

การหาพารามิเตอร์ของระบบที่ทราบโครงสร้างเพียงบางส่วน Parameter Identification of Partially-Known-Structure Systems

รัชทิน จันทร์เจริญ

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Email: fimercc@eng.chula.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้ แนะนำวิธีการใหม่ในการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบ เรียกว่า ตัวประมาณค่าแบบผสม วิธีการที่นำเสนอรวมโครงสร้าง ANFIS ซึ่งเป็นระบบโครงสมองประดิษฐ์แบบหนึ่ง เข้ากับตัวประมาณค่าแบบกำลังถดถอยน้อยที่สุด วิธีที่นำเสนอสามารถนำไปใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบที่ทราบโครงสร้างเพียงบางส่วน ในขั้นตอนการเรียนรู้ระบบเพื่อที่จะหาความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณเข้า – ออก ตัวประมาณค่าแบบกำลังถดถอยน้อยที่สุดจะประมาณค่าพารามิเตอร์ระบบในขณะที่ ANFIS จำลองส่วนของโครงสร้างที่ไม่ทราบ การจำลองโครงสร้างที่ไม่ทราบของ ANFIS ทำให้ตัวประมาณค่าแบบกำลังถดถอยน้อยที่สุดประมาณค่าพารามิเตอร์ได้แม่นยำขึ้น บทความนี้ได้นำเสนอทั้งโครงสร้างของตัวประมาณค่าแบบผสมและวิธีการเรียนรู้ และได้ทดลองการทำงานกับระบบจำลองและระบบจริงเพื่อยืนยันศักยภาพของวิธีการ และแสดงถึงจุดเด่นของเทคนิคนี้

Abstract

In this paper, a new technique to identify system parameter is presented, called hybrid approximator. This scheme combines ANFIS with Least-Squares Estimator. The hybrid scheme can be used for parameter identification of a system which model structure is known partially. The hybrid estimator has ANFIS and LSE inside. In the learning process to match input-output data pairs, LSE estimates parameter while ANFIS approximates input-output relationship of the unknown part. When the unknown part is modeled, the parameter in LSE can be estimated more accurately. This technique also speeds up the learning process and reduces root mean squared error. The results from the simulated and real plants are used to verify the validity of the hybrid estimator and show advantages of this technique.

1. บทนำ

การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบทางกลโดยทั่วไปจะประกอบด้วยงาน 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นการหาโครงสร้างของระบบ ซึ่งสามารถหาได้จากการพิจารณากฎธรรมชาติต่างๆ ที่ใช้อธิบายระบบ เช่นกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน กฎทางเทอร์โมไดนามิกส์ สมการแรงดึงดูดระหว่างมวล เป็นต้น อีกส่วนหนึ่งเป็นการหาพารามิเตอร์ภายในโครงสร้างที่หาได้ในตอนแรก พารามิเตอร์ของระบบโดยทั่วไปจะมีความหมายทางกายภาพ เช่นค่าของมวล หรือความยาว เป็นต้น การหาพารามิเตอร์ทำได้โดยการปรับเทียบ หรือหาค่าที่เหมาะสมที่สุดที่ทำให้แบบจำลองมีพฤติกรรมคล้ายกับระบบจริง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่แม่นยำจะต้องมีโครงสร้างที่ถูกต้องและมีพารามิเตอร์ที่แม่นยำ

ระบบกลโดยทั่วไปจะเกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ที่หาโครงสร้างได้ยาก เช่น ความเสียดทานในรูปแบบต่างๆ ความไม่พอดีของฟันเฟือง ความยืดหยุ่นของสายพาน และอื่นๆ อีกมากมาย การหาพารามิเตอร์ของระบบลักษณะนี้ไม่ใช่เรื่องง่าย ทั้งนี้เนื่องจากโครงสร้างที่ไม่แม่นยำทำให้แบบจำลองไม่สามารถอธิบายระบบจริงได้อย่างถูกต้อง และอาจเป็นผลตามมาให้การหาพารามิเตอร์มีความผิดพลาด โครงสมองประดิษฐ์เป็นวิธีหนึ่งในการหาแบบจำลองของระบบที่หาโครงสร้างได้ยาก โครงสร้างของโครงสมองประดิษฐ์ประกอบด้วยโหนดและพารามิเตอร์จำนวนมาก สามารถนำมาใช้เป็นแบบจำลองเอนกประสงค์สำหรับระบบใดก็ได้ จุดด้อยของโครงสมองประดิษฐ์ก็คือพารามิเตอร์ในโครงสร้างไม่มีความหมายทางกายภาพ

