

การแทนตัวกลางที่มีการกำเนิดความร้อนด้วยแหล่งกำเนิดกระแสในวงจร ความร้อน

Substitution of Uniform Energy Generating Medium with Independent Current Sources in an Equivalent Thermal Circuit

ประกิต รำพึงกุล^{1*}

¹ กองวิชาวิศวกรรมเครื่องกลเรือ โรงเรียนนายเรือ ต.ปากน้ำ อ.เมือง จ.สมุทรปราการ 10270

โทร 0-2475-3864 โทรสาร 0-2475-3805 *อีเมลล์ dr.prakit@gmail.com

Prakit Rampunggoon^{1*}

¹ Department of Marine Engineering, Royal Thai Naval Academy, Parknam Samutprakarn 10270, Thailand

Tel: 0-2475-3864, Fax: 0-2475-3805, *E-mail: dr.prakit@gmail.com

บทคัดย่อ

บทความนี้เสนอแนวคิดในการแทนตัวกลางที่มีการกำเนิดความร้อนด้วยแหล่งกำเนิดกระแสในวงจรความร้อน การใช้แหล่งกำเนิดกระแสในวงจรความร้อนนี้ ทำให้เราขยายขีดความสามารถของวงจรความร้อนที่มีอยู่เดิมให้สามารถแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อน ในสภาวะคงตัวแบบมิติเดียว ผ่านผนังราบและทรงกระบอกโดยที่ตัวกลางมีการให้กำเนิดความร้อนได้ บทความนี้ได้แสดงที่มาของแนวคิดนี้และการหาค่ากระแสโดยวิธี Superposition ตลอดจนวิธีการประยุกต์ใช้วงจรความร้อนกับปัญหาที่ประกอบด้วยผนังราบหลายชั้น นอกจากนี้ยังได้ประยุกต์ใช้วงจรความร้อนแบบมีแหล่งกำเนิดกระแสกับปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบมิติเดียวผ่านผนังทรงกระบอกด้วย จากตัวอย่างปัญหาสมมติพบว่าการใช้วงจรความร้อนนี้สามารถแก้ปัญหาได้ครอบคลุมมากกว่าเดิมและช่วยทำให้เราเข้าใจภาพโดยรวมของการถ่ายเทความร้อนได้ดียิ่งขึ้น

Abstract

This paper proposes the concept of substitution of energy-generating medium with independent current sources in an equivalent thermal circuit. This inclusion of independent current sources extends the capability of equivalent thermal circuit to solve 1-D steady-state conduction in plane walls and in a cylinder with uniform energy generation. This paper systematically shows that a heat conduction problem with energy generating medium is equivalent

to a basic electrical circuit with independent current sources. Then superposition method is used to solve for the current which can be translated to the amount of heat transferred. With known heat transferred, surface temperatures and temperature distribution in the wall can be determined. This technique successfully enables equivalent thermal circuit to solve heat conduction problems with energy generating medium.

1. บทนำ

แนวคิดในการใช้วงจรความร้อนเพื่อแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบมิติเดียวผ่านผนังราบในสภาวะคงตัวเป็นวิธีการที่สะดวกและเข้าใจง่าย การใช้วงจรความร้อนจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อมีการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังหลายชั้นและมีการพาความร้อนที่ผิวของผนัง เพราะวงจรความร้อนจะลดความซับซ้อนในการแก้สมการเพื่อหาอัตราการถ่ายเทความร้อนและหาอุณหภูมิที่จุดต่างๆ การใช้วงจรความร้อนมีแนวคิดมาจากการเปรียบเทียบการแพร่กระจายของความร้อนกับประจุไฟฟ้า โดยการเปรียบเทียบความแตกต่างของอุณหภูมิกับความต่างศักย์ทางไฟฟ้า เปรียบเทียบความต้านทานความร้อนกับความต้านทานไฟฟ้า และการเปรียบเทียบอัตราการถ่ายเทความร้อนกับกระแสไฟฟ้า อย่างไรก็ตามการใช้วงจรความร้อนมีข้อจำกัดในการใช้คือใช้วิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนแบบมิติเดียวผ่านผนังราบในสภาวะคงตัว โดยที่ตัวกลางต้องไม่มีการกำเนิดความร้อน ถ้าตัวกลางมี

การกำเนิดความร้อน การวิเคราะห์ก็ต้องใช้วิธีการแก้มสมการหรืออาจใช้วงจรความร้อนสองวงจร บทความนี้เสนอแนวคิดในการใช้แหล่งกำเนิดกระแสแทนตัวกลางที่ทำให้กำเนิดความร้อน ทำให้สามารถใช้งานวงจรความร้อนวิเคราะห์ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบมิติเดียวผ่านผนังราบโดยที่ตัวกลางมีการให้กำเนิดความร้อนได้ นอกจากนี้บทความฉบับนี้ยังได้ขยายผลการใช้งานวงจรความร้อนในการวิเคราะห์การนำความร้อนแบบมิติเดียวผ่านผนังทรงกระบอกในสภาวะคงตัว โดยที่ตัวกลางมีการกำเนิดความร้อนด้วย

