

การเคลื่อนที่ด้านการแกว่งของเครนด้วยเชือกยืดหยุ่น ANTI-SWING MOVEMENT OF CRANE WITH FLEXIBLE ROPE

มงคล มงคลวงศ์โรจน์ และ สุมิตร อ้นเต้ง

ห้องปฏิบัติการวิศวกรรมไฟฟ้า-เครื่องกล

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520

Mongkol Mongkolwongrojn and Sumit Aunteng

Electro-Mechanical Engineering Laboratory

Department of Mechanical Engineering, ReCCIT, Faculty of engineering

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang Bangkok 10520

E-mail : kmmongko@kmitl.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาการเคลื่อนที่ด้านการแกว่งของเครน โดยพิจารณาความยืดหยุ่นของเชือก แบบจำลองพลศาสตร์ ได้ถูกเขียนขึ้นโดยใช้สมการของ Lagrange ซึ่งแบบจำลองที่ได้เป็นสมการไม่เชิงเส้น และทำให้เป็นสมการเชิงเส้นโดยวิธี Linearization การควบคุมการเคลื่อนที่เครนใช้ตัวควบคุมแบบเลือกตำแหน่งของโพล (Pole Placement) โดยมีโมเมนต์บิดเป็นสัญญาณควบคุม การจำลองการควบคุมของเครนจะใช้โปรแกรม MATLAB โดยผลการตอบสนองแสดงผลของค่าความแข็งขึ้น (Stiffness) และผลของการเลือกตำแหน่งโพล โดยผลการตอบสนองนี้ได้เปรียบเทียบกับผลการตอบสนองของเครนในกรณีที่ไม่พิจารณาความยืดหยุ่นของเชือก

Abstract

In this research, the control of anti-swing movement of crane with flexible rope is investigated. The nonlinear dynamic model of the crane system is formulated by using Lagrange's equation. The Linearization is applied to obtain linear dynamic model of the crane system. A pole-placement controller is implemented to control the motion of the crane with torque control signal. The

MATLAB simulation results are performed to observe the significant due to effects of rope stiffness and position of pole placement. The response of the movement of the crane with flexible rope effect are also compare with the response of the crane with rigid rope

1. บทนำ

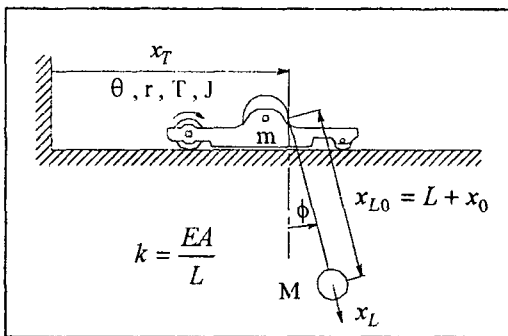
เครนเป็นเครื่องมือขนถ่ายภาระหนักต่างๆ ในโรงงานอุตสาหกรรม, ท่าเรือ และพื้นที่ก่อสร้างต่างๆ โดยส่วนมากแล้วต้องการเคลื่อนย้ายชิ้นงานที่รวดเร็วและควบคุมให้การแกว่งของเชือกให้มีค่าน้อยที่สุด

Y.Sakawa และ Y.Shindo ได้วิเคราะห์การเคลื่อนที่ของเครนท่าเรือขณะลากและยกขึ้นไปพร้อมกันโดยใช้การออกแบบควบคุมแบบเหมาะสมที่สุด (Optimal control) [1], เนื่องจากข้อจำกัดทางด้านการเงินและความปลอดภัยของการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของเครนจริง A.Martinen ได้จำลองเครนเพื่อใช้ในการศึกษาโดยใช้ตัวควบคุมแบบ PID [2], A.Martinen ได้ทำการจำลองการควบคุมแบบเหมาะสม (Optimal control) ขณะลากและยกขึ้นไปพร้อมๆ กันของเครนโดยเปรียบเทียบกับค่าที่วัดได้จากการทดลองกับเครนจำลอง [3] จากการที่ได้ศึกษาผลงานวิจัยที่แล้วยังไม่มี