งานวิจัยนี้ ได้นำโครงสมองประดิษฐ์แบบหนึ่งซึ่งเรียกว่า ANFIS (Adaptive Neural Fuzzy Inference System) ซึ่งได้ชื่อเป็นโครงสมองประดิษฐ์ที่มีศักยภาพสูงมาก มาใช้งานร่วมกับการหาโครงสร้างจากกฎธรรมชาติ เพื่อหาพารามิเตอร์ของระบบที่ทราบโครงสร้างเพียงบางส่วน โครงสมองประดิษฐ์จะ

จำลองส่วนที่ไม่ทราบโครงสร้างเพื่อให้แบบจำลองมีความสมบูรณ์ การศึกษาได้ทดสอบวิธีการในการจำลองกับระบบที่ทราบสมการ และทำการทดลองกับระบบพลศาสตร์จริงที่มีแรงเสียดทาน

2. พื้นฐานของการหาสมการระบบ

การหาสมการของระบบโดยทั่วไปจะแบ่งออกเป็นสองขั้นตอน คือการหาโครงสร้างและการหาพารามิเตอร์ของระบบ สำหรับการหาโครงสร้าง เราจะใช้ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับธรรมชาติของระบบในการพัฒนาสมการโครงสร้าง โครงสร้างจะขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของผู้วิเคราะห์และกฎธรรมชาติที่อธิบายระบบ เมื่อเราทราบโครงสร้าง เราก็สามารถนำวิธีการหาค่าสุดขีด (Optimization Technique) มาใช้ในการหาพารามิเตอร์ในโครงสร้าง การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีการกำลังถดถอยน้อยที่สุดเป็นวิธีการหนึ่งที่เป็นที่นิยมมากที่สุดและจะได้อธิบายต่อไป โครงสมมองประดิษฐ์เช่น ANFIS จะเป็นอีกวิธีการหนึ่งในการจำลองระบบ โครงสมมองประดิษฐ์นี้จะเป็นตัวจำลองระบบแบบเอนกประสงค์ ซึ่งจะเหมาะสมมากกับระบบที่ไม่ทราบโครงสร้าง สถาปัตยกรรมของ ANFIS จะอธิบายในหัวข้อนี้

การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีการกำลังถดถอยน้อยที่สุด (LSE: Least Square Error)

ถ้าเราทราบโครงสร้างของระบบ สมการของระบบสามารถเขียนในรูปของพารามิเตอร์ $y = f(u, \theta)$ โดยที่ y คือสัญญาณออกของระบบ และ u คือเวกเตอร์สัญญาณเข้า และ θ คือพารามิเตอร์ระบบ การประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบคือการประมาณ $\hat{\theta}$ ที่ทำให้แบบจำลอง $\hat{y} = f(u, \hat{\theta})$ สามารถอธิบายระบบได้อย่างเหมาะสม การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีการกำลังถดถอยน้อยที่สุด (LSE) จะนิยามความใกล้เคียงระหว่างแบบจำลองที่ประมาณขึ้นกับระบบจริงในรูปของผลรวมของความผิดพลาดกำลังสอง (SSE: Sum of Squared Error) โดยที่ความผิดพลาดคือ $(y - \hat{y})$ ค่า $\hat{\theta}$ ที่ให้ค่า SSE น้อยที่สุด คือผลลัพธ์หรือค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้ ตัวอย่างเช่น ถ้ามีจำนวนชุดข้อมูลเท่ากับ n สมการเป้าหมายสำหรับหา $\hat{\theta}$ สามารถเขียนในรูปของการหาค่าที่น้อยที่สุดของ

$$\sum_{i=1}^n (y - f(u, \hat{\theta}))^2 \quad (1)$$

ถ้า $y = f(u, \theta)$ เป็นสมการเชิงเส้น เราสามารถใช้ วิธีการกำลังถดถอยเชิงเส้น (linear regression)¹ ในการหาคำตอบ ในกรณีที่ $y = f(u, \theta)$ ไม่ใช่สมการเชิงเส้น เราก็สามารถใช้วิธีการหาค่าสุดขีดแบบ iterative (iterative optimization methods)² เพื่อหาคำตอบได้

ANFIS: Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System

ANFIS เป็นระบบโครงข่ายแบบปรับค่าได้ ซึ่งทำงานเทียบเท่ากับระบบฟัซซี ระบบโครงข่ายแบบนี้ได้รับการนำเสนอโดย J.-S. R. Jang⁴. โครงข่าย ANFIS จะทำงานเทียบเท่ากับระบบฟัซซีของ Sugeno ซึ่งจะได้อธิบายต่อไป

