

การศึกษาเชิงตัวเลขเพื่อทำการปรับปรุงกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลอดโดยการติดครีbsd้านนอกท่อทำน้ำแข็ง

A Numerical Study for Improvement of a Tubular-Ice Making Process by Employing the External Fins on an Ice-Making Tube

จิตติน แท่งเที่ยง

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ ๙, 10330 โทร 0-22186590 โทรสาร 0-22522889 E-mail: fmectt@eng.chula.ac.th

Chittin Tangthieng

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University

Payathai Rd., Pathumwan, Bangkok 10330 Thailand Tel: 0-22186590 Fax: 0-22522889 E-mail: fmectt@eng.chula.ac.th

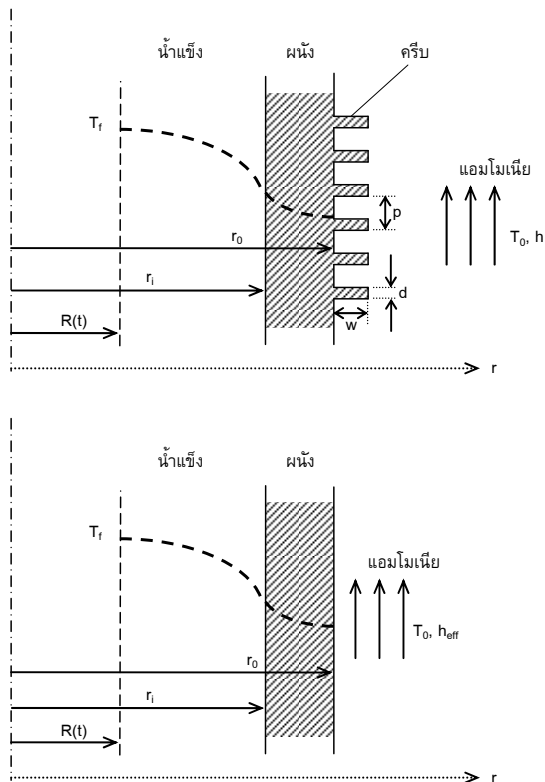
บทคัดย่อ

อุตสาหกรรมการผลิตน้ำแข็งหลอดเป็นอุตสาหกรรมหนึ่งที่มีความสำคัญต่อผู้บริโภคโดยเฉพาะประเทศที่มีอากาศร้อน น้ำแข็งหลอดก็เป็นน้ำแข็งในรูปลักษณะหนึ่งที่มีการบริโภคและจำหน่ายกันอย่างแพร่หลาย งานวิจัยชิ้นนี้จึงได้ทำการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อทำนายความหนา อัตราการใช้พลังงานและอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิตเมื่อท่อทำน้ำแข็งหลอดได้รับการปรับปรุงโดยการติดครีbsd้านนอกโดยเน้นไปที่ผลกระทบของระยะพิทช์ของครีbs ในการพิจารณาระบบจะตั้งสมมติฐานให้ปัญหามีหนึ่งมิติในแนวรัศมีและอยู่ในสภาวะไม่คงที่ สมการตั้งต้นจะประกอบด้วยสองบริเวณคือบริเวณผนังและบริเวณน้ำแข็ง เงื่อนไขขอบเขตของบริเวณผนังจะเป็นการพาความร้อนของการเดือดจากแอมโมเนียซึ่งคือสารทำความเย็น ส่วนอีกด้านหนึ่งของบริเวณน้ำแข็งจะเป็นการแข็งตัวของน้ำที่อุณหภูมิคงที่ ระบบสมการในทั้งสองบริเวณจะถูกเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของเทอมไร้มิติ จากนั้นทำการแก้ระบบสมการดังกล่าวโดยอาศัยวิธีผลต่างสลับเนื่องจากการทำนายค่าความหนาจากระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในกรณีท่อเรียบจะนำไปเปรียบเทียบกับค่าที่วัดได้จากภาคสนาม ซึ่งจะพบว่าค่าทั้งสองมีความสอดคล้องในเชิงคุณภาพ จากนั้นก็นำผลการคำนวณดังกล่าวไปทำนายความหนา อัตราการใช้พลังงานและอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิตเมื่อท่อได้ทำการติดครีbs ที่ระยะพิทช์ต่างๆ จะเห็นได้ว่าค่าความหนาของน้ำแข็งในกรณีของท่อติดครีbs มีค่ามากกว่าค่าความหนาในกรณีของท่อเรียบ ซึ่งจะส่งผลให้รอบของการผลิตเมื่อท่อได้ทำการติดครีbs มีค่าลดลงประมาณร้อยละ 10 ในขณะที่พลังงานที่ใช้ในการผลิตน้ำแข็งต่อรอบการผลิตและค่าอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิตเฉลี่ยในหนึ่งรอบการผลิตมีค่าใกล้เคียงกันในกรณีของท่อเรียบและท่อติดครีbs ซึ่งแสดงถึงประสิทธิภาพของการใช้พลังงานในกระบวนการผลิตน้ำแข็งที่ใกล้เคียงกันของทั้งสองกรณี

Abstract

One of the important industries for a tropical country is an ice-making industry. In particular, the tubular ice is a form of ice for consuming, which is available in many places. The objective of this research is to apply a numerical method to predict the ice thickness, energy consumption, and specific energy consumption when the tube surface is enhanced by attached external fins, mainly focusing on the effect of the fin pitch. The system is assumed one dimensional in the radial direction and unsteady. The governing equations are composed of the wall and the ice regions. The boundary condition at the wall surface is a convective type whereas the boundary condition at interface is the isothermal solidification. The governing system is transformed into a dimensionless form, which is numerically solved by the finite difference method. The ice thickness in case of a bare tube from the numerical prediction is compared with the data from field measurement. There is a qualitative agreement between the ice thicknesses obtained by these two methods. According to the numerical prediction, it can be seen that the ice thickness in case of a finned tube is thicker than that in the case of a bare tube, resulting the reduction of the production cycle by approximately 10 percent. On the other hand, the total energy consumption per production cycle and the specific energy consumption per production cycle of the bare-tube and finned-tube cases are almost identical. This indicates the similar energy efficiency for the ice-making process of both cases.

สำหรับการกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลอดนั้น ข้อสมมุติฐานเบื้องต้นของปัญหาการแข็งตัวนั้นจะถูกพิจารณาให้เป็นแบบหนึ่งมิติในแนวแกนรัศมีและอยู่ในสภาวะไม่คงที่ (transient) โดยที่การแข็งตัวจะเกิดขึ้นที่อุณหภูมิคงที่และเท่ากับจุดเยือกแข็งของน้ำ (T_f) ส่วนบริเวณพื้นผิวด้านนอกของผนังท่อจะสัมผัสกับแอมโมเนียที่มีอุณหภูมิอิ่มตัว (T_0) ซึ่งจะมีค่าต่ำกว่า T_f การทำความเย็นทำได้โดยการพาความร้อนออกจากผิวด้านนอกของท่อโดยมีสัมประสิทธิ์การพาความร้อน h นอกจากนี้ T_0 ยังเป็นอุณหภูมิตั้งต้นของผนังก่อนจะเริ่มการแข็งตัวเช่นกัน ส่วนในบริเวณของน้ำที่ไหลตกลงมาที่ผิวของน้ำแข็งด้านในนั้นจะทำการตั้งสมมุติฐานให้น้ำดังกล่าวมีอุณหภูมิใกล้เคียงกับจุดเยือกแข็งของน้ำ ซึ่งทำให้การนำความร้อนจากน้ำแข็งสู่น้ำมีค่าน้อยมาก สำหรับตัวครีบที่ทำการติดตั้งเนื่องจากครีบมีความบางมากเมื่อเทียบกับความสูงของตัวครีบ ดังนั้นจึงสามารถพิจารณาการถ่ายเทความร้อนในครีบให้อยู่ในสภาวะคงที่และเป็นหนึ่งมิติ ทั้งนี้เนื่องจากผลของครีบทำให้พื้นที่ผิวสัมผัสมีค่ามากขึ้นและสามารถถ่ายเทความร้อนนอกจากท่อทำน้ำแข็งได้มากขึ้น ทำให้สามารถเขียนค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน h ของท่อที่ปรับปรุงโดยการติดครีบให้เป็นค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเทียบเท่า h_{eff} ของท่อเรียบดังที่แสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 แผนภาพแสดงระบบที่ปรับปรุงโดยการติดคิรืบและระบบที่เปรียบเสมือนกับเป็นท่อเรียบ

จากข้อสมมติฐานดังกล่าว แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลอดจะเขียนอยู่ในรูปสมการกำกับได้เป็น [1]

(i) บริเวณน้ำแข็ง

$$\frac{1}{\alpha_s} \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} \quad (1)$$

$$r = r_i \quad ; \quad T_s = T_w \quad , \quad k_s \frac{\partial T_s}{\partial r} = k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} \quad (2a)$$

$$r = R(t); \quad T_s = T_f \quad , \quad k_s \frac{\partial T_s}{\partial r} = \rho_s \Delta H \frac{dR}{dt} \quad (2b)$$

$$t = 0 \quad ; \quad R(0) = r_i \quad (2c)$$

(ii) บริเวณผนัง

$$\frac{1}{\alpha_w} \frac{\partial T_w}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T_w}{\partial r^2} \quad (3)$$

$$r = r_i \quad ; \quad T_s = T_w \quad , \quad k_s \frac{\partial T_s}{\partial r} = k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} \quad (4a)$$

$$r = r_0 \quad ; \quad -k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = h_{eff} (T_w - T_0) \quad (4b)$$

$$t = 0 \quad ; \quad T_w = T_0 \quad (4c)$$

โดยที่ h_{eff} สามารถเขียนได้เป็น

$$h_{eff} = \left(\frac{A_{unfin}}{A_{total}} + \eta_{fin} \frac{A_{fin}}{A_{total}} \right) h \quad (5)$$

ประสิทธิภาพของครีป (η_{in}) ของครีปตามขวางในแนวรัศมีสามารถเขียนได้ในรูปของ

$$\eta_{fin} = f(\xi, \gamma) = f\left(\left(w + \frac{d}{2}\right)\sqrt{\frac{2h}{k_f d}}, 1 + \frac{w}{r_0} + \frac{d}{2r_0}\right) \quad (6)$$

ฟังก์ชันดังกล่าวสามารถเขียนได้ในรูปของ modified Bessel function และสามารถตรวจละเอียดได้จากเอกสารอ้างอิง [2]

3. การวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์

เพื่อความสะดวกในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ระบบสมการกำกับ (1-4) จึงถูกเปลี่ยนให้อยู่ในรูปไร้มิติโดยกำหนดเทอมไร้มิติต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

$$\hat{t} = \frac{\alpha_s t}{(r_0 - r_i)^2} = \frac{\alpha_s t}{D^2} \quad (7)$$

$$\hat{r}_s = \frac{r - r_i}{r_i - R(t)} \quad (8)$$

$$\hat{r}_w = \frac{r - r_i}{r_0 - r_i} \quad (9)$$

$$\varphi = \frac{r_i - R(t)}{r_0 - r_i} = \frac{r_i - R(t)}{D} \quad (10)$$

$$\theta_s = \frac{T_s - T_0}{T_f - T_0} \quad (11)$$

$$\theta_w = \frac{T_w - T_0}{T_f - T_0} \quad (12)$$

เมื่อนำเทอมไร้มิตติดังกล่าวไปแทนลงในระบบสมการกำกับ (1-4) จะได้ระบบสมการกำกับที่อยู่ในรูปไร้มิตติดังต่อไปนี้

(i) บริเวณน้ำแข็ง

$$\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial \hat{r}_s^2} + \frac{\varphi}{\hat{r}_s \varphi + R_r} \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{r}_s} + \left(\hat{r}_s \varphi \frac{d\varphi}{dt} \right) \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{r}_s} - \varphi^2 \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{t}} = 0 \quad (13)$$

$$\hat{r}_s=0 \quad ; \quad \theta_s=\theta_w \quad , \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{r}_s}-R_1 \varphi \frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{r}_w}=0 \quad (14a)$$

$$\hat{r}_s = -1 \quad ; \quad \theta_s = 1 \quad , \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{r}_s} + \frac{\varphi}{Ste} \frac{d\varphi}{d\hat{t}} = 0 \quad (14b)$$

$$\hat{t}=0 \quad ; \quad \varphi=0 \quad (14c)$$

(ii) บริเวณผนัง

$$\frac{\partial^2 \theta_w}{\partial \hat{r}_w^2} + \frac{1}{\hat{r}_w + R_r} \frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{r}_w} - \frac{R_2}{R_l} \frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{t}} = 0 \quad (15)$$

$$\hat{r}_w=0 \quad ; \quad \theta_s=\theta_w \quad , \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{r}_s}-R_1 \varphi \frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{r}_w}=0 \quad (16a)$$

$$\hat{r}_w = 1 \quad ; \quad \frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{r}_w} + \text{Bi}_{eff} \theta_w = 0 \quad (16b)$$

$$\hat{t} = 0 \quad ; \quad \theta_w = 0 \quad (16c)$$

จะเห็นได้ว่าผลการแปลงระบบสมการดังกล่าวจะทำให้เงื่อนไขขอบเขต (2b) ซึ่งเดิม $r = R$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา เปลี่ยนไปเป็นเงื่อนไขขอบเขต (14b) นั่นคือ $\dot{r} = -1$ ซึ่งเป็นค่าคงที่ ดังนั้นวิธีการแปลง