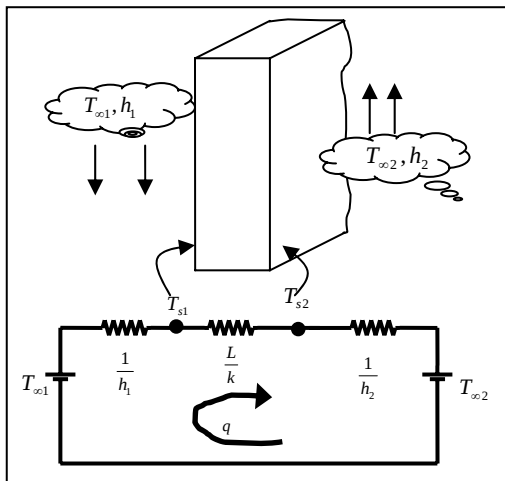
2. ผนังราบ

2.1 การถ่ายเทความร้อนผ่านผนังราบแบบไม่มีการกำเนิดความร้อน

การถ่ายเทความร้อนแบบมิติเดียวผ่านผนังราบชั้นเดียวในสภาวะคงตัว โดยทราบอุณหภูมิที่ผิวทั้งสองข้างของผนังราบ การกระจายของอุณหภูมิภายในผนังสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$T = (T_{s2} - T_{s1}) \frac{x}{L} + T_{s1} \quad (1)$$

โดยที่ T_{s1} และ T_{s2} คืออุณหภูมิที่ผิวด้านซ้ายและด้านขวาของผนังตามลำดับ ในกรณีที่ไมทราบอุณหภูมิที่ผิวแต่ทราบอุณหภูมิของของไหล เราสามารถเขียนวงจรความร้อนได้ดังนี้คือ



รูป 1 การถ่ายเทความร้อนผ่านผนังราบที่สภาวะคงตัว ไม่มีการกำเนิดความร้อนในผนัง

วงจรความร้อนดังในรูป 1 เป็นวงจรที่มีความต้านทานและความต่างศักย์ต่อกันแบบอนุกรม การหากระแสของวงจรนี้หรืออีกนัยหนึ่งคือการหาอัตราการถ่ายเทความร้อน q'' นั้นทำได้โดยใช้ความต่างศักย์หารด้วยความต้านทานรวมของวงจร เขียนได้ดังสมการ

$$q'' = \frac{T_{s2} - T_{s1}}{\frac{1}{h_1} + \frac{L}{k} + \frac{1}{h_2}} \quad (2)$$

หลังจากได้ค่ากระแสหรือค่า q'' แล้วก็สามารถหา T_{s1} และ T_{s2} ได้โดยใช้สมการ

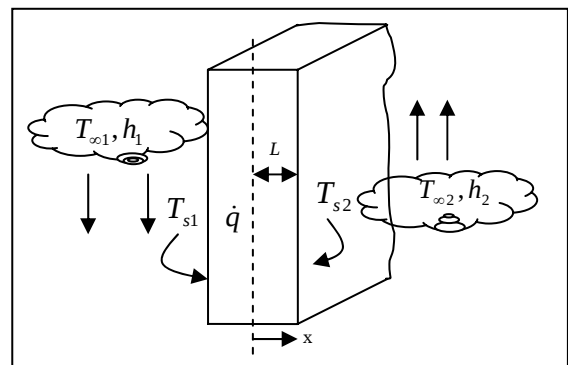
$$\begin{aligned} T_{s1} &= T_{\infty 1} - q'' \left(\frac{1}{h_1} \right) \\ T_{s2} &= T_{s1} - q'' \left(\frac{L}{k} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

เมื่อทราบ T_{s1} และ T_{s2} ก็สามารถหาการกระจายของอุณหภูมิที่จุดใด ๆ ภายในผนังโดยสมการ (1) ได้

2.2 การถ่ายเทความร้อนผ่านผนังราบแบบมีการกำเนิดความร้อน

สำหรับการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังราบที่มีอุณหภูมิที่ผิวทั้งสองด้านคงที่และมีการกำเนิดความร้อนในผนัง $\dot{q}$ ดังรูป 2 หากเราทราบอุณหภูมิที่ผิวทั้งสองข้าง เราสามารถเขียนสมการการกระจายของอุณหภูมิภายในผนังได้ดังนี้

$$T = \frac{\dot{q}L^2}{2k} \left(1 - \frac{x^2}{L^2} \right) + \left(\frac{T_{s2} - T_{s1}}{2} \right) \frac{x}{L} + \frac{T_{s1} + T_{s2}}{2} \quad (4)$$



รูป 2 การถ่ายเทความร้อนผ่านผนังราบที่สภาวะคงตัว มีการกำเนิดความร้อน $\dot{q}$ ในผนัง

อัตราการถ่ายเทความร้อนที่ตำแหน่งต่าง ๆ ของผนังราบสามารถหาได้จากการใช้กฎของฟูเรียร์กับสมการ (4) จะได้

$$q'' = -k \frac{dT}{dx} = \dot{q}x - k \left(\frac{T_{s2} - T_{s1}}{2L} \right) \quad (5)$$