ระบบฟัซซีแบบ Sugeno อันดับหนึ่ง³ ซึ่งมีกฎของฟัซซี 2 ข้อ ที่สามารถเขียนในรูป

กฎ 1: ถ้า X เท่ากับ A_1 และ Y เท่ากับ B_1 แล้ว

$$f_1 = p_1x + q_1y + r_1,$$

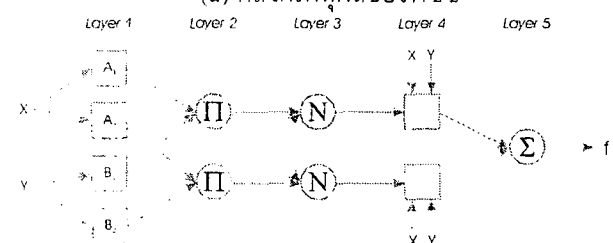
กฎ 2: ถ้า X เท่ากับ A_2 และ Y เท่ากับ B_2 แล้ว

$$f_2 = p_2x + q_2y + r_2,$$

รูปที่ 1(a) แสดงกลไกของเหตุผลสำหรับแบบจำลอง Sugeno นี้ รูปที่ 1(b) แสดงโครงสร้าง ANFIS ที่สัมพันธ์กัน ซึ่งจะมี 5 ลำดับชั้น ชั้นที่ 1 จะคำนวณเกรดของความเป็นสมาชิก; ชั้นที่ 2 จะรวมเกรดของความเป็นสมาชิกเพื่อคำนวณหากำลังขับ (firing strengths); ชั้นที่ 3 จะปรับฐานของกำลังขับ; ชั้นที่ 4 จะหาความสำคัญของกฎแต่ละข้อ; และชั้นที่ 5 จะให้ผลลัพธ์สุดท้ายออกมา รายละเอียดจะได้แสดงต่อไป; (O_i จะแสดงถึงสัญญาณออกจากโหนดที่ i ของลำดับชั้นที่ i)

$$f = \frac{w_1 \cdot f_1 + w_2 \cdot f_2}{w_1 + w_2}$$

(a) กลไกเหตุผลของฟัซซี



(b) ANFIS เทียบเท่า

รูปที่ 1 สถาปัตยกรรม ANFIS

ขั้นที่ 1 โหนด i ทุกโหนดในชั้นนี้จะเป็นโหนดแบบปรับค่าได้ โดยมีสมการโหนดคือ

$$\begin{aligned} O_{1,i} &= \mu A_i(x), \text{ สำหรับ } i = 1, 2 \text{ หรือ} \\ O_{1,i} &= \mu B_{i-2}(y), \text{ สำหรับ } i = 3, 4 \end{aligned} \quad (2)$$

โดยที่ $\mu A(x)$ คือฟังก์ชันความเป็นสมาชิกที่ปรับค่าได้ เช่น ฟังก์ชันระฆังคว่ำ:

$$\mu A(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c_i}{a_i} \right|^{2b}} \quad (3)$$

$[a_i, b_i, c_i]$ เป็นชุดพารามิเตอร์ เมื่อพารามิเตอร์เหล่านี้เปลี่ยนค่า รูปร่างของระฆังคว่ำก็จะเปลี่ยนตาม ทำให้ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกเป็นไปได้อีกหลายรูปแบบ พารามิเตอร์ในชั้นนี้จะเรียกว่า **premise parameters**

ขั้นที่ 2 โหนดทุกโหนดในชั้นนี้จะตายตัว โดยมีสัญลักษณ์ Π โดยที่สัญญาณออกก็คือผลคูณของสัญญาณเข้าทั้งหมด:

$$O_{2,i} = \omega_i = \mu A_i(x) \cdot \mu B_i(y), i=1,2 \quad (4)$$

สัญญาณออกของโหนดแต่ละอันก็คือกำลังขับของกฎแต่ละข้อนั่นเอง

ขั้นที่ 3 โหนดทุกโหนดในชั้นนี้จะตายตัว โดยใช้สัญลักษณ์ N โหนดที่ i จะคำนวณสัดส่วนของกำลังขับของกฎข้อที่ i เทียบกับผลรวมของกำลังขับของกฎทุกข้อ:

$$O_{3,i} = \bar{\omega}_i = \frac{\omega_i}{\omega_1 + \omega_2} \quad (5)$$

ผลลัพธ์ของชั้นนี้จะเรียกว่า กำลังขับที่ปรับฐาน

ขั้นที่ 4 โหนดที่ i ทุกโหนดในชั้นนี้จะเป็นโหนดแบบปรับค่าได้ โดยมีสมการโหนดคือ

$$O_{4,i} = \bar{\omega}_i f_i = \bar{\omega}_i (p_i x + q_i y + r_i) \quad (6)$$

$[p_i, q_i, r_i]$ เป็นชุดพารามิเตอร์ของโหนด พารามิเตอร์ในโหนดนี้จะเรียกว่า **consequent parameters**.