ระบบสมการดังกล่าวจะช่วยให้สามารถนำเอาระเบียบวิธีเชิงตัวเลขมาประยุกต์ใช้ได้ดียิ่งขึ้น [3] นอกจากนี้ยังพบว่ามีการมีเตอร์ไร้มิตอยู่ทั้งหมดห้าตัวที่ปรากฏอยู่ในระบบสมการ (11-14) กล่าวคือ

$$R_1 = \frac{k_w}{k_s} \quad (17)$$

$$R_2 = \frac{\rho_w C_{pw}}{\rho_s C_{ps}} \quad (18)$$

$$Ste = \frac{C_{ps}(T_f - T_0)}{\Delta H} \quad (19)$$

$$R_r = \frac{r_i}{r_0 - r_i} = \frac{r_i}{D} \quad (20)$$

$$Bi_{eff} = \frac{h_{eff} D}{k_w} \quad (21)$$

สำหรับในส่วนของการสมการ (5-6) มีตัวแปรซึ่งเกี่ยวข้องกับครีปปรากฏอยู่จะสามารถเขียนอยู่ในรูปไร้มิตดังต่อไปนี้

$$\frac{A_{unfin}}{A_{total}} = 1 - \frac{\delta}{\mu} \quad (22a)$$

$$\frac{A_{fin}}{A_{total}} = \frac{2\omega + \omega^2 + \delta + \omega\delta}{\mu} \quad (22b)$$

$$\xi = \sqrt{2 Bi R_f (1 + R_r) \left(\omega + \frac{\delta}{2}\right) \left(\frac{\omega}{\delta} + \frac{1}{2}\right)} \quad (23a)$$

$$\gamma = 1 + \omega + \frac{\delta}{2} \quad (23b)$$

โดยที่

$$\omega = \frac{w}{r_0} \quad (24)$$

$$\delta = \frac{d}{r_0} \quad (25)$$

$$\mu = \frac{p}{r_0} \quad (26)$$

$$R_f = \frac{k_w}{k_f} \quad (27)$$

เมื่อคำนวณหาค่าประสิทธิภาพของครีปได้แล้ว ค่า Bi_{eff} จะหาได้จากสมการ (5)

$$Bi_{eff} = \left(\frac{A_{unfin}}{A_{total}} + \eta_{fin} \frac{A_{fin}}{A_{total}} \right) Bi \quad \text{โดยที่ } Bi = \frac{hD}{k_w} \quad (28)$$

สำหรับในงานวิจัยชิ้นนี้จะเห็นได้ว่า R_1 , R_2 , Ste , R_r และ R_f จะเป็นค่าคงที่ ในขณะที่ Bi จะมีค่าไม่คงที่เนื่องจากการถ่ายความร้อนเนื่องจากการเดือดซึ่งกล่าวในส่วนถัดไป สำหรับค่า Bi_{eff} จะขึ้นกับค่า Bi และลักษณะทางกายภาพของครีปตามสมการ (24-27)

4. การวิเคราะห์โดยวิธีผลต่างสืบเนื่อง

การแก้ระบบสมการกำกับ (13-16) ข้างต้นสามารถทำได้โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้จะใช้วิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference) และเนื่องจากระบบสมการกำกับ (13-16) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยแบบ parabolic เพื่อให้เกิดเสถียรภาพในการ

ทำงานของอัลกอริทึม จึงเลือกใช้การประมาณโดยวิธีผลต่างสืบเนื่องในรูปแบบ fully implicit [4] ดังนั้นตัวแปรที่ติดอยู่ในรูปอนุพันธ์ในสมการ (13) และ (15) จะสามารถแทนได้ด้วยการประมาณดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \hat{r}^2} = \frac{\theta_{i+1}^{n+1} - 2\theta_i^{n+1} + \theta_{i-1}^{n+1}}{(\Delta \hat{r})^2} \quad (29)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \hat{r}} = \frac{\theta_{i+1}^{n+1} - \theta_{i-1}^{n+1}}{2\Delta \hat{r}} \quad (30)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \hat{t}} = \frac{\theta_i^{n+1} - \theta_i^n}{\Delta \hat{t}} \quad (31)$$

เมื่อนำสมการ (29-31) ที่อยู่ด้านบนไปแทนลงในระบบสมการ (13-16) แล้วจัดรูปสมการใหม่ จะได้สมการผลต่างสืบเนื่องโดยแบ่งตามตำแหน่งของโหนดที่ปรากฏอยู่บนโดเมนของการคำนวณ (computation domain) ดังต่อไปนี้

(i) โหนดที่อยู่ภายใน

$$\begin{aligned} & \left(1 - K \frac{\Delta \hat{r}}{2}\right) \theta_{i-1}^{n+1} - \left(2 + L \frac{\Delta \hat{r}^2}{\Delta \hat{t}}\right) \theta_i^{n+1} \\ & + \left(1 + K \frac{\Delta \hat{r}}{2}\right) \theta_{i+1}^{n+1} = - \left(L \frac{\Delta \hat{r}^2}{\Delta \hat{t}}\right) \theta_i^n \end{aligned} \quad (32)$$

สำหรับบริเวณน้ำแข็ง

$$\begin{aligned} K &= \frac{\varphi}{\hat{r}_s \varphi + R_r} + \hat{r}_s \varphi \frac{d\varphi}{d\hat{t}}, \quad L = \varphi^2, \\ \Delta \hat{r} &= \Delta \hat{r}_s, \quad \theta = \theta_s \end{aligned} \quad (33)$$

สำหรับบริเวณผนัง

$$K = \frac{1}{\hat{r}_w + R_r}, \quad L = \frac{R_2}{R_1}, \quad \Delta \hat{r} = \Delta \hat{r}_w, \quad \theta = \theta_w \quad (34)$$

(ii) โหนดที่อยู่ระหว่างบริเวณน้ำแข็งและผนัง ($\hat{r}_s = \hat{r}_w = 0$) [5]

