

การทำนายเชิงตัวเลขของการไหลแบบปั่นป่วนในช่องที่มีการฉีดทำมุมด้านข้าง

Numerical Prediction of Turbulent Channel Flow with Inclined Injection

สมชาย ศรีพัฒนพิพัฒน์ สมิทร์ เอี่ยมสอาด เสถียรพงศ์ หุยนันท์

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

51 ถ.เชื่อมสัมพันธ์ เขตหนองจอก กรุงเทพฯ 10530

โทร (662)988-3666 ต่อ 241, โทรสาร(662)988-3666 ต่อ 241, E-mail:ssomchai@mut.ac.th

พงษ์เจต พรหมวงศ์

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ถ.ฉลองกรุง เขตลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520

โทร (662)326-9987, โทรสาร (662)326-9053, E-mail: kppongje@kmitl.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการทำนายการไหลแบบปั่นป่วนในช่องที่มีการฉีดทำมุมด้านข้าง โดยอาศัยวิธีการปริมาตรสืบเนื่องร่วมกับ $k - \varepsilon$ model และ algebraic stress model (ASM) ในการวิเคราะห์ ที่มีสมมุติฐานว่าของไหลที่พิจารณาเป็นแบบอัดตัวไม่ได้อย่างคงตัว โดยมีการตรวจสอบผลของแบบจำลองและ schemes ที่ใช้ในการคำนวณ ซึ่งในที่นี้มีอยู่ด้วยกัน 2 แบบ คือ upwind และ second order upwind (SOU) schemes จากการจำลองพบว่าเมื่อนำผลการคำนวณที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองปรากฏว่า ASM สามารถทำนายได้ดีกว่า $k - \varepsilon$ model และ SOU scheme มีประสิทธิภาพดีกว่า upwind scheme เมื่อโดยภาพรวม

Abstract

The paper presents a numerical simulation of a turbulent channel flow with inclined injection. A finite volume method with the $k - \varepsilon$ model and an algebraic stress model (ASM) for steady incompressible flow was used to carry out all computations. To investigate the effect of models and numerical schemes on the predicted results, upwind and SOU schemes were employed. The computations show that ASM performs better than the $k - \varepsilon$ model and prediction with SOU scheme is better than that with the upwind scheme.

1. บทนำ

การฉีดของไหลเข้าไปยังกระแสการไหลที่สม่ำเสมอและไม่สม่ำเสมอเกิดขึ้นงานทางด้านวิศวกรรมหลาย ๆ อย่าง ตัวอย่างเช่นการปล่อยก๊าซไอเสียจากปล่องไฟไปยังกระแสลมในชั้นบรรยากาศ, การ

ปล่อยน้ำเสียลงแม่น้ำ, กระบวนการ film cooling ในใบพัดกังหันแก๊สเทอร์ไบน์และกระบวนการผสมในเตาเผาเพื่อระบายความร้อน อย่างไรก็ตามในบางกรณียกตัวอย่างเช่นการดูดของเจ็ตบี้มและการไหลของกระแสอากาศบริสุทธิ์ในระบบระบายอากาศ กระแสการไหลไม่ได้มีอยู่ก่อนแต่กระแสการไหลภายในเหล่านี้เกิดจากการเหนี่ยวนำของการฉีดอากาศผ่านช่องด้านข้างที่ฉีดทำมุมกับผนังของช่องการไหล ในบทความนี้นำเสนอการทำนายการไหลในช่องลมที่มีการฉีดอากาศผ่านช่องเล็กๆซึ่งฉีดทำมุมกับผนังด้านข้างเพื่อดึงดูดอากาศให้ไหลเข้ามาในช่องลมโดยนำผลการคำนวณที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Liou et al. (1999) [3]

2. ทฤษฎี

2.1 สมการพื้นฐานของการไหล

การวิเคราะห์การไหลในที่นี้ ซึ่งเป็นปัญหาในสองมิติจะมีสมการเชิงอนุพันธ์ที่ใช้อยู่คือ สมการอนุรักษ์มวลกับสมการโมเมนตัม โดยสมการดังกล่าวเขียนอยู่ในรูปของค่าเฉลี่ยของเวลา (time average) ซึ่งแสดงในแบบ tensor ดังนี้