ในกรณีที่เราไม่ทราบค่าอุณหภูมิที่ผิว (T_{s1} และ T_{s2}) แต่ทราบอุณหภูมิของของไหลที่สัมผัสผิวสองข้าง ($T_{\infty 1}$ และ $T_{\infty 2}$) เราสามารถใช้กฎการสมดุลของพลังงานที่ผิวทั้งสองข้างของแผ่นราบ นั่นคือการนำความร้อนที่ผิวเท่ากับ

การพาความร้อนโดยของไหล จากสมการ (5) และเงื่อนไขขอบเขตของการพาความร้อนที่ผิวทั้งสองข้างเราได้สมการ

$$\begin{aligned} -\dot{q}L + \frac{k}{2L}T_{s1} - \frac{k}{2L}T_{s2} &= h_1(T_{\infty1} - T_{s1}) \\ \dot{q}L + \frac{k}{2L}T_{s1} - \frac{k}{2L}T_{s2} &= h_2(T_{s2} - T_{\infty2}) \end{aligned} \quad (6)$$

จัดรูปสมการใหม่เพื่อให้ตัวแปรที่ยังไม่ทราบค่าคือ T_{s1} และ T_{s2} อยู่ทางซ้ายและตัวแปรที่ทราบค่าอยู่ทางขวาของสมการ จะได้

$$\begin{aligned} \left(\frac{k}{2L} + h_1\right)T_{s1} - \frac{k}{2L}T_{s2} &= h_1T_{\infty1} + \dot{q}L \\ -\frac{k}{2L}T_{s1} + \left(\frac{k}{2L} + h_2\right)T_{s2} &= h_2T_{\infty2} + \dot{q}L \end{aligned} \quad (7)$$

หากกำหนดให้

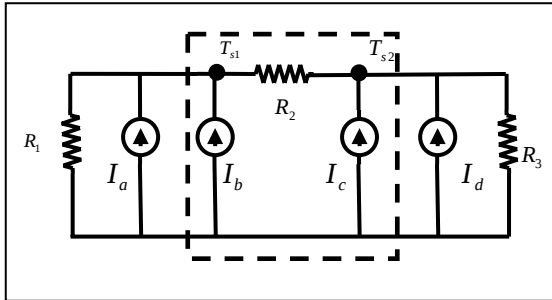
$$R_1 = \frac{1}{h_1}, R_2 = \frac{2L}{k}, R_3 = \frac{1}{h_2},$$

$$I_a = h_1T_{\infty1}, I_b = \dot{q}L, I_c = \dot{q}L \text{ และ } I_d = h_2T_{\infty2}$$

จะได้

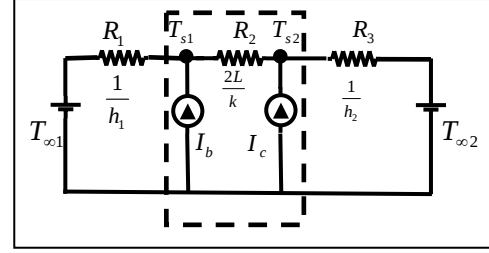
$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right)T_{s1} - \frac{1}{R_2}T_{s2} &= I_a + I_b \\ -\frac{1}{R_2}T_{s1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)T_{s2} &= I_c + I_d \end{aligned} \quad (8)$$

สมการ (8) เป็นสมการที่ใช้วิเคราะห์วงจรไฟฟ้าในรูป 3 ความต้านทานที่อยู่ในกรอบเส้นประคือความต้านทานความร้อนของผนังราบ แหล่งกำเนิดกระแส I_b และ I_c มีค่าเท่ากัน โดยผลบวกของทั้งสองแหล่งคืออัตราการกำเนิดความร้อนทั้งหมดภายในผนังราบ



รูป 3 วงจรความร้อนสำหรับระบบในรูป 2

แหล่งกำเนิดกระแส I_a กับความต้านทาน R_1 จากวงจรในรูป 3 สามารถเปลี่ยนเป็นแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ $T_{\infty1}$ กับความต้านทาน R_1 ต่ออนุกรมกัน [1] ในทำนองเดียวกันแหล่งกำเนิดกระแส I_d กับความต้านทาน R_3 สามารถเปลี่ยนเป็นแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ $T_{\infty2}$ กับความต้านทาน R_3 ต่ออนุกรมกันดังรูป 4



รูป 4 วงจรความร้อนสำหรับระบบในรูป 2

เมื่อเปรียบเทียบกับวงจรไฟฟ้าในรูป 1 และ 4 จะพบว่ารูป 4 มีแหล่งกำเนิดกระแสเพิ่มขึ้นมาสองแหล่ง ส่วนองค์ประกอบอื่นคือความต้านทานและแหล่งกำเนิดความต่างศักย์นั้นมีค่าคงเดิม เราจึงสามารถสรุปได้ว่าการที่มีการกำเนิดความร้อนในผนังทำให้วงจรความร้อนมีแหล่งกำเนิดกระแสเพิ่มขึ้นมา ขนาดของแหล่งกำเนิดกระแสนี้เท่ากับอัตราการกำเนิดความร้อนในผนัง หากผนังไม่มีการกำเนิดความร้อน วงจรความร้อนก็ลดรูปเป็นวงจรอนุกรมในรูป 1 นั่นเอง

