

วิธีการสร้างและการตีความตัวแปรไร้มิติแบบใหม่

Construction and Interpretation of Dimensionless Variables in a New Way

ทวิช จิตสมบุญ

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อ. เมือง จ.นครราชสีมา 30000

โทร: (044) 224224, โทรสาร: (044)224220, Email: tabon@ccs.sut.ac.th

Tawit Chitsomboon

Dept. of Mechanical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Nakornratchasima 30000, Thailand

Tel. (044) 224224, Fax. (044) 224220

บทคัดย่อ

การสร้างตัวแปรไร้มิติทางกลศาสตร์ของไหลด้วยทฤษฎีไพของบัคกิงแฮมนั้นโดยทั่วไปแล้วจะต้องแก้ปัญหาพีชคณิตสามมิติเป็นจำนวนครั้งเท่ากับจำนวนตัวแปรคุณลักษณะที่ต้องการหา บทความนี้จะนำเสนอแนวทางใหม่ในการหาตัวแปรคุณลักษณะ(ตัวแปรไร้มิติ) โดยจะสร้างหน่วยวัดพื้นฐานของมวล ระยะ และเวลา ขึ้นมาจากตัวแปรพื้นฐาน จากนั้นนำหน่วยวัดพื้นฐานมาสังเคราะห์ให้เป็นหน่วยวัดคุณลักษณะของตัวแปรที่ต้องการจะวัด วิธีนี้ทำให้ง่ายกว่าวิธีทฤษฎีไพของบัคกิงแฮม เพราะไม่ต้องแก้ปัญหสมการพีชคณิตสามชั้นหลายครั้ง นอกจากนี้ ยังทำให้เกิดมุมมองที่แปลกใหม่ในการตีความตัวแปรคุณลักษณะต่างๆ อีกด้วย ซึ่งทำให้เข้าใจบทบาทของตัวแปรในการสร้างความเหมือนของข้อมูลได้กระจ่างและหลากหลายมากขึ้น

Abstract

The use of Buckingham's Pi Theorem in the construction of dimensionless variables of Fluid Mechanics usually involves solving three-variable algebraic equations. This paper will present a new methodology in finding characteristic (dimensionless) variables without having to solve any algebraic equations. Moreover, the new method allow a new interpretation of the characteristic variables which helps further the understanding of the characteristic variables' roles in promoting similarity of data between model testing and prototype.

1.บทนำ

เรื่องหน่วยวัดนี้เป็นเรื่องที่คุ้นเคยกันเป็นอย่างดี ทำให้วิศวกรไม่ค่อยได้ให้ความสำคัญเท่าใด หรือให้ความสำคัญเพียงแค่สามารถนำไปใช้งานได้ แท้จริงแล้วเรื่องนี้เป็นเรื่องที่มีความลึกซึ้งซ่อนเร้นอยู่ในความง่าย ๆ และมีประเด็นทางปรัชญาเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย หลักการโดยทั่วไปในทาง

วิศวกรรมศาสตร์คือ หลักการที่กล่าวว่า พจน์ต่างๆ ในสมการเดียวกันที่นำมาบวกกลบกันนั้นจะต้องมีหน่วยเดียวกัน ซึ่งไม่ใช่เรื่องแปลกหรือลึกซึ้ง แต่ประการใด เพราะหากมีใครสักคนกล่าวว่า 3 หมา บวก 5 แรด เท่ากับ 8 ไก่ ใครอีกหลายคนก็อาจหัวเราะเยาะว่าไม่ชอบด้วยเหตุผลโดยพลัน แต่เชื่อหรือไม่ว่าวิศวกรในอดีต (หรือแม้แต่ในปัจจุบัน) ได้สร้างสมการหรือสูตรต่างๆ เพื่อการออกแบบอุปกรณ์ทางวิศวกรรมเป็นจำนวนมากที่มีลักษณะเช่นนี้ กล่าวคือ แต่ละพจน์ของสมการเดียวกันมีหน่วยไม่เหมือนกัน แต่ก็นำมาบวกกลบกันได้ เช่นวิศวกรท่านหนึ่งอาจจะทำการทดลองวัดหาแรงต้านจากอากาศ (drag) ของหุ่นจำลองรถยนต์ (ซึ่งมีขนาดเล็กกว่ารถยนต์ต้นแบบที่จะสร้างขึ้น) เมื่อได้สร้างสมการให้"เกาะ"กับผลการทดลองเพื่อเป็นสมการปฏิสัมพันธ์พื้นฐานวิศวกรรม(อังกฤษคือคือคือ correlation)อันนี้ได้สมการเป็น