สมการอนุรักษ์มวล

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

สมการโมเมนตัม

$$\frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\tau}_{ij} + \tau_{ij}) \quad (2)$$

ค่าความเค้นเฉลี่ยเนื่องจากความหนืด, $\bar{\tau}_{ij}$ จะประมาณเป็น

$$\bar{\tau}_{ij} = \mu_l \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

โดยที่ μ_l เป็น laminar viscosity

ส่วนค่าความเค้นเฉือนของ Reynolds, τ_{ij} จะเขียนอยู่ในรูป

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} \quad (4)$$

ค่า τ_{ij} ในสมการที่ (4) เป็นค่าที่ไม่รู้ ในการหาค่าดังกล่าวจำเป็นต้องอาศัยแบบจำลองซึ่งในบทความนี้ใช้แบบจำลองในการหาค่า τ_{ij} อยู่ 2 แบบคือ $k - \varepsilon$ model และ algebraic stress model (ASM)

2.2 แบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence models)

2.2.1 $k - \varepsilon$ model

ใน $k - \varepsilon$ model [4, 8] เทอม Reynolds stress จะถูกสร้างเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นกับ mean strain rate โดย eddy-viscosity ที่ซึ่งค่า eddy-viscosity จะกำหนดให้มีความสัมพันธ์กับ turbulent kinetic energy (k) และ dissipation rate (ε) โดยใช้ Boussinesq's approximation คือ

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3} \delta_{ij} (\rho k) + \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

ซึ่ง $\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon$ คือ turbulent eddy-viscosity

สมการของ turbulent kinetic energy (TKE), k จะอยู่ในรูป

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G - \rho \varepsilon \quad (6)$$

สมการ dissipation rate ของ turbulent kinetic energy, ε จะเป็น

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} G - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \quad (7)$$

ซึ่ง G แทน generation rate ของ turbulent kinetic energy ขณะที่ $\rho \varepsilon$ เป็น destruction rate โดย G จะเป็น

$$G = \mu_e \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right]$$

ค่าขอบเขตสำหรับค่าต่างของ turbulent ที่ใกล้เคียงสามารถหาได้จาก wall function [4, 8] ค่า $C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, \sigma_k$ และ σ_ε เป็นค่าคงที่จากสมการ turbulent transport

2.2.2 Algebraic stress model (ASM)

ใน algebraic stress model (ASM) [9] จะหาค่าของ Reynolds stress จาก Reynolds stress transport equation โดยใช้ Rodi's approximation ประมาณค่าเทอม convection และ diffusion แล้วจัดรูปของ Reynolds stress ให้อยู่ในรูปของสมการพีชคณิตได้เป็น

$$\tau_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k + \frac{\lambda k}{\varepsilon} \left(G_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} G \right) \quad (9)$$

$$G_{ij} = \rho P_{ij} = - \left(\overline{\rho u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{\rho u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \quad (10)$$

โดยที่ λ เป็นค่าคงที่ที่กำหนดให้เท่ากับ 0.135 [9]

2.3 รูปแบบโดยทั่วไปของสมการควบคุม

สมการเชิงอนุพันธ์ที่กล่าวมาข้างต้นทุกสมการสามารถเขียนในรูปแบบมาตรฐานที่ประกอบไปด้วยเทอม convection, diffusion และ source สำหรับการไหลในสองมิติได้ดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \phi) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = S_\phi \quad (11)$$

โดยที่ ϕ เป็นตัวแปรที่พิจารณา, Γ_ϕ เป็นสัมประสิทธิ์ของการแลกเปลี่ยนและ S_ϕ เป็นเทอมของ source สำหรับรายละเอียดของค่า Γ_ϕ และ S_ϕ ที่ค่า ϕ ต่างๆของ $k - \varepsilon$ model และ ASM สามารถหารายละเอียดได้จากเอกสารอ้างอิง [1, 2]