3. การหาค่ากระแสโดยวิธี Superposition

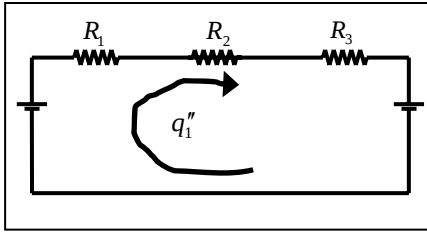
ในหัวข้อ 2.2 ผนังที่มีแหล่งกำเนิดความร้อนถูกแทนด้วยแหล่งกำเนิดกระแสสองตัวและความต้านทานหนึ่งตัวดังรูปที่ 4 ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวิธีการหากระแสหรืออีกนัยหนึ่งคืออัตราการถ่ายเทความร้อนและการหาอุณหภูมิที่ผิวของผนัง (T_{s1} และ T_{s2}) เมื่อทราบอุณหภูมิที่ผิวที่สามารถหาการกระจายของอุณหภูมิที่จุดใดๆภายในผนัง (ภายในกรอบเส้นประ) จากสมการ (4) ได้

หลักการของวิธี Superposition คือตัดแหล่งกำเนิดกระแสหรือแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ออกให้เหลือเพียงแหล่งเดียวแล้วหากระแสในวงจรเนื่องจากแหล่งกำเนิดแต่ละตัว จากนั้นจึงนำกระแสมารวมกันในภายหลัง การตัดแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ให้ตัดแบบ Short circuit การตัดแหล่งกำเนิดกระแสให้ตัดแบบ Open circuit วงจรไฟฟ้าในรูปที่ 4 สามารถใช้วิธี Superposition ได้ตามขั้นตอนต่อไปนี้

- 1) ตัดแหล่งกำเนิดกระแสออกจากวงจรความร้อนโดยการ Open circuit จะได้วงจรอนุกรมดังแสดงในรูป 5 ซึ่งก็คือวงจรความร้อนแบบที่ไม่มีการกำเนิดความร้อนนั่นเอง กระแส q_1'' หาได้จากสมการ

$$q_1'' = \frac{T_{s2} - T_{s1}}{R_t} \quad (9)$$

$$\text{โดยที่ } R_t = R_1 + R_2 + R_3$$

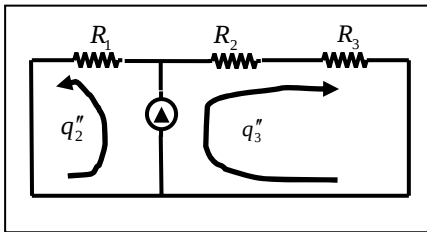


รูป 5 วงจรความร้อนเมื่อตัดแหล่งกำเนิดกระแส

- 2) ตัดแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ทั้งสองออกโดยการ Short circuit นั่นคือแทนแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ด้วยเส้นตรง และตัดแหล่งกำเนิดกระแสตัวที่สองออกโดยการ Open circuit ดังรูป 6 กระแส q_2'' และ q_3'' เป็นไปตามสมการ

$$q_2'' = \left(\frac{R_2 + R_3}{R_t} \right) I_b$$

$$q_3'' = \left(\frac{R_1}{R_t} \right) I_b \quad (10)$$

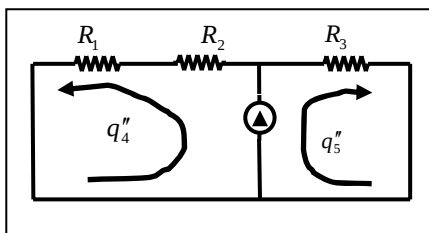


รูป 6 วงจรความร้อนเมื่อตัดแหล่งกำเนิดความต่างศักย์และแหล่งกำเนิดกระแสตัวที่สอง

- 3) ตัดแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ทั้งสองออกโดยการ Short circuit นั่นคือแทนแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ด้วยเส้นตรง และตัดแหล่งกำเนิดกระแสตัวที่หนึ่งออกโดยการ Open circuit ดังรูป 7 กระแส q_4'' และ q_5'' เป็นไปตามสมการ

$$q_4'' = \left(\frac{R_3}{R_t} \right) I_c$$

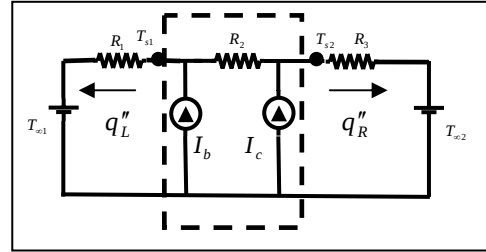
$$q_5'' = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_t} \right) I_c \quad (11)$$