การคิดความยืดหยุ่นของเชือกหรือสลิง (sling) และไม่คิดการเปลี่ยนรูปของโครงสร้าง

ในบทความนี้ได้กล่าวถึงการเคลื่อนที่ของเครนโดยควบคุมให้เกิดการแกว่งน้อยที่สุด ซึ่งเชือกหรือสลิงที่ใช้ในการยกหรือแขวนภาระนั้นมีความยืดหยุ่น ดังนั้นในแบบจำลองพลศาสตร์จึงนำผลของความยืดหยุ่นของเชือกหรือสลิงเข้าไปพิจารณา การจำลองของระบบการเคลื่อนที่ของเครนนี้สามารถเขียนได้จากสมการของ Lagrange ในบทความนี้แบบจำลองทางพลศาสตร์ใช้โมเมนต์บิดจากมอเตอร์ขับเคลื่อนสัญญาณควบคุม (Actuator) เนื่องจากแบบจำลองที่ได้เป็นสมการไม่เชิงเส้นดังนั้นจึงใช้วิธี Linearization ทำให้เป็นเชิงเส้น แล้วทำการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้วิธีการแทนตำแหน่งโพล (pole placement) เพื่อให้ระบบเข้าสู่สภาวะเสถียร

2. แบบจำลองการเคลื่อนที่



รูปที่ 1 ระบบการเคลื่อนที่ของเครน

จากรูปที่ 1 พิกัดตำแหน่งของมวล M คือ

$$x = x_T + (x_{L0} + x_L) \sin \phi \quad y = (x_{L0} + x_L) \cos \phi \quad (1)$$

ดังนั้นความเร็วของมวล M ในแนวแกน x และ y คือ

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}_T + x_{L0} \dot{\phi} \cos \phi + x_L \dot{\phi} \cos \phi + \dot{x}_L \sin \phi$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -x_{L0} \dot{\phi} \sin \phi - x_L \dot{\phi} \sin \phi + \dot{x}_L \cos \phi$$

พลังงานจลน์ (kinetic energy) ของระบบคือ

$$T = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M (v_x^2 + v_y^2) \quad (2)$$

เนื่องจาก $\theta = \frac{x_T}{r}$ และ $\dot{\theta} = \frac{\dot{x}_T}{r}$ ดังนั้น

$$T = \frac{1}{2} \frac{J}{r^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M \left[\begin{aligned} &(\dot{x}_T^2 + x_{L0}^2 \dot{\phi}^2 + \dot{x}_L^2 + x_L^2 \dot{\phi}^2 \\ &+ 2x_{L0} x_L \dot{\phi}^2 + 2\dot{x}_T x_{L0} \dot{\phi} \cos \phi \\ &+ 2\dot{x}_T x_L \dot{\phi} \cos \phi + 2\dot{x}_T \dot{x}_L \sin \phi) \end{aligned} \right] \quad (3)$$

พลังงานศักย์ (potential energy) ของระบบคือ

$$V = Mg(x_{L0} + x_L)(1 - \cos \phi) + \frac{1}{2} k(x_{L0} + x_L)^2 \quad (4)$$

การกำหนดของ Lagrange คือ

$$L = T - V \quad (5)$$

แทนสมการ (3) และ (4) ลงใน (5) จะได้

$$L = \frac{1}{2} \frac{J}{r^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M \left[\begin{aligned} &(\dot{x}_T^2 + x_{L0}^2 \dot{\phi}^2 + \dot{x}_L^2 + x_L^2 \dot{\phi}^2 \\ &+ 2x_{L0} x_L \dot{\phi}^2 + 2\dot{x}_T x_{L0} \dot{\phi} \cos \phi \\ &+ 2\dot{x}_T x_L \dot{\phi} \cos \phi + 2\dot{x}_T \dot{x}_L \sin \phi) \end{aligned} \right] - Mg(x_{L0} + x_L)(1 - \cos \phi) - \frac{1}{2} k(x_{L0} + x_L)^2 \quad (6)$$

สมการการเคลื่อนที่ของ Lagrange คือ

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

โดยที่ n คือจำนวนดีกรีของควมอิสระ (degree of freedom), q_j คือพิกัดทั่วไป (generalised coordinate) และ Q_j คือแรงภายนอกที่เกี่ยวข้อง (conservative forces)