2.4 การ Discretise สมการควบคุม

Discretisation สมการจะทำได้โดยการอินทิเกรตสมการควบคุมตลอดทั้งปริมาตรควบคุมที่มีการแบ่งออกเป็นกริด ทำให้ได้ระบบสมการอย่างง่ายดังต่อไปนี้

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + S \quad (12)$$

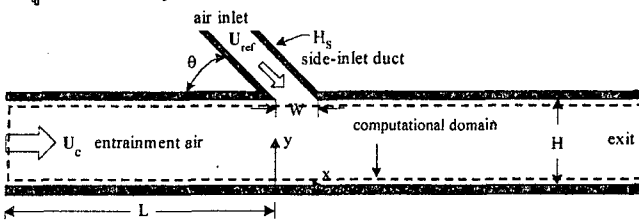
ในสมการที่ (12) นี้ จะได้มาจากการ discretise diffusion term ของสมการควบคุม โดยใช้ central differencing scheme ในขณะที่ convection (8) term ของสมการควบคุมนั้น ในบทความนี้จะ discretise โดยอาศัย scheme 2 schemes คือ upwind และ SOU schemes [5, 7]

2.5 กระบวนการหาคำตอบ

การคำนวณในที่นี้ สมการค่าเฉลี่ยของเวลา (time-averaged Navier-Stokes) ในสมการที่ (1) และ (2), สมการ turbulent kinetic energy (TKE) ในสมการที่ (6), สมการ dissipation rate ของ turbulent kinetic energy ในสมการที่ (7), สมการที่ (4) สำหรับ $k-\varepsilon$ model หรือ สมการที่ (9) สำหรับ algebraic stress model (ASM) จะถูกแก้สมการด้วยวิธีการเชิงตัวเลขที่เรียกว่า วิธีการปริมาตรสืบเนื่อง (finite volume method) โดยจะใช้ SIMPLE algorithm [5, 7] ในการแยกความสัมพันธ์ที่มีต่อกันระหว่างความดันกับความเร็ว และยังใช้ในช่วงของการทำซ้ำ โดยใช้ upwind และ SOU schemes ในการ discretise เทอม convection ส่วน เทอม diffusion จะถูก discretise โดย central differencing scheme บนกริดที่แบ่งแบบ staggered ในการแก้ระบบสมการที่เกิดขึ้นจะใช้เทคนิคของวิธีการ TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm) แบบ line by line sweeping ในการหาคำตอบ [5, 7]

3. ลักษณะของปัญหา

Liou et al. (1999) ได้ทำการศึกษากลไกการไหลในช่องการไหลที่มีการฉีดของไหลผ่านช่องฉีดที่ทำมุมต่างๆกันโดยวิธีการทดลอง ซึ่งช่องการไหลนี้จะไม่มีการไหลย้อนกลับแต่จะอาศัยแรงเฉือนจากการฉีดของไหลในการเหนี่ยวนำให้ของไหลวิ่งเข้ามาในช่องการไหล ในการวัดความเร็วและความปั่นป่วนได้ใช้ laser Doppler velocimetry (LDV) ในการวัดค่าต่างๆ ซึ่งจากความละเอียดและความถูกต้องของผลที่ได้นี้ ถูกนำมาใช้เพื่อเปรียบเทียบในการจำลองการไหลนี้ ช่องการไหลมีลักษณะดังรูปที่ 1 ค่าต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณได้กำหนดไว้ตามตารางที่ 1



รูปที่ 1 ลักษณะช่องการไหล และ computational domain

ตารางที่ 1 ขนาดของช่องการไหลและมุมที่ใช้ในการคำนวณ

H (mm)	H _s (mm)	θ	W (mm)	L (mm)
40	10	45°	14.1	320

ในการคำนวณจะใช้ความเร็วเฉลี่ยของการฉีดอากาศ (U_{ref}) เท่ากับ 44.5 m/s ที่อัตราการไหลเท่ากับ 4×10^3 L/min ซึ่งมีค่า Reynolds เท่ากับ 2.86×10^4 คุณสมบัติของอากาศในการคำนวณกำหนดไว้ที่อุณหภูมิ 25 °C ซึ่งมีค่าความหนืดเท่ากับ 1.85×10^{-5} Ns/m² และความหนาแน่นเท่ากับ 1.2 kg/m³ โดยจำนวนกริดที่ใช้ในการคำนวณเท่ากับ 120x40 (120 โหนดตามแกน x และ 40 โหนดตามแนวแกน y)