รูป 7 วงจรความร้อนเมื่อตัดแหล่งกำเนิดความต่างศักย์และแหล่งกำเนิดกระแสตัวที่หนึ่ง

- 4) หาค่ากระแสทางต้านซ้ายและขวาของผนังจากสมการ

$$\begin{aligned} q_L'' &= -q_1'' + q_2'' + q_4'' \\ q_R'' &= q_1'' + q_3'' + q_5'' \end{aligned} \quad (12)$$



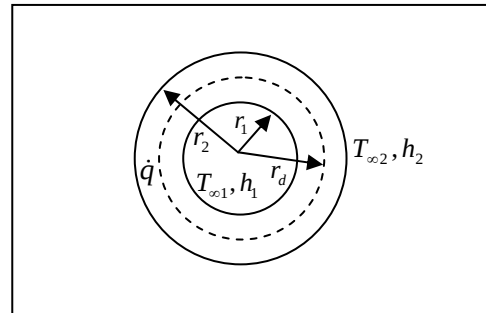
รูป 8 วงจรความร้อนที่สมบูรณ์

อุณหภูมิที่ผิวของผนังทั้งสองด้านสามารถหาได้จากสมการ

$$T_{s1} = T_{\infty 1} + q_L'' \left(\frac{1}{h_1} \right) \text{ และ } T_{s2} = T_{\infty 2} + q_R'' \left(\frac{L}{k} \right) \quad (13)$$

4. การถ่ายเทความร้อนผ่านผนังทรงกระบอกแบบมีการกำเนิดความร้อนในผนัง

สำหรับการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังของท่อทรงกระบอกที่มีอุณหภูมิที่ผิวด้านในและด้านนอกคงที่และมีการกำเนิดความร้อนในผนัง $\dot{q}$ ดังรูป 9 หากเราทราบอุณหภูมิที่ผิวท่อด้านในและด้านนอกเราสามารถเขียนสมการการกระจายของอุณหภูมิภายในผนังได้ดังนี้



รูป 9 การถ่ายเทความร้อนผ่านผนังทรงกระบอกชั้นเดียวในสภาวะคงตัว

$$T = \frac{\dot{q}}{4k} (r_1^2 - r^2) + \left[\frac{\frac{\dot{q}}{4k} (r_1^2 - r_2^2)}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} + \frac{T_{s1} - T_{s2}}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \right] \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) + T_{s1} \quad (14)$$

อัตราการถ่ายเทความร้อนที่ตำแหน่งต่าง ๆ ในผนังทรงกระบอกสามารถหาได้จากการใช้กฎของฟูเรียร์กับสมการ (14) จะได้

$$q_r' = \dot{q}\pi r^2 - \dot{q}\frac{\pi}{2}\frac{(r_1^2 - r_2^2)}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} + \frac{(T_{s1} - T_{s2})}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} 2\pi k \quad (15)$$

ในกรณีที่เราไม่ทราบค่าอุณหภูมิที่ผิวด้านในและด้านนอก (T_{s1} และ T_{s2}) แต่ทราบอุณหภูมิของของไหลที่สัมผัสผิวสองข้าง ($T_{\infty 1}$ และ $T_{\infty 2}$) เราสามารถใช้กฎการสมมูลของพลังงานที่ผิวทั้งสองด้าน นั่นคือการนำความร้อนที่ผิวเท่ากับการพาความร้อนโดยของไหล จากสมการ (15) และเงื่อนไขขอบเขตของการพาความร้อนที่ผิวทั้งสองข้าง เราได้สมการ

ผิวด้านใน :

$$\dot{q}\pi r_1^2 - \dot{q}\frac{\pi}{2}\frac{(r_2^2 - r_1^2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} + \frac{(T_{s1} - T_{s2})}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} 2\pi k = (2\pi r_1)h_1(T_{\infty 1} - T_{s1})$$

ผิวด้านนอก :

$$\dot{q}\pi r_2^2 - \dot{q}\frac{\pi}{2}\frac{(r_2^2 - r_1^2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} + \frac{(T_{s1} - T_{s2})}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} 2\pi k = (2\pi r_2)h_2(T_{s2} - T_{\infty 2}) \quad (16)$$

จัดรูปสมการใหม่เพื่อให้ตัวแปรที่ยังไม่ทราบค่าคือ T_{s1} และ T_{s2} อยู่ทางซ้ายและตัวแปรที่ทราบค่าอยู่ทางขวาของสมการ จะได้

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2\pi k}{\ln \frac{r_2}{r_1}} + 2\pi r_1 h_1 \right) T_{s1} - \left(\frac{2\pi k}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \right) T_{s2} = -\dot{q}\pi r_1^2 + \\ & \dot{q}\frac{\pi}{2}\frac{(r_2^2 - r_1^2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} + 2\pi r_1 h_1 T_{\infty 1} \\ & - \left(\frac{2\pi k}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \right) T_{s1} + \left(\frac{2\pi k}{\ln \frac{r_2}{r_1}} + 2\pi r_2 h_2 \right) T_{s2} = \dot{q}\pi r_2^2 - \\ & \dot{q}\frac{\pi}{2}\frac{(r_2^2 - r_1^2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} + 2\pi r_2 h_2 T_{\infty 2} \end{aligned}$$

