

การปรับค่าความแข็งสปริงของตัวดูดซับการสั่นแบบคานมวลคู่เพื่อลลดการสั่นของคาน Stiffness Adjustment of Dual Mass Cantilever Absorber for Suppressing Beam Vibration

เจิมธง ปรารณารักษ์ จิระพล ศรีเสริฐผล
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
อ.เมือง จ.นครราชสีมา 30000
โทร (044) 224412 โทรสาร (044) 224413, E-mail: jiraphon@sut.ac.th

บทคัดย่อ: วิธีในการควบคุมการสั่นสะเทือนของระบบวิธีหนึ่งคือ การติดตั้งตัวดูดซับการสั่น (Vibration Absorber) เพิ่มเติมเข้าไปในระบบเพื่อที่จะลดขนาดของการสั่นที่เกิดขึ้น ซึ่งโดยทั่วไปค่าความแข็งสปริงของตัวดูดซับการสั่นจะถูกปรับค่าให้มีความถี่ธรรมชาติเท่ากับค่าความถี่ของแรงฮาร์โมนิกส์ที่กระทำต่อระบบ แต่ระบบส่วนใหญ่ในอุตสาหกรรมเราพบว่า แรงฮาร์โมนิกส์ที่กระทำต่อระบบนั้นมีหลายขนาด (Amplitude) และหลายความถี่ที่แตกต่างกัน ดังนั้นการปรับแต่งค่าความแข็งสปริงของตัวดูดซับการสั่นให้มีความถี่ธรรมชาติที่เหมาะสมที่สุดจึงมีความสามารถจำกัดในการลดขนาดการสั่นของระบบ บทความวิจัยนี้ได้ศึกษาวิธีการปรับแต่งค่าความแข็งสปริงของตัวดูดซับการสั่นแบบคานมวลคู่ (Dual Mass Cantilever) ให้มีค่าที่เหมาะสม และมีประสิทธิภาพที่สุดต่อการลดขนาดการสั่นที่เกิดขึ้นของคาน โดยการประยุกต์ใช้วิธีแบบปรับความถี่ดูดซับ (Tuned Absorption Frequency) และการควบคุมแบบปรับตัว (Adaptive Control)

คำสำคัญ: การสั่นทางกล, ทฤษฎีการควบคุม, ระบบแบบปรับตัวได้

Abstract : One of the most common methods for the vibration control is the use of the vibration absorber for suppressing the amplitude of vibration. Normally, the stiffness of the vibration absorber is adjusted to have the natural frequency equal to the frequency of harmonic force that acts on the system. However, it is found in most systems in industry that such a harmonic force has many different magnitudes and frequencies. Therefore, the stiffness adjustment of absorber to the optimized natural frequency has a limit to suppress the vibration of system. This paper studies the method for adjusting the absorber stiffness of the type of dual mass cantilever to have the optimized value and to be most efficient for suppressing the beam vibration by using the tuned absorption frequency and adaptive control.

Keywords: Mechanical Vibration, Control Theory, Adaptive System

1. บทนำ

การสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นในระบบ มีผลต่ออายุการใช้งาน ความแข็งแรงคงทนของเครื่องจักรและฐานราก นอกจากนี้ยังมีผลเสียต่อคนที่อยู่ในบริเวณนั้นอีกด้วย สำหรับการควบคุมการสั่นด้วยการใช้ตัวดูดซับการสั่น เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ยอมรับในปัจจุบัน โดยทั่วไปตัวดูดซับการสั่นจะประกอบไปด้วย มวล – สปริง และอาจจะมีตัวหน่วงประกอบร่วมอยู่ด้วย เมื่อนำตัวดูดซับการสั่นนี้ติดตั้งเข้ากับระบบหลัก (Primary System) ซึ่งอาจจะเป็นเครื่องจักร เครื่องยนต์ หรือโครงสร้างที่มีการสั่นสะเทือน ในการออกแบบตัวดูดซับการสั่นโดยทั่วไปจะออกแบบให้มีความถี่ธรรมชาติของตัวดูดซับ (Natural Frequency of Absorbers, ω_a) หรือความถี่ดูดซับ (Absorption Frequency) เท่ากับ

ความถี่ธรรมชาติของระบบหลัก (ω_n) เพื่อป้องกันการสั่นพ้อง (Resonance) ที่อาจจะเกิดขึ้น เนื่องจากความถี่ของแรงที่กระทำ (Exciting Frequency, ω_f) ตรงกับความถี่ธรรมชาติของระบบหลัก ซึ่งเมื่อติดตั้งตัวดูดซับการสั่นแล้ว ณ ความถี่ของการสั่นพ้อง (Resonance Frequency) การสั่นของระบบหลักจะเท่ากับศูนย์ กล่าวคือ ณ ความถี่นี้ตัวดูดซับการสั่นจะมีประสิทธิภาพสูงที่สุด และจะลดลงเมื่อความถี่ของภาระที่กระทำมีการเปลี่ยนแปลงไป จึงได้มีการประดิษฐ์ตัวดูดซับการสั่นที่สามารถปรับเปลี่ยนค่าความถี่ดูดซับได้ โดยการปรับค่าความหน่วง มวล หรือความแข็งสปริง เพื่อให้สอดคล้องกับความถี่ที่เปลี่ยนแปลงไป อย่างไรก็ตามในระบบทางกลจะมีแรงที่กระทำแบบฮาร์โมนิกส์เกิดขึ้น ซึ่งขนาดและความถี่ของแรงดังกล่าวมักจะไม่คงที่ และมี

ขนาดของแรงที่มีหลายๆความถี่ผสมกันอยู่ ดังนั้นการปรับค่าความถี่ดูดซับ (ω_d) จึงไม่มีประสิทธิภาพที่ดีพอเพียงต่อการลดขนาดการสั่นแบบฮาร์โมนิกส์ที่เกิดขึ้นได้