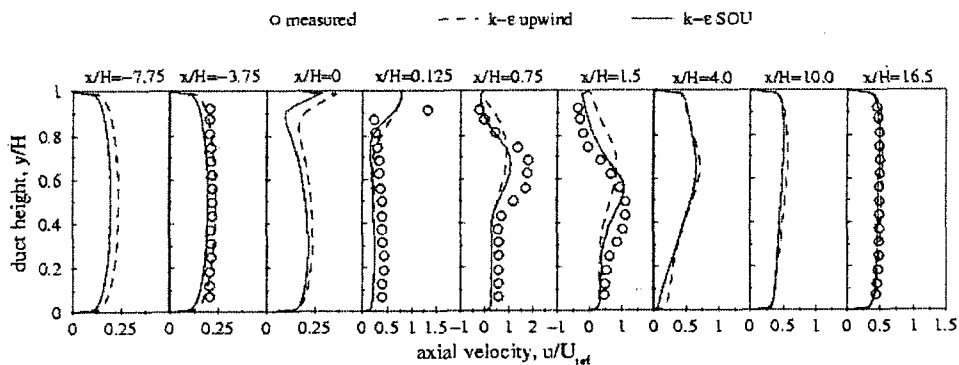
4. ผลการคำนวณและการวิเคราะห์

การทำนายการไหลโดย $k-\varepsilon$ model

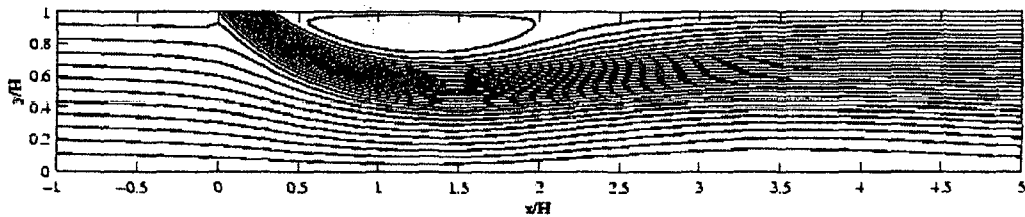
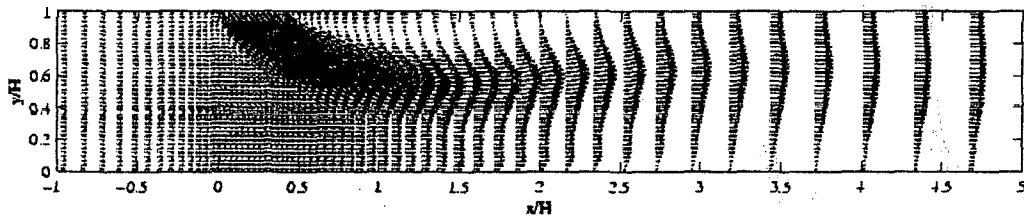
จากการจำลองการไหลโดย $k-\varepsilon$ model ร่วมกับ 2 scheme ผลลัพธ์ที่ได้ถูกแสดงในรูปของความเร็วตามแนวแกนที่เขียนในรูปของตัวแปรไร้มิติ u/U_{ref} ที่ตำแหน่ง $x/H = -7.75, -3.75, 0.0, 0.125, 0.75, 1.5, 4.0, 10.0$ และ 16.5 ตามลำดับ โดยที่ U_{ref} เป็นความเร็วเฉลี่ยของการฉีดอากาศภายในช่องฉีด นอกจากนี้ยังแสดงผลโดย contour plot และ vector plot อีกด้วย