จากสมการ (6) สมการการเคลื่อนที่ของ Lagrange ของระบบคือ

$$\begin{aligned}
& \bullet \left(\frac{J}{r^2} + m + M \right) \ddot{x}_T + Mx_{L0} \ddot{\phi} \cos \phi \\
& - Mx_{L0} \dot{\phi}^2 \sin \phi + 2M\dot{x}_L \dot{\phi} \cos \phi + Mx_L \ddot{\phi} \cos \phi \\
& - Mx_L \dot{\phi}^2 \sin \phi + M\ddot{x}_L \sin \phi = T \\
& \bullet M\ddot{x}_L + M\dot{x}_T \sin \phi - Mx_L \dot{\phi}^2 - Mx_{L0} \dot{\phi}^2 \\
& + Mg(1 - \cos \phi) + kx_{L0} + kx_L = 0 \\
& \bullet Mx_{L0}^2 \ddot{\phi} + 2Mx_L \dot{x}_L \dot{\phi} + Mx_L^2 \ddot{\phi} + 2Mx_{L0} \dot{x}_L \dot{\phi} \\
& + 2Mx_{L0} x_L \ddot{\phi} + Mx_{L0} \ddot{x}_T \cos \phi + M\dot{x}_T x_L \cos \phi \\
& + Mg x_{L0} \sin \phi + Mg x_L \sin \phi = 0
\end{aligned} \quad (8)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \quad (11)$$

กำหนด state variable คือ

$$\begin{aligned}
x_1 &= x_T & x_3 &= x_L & x_5 &= \phi \\
\dot{x}_1 &= x_2 = \dot{x}_T & \dot{x}_3 &= x_4 = \dot{x}_L & \dot{x}_5 &= x_6 = \dot{\phi} \\
\ddot{x}_1 &= \ddot{x}_T & \ddot{x}_3 &= \ddot{x}_L & \ddot{x}_5 &= \ddot{\phi}
\end{aligned} \quad (9)$$

ดังนั้นจากสมการ (8) เราจะได้สมการสถานะ (state equation) ของระบบดังนี้

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= \frac{1}{\beta} (T + (x_{L0} + x_3)k \sin x_5 + Mg \sin x_5) \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= (x_{L0} + x_3)x_6^2 - g(1 - \cos x_5) - (x_{L0} + x_3) \frac{k}{M} \\
& \quad - \frac{1}{\beta} \left(T \sin x_5 + (x_{L0} + x_3)k \sin^2 x_5 \right) \\
\dot{x}_5 &= x_6 \\
\dot{x}_6 &= \frac{1}{(x_{L0} + x_3)} \left(\frac{1}{\beta} \left(T \cos x_5 + (x_{L0} + x_3)k \sin x_5 \cos x_5 \right) \right. \\
& \quad \left. - 2x_4 x_6 - g \sin x_5 \right)
\end{aligned} \quad (10)$$

โดยที่ $\beta = \left(\frac{J}{r^2} + m \right)$

กำหนด Out-put Equation ของระบบคือ

3. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

3.1 การออกแบบโดยวิธีเลือกตำแหน่งโพล

สมมติว่าตัวแปรสถานะ (state variable) ทั้งหมดสามารถวัดได้และเหมาะสมสำหรับการป้อนกลับ ถ้าระบบที่พิจารณาสามารถควบคุมได้อย่างสมบูรณ์ นั้นโพลต่างๆ ของระบบปิด (close-loop) อาจจะวางที่ตำแหน่งที่ต้องการ

เทคนิคการออกแบบปัจจุบันเริ่มต้นด้วยการหาโพลของระบบปิดที่ต้องการตามข้อกำหนด transient-response และ/หรือ frequency-response เช่นข้อกำหนดอัตราเร็ว, damping ratio, bandwidth, undamped natural frequency และ สภาวะเสถียร

พิจารณาระบบควบคุม

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (12)$$

เราเลือกสัญญาณควบคุม (control signal) เป็น

$$u = -Kx \quad (13)$$

โดยที่ K คือเมตริกซ์เกนการป้อนกลับ (feedback gain matrix) ที่บังคับให้ eigenvalue ของ $A - BK$ เป็นไปตามค่าโพลของระบบปิดที่ต้องการ ($s = \mu_1, s = \mu_2, \dots, s = \mu_n$) แทนค่าสมการ (13) ลงใน (14) จะได้