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{K_b \Delta \hat{r}_b}{2}\right) \theta_{i-1}^{n+1} - \left[\left(\frac{\Delta \hat{r}_a}{\Delta \hat{r}_b} + \frac{L_b \Delta \hat{r}_a \Delta \hat{r}_b}{2\Delta \hat{t}}\right) \left(1 + \frac{K_a \Delta \hat{r}_a}{2}\right) \frac{J_b}{J_a} + \right. \\ & \left. \left(1 + \frac{L_a \Delta \hat{r}_a^2}{2\Delta \hat{t}}\right) \left(1 - \frac{K_b \Delta \hat{r}_b}{2}\right)\right] \theta_i^{n+1} + \left(1 + \frac{K_a \Delta \hat{r}_a}{2}\right) \left(\frac{J_b \Delta \hat{r}_a}{J_a \Delta \hat{r}_b}\right) \theta_{i+1}^{n+1} \\ & = - \left[\left(\frac{L_a \Delta \hat{r}_a^2}{2\Delta \hat{t}}\right) \left(1 - \frac{K_b \Delta \hat{r}_b}{2}\right) + \left(\frac{L_b \Delta \hat{r}_a \Delta \hat{r}_b}{2\Delta \hat{t}}\right) \left(1 + \frac{K_a \Delta \hat{r}_a}{2}\right) \frac{J_b}{J_a}\right] \theta_i^n \end{aligned} \quad (35)$$

โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} K_a &= \frac{\varphi}{R_r}, \quad L_a = \varphi^2, \quad J_a = 1, \quad \Delta \hat{r}_a = \Delta \hat{r}_s, \quad \theta = \theta_s = \theta_w, \\ K_b &= \frac{1}{R_r}, \quad L_b = \frac{R_2}{R_1}, \quad J_b = R_1 \varphi, \quad \Delta \hat{r}_b = \Delta \hat{r}_w \end{aligned} \quad (36)$$

(iii) โหนดที่อยู่บริเวณผนังที่ถูกพาความร้อน ($\hat{r}_w = 1$)

$$\begin{aligned} & 2\theta_{w,i-1}^{n+1} - \left(2 + L \frac{\Delta \hat{r}_w^2}{\Delta \hat{t}} + 2 Bi_{eff} \Delta \hat{r}_w \left(1 + K \frac{\Delta \hat{r}_w}{2}\right)\right) \theta_{w,i}^{n+1} \\ & = - \left(L \frac{\Delta \hat{r}_w^2}{\Delta \hat{t}}\right) \theta_{w,i}^n \end{aligned} \quad (37)$$

โดยที่

$$K = \frac{1}{1 + R_r}, L = \frac{R_2}{R_1} \quad (38)$$

จะเห็นว่าในสมการ (32-38) จะทำให้เกิดระบบสมการที่ไม่เป็นแบบเชิงเส้นเนื่องจากยังมีตัวแปร φ และ $d\varphi/dt$ ปรากฏอยู่ ดังนั้นจึงต้องทำการประมาณค่าทั้งสองโดย

$$\varphi = \frac{\varphi_i^{n+1} + \varphi_i^n}{2} \quad (39)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\varphi_i^{n+1} - \varphi_i^n}{\Delta t} \quad (40)$$

ทั้งนี้ค่า φ_i^{n+1} ก็คือค่า φ ที่เวลา $n+1$ ซึ่งจะต้องทำการประมาณในเบื้องต้นก่อน จากนั้นก็นำค่าจากสมการ (39-40) ไปแทนในระบบสมการ (32-38) จะทำให้เกิดระบบสมการเชิงเส้นแบบสามแนวแยง (tridiagonal system) และสามารถหาค่าอุณหภูมิที่โหนดต่างๆ ได้โดยอัลกอริทึมของโทมัส (Thomas algorithm) ส่วนค่า φ_i^{n+1} ที่ทำการประมาณในเบื้องต้นนั้นจะสามารถทำการตรวจสอบได้โดยเงื่อนไขขอบเขต (14b) ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูปของสมการผลต่างสืบเนื่องคือ

$$\varphi_i^{n+1} = \sqrt{\left(\varphi_i^n\right)^2 + \left(\frac{Ste \Delta t}{\Delta r_s}\right) \left(\theta_{s,j+2}^{n+1} - 4\theta_{s,j+1}^{n+1} + 3\theta_{s,j}^{n+1}\right)} \quad (41)$$

โปรแกรมจะทำการคำนวณซ้ำ (iteration) จนกว่าค่า φ_i^{n+1} จะลู่เข้า

นอกจากนี้ค่า Bi ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ไร้มิติจากสมการ (28) นั้นจะขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน, h ในกรณีนี้ค่า h จะไม่เป็นค่าคงที่และเป็นฟังก์ชันของผลต่างระหว่างอุณหภูมิที่ผิวของผนังกับอุณหภูมิอิมมิตัวของแอมโมเนียเนื่องจากเป็นค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเนื่องจากการเดือด การหาค่าดังกล่าวจะใช้ความสัมพันธ์ของ Stefan และ Abdelsalam [6] ซึ่งสามารถเขียนค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเนื่องจากการเดือดได้เป็น

$$h = C_h \left(\frac{T_{w,0} - T_0}{T_0} \right)^{2.0303} \quad (42)$$

โดยที่ค่า C_h นั้นจะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติต่างๆ ของแอมโมเนียและเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิอิมมิตัวของแอมโมเนียเช่นกัน เมื่อแทนค่า h ลงในสมการ (28) เพื่อหาค่า Bi โดยการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปของเทอมไร้มิติจะได้เป็น

$$Bi = C_{Bi} \theta_{w,0}^{2.0303} \quad (43)$$

โดยที่ตัวห้อย $w,0$ แสดงถึงอุณหภูมิที่บริเวณผิวด้านนอกของผนังท่อ C_{Bi} เป็นค่าคงที่ไร้มิติ ในระหว่างการคำนวณ การหาค่า Bi นั้นจะทำได้โดยอาศัยหลักการคำนวณซ้ำ (iteration) จนกว่าค่า Bi ลู่เข้าสู่ค่าใดค่าหนึ่ง

เมื่อทั้งค่า φ_i^{n+1} และ Bi ลู่เข้าเป็นที่เรียบร้อยแล้ว โปรแกรมจะทำการบันทึกค่าอุณหภูมิของทุกๆ โหนดและความหนาแน่นที่เวลานั้นๆ จากนั้นจึงทำการคำนวณที่ช่วงเวลาถัดไปตามช่วงห่างของระยะเวลา (time step) ที่กำหนดไปจนกระทั่งถึงเวลาสุดท้ายที่กำหนดซึ่งจะมีค่าแตกต่างกันไปตามระยะพิทช์ของครีปที่กำหนด เงื่อนไขของ