ขั้นที่ 5 โหนดเดียวในชั้นนี้จะเป็นโหนดตายตัว ใช้สัญลักษณ์ Σ ซึ่งจะคำนวณสัญญาณออกทั้งหมดจากผลรวมของสัญญาณเข้าทั้งหมด:

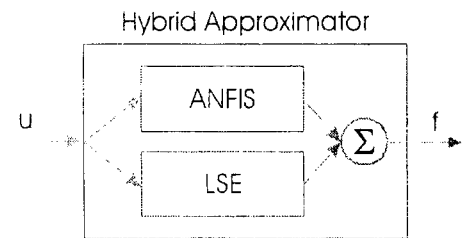
$$\text{สัญญาณออก} = O_{5,1} = \sum_i \bar{\omega}_i f_i = \frac{\sum_i \omega_i f_i}{\sum_i \omega_i} \quad (7)$$

ANFIS จะใช้การเรียนรู้แบบผสม⁴ เพื่อปรับค่าพารามิเตอร์ พารามิเตอร์ในขั้นที่ 1 (premise parameters) จะเป็น

แบบไม่เชิงเส้น ซึ่งเราสามารถใช้วิธี back-propagation gradient descent⁴ เพื่อทำการปรับค่า สำหรับพารามิเตอร์ที่เป็นเชิงเส้น (consequent parameters) ในขั้นที่4 เราสามารถใช้วิธีกำลังถดถอยน้อยที่สุด¹ ในการหาค่า วิธีการเรียนรู้แบบผสมนี้ทำให้ ANFIS เรียนรู้ได้เร็วกว่าโครงข่ายสมองประดิษฐ์แบบอื่นเมื่อใช้การคำนวณแบบอนุกรม

3. สถาปัตยกรรมของตัวประมาณค่าแบบผสม

ตัวประมาณค่าแบบผสมออกแบบขึ้นในงานวิจัยนี้ เพื่อใช้ศักยภาพของทั้ง LSE และ ANFIS อย่างเหมาะสม ANFIS มีลักษณะเหมือนกับสมองที่ไม่มีประสบการณ์หรือความรู้ภายใน ซึ่งจะมีกำลังในการจำลองระบบใดๆ แบบไร้ขีดจำกัด แต่ก็ต้องใช้การคำนวณที่สูงมาก ในทางกลับกัน LSE จะให้สมรรถนะที่ดีมากในเวลาที่สูงขึ้น แต่เราต้องทราบโครงสร้างของระบบก่อนล่วงหน้า ตัวประมาณค่าแบบผสมจะมีโครงสร้างของทั้ง LSE และ ANFIS อยู่ภายใน ดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 สถาปัตยกรรมของตัวประมาณค่าแบบผสม

ในกรณีที่เราทราบโครงสร้างของระบบเพียงบางส่วน ตัวประมาณค่าแบบผสมจะใช้ LSE เรียนรู้ส่วนที่เราทราบโครงสร้าง และใช้ ANFIS เพื่อจำลองในส่วนที่เหลือ วิธีการนี้ทำให้เราใช้พารามิเตอร์น้อยที่สุดโดยจะใช้เท่าที่จำเป็นเท่านั้น ลักษณะนี้นอกจากจะทำให้ตัวประมาณค่ามีขนาดเล็กแล้ว ยังทำให้การเรียนรู้สามารถทำได้อย่างรวดเร็ว มากไปกว่านั้นค่าพารามิเตอร์ใน LSE โดยทั่วไปจะมีความหมายทางกายภาพเนื่องจากส่วนนี้พัฒนามาจากกฎธรรมชาติที่ใช้อธิบายระบบ

ตารางที่ 1 กลไกการเรียนรู้ระดับบน

	First update	Second update
LSE parameters	Nonlinear LSE	Fixed
ANFIS parameters	Fixed	ANFIS hybrid learning