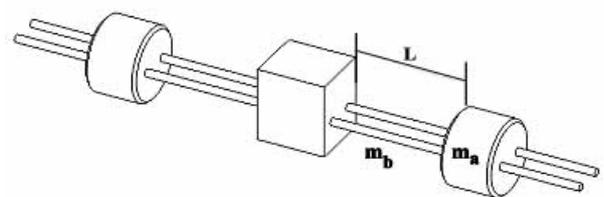
อุปกรณ์ช้บการสั่นทางพลวัต (Dynamic Vibration Absorber, DVA) ถูกคิดค้นขึ้นครั้งแรกเมื่อปี 1909 โดยเป็นระบบตายตัวประกอบด้วย มวล-สปริง-ตัวหน่วง (Mass-Spring-Damper) ซึ่ง Den Hartog [1] ได้นำเสนอหลักการลดค่าขนาดที่มากที่สุดในการตอบสนองของระบบหลัก โดยใช้อุปกรณ์ช้บการสั่นทางพลวัตแบบมีตัวหน่วง Hunt [2] ได้เสนอการนำวิธีการของอุปกรณ์ช้บการสั่นทางพลวัตแบบปรับค่าได้ (ADVA) มาประยุกต์ใช้กับเฮลิคอปเตอร์ โดยพัฒนาระบบไฮดรอลิกของใบพัดหลัก (rotor) ขึ้นมาใหม่ และติดตั้งอุปกรณ์ตรวจจับและป้อนกลับสัญญาณ 2 ชุด ที่ใบพัดหลักและลำตัวของเฮลิคอปเตอร์ ซึ่งสัญญาณทั้งสองชุดจะถูกนำไปขยายและควบคุมเซอร์โววาล์วเพื่อควบคุมไฮดรอลิก ระหว่างใบพัดหลักและลำตัวของเฮลิคอปเตอร์ Lamancusa [3] ได้ทำการทดลองวิธีการช้บการสั่นแบบ Adaptive-Passive กับงานทางด้านเสียงรบกวนจากเครื่องยนต์ ซึ่งในช่วงการตอบสนองแคบๆ บางช่วงจะมีการสั่นรบกวนขึ้น ปรากฏว่าวิธีนี้สามารถทำงานได้ดี สำหรับตัวอย่างการประยุกต์ใช้อุปกรณ์ช้บการสั่นแบบปรับตัวได้ Franchek, Ryan และ Bernhard[4] ทำการควบคุมการสั่นสะเทือนของแบบจำลองอาคาร 4 ชั้นที่ติดตั้งอุปกรณ์ช้บการสั่นแบบปรับตัวไว้ชั้นบนสุด และกระตุ้นให้เกิดการสั่นที่ฐานด้วยช่วงความถี่ 6.1-7.4 Hz โดยใช้เกณฑ์การปรับค่าความถี่ดูดซับให้เท่ากับความถี่ของแรง ซึ่งจากการทดลองพบว่าการใช้อุปกรณ์ช้บการสั่นแบบปรับตัวสามารถลดการสั่นได้ 24 dB ต่อมาในปี 1997 คณะวิจัยของ Buhr, Franchek และ Bernhard[5] ได้ทำการพัฒนาวิธีการควบคุมการสั่นของระบบที่ไม่สามารถติดตั้งตัวดูดซับและตัวตรวจวัด ณ ตำแหน่งที่ต้องการควบคุมได้ โดยใช้แบบจำลองเดิม คือแบบจำลองอาคาร 4 ชั้นที่ติดตั้งอุปกรณ์ช้บการสั่นไว้ชั้นบนสุด ซึ่งต้องการควบคุมการสั่นในชั้นที่ 2 และ 3 โดยตัวควบคุมการสั่นจะใช้ความต่างของมุมเฟสที่ได้จากการถอดสัญญาณมอดูเลท (Modulate) มาร่วมใช้ในการประมวลผล ซึ่งผลที่ได้คือ เมื่อฐานถูกกระตุ้นด้วยความถี่ 6 Hz อุปกรณ์ช้บการสั่นสามารถช้บการสั่นได้ 19.4 dB และ 24.3 dB ในชั้นที่ 2 และชั้นที่ 3 ตามลำดับ Carneal, Charette และ Fuller [8] ได้ศึกษาการเพิ่ม-ลดการแผ่กระจายของสนามเสียงจากแผ่นระนาบ โดยใช้ตัวช้บการสั่นแบบปรับตัว โดยอาศัยการปรับค่าความแข็งสปริง ซึ่งควบคุมด้วยเกณฑ์วิธีควบคุม 2 แบบ เพื่อให้สนองตอบต่อการสั่นของแผ่นระนาบและควบคุมการเพิ่ม-ลดการแผ่กระจายของสนามเสียง ซึ่งเมื่อกระตุ้นระบบด้วยความถี่ 156 Hz จะเพิ่มกำลังการแผ่กระจายของสนามเสียงเฉลี่ยได้ 12 dB และสามารถลดได้ 16.5 dB ส่วนระบบที่ถูกกระตุ้นด้วยความถี่ 256 Hz จะสามารถเพิ่มกำลังเสียงเฉลี่ยได้ 4.9 dB และลดได้ 25.1 dB

Christopher [9] ได้ศึกษาเปรียบเทียบอุปกรณ์ช้บการสั่นสองแบบ คือ แบบสปริงอากาศ (Enclosed Air) และแบบคานมวลคู่ ซึ่ง

อุปกรณ์ช้บการสั่นทั้งสองแบบจะปรับค่าความถี่ธรรมชาติของอุปกรณ์ให้เท่ากับความถี่ของแรง โดยปรับความแข็งเกร็งของตัวอุปกรณ์ และทำการทดสอบ ADVA ทั้งสองแบบกับคาน ผลการศึกษาของ Christopher คือ อุปกรณ์ช้บการสั่นแบบสปริงอากาศสามารถลดการสั่นลงได้ 10 dB โดยสามารถทำงานได้ในช่วงความถี่ 47-60 Hz และมีความถี่รีโซแนนซ์ ที่ 53 Hz ส่วนประสิทธิภาพขึ้นอยู่กับชนิดของแผ่นไดอะแฟรมที่ใช้ทำปริมาตรปิดของอุปกรณ์ ส่วนอุปกรณ์ช้บการสั่นแบบคานมวลคู่ นั้น มีความยืดหยุ่นและประสิทธิภาพในการใช้งานสูงกว่า โดยที่ระบบมีความถี่รีโซแนนซ์เดิมที่ 77 Hz และมีความสามารถทำงานได้ในช่วงความถี่ 47 – 95 Hz มีประสิทธิภาพในการช้บการสั่นได้สูงสุด 50 dB นอกจากนี้เสถียรภาพของระบบยังเชื่อถือได้ Simon [6],[7] ได้ทำการศึกษาต่อจาก Christopher โดยใช้อุปกรณ์ช้บการสั่นแบบเดียวกันคือ คานมวลคู่ควบคุมการสั่นของแผ่นเหล็กระนาบสี่เหลี่ยมคาน และหม้อแปลงไฟฟ้าขนาดใหญ่ โดยมุ่งเน้นศึกษาไปที่ การตอบสนองของอุปกรณ์ช้บการสั่นที่โหมดการสั่น (Mode Shape) ต่างๆ ผลจากการศึกษาพบว่า การตอบสนองของอุปกรณ์สามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพในทุกโหมดการสั่น และตอบสนองได้ดีทุกตัวอย่าง การทดสอบ นอกจากนี้ยังมีช่วงการทำงานกว้าง