หากกำหนดตัวแปรใหม่ให้ $r_d = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{\ln(r_2/r_1)}}$ จะได้

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2\pi k}{\ln \frac{r_2}{r_1}} + 2\pi r_1 h_1 \right) T_{s1} - \left(\frac{2\pi k}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \right) T_{s2} = \dot{q}\pi(r_d^2 - r_1^2) + 2\pi r_1 h_1 T_{\infty 1} \\ & - \left(\frac{2\pi k}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \right) T_{s1} + \left(\frac{2\pi k}{\ln \frac{r_2}{r_1}} + 2\pi r_2 h_2 \right) T_{s2} = \dot{q}\pi(r_2^2 - r_d^2) + 2\pi r_2 h_2 T_{\infty 2} \end{aligned}$$

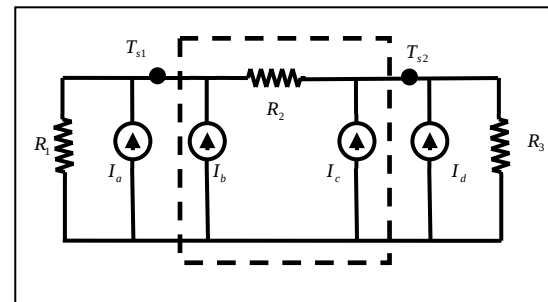
กำหนดตัวแปรดังต่อไปนี้เพื่อจัดรูปให้ง่าย

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{1}{2\pi r_1 h_1}, \quad R_2 = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi k}, \quad R_3 = \frac{1}{2\pi r_2 h_2}, \\ I_a &= 2\pi r_1 h_1 T_{\infty 1}, \quad I_b = \dot{q}\pi(r_d^2 - r_1^2), \\ I_c &= \dot{q}\pi(r_2^2 - r_d^2) \quad \text{และ} \quad I_d = 2\pi r_2 h_2 T_{\infty 2} \end{aligned}$$

จะได้สมการ

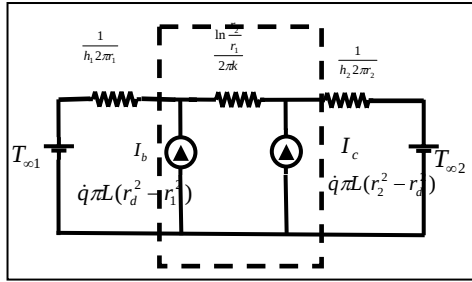
$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) T_{s1} - \frac{1}{R_2} T_{s2} = I_a + I_b \\ & - \frac{1}{R_2} T_{s1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) T_{s2} = I_c + I_d \end{aligned} \quad (17)$$

ในทำนองเดียวกับการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังราบ สมการ (17) เป็นสมการที่ใช้วิเคราะห์วงจรไฟฟ้าในรูป 10 ความต้านทานที่อยู่ในกรอบเส้นประคือความต้านทานความร้อนของผนังทรงกระบอก แหล่งกำเนิดกระแส I_b และ I_c มีค่าไม่เท่ากันแต่รวมกันมีค่าเท่ากับอัตราการกำเนิดความร้อนทั้งหมดภายในผนัง



รูป 10 วงจรความร้อนสำหรับระบบในรูป 9

แหล่งกำเนิดกระแส I_d กับความต้านทาน R_1 จากวงจรในรูป 10 สามารถเปลี่ยนเป็นแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ $T_{\infty 1}$ กับความต้านทาน R_1 ต่ออนุกรมกัน [1] ในทำนองเดียวกันแหล่งกำเนิดกระแส I_d กับความต้านทาน R_3 สามารถเปลี่ยนเป็นแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ $T_{\infty 2}$ กับความต้านทาน R_3 ต่ออนุกรมกันดังรูป 11



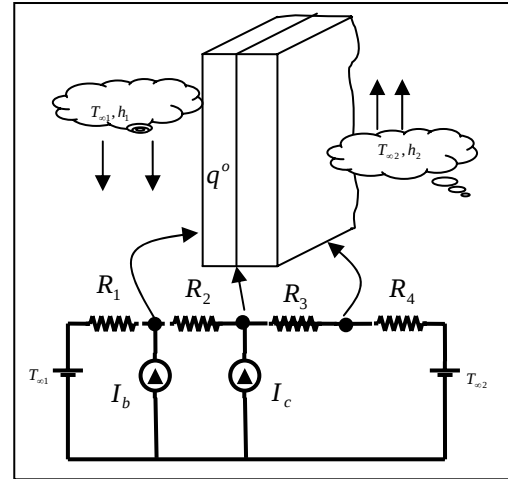
รูป 11 วงจรความร้อนสำหรับระบบในรูป 9

เมื่อเปรียบเทียบวงจรไฟฟ้าในรูป 11 และ 4 จะพบว่า คล้ายคลึงกัน ที่แตกต่างกันคือขนาดของแหล่งกำเนิดกระแส ในรูปที่ 11 มีค่าไม่เท่ากันแต่ผลรวมของแหล่งกำเนิด กระแสนี้เท่ากับอัตราการกำเนิดความร้อนในผนัง หาก ผนังไม่มีการกำเนิดความร้อน วงจรความร้อนนี้ลดรูปเป็น วงจรอนุกรมธรรมดาแน่นอน การหาอัตราการถ่ายเทความร้อนในกรณีของทรงกระบอกก็ใช้วิธีการ Superposition ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 3.

