของเอลิเมนต์ i

t_{max} คือความหนาสูงสุดที่ยอมรับได้

 $\sigma_{_i}$ คือความเค้นเสมือนที่เอลิเมนต์ i

 $\sigma_{_{ser}}$ คือความเค้นสุงสุดที่อนุญาตให้เกิดในชิ้นส่วน และ r คือตัวแปรควบคุมความเร็วในการปรับค่าโดยที่ $\ 0 < r \leq 1$

สำหรับทุกๆเอลิเม[ู]นต์ *i* หากความหนาของเอลิเมนต์ใดมีค่าต่ำ กว่า t_{min} จะพิจารณาทำการตัดเอลิเมนต์นั้นออก ซึ่งขั้นตอนการตัดเอลิ เมนต์นี้ อาจข้ามไปได้ในกรณีที่ไม่ต้องการให้เกิดช่องเปิดบนชิ้นส่วน เมื่อปรับความหนาเสร็จแล้วจะย้อนกลับไปคำนวณความเค้นเสมือนและ ปรับความหนาใหม่จนกว่าความเค้นในชิ้นส่วนจะมีค่าเข้าใกล้ σ_{set}

วิธีการออกแบบทั้งหมดที่กล่าวมาเมื่อนำมาพัฒนาเป็นโปรแกรม คอมพิวเตอร์จะมีขั้นตอนการทำงานตามรูปที่ 3



รูปที่ 3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการ ออกแบบรูปร่างด้วยวิธีการกระจายวัสดุที่เหมาะสม

4. การออกแบบคานที่รับแรงเคลื่อนที่ได้

ชิ้นส่วนที่นำมาใช้ทดลองวิธีการออกแบบคือคานตรงตามรูปที่ 1 โดยมีสัดส่วน l/h เป็น 5 และมีความหนาเบื้องต้นเท่ากับ h ตลอดคาน การคำนวณทำแบบไร้หน่วยโดยใช้ค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่น E = 1และ อัตราส่วนโพซอง $\nu = 0.3$ และแรงกระทำเป็น 1 หน่วย ความเค้น สูงสุดที่ยอมให้เกิดในชิ้นส่วน, σ_{set} ถูกกำหนดให้เท่ากับค่าสูงสุดที่ เกิดขึ้นในคานเริ่มต้น ซึ่งเป็นค่าความเค้นที่ต้องการให้เกิดขึ้นอย่าง สม่ำเสมอในคานที่ออกแบบแล้วเสร็จ ส่วนความหนาสูงสุดและต่ำสุด ไม่ได้ถูกจำกัดไว้ จำนวนเอลิเมนด์ที่ใช้คือ 50x10 เอลิเมนต์

จากผลการออกแบบในรูปที่ 4 พบว่าค่าความเค้นลู่เข้าสู่ค่า σ_{set} อย่างรวดเร็ว โดยผลลัพธ์สุดท้ายเกิดขึ้นที่การออกแบบครั้งที่ 20 โดยมี ปริมาตรลดลงเหลือต่ำกว่า 40% ของปริมาตรเริ่มต้น ค่าความเค้นที่ แสดงในรูปเป็นค่าที่เทียบกับค่าที่ต้องการ ระยะโก่งของคานมีค่ามาก เป็นประมาณสองเท่าของคานเริ่มต้นซึ่งเป็นสิ่งปกติสำหรับการออกแบบ ด้วยการลดวัสดุ

รูปร่างของคานที่ได้รับการออกแบบแสดงในรูปที่ 5(ข) เปรียบเทียบกับรูปร่างหลังการปรับเปลี่ยนครั้งแรกในรูปที่ 5(ก) โดยมี การขยายความหนา (แกน z) ขึ้นสามเท่าเพื่อความชัดเจน ในรูป ดังกล่าวมีการใช้โทนสีแทนการกระจายความเค้นเสมือนในชิ้นส่วน โดย ที่สีเข้มหมายถึงความเค้นต่ำ สีอ่อนลงหมายถึงความเค้นสูงขึ้น และสี อ่อนที่สุดคือสีขาวเป็นความเค้นที่เท่ากับค่า σ_{sc} ซึ่งจะเห็นว่าคานที่ ได้รับการออกแบบมีการกระจายความเค้นเสมือนที่สม่ำเสมอ นอกจากนี้เมื่อสังเกตหน้าตัดของคานที่ได้รับการออกแบบ ดังแสดงใน รูปที่ 6 พบว่ามีลักษณะคล้ายตัวไอ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่า วิธีการออกแบบที่นำเสนอนี้สามารถใช้งานได้ดี