แม้ว่าการตอบสนองของอุปกรณ์ช้บการสั่นแบบคานมวลคู่จะมีข้อดีและจุดเด่นอยู่มาก แต่ในการศึกษาของ Christopher และ Simon ต่างก็พบว่าเงื่อนไขสำคัญที่ทำให้อุปกรณ์ช้บการสั่นทั้งแบบสปริงอากาศ และแบบคานมวลคู่จะมีประสิทธิภาพในการทำงานก็ต่อเมื่อ ความถี่ของแรงที่กระทำกับระบบนั้นจะต้องมีเพียงความถี่เดียว ซึ่งในความเป็นจริงแล้วระบบที่มีการสั่นสะเทือนจะมีขนาดและความถี่ที่ซับซ้อนอีกทั้งยังมีขนาดและความถี่มากกว่าหนึ่งค่า บทความวิจัยนี้ได้ศึกษาและวิเคราะห์วิธีแบบปรับความถี่ช้บการสั่น และการควบคุมแบบปรับตัวได้ สำหรับการปรับแต่งค่าความแข็งสปริงของตัวดูดซับการสั่นแบบคานมวลคู่ให้มีค่าที่เหมาะสม และมีประสิทธิภาพที่ดีต่อการลดขนาดการสั่นที่เกิดขึ้นของคาน และสามารถทำงานได้อัตโนมัติ โดยการประยุกต์ใช้โปรแกรม LabVIEW version 8.0 และ MATLAB version 7.0 ในการตรวจวัดการสั่นและปรับค่าความแข็งสปริงของตัวดูดซับการสั่น

2. ตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบไร้ความหน่วง



รูปที่ 1 ลักษณะของตัวดูดซับการสั่นแบบคานมวลคู่

ในงานวิจัยนี้ใช้ตัวดูดซับการสั่นชนิดไร้ความหน่วงแบบคานมวลคู่ เนื่องจากสร้างได้ง่าย มีราคาถูก และสามารถปรับแต่งค่าความแข็งสปริงของตัวดูดซับการสั่นได้ โดยมีมอเตอร์เป็นตัวขับเคลื่อนที่มีเกลียวในการเปลี่ยนตำแหน่งมวลดูดซับการสั่น ซึ่งลักษณะของตัวดูดซับการสั่นนี้ จะมีมวลดูดซับการสั่นอยู่ที่ปลายของเพลาคู่ทั้ง 2 ด้าน ดังแสดงในรูปที่ 1 ซึ่งการปรับระยะการเคลื่อนที่ (L) ของมวลดูดซับการสั่นที่ปลายทั้งสอง จะทำให้ค่าความแข็งสปริงเปลี่ยนไป เป็นผลให้ความถี่ธรรมชาติหรือความถี่ดูดซับของตัวดูดซับการสั่นเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย

เกณฑ์สำคัญในการออกแบบตัวดูดซับการสั่นคือ ความถี่ดูดซับของตัวดูดซับการสั่น (ω_a) ต้องเท่ากับความถี่ของแรง (ω_f) โดยความถี่ดูดซับของตัวดูดซับการสั่นมีความสัมพันธ์กับค่าความแข็งสปริงคือ

$$\omega_a^2 \propto \frac{k_a}{m} \quad (1)$$

โดยที่ k_a - ค่าความแข็งสปริงของตัวดูดซับการสั่นและ m - มวลตัวดูดซับการสั่น

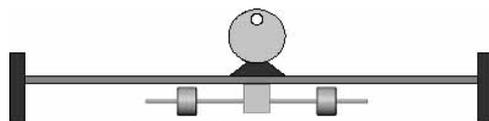
ความถี่ดูดซับของตัวดูดซับการสั่น โดยวิธีการประมาณของDunkerley สามารถหาได้จากสมการ

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m}} = \sqrt{\frac{76.2EI}{(3m_b + 25.4m_a)L^3}} \quad (2)$$

$$\text{ดังนั้น } k_a = \frac{76.2EI}{L^3} \quad (3)$$

โดยที่ E - โมดูลัสความยืดหยุ่น, I - โมเมนต์ความเฉื่อยพื้นที่หน้าตัดของเพลลา, L - ระยะห่างระหว่างมวลดูดซับการสั่นถึงตัวดูดซับการสั่น, m_b - มวลของเพลลาและ m_a - มวลดูดซับการสั่น

ระบบที่ใช้ทดสอบในงานวิจัยนี้ ระบบหลักจะเป็นคานตรงหน้าตัดสี่เหลี่ยม ขนาดกว้าง 25 mm หนา 13 mm และมีความยาว 840 mm โดยมีตัวกำเนิดการสั่นเป็นจานกลมเจาะรูเยื้องศูนย์กลางเข้ากับเพลลามอเตอร์ติดตั้งอยู่กึ่งกลางคาน ทำให้เกิดแรงฮาร์โมนิกส์เนื่องจากการหมุนที่ไม่สมดุลที่แปรผันตามความเร็วรอบของมอเตอร์ คือ $F(t) = 0.0002581\omega^2 \sin(\omega t)$ โดยมีการทำงานอยู่ที่ความถี่ (ω) 21.91-62.83 rad/sec และติดตั้งตัวดูดซับการสั่นไว้ด้านล่างคานที่ตำแหน่งกึ่งกลางเช่นกัน ดังแสดงในรูปที่ 2

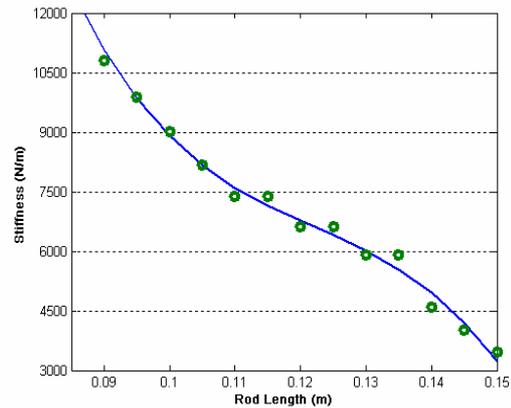


รูปที่ 2 ระบบที่ใช้ทดสอบในงานวิจัย

การทดลองหาความสัมพันธ์ของตำแหน่งมวลดูดซับการสั่น (L) และความถี่ที่ตัวดูดซับการสั่นที่มีประสิทธิภาพในการดูดซับการสั่นมากที่สุด ซึ่งเราสามารถพิจารณาความสัมพันธ์ของตำแหน่งมวลดูดซับการสั่น (L) กับค่าความแข็งสปริง ในช่วงระยะ 0.085-0.15 m หรือเท่ากับช่วงความ