5. ผนังซ้อนกันหลายชั้นและผนังชั้นหนึ่งมีการกำเนิด ความร้อน

การใช้วงจรความร้อนมีประโยชน์มากสำหรับ ปัญหาการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังซ้อนกันหลายชั้น เพราะไม่ต้องแก้ระบบสมการที่ซับซ้อน แต่เดิมการใช้มี ข้อจำกัดคือถ้าผนังชั้นใดชั้นหนึ่งมีการกำเนิดความร้อน จะ ไม่สามารถใช่วงจรความร้อนได้ หากเราใช้หลักการของ แหล่งกำเนิดกระแสดังที่ได้อธิบายมาแล้ว เราสามารถแทน ผนังที่มีการกำเนิดความร้อนด้วยแหล่งกำเนิดกระแสสอง แหล่งและความต้านทานหนึ่งตัวลงไปในวงจรความร้อน หลังจากนั้นก็ทำการคำนวณโดยใช้หลัก Superposition ก็ จะทำให้เราสามารถใช่วงจรความร้อนกับปัญหาลักษณะนี้ ได้โดยสมบูรณ์ ในหัวข้อนี้จึงได้แสดงตัวอย่างการ แก้ปัญหาสำหรับผนังซ้อนกันหลายชั้นดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง ผนังสองชั้นซ้อนกัน ด้านซ้ายมีการกำเนิดความ ร้อนในตัว $\dot{q} = 1000 \text{ W/m}^3$ มีค่า $k = 1.2 \text{ W/mK}$ หนา 60 mm ผนังด้านขวามีค่า $k = 0.5 \text{ W/mK}$ หนา 60 mm อากาศที่ด้านซ้ายอุณหภูมิ $T_{\infty 1} = 90^\circ \text{C}$ ค่า $h = 50 \text{ W/m}^2 \text{K}$ อากาศที่ด้านขวามีอุณหภูมิ $T_{\infty 1} = 30^\circ \text{C}$ การถ่ายเทความร้อนแบบคงตัว จงหา อุณหภูมิที่ผิวของผนังด้านซ้าย ด้านขวาและอุณหภูมิที่ผิว รอยต่อตรงกลาง



รูป 12 ผนังสองชั้นและวงจรความร้อน

วิธีทำ วงจรความร้อนของผนังแสดงดังรูป 12 ผนัง ด้านซ้ายมีการกำเนิดความร้อนจึงแทนด้วยแหล่งกำเนิด กระแสสองแหล่ง (I_b และ I_c) และความต้านทานหนึ่งตัว (R_2) ผนังด้านขวาไม่มีการกำเนิดความร้อนแทนด้วย ความต้านทานหนึ่งตัว (R_3) ความต้านทานซึ่งเกิดจาก การพาความร้อนทางซ้ายและขวาแทนด้วย R_1 และ R_4 ตามลำดับ โดยที่

$$R_1 = \frac{1}{h_1} = \frac{1}{50} = 0.02, \quad R_2 = \frac{L_1}{k_1} = \frac{0.06}{0.2} = 0.05,$$

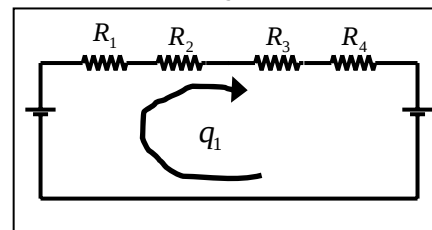
$$R_3 = \frac{L_2}{k_2} = \frac{0.06}{0.5} = 0.12, \quad R_4 = \frac{1}{h_2} = \frac{1}{40} = 0.025$$

$$I_b = I_c = \dot{q} \frac{L_1}{2} = 1000 \left(\frac{0.06}{2} \right) = 30$$

คำนวณค่ากระแสด้วยวิธี Super position

- 1) ตัดแหล่งกำเนิดกระแสออกจากวงจรความร้อนโดยการ Open circuit จะได้วงจรอนุกรมดังแสดงในรูป 13 ซึ่งก็คือวงจรความร้อนแบบที่ไม่มีมีการกำเนิด ความร้อนนั่นเอง กระแส q_1'' หาได้จากสมการ

$$q_1'' = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = 279 \text{ W/m}^2$$