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \quad (14)$$

คำตอบ (solution) ของสมการ (14) คือ

$$x(t) = e^{(A-BK)t} x(0) \quad (15)$$

โดยที่ $x(0)$ เป็นสภาวะเริ่มต้นเนื่องจากสิ่งรบกวนภายนอก ลักษณะการตอบสนองต่อเวลาและความเสถียรหาจาก eigenvalue ของเมตริกซ์ $A - BK$ ถ้าเมตริกซ์ K เป็นการ

เลือกอย่างเหมาะสมแล้วเมตริกซ์ $A-BK$ สามารถทำให้เกิดความเสถียร

3.2 ขั้นตอนสำหรับการออกแบบเลือกตำแหน่งโพล

ขั้นตอนที่ 1 : ตรวจสอบเงื่อนไขความสามารถควบคุมได้ของระบบ โดยตรวจสอบจากจำนวนแถวของเมตริกซ์ M (controllability matrix) ว่าเท่ากับ n หรือไม่ ถ้าเท่ากับ n แสดงว่าระบบสามารถควบคุมได้ และถ้าน้อยกว่า n แสดงว่าระบบไม่สามารถควบคุมได้

$$M = [B : AB : \dots : A^{n-1}B]$$

ขั้นตอนที่ 2 : เขียน characteristic polynomial สำหรับเมตริกซ์ A ดังนี้

$$|sI - A| = s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n$$

แล้วทำการหาค่า $a_1, a_2, \dots, a_n$

ขั้นตอนที่ 3 : หา transform matrix T จาก

$$T = MW$$

โดยที่

$$M = [B : AB : \dots : A^{n-1}B]$$

$$W = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 4 : ใช้โพลของระบบปิดที่ต้องการเขียนเป็น eigenvalue ของ characteristic polynomial ที่ต้องการดังนี้

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) = s^n + \alpha_1s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1}s + \alpha_n$$

ทำการหาค่า $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$

ขั้นตอนที่ 5 : หาค่าเมตริกซ์เกนป้อนกลับ K จาก

$$K = [\alpha_n - a_n : \alpha_{n-1} - a_{n-1} : \dots : \alpha_2 - a_2 : \alpha_1 - a_1]$$

สูตร Ackermann เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้หาค่าเมตริกซ์เกนป้อนกลับ K ดังนี้

$$K = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] [B : AB : \dots : A^{n-1}B]^{-1} \phi(A)$$

$$K = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] M^{-1} \phi(A)$$

โดยที่

$$\phi(A) = A^n + \alpha_1 A^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} A + \alpha_n I$$

4. ผลการจำลอง

เนื่องจากสมการ (10) เป็นสมการไม่เชิงเส้น ดังนั้นใช้วิธีการ Linearization เพื่อที่จะทำให้เป็นสมการเชิงเส้น กำหนดค่าต่างๆ ของแตรนดังนี้

$$r = 0.05 \text{ m} \quad J = 0.00068 \text{ kg.m}^2 \quad m = 10 \text{ kg} \quad M = 20 \text{ kg} \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2 \quad k = 2 \times 10^3 \text{ N/m} \quad L = 1.5 \text{ m} \quad T_{\max} = 25 \text{ N.m}$$

ในที่นี้จะใช้โปรแกรม Simulink แปลงสมการ (10) เป็นสมการเชิงเส้นโดยกำหนดเงื่อนไขจุดที่พิจารณาดังนี้

$$\bar{x}_1 = 0 \quad \bar{x}_2 = 0 \quad \bar{x}_3 = 0 \quad \bar{x}_4 = 0 \quad \bar{x}_5 = 0 \quad \bar{x}_6 = 0 \quad \bar{T} = 25$$

ผลของการทำให้สมการเชิงเส้นคือ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 330.2570 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -100.0000 & 0 & -2.4372 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0.9530 & 0 & -212.7946 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0974 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0609 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad D = [0]$$

จากสมการ (10) และสมการ (11) ของเครนโดยและทำการออกแบบระบบโดยวิธีการเลือกตำแหน่งของโพล และพิจารณาผลการตอบสนองของตัวแปรสถานะต่างๆ ต่อ unit step input ดังนี้