แข็งสปริง 3327-11320 N/m ดังแสดงในรูปที่ 3 และมีสมการความสัมพันธ์ (Root mean square Error = 214.694 N/m) ดังนี้

$$k_a = -6.4356 \times 10^7 L^3 + 2.36 \times 10^7 L^2 - 2.957 \times 10^6 L + 1.3298 \times 10^5 \quad (4)$$



รูปที่ 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความแข็งสปริงกับระยะ L

3. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่อยู่ภายใต้แรงกระทำซึ่งติดตั้งตัวดูดซับการสั่นเข้ากับระบบ ดังแสดงในรูปที่ 4 โดยที่มวล, ค่าความแข็งของสปริง, ตัวหน่วง และการขจัดของระบบหลัก คือ M, k, c และ X ตามลำดับ ส่วน m, k_a, X_a คือ มวล, ค่าความแข็งของสปริง และการขจัดของตัวดูดซับการสั่น ระบบที่อยู่ภายใต้การกระทำของแรงฮาร์โมนิกส์ $F(t)$ เราสามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ของระบบในรูปสมการสถานะ คือ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k+k_a}{M} & -\frac{c}{M} & \frac{k_a}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_a}{m} & 0 & -\frac{k_a}{m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \end{bmatrix} F(t) \quad (5)$$

และสถานะเอาท์พุท คือ

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

โดยที่ $x_1 = X$; $x_2 = \dot{X}$; $x_3 = X_a$ และ $x_4 = \dot{X}_a$

จากสมการสถานะข้างต้น จะได้สมการผลการตอบสนองของระบบที่สถานะคงตัวภายใต้แรงกระทำ คือ

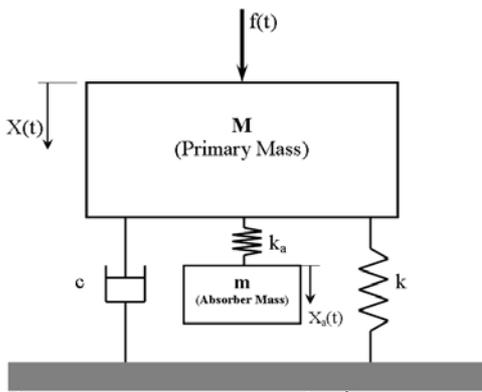
$$\frac{X}{F_0} = \frac{(k_a - m_a \omega_f^2)^2}{\sqrt{[(k - M\omega_f^2)(k_a - m_a \omega_f^2) - m_a k_a \omega_f^2 - \omega_f^2 c^2]^2 + [c\omega_f(k_a - m_a \omega_f^2)]^2}} \quad (7)$$

$$\frac{X_a}{F_0} = \sqrt{\frac{k_a^2}{[(k - M\omega_j^2)(k_a - m_a\omega_j^2) - m_a k_a \omega_j^2 - c^2 \omega_j^2]^2 + [\omega_j c(k_a - m_a\omega_j^2)]^2}} \quad (8)$$

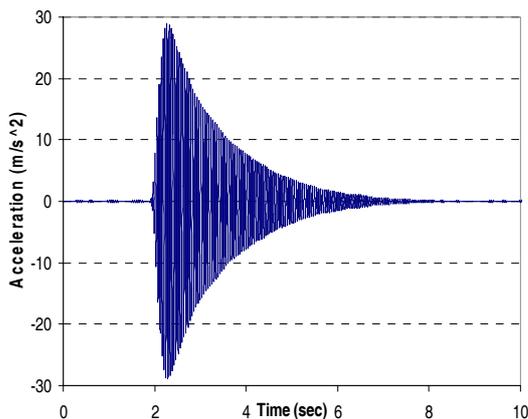
จากสมการที่ (7) ซึ่งเป็นสมการการตอบสนองที่สภาวะคงตัว หากต้องการให้การสั่นเท่ากับศูนย์ เกณฑ์สำคัญในการออกแบบตัวขับเคลื่อน คือ

$$k_a = m\omega^2 \quad (9)$$

ผลทดลองหาฟังก์ชันการถ่ายโอน(Transfer Function) ของคาน จากรูปที่ 2 เมื่อมวลของคาน (m_1) มีค่า 2.1 kg มวลของตัวกำเนิดการสั่น (m_2) มีค่า 2.7 kg, ความถี่ธรรมชาติของคานที่ติดตั้งตัวกำเนิดการสั่น $\omega_n = 144.324$ rad/s ($f_n = 23$ Hz) และมวลของคาน คือ $M = 3.72$ kg,



รูปที่ 4 แบบจำลองทางกลของระบบที่ติดตั้งตัวดูดซับการสั่น



รูปที่ 5 กราฟของสัญญาณความเร่งจากการเคาะทดสอบ

สำหรับค่าอัตราส่วนความหน่วง (Damping ratio, ζ) สามารถหาได้จากการเคาะทดสอบ ดังแสดงผลในรูปที่ 5 ซึ่งค่า

อัตราส่วนความหน่วงคำนวณได้จากสมการการลดลงแบบลอการิทึม (Logarithmic decrement, δ) คือ

$$\delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \ln\left(\frac{X_1}{X_2}\right) \quad (10)$$

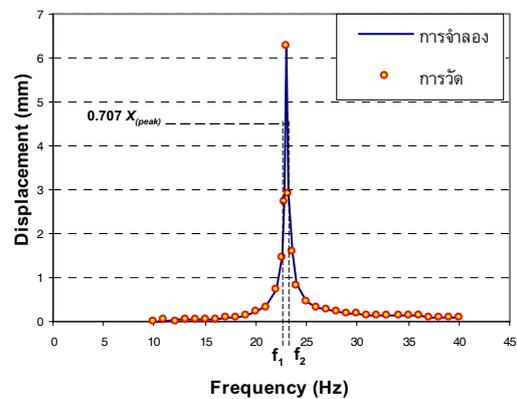
โดยที่ X_1 - ขนาดของสัญญาณความเร่งยอดแรก, X_2 - ขนาดของสัญญาณความเร่งยอดถัดไปที่วิเคราะห์ จากความสัมพันธ์ข้างต้น สามารถคำนวณหาอัตราส่วนความหน่วงได้ คือ $\zeta = 0.0055$ ดังนั้น จะได้สมการฟังก์ชันการถ่ายโอนของคาน