การเรียนรู้ของตัวประมาณค่าแบบผสมจะเป็นการเรียนรู้ในระดับบน การเรียนรู้ในระดับนี้ จะไม่สนใจกรรมวิธีในการเรียนรู้ของ LSE แบบไม่เชิงเส้น และ ANFIS มากนัก เนื่องจากการเรียนรู้ระดับบนจะใช้กรรมวิธีเรียนรู้ดังกล่าวเพื่อเป็นการเรียนรู้ในระดับล่าง ในระหว่างขั้นตอนการเรียนรู้ LSE และ ANFIS จะพยายามปรับพารามิเตอร์ของมันเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณเข้าออกแบบสลับกัน โดยที่ LSE จะพยายามเรียนรู้ก่อนโดยใช้กรรมวิธีการเรียนรู้แบบ LSE ไม่เชิงเส้น ซึ่งในตอนนี้ พารามิเตอร์ใน ANFIS จะคงที่ จากนั้น ANFIS จะพยายามปรับพารามิเตอร์ในขณะที่พารามิเตอร์ใน LSE คงที่ และเราจะทำซ้ำขบวนการจนกระทั่งค่าความผิดพลาดอยู่ในช่วงที่กำหนด หรือไม่ก็จำนวนรอบการทำซ้ำมีค่าเกินที่กำหนด เราควบคุมการเรียนรู้ของ ANFIS ให้ซ้ำมากพอ จนทำให้มั่นใจได้ว่า ANFIS ไม่เข้าไปจำลองในส่วนที่ควรจะเรียนรู้โดย LSE ในการศึกษาครั้งนี้ เราใช้ Levenberg-Marquardt สำหรับการเรียนรู้ LSE แบบไม่เชิงเส้น และใช้การเรียนรู้แบบผสมของ ANFIS สำหรับปรับพารามิเตอร์ใน ANFIS

เหตุผลที่เราไม่ปรับค่าพารามิเตอร์ใน LSE และใน ANFIS พร้อมกันก็เพราะว่าเราพยายามที่จะรักษาให้กลไกการเรียนรู้มีโครงสร้างการทำงานที่ง่าย ในลักษณะการเรียนรู้ที่นำเสนอ การเรียนรู้จะรวดเร็วและการใช้งานก็จะง่าย และเมื่อขบวนการเรียนรู้ดำเนินการไป ความผิดพลาดก็จะลดลง LSE จะเรียนรู้ในส่วนที่ควรจะเป็นโดยธรรมชาติยกเว้นในกรณีที่โครงสร้างใน LSE มีส่วนคล้ายกันกับในส่วนที่ไม่ทราบ โครงสร้าง ANFIS เองก็ควรที่จะเรียนรู้เฉพาะในส่วนที่ไม่ทราบโครงสร้างเนื่องจากไม่สามารถเรียนรู้ได้เร็วเท่ากับ LSE

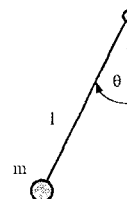
ในกรณีที่ LSE และ ANFIS ขึ้นอยู่กับตัวแปรคนละตัวกัน ตัวอย่างเช่น $f = f_1(x) + f_2(y)$ โดยที่ $f_1(x) = a \cdot \sin(x)$ และ $f_2(y)$ เป็นเทอมที่ไม่ทราบโครงสร้าง เราจะเห็นได้ว่า:

- ANFIS ไม่สามารถเรียนรู้โครงสร้างของ f_1 ได้ เนื่องจากสัญญาณเข้าของ ANFIS คือ y
- LSE ไม่สามารถเรียนรู้เทอม f_2 ได้ เนื่องจากสัญญาณเข้าของ ANFIS คือ y
- เมื่อขบวนการเรียนรู้ดำเนินการไป LSE จะเรียนรู้เฉพาะ f_1 เท่านั้น เนื่องจากการเรียนรู้ f_2 จะไม่ทำให้ความผิดพลาดลดลง

ในกรณี จะเห็นได้ชัดเจนว่าทั้ง LSE และ ANFIS จะประมาณเฉพาะในสิ่งที่ตัวเองควรจะทำ

4. การทดลองและผลลัพธ์

การทดลองที่ 1:



รูปที่ 3 ระบบเพนดูลัม

การทดลองนี้ เราจำลองการเคลื่อนที่ของระบบเพนดูลัม (Pendulum) ดังที่แสดงในรูปที่ 3 กำหนดให้ระบบดังกล่าวนี้มีแรงเสียดทานเกิดขึ้น โดยมีค่าเท่ากับ $c\dot{\theta}$ ตำแหน่งเริ่มต้นของเพนดูลัมคือมุม θ เท่ากับ 15 องศา สมการการเคลื่อนที่ของระบบเขียนได้ดังนี้

$$\ddot{\theta} + \frac{c}{ml^2} \dot{\theta} + \frac{g}{l} \sin(\theta) = 0 \quad (8)$$

โดยที่ c คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทาน ($N \cdot s^2$)