พิจารณาผลกระทบของค่าความแข็งขึ้นของเชือกต่อการตอบสนองของระบบโดยเลือกวางโพลดังนี้

$$\mu_1 = -1 + j\sqrt{3} \quad \mu_2 = -1 - j\sqrt{3} \quad \mu_3 = -5 \quad \mu_4 = -5 \\ \mu_5 = -5 \quad \mu_6 = -5 \quad \mu_7 = -5$$

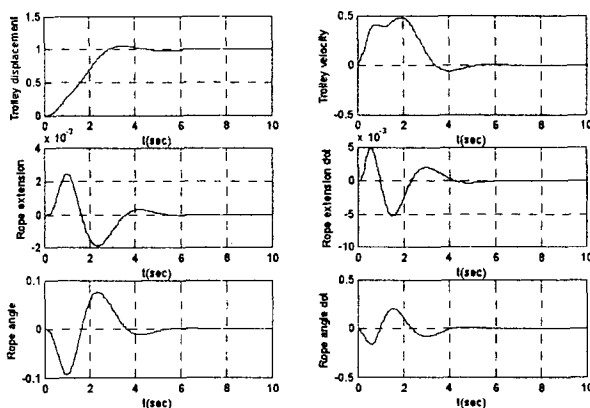
ซึ่งผลการตอบสนองแสดงในรูปที่ 2 และ 3 โดยสังเกตได้ว่าการตอบสนองของค่าการยืดของเชือกมีค่าลดลงเมื่อค่าความแข็งขึ้นสูงขึ้น

พิจารณาผลกระทบของการเลือกตำแหน่งโพลต่อการตอบสนองของระบบโดยพิจารณาที่ค่าความแข็งขึ้น $k = 2 \times 10^3$ N/m ดังแสดงในรูปที่ 4 และ 5 โดยจะสังเกตได้ว่าเมื่อเลือกตำแหน่งโพลห่างไปทางด้านซ้ายของแกนจินตภาพ (Imaginary Axis) จะมีผลให้ Setting time ที่จะเข้าสู่สภาวะเสถียรมีค่าน้อยลงจะทำให้การตอบสนองของระบบมีเปอร์เซ็นต์ over shoot สูงขึ้น

พิจารณาผลตอบสนองของระบบเมื่อไม่พิจารณาความยืดหยุ่นของเชือก โดยเลือกตำแหน่งโพลที่

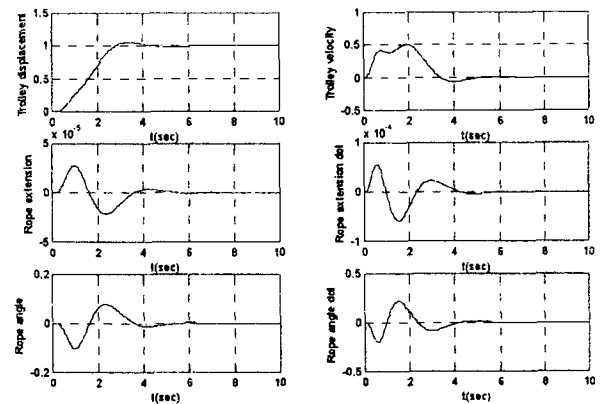
$$\mu_1 = -1 + j\sqrt{3} \quad \mu_2 = -1 - j\sqrt{3} \quad \mu_3 = -5 \quad \mu_4 = -5 \quad \mu_5 = -5$$

ดังแสดงในรูปที่ 6



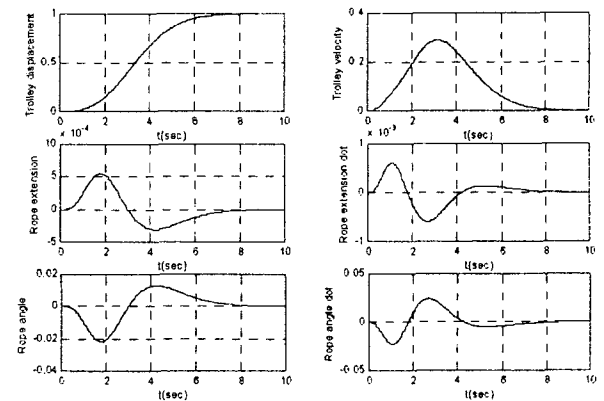
รูปที่ 2 ผลการตอบสนองเมื่อค่าความแข็งขึ้น