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{0.2688}{s^2 + 1.5885s + 20858} \quad (11)$$

$$\text{โดยที่ } K\omega_n^2 = \frac{1}{m_{eff}}$$

เมื่อ m_{eff} คือ มวลประสิทธิภาพ (Effective Mass) ของคานที่ตำแหน่งกึ่งกลาง ซึ่งมีค่าเท่ากับ $m_{eff} = 0.4857m_1 + m_2$

ทำการทดสอบฟังก์ชันการถ่ายโอนของคานดังกล่าว โดยเปรียบเทียบขนาดการขจัดการสั่นที่ได้จากจำลองการสั่นด้วยโปรแกรม MATLAB และจากการวัดด้วยตัวตรวจวัดความเร่ง (Accelerometer) ซึ่งทำการแปลงค่าให้เป็นการขจัดโดยโปรแกรมLabVIEW (ซึ่งเปรียบเทียบค่ากับไมโครมิเตอร์)



รูปที่ 6 กราฟเปรียบเทียบการขจัดการสั่นของคานที่ได้การจำลองและจากการวัด

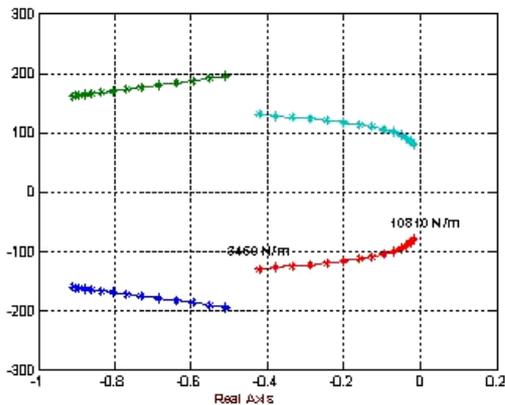
จากการทดสอบ ฟังก์ชันการถ่ายโอนของคานมีความถูกต้องสูงเพียงพอที่จะนำไปใช้ดำเนินการทดสอบในขั้นต่อไป อย่างไรก็ตาม การหาอัตราส่วนความหน่วงยังสามารถหาได้จากกราฟความสัมพันธ์ของการขจัดและความถี่ที่ได้การวัด โดยคำนวณจากสมการ

$$\frac{(X/\delta_{st})_{peak} / \sqrt{2}}{2\zeta} = \frac{\omega_n}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{f_n}{f_2 - f_1} \quad (12)$$

ออกแบบให้มวลตัวดูดซับการสั่น (m) มีน้ำหนัก 0.51764 kg หลังจากติดตั้งตัวดูดซับการสั่นแล้วระบบจะเป็นระบบสองลำดับชั้นความเสรี (Two degree of freedom) จากสมการที่ 7 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันการถ่ายโอนของระบบ (เมื่อค่า $k_a = 5000$ N/m)

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{0.5176 s^2 + 5000}{1.9256 s^4 + 3.0588 s^3 + 61287 s^2 + 29546 s + 387326950}$$

4. การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบ



รูปที่ 7 แผนภาพแสดงตำแหน่งโพลระบบปิดที่มีการเปลี่ยนแปลงค่า

ความแข็งสปริงในช่วง 3450 – 10810 N/m บนระนาบเชิงซ้อน

ผลการวิเคราะห์ความเสถียรของระบบ โดยพิจารณาจากตำแหน่งโพลระบบปิด (Closed-loop Poles) เมื่อค่าความแข็งสปริงของตัวดูดซับการสั่นมีการเปลี่ยนแปลงในช่วง 3450 - 10810 N/m ดังแสดงในรูปที่ 7 จะพบว่าตำแหน่งโพลระบบปิดของระบบมีตำแหน่งอยู่ทางด้านซ้ายมือของระนาบเชิงซ้อน (Complex Plane) จึงสรุปได้ว่าการเปลี่ยนแปลงค่าความแข็งของสปริงในช่วงดังกล่าวระบบยังคงมีความเสถียร

5. อัลกอริทึมที่ใช้ปรับแต่งค่าความแข็งสปริง

ขั้นตอนการปรับแต่งค่าความแข็งสปริง ดังแสดงในรูปที่ 8 ค่าต่าง ๆ ที่ได้จากตัวตรวจวัด (Transducer) จะส่งเข้าไปในอัลกอริทึมเพื่อทำการคำนวณและเลือกค่าความแข็งสปริงที่เหมาะสมให้แก่ตัวดูดซับการสั่น ในการดำเนินการวิจัย จะศึกษาและทดลองอัลกอริทึมควบคุม (Control Algorithm) เพื่อใช้ปรับแต่งค่าความแข็งสปริงตัวดูดซับการสั่นโดยวิธีต่างๆ กัน ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. แบบปรับความถี่ดูดซับ เป็นการปรับค่าตัวดูดซับการสั่น โดยใช้การควบคุมแบบเปิด-ปิด (On-Off Control) โดยมีเกณฑ์ในการปรับค่า คือ $err = \omega_f - \omega_a$ เป็นตัวควบคุมทิศทางเคลื่อนที่ของมวลตัวดูดซับการสั่น
2. การควบคุมแบบปรับตัว ซึ่งเกณฑ์ในการปรับแต่งค่าของอัลกอริทึม

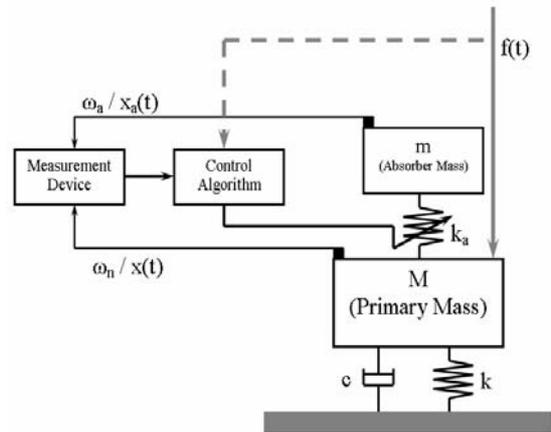
นี้ คือ Loss function (J) เมื่อ $J(k_a) = |X|$ โดยที่ Sensitivity function คือ $D = \left(\frac{\partial X}{\partial k_a}\right)$