รูปที่ 2 เป็นรูปที่แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของความเร็วเฉลี่ยในแนวแกน x เมื่อทำการฉีดที่มุม 45 องศา จากรูปสังเกตเห็นว่าค่าความเร็วเฉลี่ยที่คำนวณได้ที่ตำแหน่ง $x/H = -3.75, 0.125, 0.75, 1.5$ และ 16.5 ซึ่งเป็นตำแหน่งที่มีผลการทดลองเปรียบเทียบ เมื่อมองโดยรวมแล้วปรากฏว่า SOU scheme ทำนายได้ใกล้เคียงกว่า upwind scheme โดยเฉพาะในตำแหน่ง $x/H=0.75$ และ 1.5

Contour plot และ vector plot ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ SOU scheme แสดงในรูปที่ 3 และ 4 ตามลำดับ จากรูปที่ 3 แสดง contour plot ของ stream function จากรูปสังเกตเห็นว่ามี recirculation เกิดขึ้นที่ตำแหน่งถัดไปจากช่องฉีด เมื่อพิจารณาจาก vector plot ของความเร็วดังแสดงในรูปที่ 4 ก็พบ vector ของความเร็วที่ไหลย้อนกลับที่บริเวณใต้ผนังด้านบนของช่องถัดจากช่องฉีดโดยจุด reattachment ที่ x/H ประมาณ 2.2



รูปที่ 2 การเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกนทำนายโดย $k-\varepsilon$ model

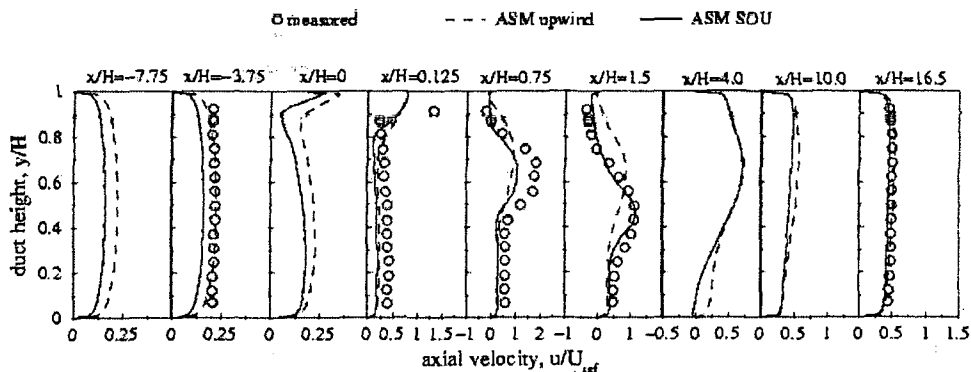
รูปที่ 3 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย $k - \varepsilon$ model ร่วมกับ SOU schemeรูปที่ 4 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย $k - \varepsilon$ model ร่วมกับ SOU scheme

การทำนายการไหลโดย Algebraic Stress model (ASM)

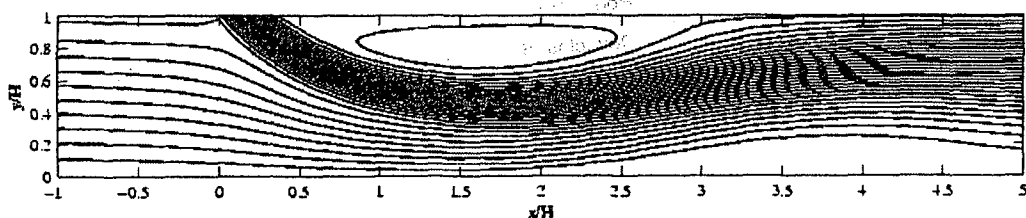
จากการทำนายการไหลโดย ASM ที่ใช้ 2 schemes คือ upwind และ SOU schemes แสดงในรูปที่ 5 ซึ่งมีตำแหน่งที่แสดงเช่นเดียวกับรูปที่ 2

รูปที่ 5 เป็นรูปที่แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของความเร็วเฉลี่ยในแนวแกน x เมื่อทำการฉีดที่มุม 45 องศา จากรูปเมื่อสังเกตจะเห็นว่าความเร็วเฉลี่ยที่คำนวณในตำแหน่ง $x/H = -3.75, 0.125, 0.75, 1.5$ และ 16.50 ซึ่งเป็นตำแหน่งที่มีผลการทดลองเปรียบเทียบ ปรากฏว่าในตำแหน่งก่อนถึงช่องฉีด upwind scheme ทำนายได้ใกล้เคียงกว่า SOU scheme แต่เมื่อเลยช่องฉีดไป SOU scheme กลับทำนายได้ใกล้เคียงกับผลการทดลองกว่า upwind scheme โดยเฉพาะในตำแหน่ง $x/H=1.5$