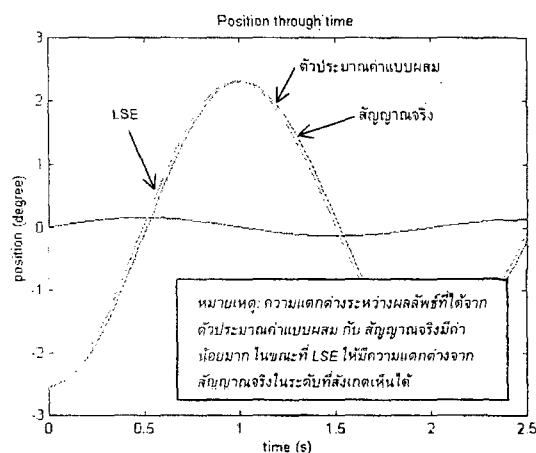
m คือ ค่ามวลของน้ำหนักเพนดูลัม (kg)

l คือ ค่าความยาวของแขนเพนดูลัม (m)

θ คือ ตำแหน่งของเพนดูลัม (เรเดียน)

g คือ ค่าแรงโน้มถ่วงโลก ($kg \cdot m/s^2$)

โดยที่เงื่อนไขเริ่มต้นของการเคลื่อนที่คือ $\theta = 15^\circ$ และ $\dot{\theta} = \ddot{\theta} = 0$



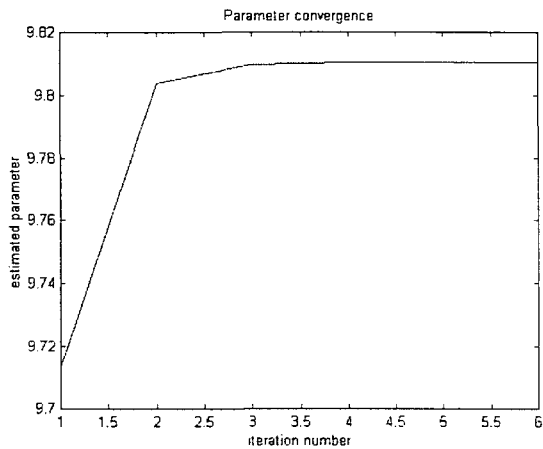
รูปที่ 4 ตำแหน่งของเพนดูลัมขณะเคลื่อนที่

จากสมการการเคลื่อนที่พร้อมกับเงื่อนไขเริ่มต้น เราสามารถจำลองการเคลื่อนที่ของระบบโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขของออยเลอร์ (Euler's Method) โดยปรับใช้กับสมการที่มีอันดับของอนุพันธ์เท่ากับ 2 กำหนดให้พารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบเป็นดังนี้: $c = 2.0$, $m = 10$, $l = 1$, $\Delta t = 0.0005$ ผลลัพธ์การเคลื่อนที่จากการจำลองแสดงอยู่ในรูปที่ 4

ในกรณีที่เรารหาการเคลื่อนที่ของระบบ และต้องการประมาณหาพารามิเตอร์ของระบบ เช่น ค่า g/l ในสมการการเคลื่อนที่ โดยทั่วไปเราจะไม่ทราบโครงสร้างหรือเทอมของแรงเสียดทานว่ามีลักษณะอย่างไร การทดลองนี้จะทดลองหาค่าพารามิเตอร์ g/l ของระบบทั้งจากวิธีกำลังถดถอยน้อยที่สุด (LSE) ทั้งที่คิดและไม่คิดเทอมที่ไม่ทราบโครงสร้าง เช่น แรงเสียดทาน และการประมาณค่าพารามิเตอร์ระบบโดยใช้ตัวประมาณค่าแบบผสม ผลลัพธ์ที่ได้แสดงในตารางที่ 2 รูปที่ 5 แสดงการลู่เข้าของพารามิเตอร์ระบบจากการเรียนรู้ของตัวประมาณค่าแบบผสม ซึ่งจะแสดงถึงประสิทธิภาพของการเรียนรู้ระดับบนของตัวประมาณค่าแบบผสม การเรียนรู้ดังกล่าวจะปรับค่าพารามิเตอร์ให้ใกล้เคียงกับระบบจริงมากขึ้น เมื่อกระบวนการเรียนรู้ดำเนินการไป ผลลัพธ์การประมาณสัญญาณออกของตัวประมาณค่าแบบผสมและจาก LSE ที่ไม่คิดแรงเสียดทานแสดงอยู่ในรูปที่ 4 ซึ่งจะเห็นได้ว่า การไม่คิดเทอมของแรงเสียดทานทำให้ผลลัพธ์ที่ได้คลาดเคลื่อนจากระบบจริง ในขณะที่ตัวประมาณค่าแบบผสมสามารถให้ผลลัพธ์ใกล้เคียงมากกับระบบจริง