เกณฑ์การปรับค่าได้สำหรับ k_a คือ

$$\frac{\partial k_a}{\partial t} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial k_a} = -\gamma X \frac{\partial X}{\partial k_a} = -\gamma X D \quad (13)$$

โดยที่ γ คือ Adaptation Gain ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่แบบปรับตัวได้ของระบบ คือ

$$M \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} + c \frac{\partial D}{\partial t} + (k + k_a) D = X_a - X \quad (14)$$

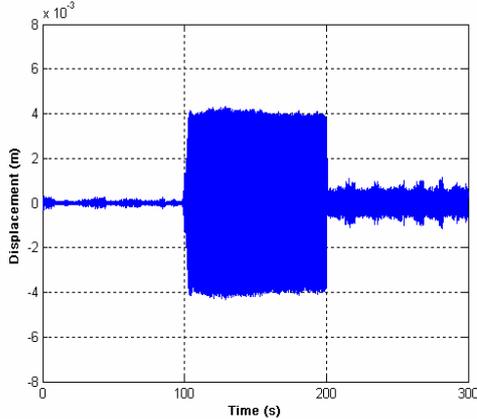


รูปที่ 8 แผนภาพขั้นตอนการทำงานของระบบ

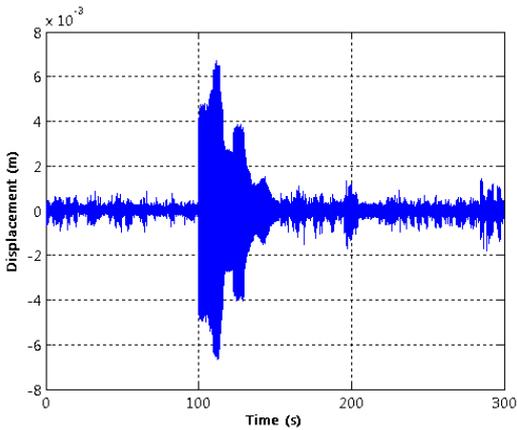
6. ผลการทดลองและการจำลองสถานการณ์

ตัวดูดซับการสั่นแบบตายตัว (passive absorber) โดยทั่วไปนั้นจะไม่สามารถปรับค่าได้ ดังนั้นตัวดูดซับการสั่นประเภทนี้จะถูกออกแบบให้ดูดซับการสั่นที่ความถี่ใดความถี่หนึ่ง ซึ่งโดยทั่วไปมักจะเป็นความถี่วิกฤตของระบบ ในการทดลองตัวดูดซับการสั่นแบบตายตัวนี้ ซึ่งมีความถี่ที่ต้องการควบคุมการสั่นอยู่ที่ 94.24 rad/s ทดสอบกระตุ้นระบบด้วยแรงฮาร์โมนิกส์ที่เกิดจากการการหมุนที่ไม่สมดุล $A \sin(\omega t)$ โดยที่ $A = 0.0002581 \omega^2$ ซึ่งมีความถี่ (ω) เป็น 3 ช่วง ช่วงละ 100 วินาที คือ 94.24, 144.51 และ 125.66 rad/s ตามลำดับ ซึ่งผลการสั่นของคานที่ติดตั้งตัวดูดซับการสั่นแบบตายตัวที่วัดได้นั้นจะสามารถดูดซับการสั่นได้ดีที่ความถี่ที่ออกแบบไว้ ดังแสดงในรูปที่ 9 จะเห็นว่าขนาดการสั่นของคาน เมื่อถูกกระทำด้วยแรงฮาร์โมนิกส์ที่มีความถี่ 94.24 rad/s จะมีขนาดน้อยมาก เพราะเป็นความถี่ดูดซับ ส่วนความถี่อื่นของแรงที่กระทำ ตัวดูดซับการสั่นแบบตายตัวจะสามารถดูดซับการสั่นได้เพียงบางส่วน ขนาดการสั่นจึงมีมากขึ้น ในช่วงเวลา 100-200 วินาที ระบบถูกกระตุ้นด้วยความถี่ 144.51 rad/s จะเกิดการสั่นที่รุนแรงเนื่องจากเป็นความถี่ที่อยู่ใกล้ความถี่รีโซแนนซ์ (ความถี่รีโซแนนซ์

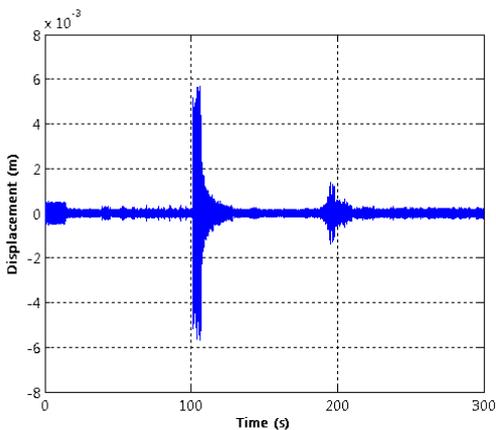
นซ์ของระบบหลังจากติดตั้งตัวดูดซับการสั่นแบบตายตัว จะอยู่ที่ 149.54 และ 82.94 rad/s)



รูปที่ 9 แสดงผลการวัดขนาดการสั่นของคานที่ติดตั้งตัวดูดซับการสั่นแบบตายตัว

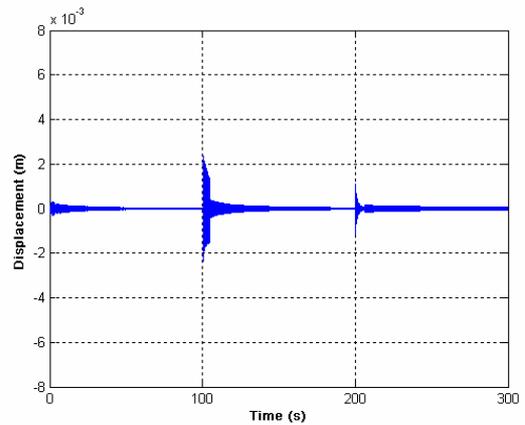


รูปที่ 10 แสดงผลการวัดขนาดการสั่นของคานที่ติดตั้งตัวดูดซับการสั่นที่ใช้อัลกอริทึมควบคุมแบบปรับความถี่ดูดซับ



รูปที่ 11 แสดงผลการวัดขนาดการสั่นของคานที่ติดตั้งตัวดูดซับการสั่นที่ใช้อัลกอริทึมควบคุมแบบปรับตัวที่ได้จากการวัด