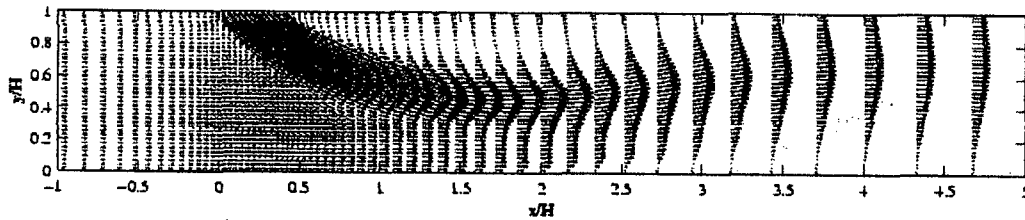
Contour plot และ vector plot ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ SOU scheme แสดงในรูปที่ 6 และ 7 ตามลำดับ จากรูปที่ 6 สังเกตว่ามี recirculation เกิดขึ้นในตำแหน่งถัดไปจากช่องฉีด เมื่อพิจารณาจาก vector plot ของความเร็วดังแสดงในรูปที่ 7 ก็พบ vector ของความเร็วที่ไหลย้อนกลับที่บริเวณใต้ผนังด้านบนของช่องการไหลถัดจากช่องฉีดโดยจุด reattachment อยู่ที่ x/H ประมาณ 2.9 เมื่อทำการเปรียบเทียบกับ contour plot ซึ่งทำนายโดย $k - \varepsilon$ model ที่ใช้ SOU scheme ในการคำนวณเช่นกัน จะเห็นว่าขนาดของ recirculation ที่เกิดขึ้นนั้นมีขนาดที่โตกว่าและเมื่อมองรูป vector plot ก็จะมีลักษณะของการหมุนวนของ vector ความเร็วได้อย่างชัดเจน



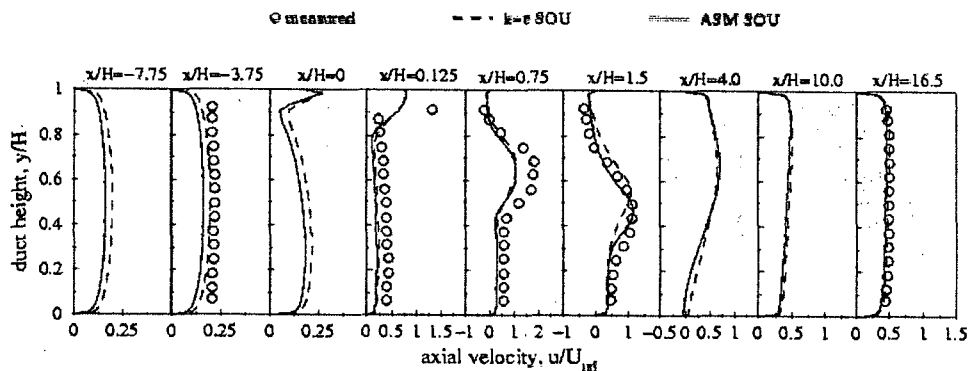
รูปที่ 5 การเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกน ทำนายโดย ASM



รูปที่ 6 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย ASM ร่วมกับ SOU scheme



รูปที่ 7 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย ASM ร่วมกับ SOU scheme



รูปที่ 8 การเปรียบเทียบผลการทำนายความเร็วตามแนวแกน ระหว่าง $k-\epsilon$ model กับ ASM