การกำหนดค่าเวลาสุดท้ายนั้นจะกำหนดโดยให้ค่าความหนาแน่นน้ำแข็งที่เวลาสุดท้ายมีค่าเท่ากับ 13 mm และจะทำให้ค่าเวลาสุดท้ายในกรณีนี้คือห่อเป็นแบบท่อเรียบมีค่าประมาณ 30 นาที่ซึ่งสอดคล้องกับรอบของการผลิตจริงที่พบในโรงงาน

จะสังเกตได้ว่าเงื่อนไขตั้งต้นทางกายภาพของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เวลา $t=0$ นั้นเป็นจุดซิงกูลาริตี้เนื่องจากความหนาแน่นน้ำแข็งเป็นศูนย์ ซึ่งไม่สามารถนำมาใช้เป็นเงื่อนไขตั้งต้นสำหรับอัลกอริทึมในการคำนวณได้ ดังนั้นเงื่อนไขตั้งต้นจึงต้องขยับมาอยู่ที่เวลา t ใด ๆ ที่มีค่าน้อยกว่า 1 มาก ๆ ($t \ll 1$) ซึ่ง ณ เวลาดังกล่าวจะสามารถหาค่าอุณหภูมิและความหนาแน่นน้ำแข็งได้จากวิธีซิมิลาริตี้ (similarity method) [7] ซึ่งผลเฉลยจากวิธีซิมิลาริตี้ดังกล่าวจะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้เนื่องจากที่เวลา $t \ll 1$ ทำให้รัศมีความโค้งที่มีค่ามากเมื่อเทียบกับความหนาแน่นน้ำแข็งที่เกิดขึ้น

สำหรับค่า R_1 , R_2 , Ste , และ R_r นั้นจะเป็นค่าคงที่และสามารถหาได้จากข้อมูลในตารางที่ 1 และ 2 นอกจากนี้อุณหภูมิเยือกแข็งของน้ำ (T_f) คือ 0°C ในขณะที่อุณหภูมิอิมมิตัวของแอมโมเนีย (T_0) จะกำหนดไว้ที่ -8°C ซึ่งจะสามารถหาค่าคุณสมบัติของแอมโมเนียที่อุณหภูมิดังกล่าวไปหาค่า C_{Bi} ได้ [8] ส่วนท่อทำน้ำแข็งที่ใช้เป็นท่อมาตรฐานขนาด 1 1/4 นิ้ว ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน ($2r_i$) เท่ากับ 35.04 mm และมีความหนาของผนังท่อ (D) เท่ากับ 3.56 mm

ตารางที่ 1 คุณสมบัติของน้ำแข็ง [9]

คุณสมบัติ	ค่าที่ใช้
ρ_s (kg/m^3)	920
k_s (W/m-K)	1.91
C_{ps} (kJ/kg-K)	2.022
ΔH (kJ/kg)	333.7

ตารางที่ 2 คุณสมบัติของท่อซึ่งทำจากโลหะไร้สนิม [9]

คุณสมบัติ	ค่าที่ใช้
ρ_w (kg/m^3)	7900
k_w (W/m-K)	14.1
C_{pw} (kJ/kg-K)	0.451

เมื่อนำค่าต่างๆ ไปแทนในสมการ (17-20) และ (28) จะได้ว่า

$$R_1 = 7.158, R_2 = 1.863, Ste = 0.04847, R_r = 4.921 \text{ และ } C_{Bi} = 1.304 \quad (44)$$

ในส่วนของครีปนั้นจะกำหนดให้วัสดุที่ใช้ทำครีปเป็นอลูมิเนียมซึ่งมีค่าสภาพการนำความร้อนประมาณ 237 W/m-K [9] ส่วนความหนาของครีป (d) และความสูงของครีป (w) นั้นจะกำหนดไว้เป็นค่าคงที่เท่ากับ 0.5 mm และ 6.35 mm ตามลำดับ ดังนั้นค่าต่างๆ จากสมการ (24) (25) และ (27) จะมีค่าเป็น

$$\omega = 0.3012, \delta = 0.02372 \text{ และ } R_f = 0.05949 \quad (45)$$

สำหรับระยะพิทช์ของครีป (p) ซึ่งในงานวิจัยนี้จะเลือกมาทำการศึกษาทั้งหมดสามค่าตามจำนวนครีปต่อนิ้วตี่แสดงในตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ค่าระยะพิทช์ (p) และค่า μ ที่คำนวณได้

จำนวนครีบท่อน้ำ	p (mm)	μ (-)
6	4.2333	0.2008
8	3.1750	0.1506
10	2.5400	0.1205

ในส่วนของการคำนวณนั้น ค่าความหนาของน้ำแข็ง (Ice Thickness) และอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยความยาว (Energy Consumption) จะถูกแปลงจากเทอมไร้มิติที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกลับมาเป็นเทอมที่มีมิติอีกครั้งกล่าวคือ

$$\text{Ice Thickness} = r_i - R(t) = \psi D \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \text{Energy Consumption} &= 2\pi r_0 h (T_{w,D} - T_0) \\ &= 2\pi k_w (T_f - T_0) (R_r + 1) Bi_{eff} \theta_{w,D} \quad (45) \end{aligned}$$

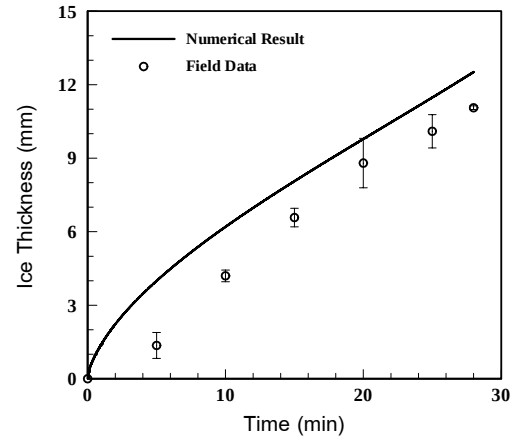
ส่วนค่าอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิต (Specific Energy Consumption, SEC) คืออัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยความยาวหารด้วยอัตราการผลิตต่อหน่วยความยาว (Production Rate) กล่าวคือ

$$\begin{aligned} \text{Production Rate} &= \rho_s \frac{dA_{ice}}{dt} = -2\pi \rho_s R \frac{dR}{dt} \\ &= 2\pi \frac{k_s}{C_{ps}} (R_r - \psi) \frac{d\psi}{dt'} \quad (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{SEC} &= \frac{\text{Energy Consumption}}{\text{Production Rate}} \\ &= \frac{C_{ps} (T_f - T_0) R_1 (R_r + 1) Bi \theta_{w,D}}{(R_r - \psi) (d\psi / dt')} \quad (39) \end{aligned}$$