สำหรับการทดลองตัวดูดซับการสั่นแบบปรับค่าได้ จะทำการเปรียบเทียบขนาดการสั่นของคานที่เกิดขึ้น ซึ่งมีตัวดูดซับการสั่นที่ใช้ อัลกอริทึมควบคุมแบบปรับความถี่ดูดซับ และแบบควบคุมปรับตัวได้ใน การควบคุมการทำงาน โดยใช้แรงกระตุ้นระบบที่มีลักษณะเดียวกับที่ใช้ ทดสอบตัวดูดซับการสั่นแบบตายตัว และกำหนดระยะห่างของมวลซับ การสั่นถึงตัวดูดซับการสั่นเริ่มต้นไว้ที่ 140 mm. (ค่าความแข็งสปริงเท่ากับ 4557 N/m) ซึ่งผลการทดลองของระบบที่ใช้อัลกอริทึมควบคุมแบบปรับ ความถี่ดูดซับ และแบบปรับตัวได้ดังแสดงในรูปที่ 10 และรูปที่ 11 และ การจำลองสถานการณ์ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ของระบบที่ใช้ อัลกอริทึมควบคุมแบบปรับตัวได้ดังแสดงในรูปที่ 12



รูปที่ 12 แสดงขนาดการสั่นของคานที่ติดตั้งตัวดูดซับการสั่นที่ใช้ อัลกอริทึม ควบคุมแบบปรับตัวที่ได้จากการจำลองสถานการณ์

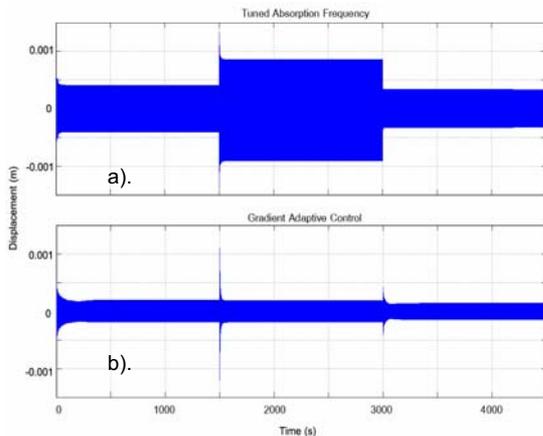
ขนาดการสั่นของคานที่ได้จากการวัดจะเห็นว่า ระบบที่ใช้ อัลกอริทึมควบคุมทั้ง 2 แบบสามารถดูดซับการสั่นให้ลดลงได้ โดย ระบบที่ตัวดูดซับการสั่นที่ควบคุมด้วยอัลกอริทึมแบบปรับความถี่ดูดซับ จะมีการสั่นมากกว่า อันเนื่องมาจากระบบที่ใช้ในการทดลองนั้น ยังมีความถี่อื่นๆ เกิดขึ้นอีก เช่นความถี่ของการสั่นที่เกิดขึ้นในดลลับลูกปืนที่ จูตรองรับทั้ง 2 ข้างของคาน ซึ่งจะมีผลทำให้มวลซับการสั่นไม่หยุดนิ่ง กล่าวคือ เมื่อตัวดูดซับการสั่นปรับค่าจนกระทั่งมีความถี่ดูดซับ (ω_d) เท่ากับความถี่ของแรง (ω_f) แล้วมวลดูดซับการสั่นจะยังคงมีการ เคลื่อนที่ไป-มา สั่นๆตลอดเวลา อย่างไรก็ตามตัวดูดซับการสั่นก็ยังคง ซับการสั่นได้ดี ซึ่งค่าความแข็งสปริงที่ได้คือ 4802 N/m ที่ความถี่ 94.24 rad/s, 10090 N/m ที่ความถี่ 144.51 rad/s และ 9107 N/m ที่ความถี่ 125.66 rad/s ส่วนระบบที่ใช้ตัวดูดซับการสั่นที่ควบคุมด้วยอัลกอริทึม แบบปรับตัวได้สามารถลดขนาดการสั่นได้ ซึ่งค่าความแข็งสปริงที่ได้คือ 4311 N/m ที่ความถี่ 94.24 rad/s, 10213 N/m ที่ความถี่ 144.51 rad/s และ 8246 N/m ที่ความถี่ 125.66 rad/s ส่วนค่าความแข็งสปริงตาม ทฤษฎีสามารถหาได้จาก $k_a = 0.51764\omega^2$ เท่ากับ 4598 N/m ที่ ความถี่ 94.24 rad/s, 10810 N/m ที่ 144.51 rad/s และ 8174 ที่ 125.66 rad/s ซึ่งผลที่ได้พบว่าระบบที่ใช้อัลกอริทึมควบคุมแบบปรับตัว

ได้จะปรับแต่งค่าความถี่สปริงได้ใกล้เคียงกว่าระบบที่ใช้อัลกอริทึมควบคุมปรับความถี่ดูดซับ และสามารถทำงานได้อย่างอัตโนมัติ สำหรับการทดสอบกับระบบจริงนั้นจะมีปัจจัยอื่น ๆ เข้ามาเกี่ยวข้อง เช่น ความถี่ที่เกิดขึ้นในระบบไม่ใช่ความถี่เพียงความถี่เดียวอย่างแท้จริง รวมถึงสัญญาณรบกวนต่าง ๆ ในขณะที่ทำการทดสอบ นอกจากนี้ยังมีความเสียหายที่เกิดขึ้นในขณะที่ตัวดูดซับการสั่นมีการเคลื่อนที่ เป็นต้น ผลที่ได้จากการวัดและการจำลองจึงมีความแตกต่างกัน อย่างไรก็ตามหากพิจารณาเปรียบเทียบผลการทดลองที่ได้จากการวัดกับผลจากการจำลองสถานการณ์จะใกล้เคียงกัน

โดยทั่วไปการสั่นในระบบทางกลที่เกิดขึ้นจะมีลักษณะเป็นแบบไดนามิกส์ ซึ่งมีขนาดและความถี่ของแรงมักจะไม่คงที่ และมีลักษณะเป็นแรงที่มีหลาย ๆ ความถี่ผสมกันอยู่ ดังนั้นขั้นตอนต่อไปเป็นการทดสอบระบบที่ติดตั้งตัวดูดซับการสั่นด้วยแรงฮาร์โมนิกส์ที่มีขนาดและความถี่แตกต่างกันพร้อมกันคือ

$$F(t) = 4.50 \sin(251t) + 3.38 \sin(188t) + 1.66 \sin(132t) + 2.81 \sin(63t) + A \cdot \sin(\omega t)$$