$$k = 2 \times 10^3 \text{ N/m}$$

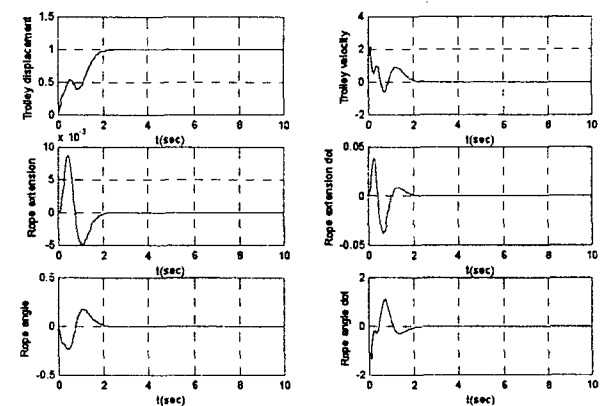


รูปที่ 3 ผลการตอบสนองเมื่อค่าความแข็งขึ้น

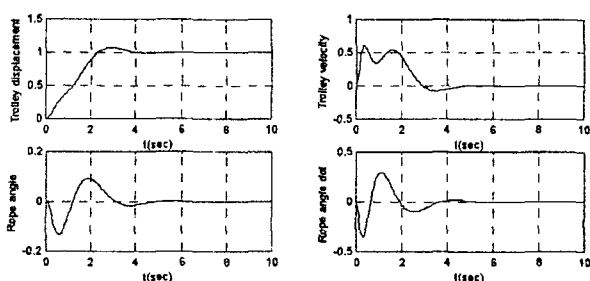
$$k = 2 \times 10^5 \text{ N/m}$$



รูปที่ 4 ผลการตอบสนองเมื่อเลือกโพลทั้งหมดที่ $\mu = -2$



รูปที่ 5 ผลการตอบสนองเมื่อเลือกโพลทั้งหมดที่ $\mu = -8$



รูปที่ 6 ผลการตอบสนองเมื่อไม่พิจารณา
ความยืดหยุ่นของเชือก

5. สรุป

ระบบการเคลื่อนที่ของเครนเป็นระบบที่ซับซ้อนและเป็นระบบไม่เชิงเส้นในงานวิจัยนี้ได้ใช้วิธีการประมาณเป็นระบบเชิงเส้น

การออกแบบตัวควบคุมแบบเลือกตำแหน่งโพลมีข้อดีคือมีความยืดหยุ่นในการเลือกให้ระบบตอบสนองตามที่ต้องการ แต่ในทางปฏิบัติระบบอาจจะไม่สามารถตอบสนองได้ตามข้อกำหนดที่เลือกไว้

ในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของเครนมีข้อสมมติไม่คิดผลกระทบเนื่องจากสิ่งรบกวนจากภายนอกเช่น แรงลมต้าน การเคลื่อนที่ของภาระ, การเปลี่ยนรูปของโครงสร้างของเครน หรือแม้แต่กระทั่งแรงเสียดทานต่างๆ ในระบบ

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] Y.Sakawa and Y.Shindo, "Optimal control of container cranes", Automatica, 1982, 18, pp 257-266
- [2] A.Marttinen, J.Virkkunen and R.T.Salminen, "Control Study with a Pilot Crane", IEEE Trans. Educ., 1990, 33, pp 298-305
- [3] J.J.Hämäläinen, A.Marttinen, L.Baharova and J.Virkkunen, "Optimal path planning for a trolley crane : fast and smooth transfer of load", IEE Proc.-Control Theory Appl., 1995, 142, pp 51-57
- [4] L.Meirovitch, "Elements of Vibration Analysis", McGraw-Hill, 1975
- [5] D.J.Inman, "Engineering Vibration", Prentice-Hall, Inc, 1994
- [6] K.Ogata, "Modern Control Engineering", Prentice-Hall, Inc., Third Edition, 1997