รูปที่ 8 แสดงการเปรียบเทียบผลการคำนวณโดย $k-\epsilon$ model กับ ASM ที่ใช้ SOU scheme จากรูปพบว่า ความเร็วในช่วงก่อนถึงช่องฉีด $k-\epsilon$ model ได้ค่าที่มากกว่า ASM เล็กน้อย ส่วนในช่วงหลังจากช่องฉีดค่าความเร็วจากทั้ง 2 model ไม่แตกต่างกัน และเมื่อพิจารณาในตำแหน่งที่มีการวัดพบว่า ASM ทำนายได้ดีกว่า $k-\epsilon$ model ดังแสดงในตำแหน่งที่ $x/H=1.5$ อย่างชัดเจน

5. สรุป

ผลการทำนายการไหลภายในช่องการไหลที่มีการฉีดด้านข้างโดยเปรียบเทียบระหว่าง $k-\epsilon$ model กับ ASM ในกรณีฉีดของไหลทำมุม 45 องศา กับช่องการไหลสามารถสรุปได้ว่าผลการทำนายการไหลที่ทำนายโดย ASM เมื่อมองโดยรวมแล้วทำนายได้ดีกว่า $k-\epsilon$ model และการทำนายที่ใช้ SOU scheme ในการคำนวณให้ผลการคำนวณที่ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากกว่าการใช้ upwind scheme

เอกสารอ้างอิง

- [1] พงษ์เจต พรหมวงศ์ และ สมชาย ศรีพัฒนพิพัฒน์, "การทำนายลักษณะการไหลปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสในช่อง 2 มิติ", สัมมนาวิชาการวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 13, 2542, เล่ม 1, หน้า 166-171.
- [2] พงษ์เจต พรหมวงศ์ และ สมชาย ศรีพัฒนพิพัฒน์, "การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลแบบปั่นป่วนในช่องที่มีการฉีดด้านข้าง", สัมมนาวิชาการวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 14, 2543, หน้า 66-72
- [3] Liou, T.M., Liao, C.C., Chen, S.H. and Lin, H.M., "Study on Side-Jet Injection Near a Duct Entry With Various Injection Angles", ASME Journal of Fluid Engineering, Vol. 121, pp. 580-587
- [4] Wilcox C.D., "Turbulent Modelling for CFD", DCW Industries, Inc., (1993), California
- [5] Patankar S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, (1980), Washington, D.C.
- [6] Gatski T.B., "Turbulent Flows: Model Equations and Solution Methodology", in Handbook of Computational Fluid Mechanics, Edited by Roger Peyret, Academic Press Ltd., (1986), London
- [7] Versteeg H.K. and Malalasekera W., "An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method", Longman Scientific & Technical, Longman Group Limited, (1995), English
- [8] Launder B.E. and Spalding D.B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, North-Holland publishing Company, (1974), pp. 269-289
- [9] Rodi, W.A., "New Algebraic Relations for Calculating the Reynolds Stresses", Z. Angew. Math. Mech. (ZAMM), vol. 56, pp. T219-T221, (1976)

สัญลักษณ์

$C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$	ค่าคงที่ใน dissipation rate equation
C_{μ}	ค่าคงที่ใน $k - \varepsilon$ turbulence model
G	stress generation
k	turbulence kinetic energy
L	ความยาวจากทางเข้าถึงช่องฉีด
H	ความสูงของช่องการไหล
H_s	ความกว้างของช่องฉีด
p	ความดันเฉลี่ย
S	general source term
u	ความเร็วเฉลี่ยในแกน x
v	ความเร็วเฉลี่ยในแกน y
U_{eff}	ความเร็วเฉลี่ยภายในช่องฉีด
W	ความกว้างของช่องฉีดที่ผนัง
x	พิกัดในแนวนอน
y	พิกัดในแนวตั้ง

สัญลักษณ์กรีก

ε	dissipation of turbulent kinetic energy
ϕ	ตัวแปรที่พิจารณา
μ	ความหนืด
Γ_{ϕ}	สัมประสิทธิ์ของการแลกเปลี่ยน
ρ	ความหนาแน่น
σ	turbulent Prandtl number
δ_{ij}	Kronecker delta tensor
τ_{ij}	Reynolds stress tensor

ตัวห้อย

e	effective
i, j, k	cartesian indices
t	turbulent
l	laminar