ตารางที่ 2 การประมาณพารามิเตอร์ระบบด้วยวิธีต่างๆ

พารามิเตอร์ระบบ	ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้		
	โครงสร้างเต็ม	โครงสร้างบางส่วน	Hybrid Estimator
$-g/l$	9.8105	9.7132	9.8105



รูปที่ 5 การลู่เข้าของพารามิเตอร์ระบบ

การทดลองประมาณค่าพารามิเตอร์ในกรณีที่โครงสร้างของเทอมที่ไม่ทราบค่าเป็นแบบอื่น ดังที่แสดงในตารางที่ 3 แสดงถึงศักยภาพของตัวประมาณค่าแบบผสม ส่วนของโครง

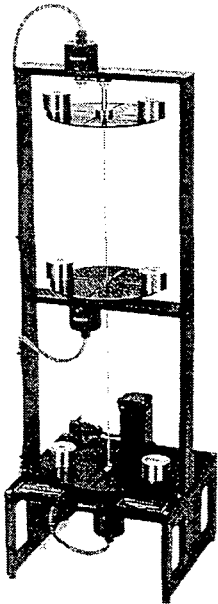
สมองประดิษฐ์ในตัวประมาณค่าสามารถจำลองเทอมที่ไม่ทราบค่าได้ดี ทำให้พารามิเตอร์ที่ประมาณได้มีความแม่นยำขึ้นในทุกกรณีที่แสดงในตาราง

ตารางที่ 3 ค่าพารามิเตอร์ระบบที่ประมาณได้

เทอมที่ไม่ทราบค่า	ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้		
	ค่าจริง	LSE	Hybrid Estimator
$c\dot{\theta}$	9.81	9.7132	9.8105
$c\dot{\theta}^2$		9.8360	9.8123
$c\dot{\theta} \cdot e^{\theta}$		9.7165	9.8133
$c\dot{\theta} + \sin(\dot{\theta})$		9.5781	9.8115

การทดลองที่ 2:

การทดลองนี้ เราเก็บข้อมูลสัญญาณเข้าและออกจากระบบจานหมุน (Torsion disk plant) ระบบจานหมุนนี้มีจานหมุน 3 ชั้น ต่อเชื่อมกันด้วยสปริงเชิงมุมดังแสดงในรูปที่ 6 อย่างไรก็ตาม ในการศึกษาี้ เราจะพิจารณาเฉพาะจานบน โดยที่จันทันที่การเคลื่อนที่ของจานหมุนตัวกลางและตัวบนเพื่อเป็นสัญญาณเข้าและออกตามลำดับ รูปผังวัตถุอิสระ (FBD) ของจานบนได้แสดงในรูปที่ 7



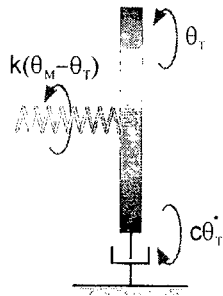
รูปที่ 6 ระบบจานหมุน

จากการพิจารณาสมการการเคลื่อนที่จากรูปผังวัตถุอิสระ ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งจานบนและจานกลางสามารถเขียนได้ในรูป:

$$J\ddot{\theta}_T = k \cdot (\theta_M - \theta_T) - c\dot{\theta}_T \text{ หรือ}$$

$$\ddot{\theta}_T = k \frac{\theta_M}{J} - k \frac{\theta_T}{J} - c \frac{\dot{\theta}_T}{J} \quad (9)$$

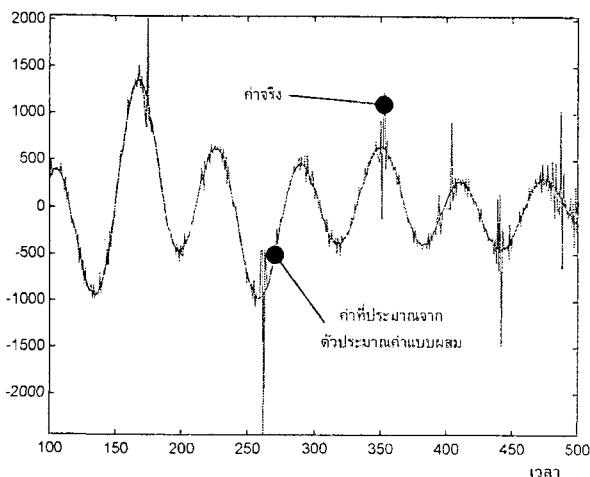
โดยที่ θ_T และ θ_M คือตำแหน่งของจานบนและจานกลางตามลำดับ