รูปที่ 4 ความเค้น ปริมาตร และ ระยะโก่งสูงสุดของคาน ระหว่างการออกแบบ





(ก) รูปร่างหลังจากทำการปรับเปลี่ยนครั้งแรก



(ข) รูปร่างที่ได้รับการออกแบบแล้วเสร็จ (หลังการปรับเปลี่ยนครั้งที่ 20)

รูปที่ 5 รูปร่างและการกระจายความเค้นเสมือนของคานที่ได้รับการ ออกแบบด้วยวิธีการกระจายวัสดุที่เหมาะสม



รูปที่ 6 รูปร่างหน้าตัดของคานที่ได้รับการออกแบบด้วยวิธีการกระจาย วัสดุที่เหมาะสม

5. ตัวอย่างการใช้งานวิธีการออกแบบ

วิธีการที่นำเสนอนี้ถูกนำไปทดลองใช้ในการออกแบบซิ้นส่วนทาง กลในลักษณะอื่นๆ ดังตัวอย่างในรูปที่ 7 และ 8 ซึ่งพบว่าวิธีการ ออกแบบสามารถใช้งานได้ดี ซึ่งในหัวข้อนี้ขอกล่าวถึงตัวอย่างการ ออกแบบทั้งสองนี้เพียงสังเขป ผู้สนใจสามารถดูรายละเอียดของกรณี ดัวอย่างทั้งสองนี้ใน [6]

รูปที่ 7 เป็นคานยื่นแบบสั้นที่รับแรงที่ปลาย โดยแรงที่กระทำเป็น แรงคงที่ จากผลลัพธ์พบว่าเอลิเมนต์ ณ บริเวณจุดปลายของคานถูกตัด ออกซึ่งสอดคล้องกับลักษณะของคานที่รับแรงกระจายสม่ำเสมอในทาง ทฤษฏี โดยปริมาตรของคานลดลงเหลือเพียง 25% ของคานตรง ขณะที่รูปร่างหน้าตัดขวางของคาน ณ จุดต่างๆ มีลักษณะคล้ายรูปตัว ไอ เช่นเดียวกับกรณีตัวอย่างในหัวข้อที่ 4





(ข) รูปร่างที่เหมาะสมของคานยื่นแบบสั้น

รูปที่ 7 การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของคานยื่นแบบสั้น

รูปที่ 8 เป็นการออกแบบวงล้อที่มีจุดยึดห้าจุดบริเวณใกล้กับจุด ศูนย์กลาง และ รับโมเมนต์ที่กระทำจากขอบด้านนอก (ลักษณะภาระที่ กระทำคล้ายกับล้อรถยนต์) โดยบริเวณที่แรเงาจะเป็นบริเวณที่ไม่มีการ เปลี่ยนแปลงความหนา เนื่องจากเป็นจุดรวมความเค้น ซึ่งผลการ ออกแบบพบว่าปรากฏรูปร่างของ ซี่ล้อ ขึ้นหลังจากการตัดเอลิเมนต์ที่มี ความหนาต่ำกว่าค่าที่กำหนดออก โดยปริมารของล้อลดลงเหลือ 35% ของล้อตัน นอกจากนี้พบว่าการลู่เข้าสู่คำตอบจะไม่ราบลื่น (ดังรูปที่ 9) เนื่องจากมีการดัดเอลิเมนต์ออกจำนวนมาก

ME NETT 20th หน้าที่ 421 CST002

School of Mechanical Engineering , Suranaree University of Technology

ลดปริมาตรของชิ้นส่วนลงอย่างมากโดยที่ชิ้นส่วนที่ออกแบบได้มี ความสามารถในการรับแรงตามที่ต้องการ และมีการกระจายของความ เค้นอย่างสม่ำเสมอบนชิ้นส่วน การลู่เข้าสู่ความเค้นระหว่างการ ออกแบบปรับความหนาแต่ละครั้งเป็นไปอย่างราบลื่น ส่วนจากการ ทดลองออกแบบในกรณีตัวอย่างอื่นๆ ซึ่งนำเสนอโดยสังเขปในหัวข้อที่ 5 พบว่าวิธีการสามารถใช้งานได้ดีแม้ชิ้นส่วนจะไม่ได้มีลักษณะเป็นคาน แต่พบว่าการลู่เข้าสู่คำตอบจะไม่ราบลื่นหากมีการตัดเอลิเมนต์ออก จำนวนมาก