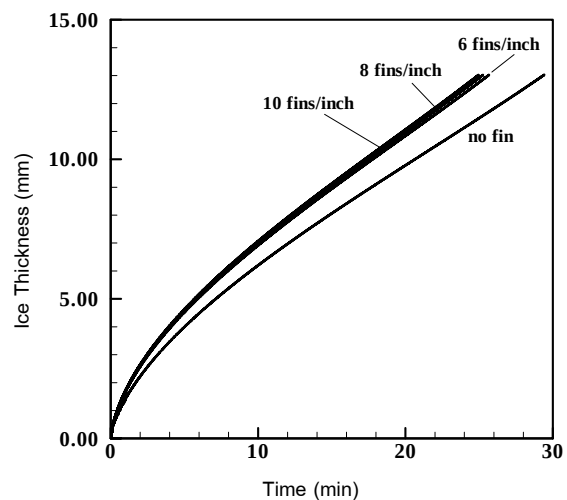
5. ผลการคำนวณและการวิเคราะห์

ผลการเปรียบเทียบค่าความหนาของน้ำแข็งในกรณีของท่อเรียบซึ่งทำนายได้จากวิธีผลต่างสลับเนื่องจากค่าความหนาที่ได้จากการเก็บข้อมูลภาคสนาม ณ เวลาต่างๆ จะแสดงในรูปที่ 4 อนึ่งการเก็บข้อมูลความหนาของน้ำแข็งจากภาคสนามนั้นทำได้โดยการวัดค่าความหนาโดยตรงจากด้านในของท่อทำน้ำแข็งโดยการแหยโพรบลงไปในท่อทำน้ำแข็งในระหว่างที่กระบวนการผลิตยังดำเนินอยู่ [10] จากรูปที่ 4 จะพบว่าค่าความหนาของน้ำแข็งในกรณีของท่อเรียบซึ่งได้จากระเบียบวิธีเชิงตัวเลขกับค่าความหนาที่ได้จากการเก็บข้อมูลภาคสนามมีความสอดคล้องกันในเชิงคุณภาพ โดยที่ค่าความหนาที่ทำนายได้จากวิธีผลต่างสลับเนื่องจากจะมีค่ามากกว่าค่าที่ได้จากการเก็บข้อมูลภาคสนาม ทั้งนี้สาเหตุของความคลาดเคลื่อนเกิดจากการเก็บข้อมูลจากภาคสนาม จุดเริ่มต้นของการแข็งตัวจะไม่สามารถหาได้อย่างเด่นชัด ดังนั้นที่เวลา $t = 0$ ของข้อมูลจากภาคสนามจะอ้างอิงจากเวลาเริ่มต้นของกระบวนการผลิตหลังจากที่ต่อจากกระบวนการละลาย (defrost) ซึ่ง ณ เวลาดังกล่าวยังคงมีพลังงานภายในสะสมอยู่ในท่อทำน้ำแข็งและรวมไปถึงความหน่วง (delay) ของระบบทำความเย็นในช่วงเริ่มต้นของกระบวนการผลิต เป็นผลให้ ณ เวลา $t = 0$ น้ำแข็งจะยังไม่เริ่มก่อตัวขึ้น



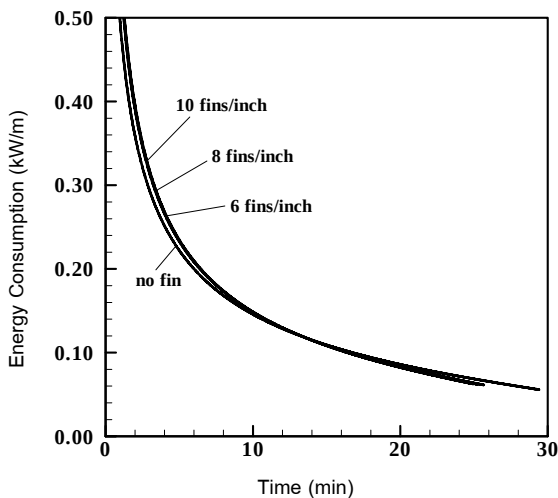
รูปที่ 4 การเปลี่ยนแปลงความหนาของน้ำแข็งเทียบกับเวลา

รูปที่ 5 เป็นการเปรียบเทียบความหนาของน้ำแข็งที่ระยะพิทช์ต่างๆ กัน จะเห็นว่าที่เวลาเท่ากันความหนาของน้ำแข็งที่ได้จากกรณีท่อเรียบทั้งสามแบบจะมีค่ามากกว่าความหนาในกรณีท่อเรียบ ตัวอย่างเช่นที่เวลา 20 นาทีความหนาของกรณีท่อเรียบจะมีค่า 9.79 mm ในขณะที่ความหนาของกรณีท่อเรียบจำนวน 6, 8 และ 10 ครีบท่อน้ำมีค่าความหนาเพิ่มขึ้นร้อยละ 10.8, 11.0 และ 11.1 ตามลำดับ ดังนั้นความหนาที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้รอบของการผลิตมีค่าลดลง ทั้งนี้กำหนดให้เวลาสุดท้ายของการคำนวณจะสิ้นสุดเมื่อน้ำแข็งมีความหนาเท่ากับ 13 mm จะพบว่าค่าเวลาสุดท้ายในกรณีท่อเรียบมีค่าเท่ากับ 29.4 นาที ในขณะที่ค่าเวลาสุดท้ายในกรณีท่อเรียบจำนวน 6, 8 และ 10 ครีบท่อน้ำมีค่าเท่ากับ 25.7, 25.3 และ 25.0 นาที ตามลำดับ ซึ่งคิดเป็นรอบของการผลิตที่ลดลงร้อยละ 12.8, 14.1 และ 15.2 ตามลำดับ นอกจากนี้จะสังเกตได้ว่าหากจำนวนครีบท่อน้ำเพิ่มขึ้นจาก 6 ครีบท่อไปเป็น 10 ครีบท่อน้ำหรือคิดเป็นจำนวนครีบท่อน้ำที่เพิ่มขึ้นประมาณร้อยละ 70 รอบของการผลิตจะลดลงจาก 25.7 นาทีไปเป็น 25.0 นาที ซึ่งคิดเป็นการลดลงของรอบของการผลิตแค่ร้อยละ 2 เท่านั้น ดังนั้นการเพิ่มครีบท่อเกินความจำเป็นจึงไม่ได้เป็นการเพิ่มผลผลิตตามที่ต้องการ