รูปที่ 7 รูปผังวัตถุอิสระของจานบน

สำหรับระบบที่ทำการศึกษานี้ $J = 0.0018$ ในขณะที่ c และ k เป็นพารามิเตอร์ที่เราไม่ทราบ เมื่อใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วย LSE จะได้ผลลัพธ์คือ c และ k เท่ากับ 0.0007 และ 2.5382 ตามลำดับ

ตำแหน่งของจานหมุน (Count)



รูปที่ 8 สัญญาณออกเทียบกับค่าที่ประมาณได้

สมมติว่าเราไม่ทราบโครงสร้างของแรงเสียดทาน หรือเทอม $c\dot{\theta}_T$ ในสมการการเคลื่อนที่ การประมาณพารามิเตอร์ด้วย LSE จากสมการ $J\ddot{\theta}_T = k \cdot (\theta_M - \theta_T)$ ซึ่งไม่มีเทอมของแรงเสียดทานจะได้ค่า k เท่ากับ 2.5378 ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับตัวประมาณค่าแบบผสมที่ประมาณค่า $k=2.5382$ (ซึ่งเท่ากับค่าที่ประมาณได้จาก LSE เมื่อมีโครงสร้างเต็ม) ANFIS ใช้ $\{\dot{\theta}_T, \theta_T\}$ เป็นชุดข้อมูลสำหรับการเรียนรู้ โดยจะมี 2 ฟังก์ชันสมาชิก และ epoch number = 10 รูปที่ 8 แสดง

ข้อมูลสัญญาณออก $\ddot{\theta}_T$ เทียบกับที่ประมาณได้จากตัวประมาณแบบผสม

ในตัวอย่างนี้ ANFIS จะเรียนรู้ความสัมพันธ์ระหว่าง $\dot{\theta}_T$ กับ $\ddot{\theta}_T$ ในขณะที่ LSE ประมาณค่า k จากความสัมพันธ์ระหว่าง θ_T กับ $\ddot{\theta}_T$ ทั้ง ANFIS และ LSE มีสมรรถนะที่ดี และสามารถประมาณหา k ได้แม้ว่าเราไม่ทราบความสัมพันธ์ระหว่าง $\dot{\theta}_T$ กับ $\ddot{\theta}_T$

5. สรุป

ในการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบ LSE จะมีประสิทธิภาพที่ดี แต่การใช้วิธีการนี้จะต้องทราบโครงสร้างของระบบก่อนล่วงหน้า โดยทั่วไป ระบบพลศาสตร์จริงจะมีเทอมที่ไม่เชิงเส้นและหาโครงสร้างได้ยากมากหรืออาจไม่สามารถหาได้ในบางกรณี เทคนิคของแบบจำลองแบบโครงสมองประดิษฐ์ เช่น ANFIS สามารถจำลองเทอมเหล่านี้ได้ ดังนั้น เมื่อเราใช้ทั้ง LSE และ ANFIS เพื่อจำลองระบบโดยมีวิธีการเรียนรู้ที่เหมาะสม ก็จะทำให้เราสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบได้แม่นยำขึ้น แม้วาระบบนั้นจะเกี่ยวข้องกับกลไกที่ไม่ทราบโครงสร้างในบางส่วนก็ตาม

เอกสารอ้างอิง

- [1] Steven C. CHAPRA, Raymond P. CANALE, "Numerical Methods for Engineers", McGRAW-HILL, Inc., 1990.
- [2] Panos Y. Papalambros, Douglass J. Wilde, "Principles of optimal design Modeling and computation", Cambridge University Press, 1988.
- [3] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control", IEEE transactions on Systems, Man, and Cybernatics, 15:116-132, 1985.
- [4] Jyh-Shing Roger Jang, Chuen-Tsai Sun, Eiji Mizutani, "Neuro-Fuzzy and Soft Computing", Prentice-Hall, Inc., 1997.
- [5] Jyh-Shing Roger Jang, "ANFIS Adaptive Network-Based Fuzzy Inference Systems", IEEE transactions on Systems, Man, and Cybernatics, 23(03):665-685, May 1993.
- [6] K.S. Narendra and K. Parthasarathy, "Identification and control of dynamical systems using neural networks", IEEE transactions on Neural Networks, 1(1):4-27, 1990
- [7] L.-X. Wang and J.M. Mendel, "Fuzzy basis function, universal approximation, and orthogonal least squares learning", IEEE transactions on Neural Networks, 3(5):807-814, September 1992.