วิธีการที่นำเสนอมีข้อดีคือ ใช้ระยะเวลาในการคำนวณไม่มาก เนื่องจากการคำนวณที่เกิดขึ้นเป็นการคำนวณความเค้นโดยวิธีการไฟ ในท์เอลิเมนต์ตามปกติเท่านั้น ไม่มีการคำนวณค่าเกรเดี้ยน หรือ อนุพันธ์ใด ๆมาเกี่ยวข้อง อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ความเค้นแบบสอง มิติในงานวิจัยนี้ ใช้สมมุติฐานแบบความเค้นในระนาบ (plane stress) โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นจึงเหมาะกับการออกแบบชิ้นส่วนที่มี ลักษณะบางเป็นหลัก หากมีการใช้ในชิ้นส่วนหนาเกินไปจะทำให้มี ความผิดพลาดในการวิเคราะห์สูงเนื่องจากการกระจายที่ไม่สม่ำเสมอ ของความเค้นในแนวความหนา วิธีการนี้จึงเป็นวิธีการออกแบบรูปร่าง ของชิ้นส่วนในเบื้องดัน เพื่อให้ได้รูปร่างที่ใกล้เคียงกับรูปร่างที่เหมาะสม อันเป็นการช่วยประหยัดเวลาในการคำนวณวิเคราะห์แบบสามมิติ ในช่วงการออกแบบขั้นต้นลงได้มาก

7. กิตติกรรมประกาศ

ผลงานนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากคณะกรรมการส่งเสริมการ วิจัยเสริมหลักสูตร มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ประจำปี พ.ศ. 2547 ผู้วิจัยขอขอบคุณมา ณ ที่นี้

เอกสารอ้างอิง

- Mattheck, C., 1990. Why they grow, how they grow the mechanics of trees. Agricultural Journal, vol. 14 ,1990 ,pp. 1-17.
- [2] Li, Q., Steven, G. and Xie, Y., 1999. On equivalence between stress criterion and stiffness criterion in evolutionary structural optimization. Structural Optimization, vol. 18, pp. 67-73.
- [3] Bendsoe, M., 1989. Optimal shape design as a material distribution problem. Structural Optimization, vol. 1, pp. 193-202.
- [4] Kikuchi, N., Nishiwaki, S., Fonseca, J. and Silva, E., 1998. Design optimization method for compliant mechanisms and material microstructure. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 151, pp. 401-417.
- [5] ดุลยโชติ ซลศึกษ์, 2546. การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของ ชิ้นส่วนเครื่องจักรกลสำหรับหลายจุดทำงาน การประชุมวิชาการ เครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 17
- [6] ดุลยโซติ ซลศึกษ์, 2549. รายงานวิจัยเสริมหลักสูตร เรื่อง การ ออกแบบรูปร่างของชิ้นส่วนทางกลด้วยการกระจายวัสดุที่เหมาะสม มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ (อยู่ระหว่างการพิจารณา)

(ก) ลักษณะของแรงที่กระทำบนวงล้อ (ส่วนที่แรเงาจะไม่ถูกเปลี่ยนแปลง)

M



(ข) รูปร่างที่เหมาะสมของล้อส่งแรงบิด



รูปที่ 8 การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของล้อส่งโมเมนต์บิด

รูปที่ 9 ความเค้น ปริมาตร เค้น และ ปริมาตรของล้อส่งโมเมนต์บิด ระหว่างการออกแบบ

6. สรุป

งานวิจัยนี้ศึกษาวิธีการออกแบบรูปร่างของชิ้นส่วนทางกล โดย อาศัยการกระจายวัสดุตามความเค้น โดยอาศัยสมมุติฐานของ ความสัมพันธ์ระหว่างความหนาและความเค้นของชิ้นส่วน ว่าเป็น ความสัมพันธ์แบบผกผันตรง ซึ่งจากการนำไปใช้กับปัญหาการ ออกแบบที่นำเสนอในหัวข้อที่ 4 พบว่าวิธีการนี้ใช้การได้ดี โดยสามารถ

ME NETT 20th หน้าที่ 422 CST002

School of Mechanical Engineering , Suranaree University of Technology