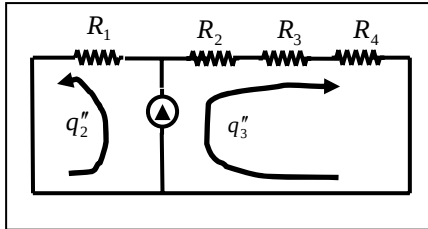


รูป 13 วงจรความร้อนเมื่อตัดแหล่งกำเนิดกระแส

- 2) ตัดแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ทั้งสองออกโดยการ Short circuit นั่นคือแทนแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ ด้วยเส้นตรง และตัดแหล่งกำเนิดกระแสตัวที่สอง ออกโดยการ Open circuit ดังรูป 14 กระแส q_2'' และ q_3'' เป็นไปตามสมการ

$$q_2'' = \left(\frac{R_2 + R_3 + R_4}{R_t} \right) I_b = 27.21 \text{ W/m}^2$$

$$q_3'' = \left(\frac{R_1}{R_t} \right) I_b = 2.79 \text{ W/m}^2$$

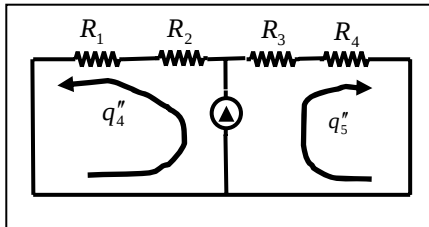


รูป 14 วงจรความร้อนเมื่อตัดแหล่งกำเนิดความต่างศักย์และแหล่งกำเนิดกระแสตัวที่สอง

- 3) ตัดแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ทั้งสองออกโดยการ Short circuit นั่นคือแทนแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ด้วยเส้นตรง และตัดแหล่งกำเนิดกระแสตัวที่หนึ่งออกโดยการ Open circuit ดังรูป 15 กระแส q_4'' และ q_5'' เป็นไปตามสมการ

$$q_4'' = \left(\frac{R_3 + R_4}{R_t} \right) I_c = 20.23 \text{ W/m}^2$$

$$q_5'' = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_t} \right) I_c = 9.77 \text{ W/m}^2$$



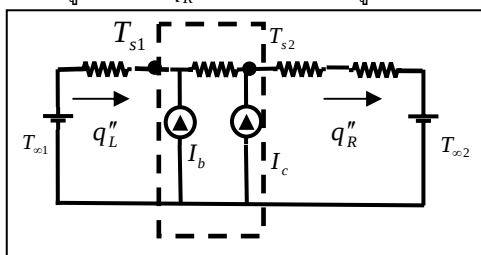
รูป 15 วงจรความร้อนเมื่อตัดแหล่งกำเนิดความต่างศักย์และแหล่งกำเนิดกระแสตัวที่หนึ่ง

- 4) หาค่ากระแสทางด้านซ้ายและขวาของผนังจากสมการ

$$q_L'' = -q_1'' + q_2'' + q_4'' = -231.56 \text{ W/m}^2$$

$$q_R'' = q_1'' + q_3'' + q_5'' = 291.56 \text{ W/m}^2 \quad (18)$$

เนื่องจากค่า $q_L'' < 0$ ทำให้เราทราบว่า q_L'' มีทิศทางจากอากาศสู่ผนังส่วน q_R'' มีทิศทางจากผนังสู่อากาศ



รูป 16 วงจรความร้อนที่สมบูรณ์

- 5) อุณหภูมิที่ผิวของผนังทั้งสองด้านสามารถหาได้จากสมการ

$$T_{s1} = T_{\infty 1} + q_L'' \left(\frac{1}{h_1} \right) = 85.37 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{s2} = T_{\infty 2} + q_R'' \left(\frac{1}{h_2} \right) = 37.29 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{s3} = T_{s2} + q_R'' \left(\frac{L_2}{k} \right) = 72.28 \text{ } ^\circ\text{C}$$

6. สรุป

บทความนี้ได้ขยายขีดความสามารถของวงจรความร้อนให้สามารถแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบมิติเดียวผ่านผนังราบและผนังทรงกระบอกโดยที่ผนังมีการกำเนิดความร้อน บทความได้แสดงที่มาของแนวคิดการแทนผนังที่มีการกำเนิดความร้อนด้วยแหล่งกำเนิดกระแสสองแหล่งและความต้านทานหนึ่งตัว เมื่อนำหลักการนี้ไปใช้กับผนังหลายชั้นทำให้การวิเคราะห์ปัญหาง่ายขึ้นดังตัวอย่างปัญหาที่นำมาวิเคราะห์ นอกจากนี้บทความยังได้แสดงให้เห็นว่าเราสามารถใช้องค์ประกอบของแหล่งกำเนิดกระแสนี้กับผนังรูปทรงกระบอกด้วย

เอกสารอ้างอิง

- [1] Incropera, F. P. and DeWitt, D. P., "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", John Wiley & Sons, New York
- [2] มนต์ชัย กาทอง "การถ่ายเทความร้อน", คลังตำราโรงเรียนนายเรือ, สมุทรปราการ
- [3] Irwin, J.D. Basic Engineering Circuit Analysis, Prentice Hall, New Jersey