รูปที่ 5 การเปรียบเทียบความหนาของน้ำแข็งที่ระยะพิทช์ต่างๆ

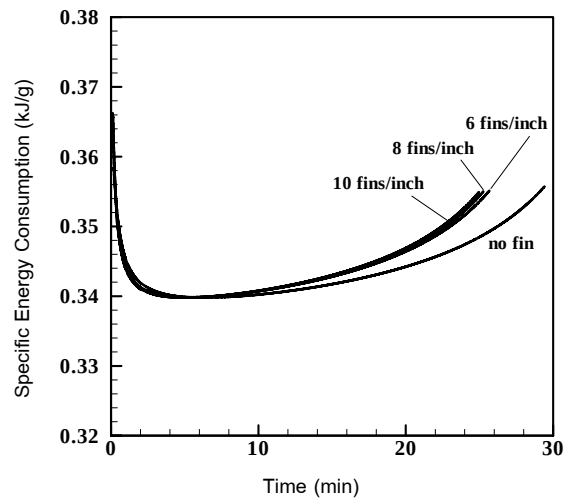
การเปรียบเทียบอัตราการใช้พลังงานที่ระยะพิทช์ต่างๆ จะแสดงให้เห็นในรูปที่ 6 โดยทั่วไปแล้วค่าอัตราการใช้พลังงานในที่นั้นก็จะเปรียบเสมือนภาระความเย็นของระบบทำความเย็นนั่นเอง จะเห็นว่าเมื่อเวลาผ่านไปอัตราการใช้พลังงานมีค่าลดลงอย่างรวดเร็วเนื่องจากความหนาของน้ำแข็งที่เพิ่มมากขึ้นทำให้สภาพความเป็นตัวต้านทานความร้อนมีค่าเพิ่มขึ้น ส่งผลให้อัตราการถ่ายเทความร้อนที่ผ่านท่อมีค่าต่ำลง เมื่อเปรียบเทียบกรณีของท่อเรียบกับท่อติดครีบกี้จะพบว่าอัตราการใช้พลังงานที่ได้มีค่าใกล้เคียงกัน หากพิจารณาถึงพื้นที่ใต้กราฟเพื่อคำนวณหาพลังงานที่ใช้ต่อรอบการผลิต จะพบว่าในกรณีของท่อเรียบจะมีค่าพลังงานที่ใช้ต่อรอบการผลิตเท่ากับ 270 kJ/m ในขณะที่ท่อติดครีบกี้จำนวน 6, 8 และ 10 ครีบกี้จะมีค่าพลังงานที่ใช้ต่อรอบการผลิตเท่ากับ 271, 272 และ 272 kJ/m ตามลำดับ ซึ่งคิดเป็นค่าพลังงานที่ใช้ต่อรอบการผลิตที่เพิ่มขึ้นเพียงประมาณร้อยละ 1 เท่านั้น ดังนั้นการติดครีบกี้ที่ท่อทำน้ำแข็งจึงส่งผลกระทบท่อการใช้พลังงานในการผลิตค่อนข้างน้อย



รูปที่ 6 การเปรียบเทียบอัตราการใช้พลังงานที่ระยะพิทช์ต่างๆ

รูปที่ 7 เป็นการเปรียบเทียบอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิตที่ระยะพิทช์ต่างๆ จะพบว่าในช่วงหนึ่งรอบของการผลิตลักษณะของอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิตจะเปลี่ยนแปลงในช่วงแคบๆ ระหว่าง 0.33 ถึง 0.37 kJ/g โดยที่เมื่อเวลาผ่านไปการเปลี่ยนแปลงของอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิตจะลดลงจนต่ำสุดและเพิ่มขึ้นจนสิ้นสุดกระบวนการผลิต โดยปกติแล้วอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิตที่ต่ำกว่าจะแสดงถึงการใช้พลังงานได้อย่างมีประสิทธิภาพกว่าเนื่องจากการใช้พลังงานที่ต่ำกว่าเมื่อเทียบกับปริมาณการผลิตที่เท่ากัน จากรูปจะสังเกตได้ว่าเมื่อเปรียบเทียบกรณีท่อเรียบกับกรณีท่อติดครีบกี้ทั้งสามแบบ จะพบว่าค่าอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิตที่ต่ำที่สุดจะมีค่าใกล้เคียงกันมากและมีค่าเป็น 0.3398 kJ/g นอกจากนี้หากพิจารณาอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิตเฉลี่ยในหนึ่งรอบการผลิตซึ่งหาได้โดยการหาค่าเฉลี่ยจากพื้นที่ใต้กราฟ จะพบว่าค่าอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิตเฉลี่ยในหนึ่งรอบการผลิตของกรณีท่อเรียบและท่อติดครีบกี้ทั้งสามแบบ

จะมีค่าใกล้เคียงกันมากและมีค่าเป็น 0.3439 kJ/g ซึ่งทั้งนี้จะเห็นได้ว่าประสิทธิภาพของการใช้พลังงานของในกรณีท่อเรียบและในกรณีท่อติดครีบกี้จะมีค่าใกล้เคียงกันตลอดรอบของการผลิต



รูปที่ 7 การเปรียบเทียบอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิตที่ระยะพิทช์ต่างๆ

6. สรุป

ในงานวิจัยชิ้นนี้ได้ทำการศึกษาการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อทำการทำนายความหนา อัตราการใช้พลังงานและอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิตโดยเปรียบเทียบกรณีของท่อเรียบกับท่อติดครีบกี้ด้านนอกท่อทำน้ำแข็งของกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลอด โดยการศึกษาจะเน้นไปที่ผลกระทบของระยะพิทช์ของครีบกี้ต่อความหนาของน้ำแข็ง อัตราการใช้พลังงาน และ อัตราการพลังงานต่อหน่วยการผลิต จากผลการคำนวณพบว่าค่าความหนาที่ได้จากการเก็บข้อมูลภาคสนามมีความสอดคล้องในเชิงคุณภาพกับค่าที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขในกรณีของท่อเรียบ เมื่อเปรียบเทียบความหนาของน้ำแข็งที่ได้จากการคำนวณกับท่อติดครีบกี้ จะพบว่าค่าความหนาจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อท่อได้ทำการติดครีบกี้และส่งผลกระทบต่อรอบของการผลิตเพื่อให้ได้ความหนาที่ต้องการมีค่าลดลงประมาณร้อยละ 10 ในขณะที่ถ้าเปรียบเทียบพลังงานที่ใช้ต่อรอบของการผลิตและอัตราการใช้พลังงานต่อหน่วยการผลิตเฉลี่ยในหนึ่งรอบการผลิตระหว่างกรณีท่อเรียบและท่อติดครีบกี้ จะพบว่าค่าทั้งสองมีค่าใกล้เคียงกันมากซึ่งแสดงถึงประสิทธิภาพของการใช้พลังงานที่ใกล้เคียงกัน