โดยที่ $A = 0.0002581 \omega^2$ คือขนาดของแรง และมีการเปลี่ยนแปลงความถี่เป็น 3 ช่วง คือ 94.24, 144.51 และ 125.66 rad/s ตามลำดับ



รูปที่ 13 แสดงผลการจำลองขนาดการสั่นของคานที่ติดตั้งตัวดูดซับการสั่นที่ใช้อัลกอริทึมควบคุม (a)แบบปรับความถี่ดูดซับ (b)แบบปรับตัวได้

สำหรับการทดสอบดังกล่าวนี้ ในการทดลองของเราไม่สามารถทำได้เพราะแรงฮาร์โมนิกส์ที่ได้จะมีเพียงขนาดและความถี่เดียว ดังนั้นเราจะทำการทดสอบโดยการจำลองสถานการณ์ด้วยโปรแกรม MATLAB แทน พิจารณากรณีนี้ที่หนึ่งผลการสั่นของคานที่ติดตั้งตัวดูดซับการสั่นที่ใช้อัลกอริทึมควบคุมแบบปรับความถี่ซิมซิมในช่วงแรกจะมีค่าความถี่สปริงคือ 5436 N/m ในช่วงที่สอง 5671 N/m และในช่วงที่สาม 5564 N/m ดังแสดงในรูปที่ 13 a). ซึ่งผลของการสั่นที่อ่อนเนื่องมาจากแรงฮาร์โมนิกส์ดังกล่าวนี้ยังไม่ดีพอเพียง ทั้งนี้เพราะเกณฑ์ในการปรับค่าของอัลกอริทึมควบคุมแบบนี้

จะทำการปรับความถี่ดูดซับให้เท่ากับค่าความถี่ของแรง แต่แรงที่กระทำต่อระบบมีหลายความถี่ ดังนั้นการเลือกค่าความถี่สปริง (เลือกความถี่ดูดซับ) ให้เท่ากับค่าความถี่ของแรงฮาร์โมนิกส์ดังกล่าวจึงไม่สามารถกระทำได้ดี

ส่วนกรณีที่สองพิจารณากรณีที่ติดตั้งตัวดูดซับการสั่นที่ใช้อัลกอริทึมควบคุมแบบปรับตัวได้จะทำการคำนวณและเลือกค่าความถี่สปริงที่เหมาะสมต่อแรงฮาร์โมนิกส์ต่างๆที่กระทำต่อระบบ การดูดซับการสั่นของตัวดูดซับจึงมีประสิทธิภาพดี ดังนั้นขนาดการสั่นของคานจึงเกิดขึ้นน้อย ซึ่งในช่วงแรกจะมีค่าความถี่สปริงคือ 4786 N/m ในช่วงที่สอง 10366 N/m และในช่วงที่สาม 7859 N/m ดังแสดงในรูปที่ 13 b).

7. สรุป

ผลการศึกษาและวิเคราะห์เปรียบเทียบการทำงานของอัลกอริทึมควบคุมที่ใช้ในการปรับแต่งค่าความถี่สปริง ที่สามารถทำงานได้อย่างอัตโนมัติ พบว่าอัลกอริทึมควบคุมแบบปรับความถี่ดูดซับจะสามารถสั่นการสั่นได้ดีหากแรงที่กระทำเป็นแรงฮาร์โมนิกส์ที่มีความถี่เพียงความถี่เดียว แม้ว่าความถี่ของแรงดังกล่าวจะมีการเปลี่ยนแปลงก็ตาม ส่วนอัลกอริทึมควบคุมแบบปรับตัวได้สามารถปรับค่าความถี่สปริงของตัวดูดซับการสั่นได้อย่างเหมาะสมต่อการลดขนาดการสั่นได้ดี ทั้งกรณีนี้ที่แรงกระทำต่อระบบหลักเป็นแรงที่มีขนาดและความถี่เดียวหรือหลายขนาดและหลายความถี่ ดังนั้นอัลกอริทึมควบคุมแบบปรับตัวได้ เป็นวิธีหนึ่งที่มีประสิทธิภาพที่ดีในการปรับค่าความถี่สปริงของตัวดูดซับการสั่นแบบคานมวลคู่ ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการปรับค่าความถี่สปริงของอุปกรณ์สั่นแบบไร้วัดหน่วงในอุตสาหกรรมทั่วไปได้

8. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ให้ทุนในงานวิจัยนี้ และขอบคุณ รศ.ร.ดร.กนต์ธร ชำนิประศาสน์ และผศ.ดร.เอกชัย จันทสาโร ที่ได้ให้คำแนะนำ และกำลังใจเสมอ

เอกสารอ้างอิง

- [1] Den Hartog, J.P., 1956. Mechanical Vibrations (4th edition), New York, McGraw-Hill.
- [2] Hunt, J.B., 1979. Dynamic Vibration Absorbers, Mechanical Engineering Publications, London.
- [3] Lamancusa, J.S., 1987. An Actively Tuned, Passive Muffler System for Engine Silencing, Proceedings of Noise-Con87, pp.313-318

The 20th Conference of Mechanical Engineering Network of Thailand
18-20 October 2006 , Mandarin Golden Valley Hotel & Resort Khao Yai , Nakhon Ratchasima

DRC001

- [4] Franchek, M.A., Ryan, M.W., and Bernhard, R.J.,1995. Adaptive-passive vibration control. Journal of Sound and Vibration. Vol.189, Issue 5, pp.565-585.
- [5] Buhr, C., Franchek, M.A., and Bernhard, R.J., 1997. Non-collocated adaptive- vibration control, Journal of Sound and Vibration. Vol.206, Issue 3, pp.371-398.
- [6] Simon G. Hill., Scott D.Snyder., Ben S. Cazzolato., 2002. An adaptive vibration absorber, Proceedings of the Annual Australian Acoustical Society Conference, Adelaide, Australia, pp.34-41.
- [7] Simon G. Hill., Scott D. Snyder., 2002. Design of an adaptive vibration absorber to reduce electrical transformer structural vibration, Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics, Vol.124, No.4, pp.606-611
- [8] Carneal, J.P., Charette, F., Fuller, C.R., 2004. Minimization of sound radiation from plates using adaptive tuned vibration absorbers, Journal of Sound and Vibration, Vol.270, Issue 4-5, pp.781-792.
- [9] Christopher Ting-Kong, 1998. Design of adaptive dynamic vibration absorber, Master thesis, University of Adelaide, 97 pp.