สัญลักษณ์

(i) ตัวปรกติ

A_{fin} = พื้นที่ผิวของท่อในส่วนที่เป็นครีบกี้เท่านั้น, m^2

A_{ice} = พื้นที่หน้าตัดของน้ำแข็งที่ผลิตได้, m^2

A_{unfin} = พื้นที่ผิวของท่อที่ไม่มีครีบกี้, m^2

A_{tot} = พื้นที่ผิวของท่อรวม, m^2

Bi = ตัวเลขไบออต

Bi_{eff} = ตัวเลขไบออตเทียบเท่าเมื่อติดครีป
 C_h = ค่าคงที่ที่ปรากฏในสมการที่ (42), ($W/m^2 \cdot K$)
 C_p = ค่าความจุความร้อนจำเพาะ, ($J/kg \cdot K$)
 C_{Bi} = ค่าคงที่ที่ปรากฏในสมการ (43)
 D = ความหนาของผนังท่อทำน้ำแข็ง, (m)
 d = ความหนาของครีป, (m)
 h = สัมประสิทธิ์การพาความร้อนของสารทำความเย็น, ($W/m^2 \cdot K$)
 h_{eff} = สัมประสิทธิ์การพาความร้อนเทียบเท่าเมื่อติดครีป, ($W/m^2 \cdot K$)
 ΔH = ความร้อนแฝงจำเพาะของการแข็งตัวของน้ำ, (J/kg)
 k = สภาพการนำความร้อน, ($W/m \cdot K$)
 k_f = สภาพการนำความร้อนของวัสดุที่ใช้ทำครีป, ($W/m \cdot K$)
 J = เทอมที่ปรากฏในสมการผลต่างสปีนนิ่ง
 K = เทอมที่ปรากฏในสมการผลต่างสปีนนิ่ง
 l = ความยาวท่อทำน้ำแข็ง, (m)
 L = เทอมที่ปรากฏในสมการผลต่างสปีนนิ่ง
 m = มวลของน้ำแข็งที่ผลิตได้ต่อท่อทำน้ำแข็งหนึ่งท่อ, (kg)
 p = ระยะพิทช์ของครีป, (m)
 r = ระยะในแนวรัศมี, (m)
 r_i = รัศมีภายในของท่อทำน้ำแข็ง, (m)
 r_o = รัศมีภายนอกของท่อทำน้ำแข็ง, (m)
 $\hat{r}$ = เทอมไรมิติของระยะในแนวรัศมี
 R = รัศมีของน้ำแข็งที่ผลิตขึ้น, (m)
 R_1 = อัตราส่วนค่าสภาพการนำความร้อนของผนังต่อน้ำแข็ง
 R_2 = อัตราส่วนค่าความจุความร้อนของผนังต่อน้ำแข็ง
 R_f = อัตราส่วนของรัศมีภายในต่อความหนาของท่อทำน้ำแข็ง
 Ste = ตัวเลขสเตฟาน
 t = เวลา, (s, min)
 T = อุณหภูมิ, ($^{\circ}C$)
 w = ความสูงของครีป, (m)
 α = Thermal diffusivity, (m^2/s)
 φ = เทอมไรมิติของความหนาของน้ำแข็ง
 θ = เทอมไรมิติของอุณหภูมิ
 ρ = ความหนาแน่น, (kg/m^3)
 ζ = เทอมไรมิติซึ่งเป็นตัวแปรต้นในการหาประสิทธิภาพของครีป
 γ = เทอมไรมิติซึ่งเป็นตัวแปรต้นในการหาประสิทธิภาพของครีป
 ω = เทอมไรมิติของความสูงของครีป
 δ = เทอมไรมิติของความหนาของครีป
 μ = เทอมไรมิติของระยะพิทช์ของครีป
 η_{in} = ประสิทธิภาพของครีป

(ii) ตัวห้อย
 0 = สถานะอิ่มตัว (saturation state)
 f = จุดเยือกแข็ง
 s = น้ำแข็ง
 w = ผนังท่อ

เอกสารอ้างอิง

- [1] Necati Özisik, M., 1993, Heat Conduction, John-Wiley & Sons, New York, USA, pp. 416-430.
- [2] ASHRAE Handbook: fundamentals 1997, American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc., Atlanta, USA, pp. 3.18.
- [3] Cheung, F. B. and Cha, S. W., 1987, Finite-Difference Analysis of Growth and Decay of a Freeze Coat on a Continuous Moving Cylinder, Numerical Heat Transfer, Vol. 12, pp. 41-56.
- [4] Chapra, S. C. and Canale, R. P., 1990, Numerical Methods for Engineers, McGraw-Hill, New York, USA, pp. 738-741.
- [5] Tangthieng, C, Cheung, F. B. and Shih, Y. C., 2002, Growth and decay characteristics of the solidified layer during freeze coating of a binary substance, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 16, pp. 379-388.
- [6] Stephan, K. and Abdelsalam, M., 1980, Heat-transfer correlations for natural convection boiling, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 23, pp. 73-87.
- [7] นันทวัฒน์ ไพรัชเวทย์ และ จิตติน แดงเทียง, 2547, การศึกษาเชิงเลขเพื่อทำนายความหนาของน้ำแข็ง อัตราการผลิตน้ำแข็งและภาระความเย็นของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของ, การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 18, ขอนแก่น ประเทศไทย, ระหว่างวันที่ 18-20 ตุลาคม.
- [8] Carey, V. P., 1992, Liquid-Vapor Phase-Change Phenomena: an Introduction to the Thermophysics of Vaporization and Condensation Processes in Heat Transfer Equipment, Taylor & Francis, USA, pp. 630.
- [9] Incropera, F. P. and Dewitt, D. P., 2002, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, John-Wiley & Sons, New York, USA, pp. 905-916.
- [10] ภูวนาด กาบคำ และ จิตติน แดงเทียง, 2548, การศึกษาภาระความเย็นและอัตราการผลิตน้ำแข็งจากการเพิ่มประสิทธิภาพของกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลอดด้วยวิธีการพ่นแต่งผิวด้วยลูกปทราย, การประชุมเชิงวิชาการเครือข่ายพลังงานแห่งประเทศไทยครั้งที่ 1, ชลบุรี ประเทศไทย, ระหว่างวันที่ 11-13 พฤษภาคม.