$$F = 0.01V^2 + 0.002(P - P_a)$$

ซึ่งบ่งบอกว่าแรงดูดเป็นปฏิภาคกับความเร็วและความแตกต่างระหว่างความดันบรรยากาศกับความดันบรรยากาศที่ระดับน้ำทะเล ซึ่งเป็นสมการที่สมจริงในเชิงตัวเลขเป็นอย่างดีเพราะได้มาจากการทดลองโดยตรง แต่จะเห็นว่าหน่วยของพจน์ทั้งสามในสมการแตกต่างกันมาก

นอกจากหน่วยจะไม่ตรงกันแล้ว การทดลองจนได้สมการมาเช่นนี้ทำให้สิ้นเปลืองมาก เช่นหากในครั้งแรกต้องการทดลองเป็นจำนวนสิบจุด การทดลอง (F กับ V) ในการหาค่าตัวแปรที่สอง (P) ต้องทำอีกสิบจุด ณ จุด (F, V) ใดๆจุดหนึ่ง รวมทั้งหมดเป็น 100 ครั้ง วิศวกรผู้ชาญฉลาดในอดีตได้ทำการวิเคราะห์และพบแนวทางที่ไม่ต้องการทดลองซ้ำบ่อยๆ ซึ่งเกี่ยวข้องกับหน่วยวัด และ มิติของตัวแปรต่างๆ ซึ่งได้วิวัฒนาการมาเป็นทฤษฎีของการทำการทดลองเพื่อให้ได้ข้อมูลการทดลองที่มีประโยชน์มากที่สุด และประหยัดมากที่สุดด้วย เช่น แทนที่จะต้องทำการทดลองถึง 100 ครั้งก็อาจทำเพียง 10 ครั้งก็พอแล้ว และยังได้ข้อมูลทั้งในเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพเท่ากับการทำการทดลอง 100 ครั้งทุกประการ

การทดลองดังกล่าวนี้เป็นการทดลองในหุ่นจำลองที่มีขนาดไม่เท่าของจริง แต่สิ่งที่วิศวกรต้องการจริงๆ นั้นคือแรงที่กระทำต่อรถยนต์ขนาดใหญ่มากของจริง (รถยนต์ต้นแบบ) ดังนั้นแรงจริงควรจะจริงกว่านี้ หากหุ่นจำลองเล็กกว่าต้นแบบ 5 เท่า ก็ไม่ได้หมายความว่าแรงจริงจะใหญ่กว่าแรงหุ่นจำลอง 5 เท่าไปด้วย ปัญหานี้เป็นปัญหาที่สำคัญมากกว่า การทำการทดลองมากครั้งเกินไปเสียอีก เพราะหากไม่ทราบกฎของการเปลี่ยนขนาด (scaling law) การทำการทดลองในหุ่นจำลองก็จะมีประโยชน์อะไรเลย ไม่ว่าจะทำมากครั้งหรือทำอย่างประหยัดก็ตาม เพราะข้อมูลที่ได้นี้จะนำไปใช้ประโยชน์ในการออกแบบเครื่องต้นแบบไม่ได้

การเปลี่ยนมาใช้หน่วยวัดคุณสมบัติในการวัดค่าการทดลองจะทำให้ข้อมูลที่วัดจากหุ่นจำลองมีความเหมือนกับข้อมูลในเครื่องต้นแบบที่มีขนาดไม่เท่าหุ่นจำลอง โดยมีผลพลอยได้อันสำคัญคือ ทำให้ประหยัดเป็นอย่างมาก และทำให้ข้อมูลมีความกะทัดรัด ซึ่งเป็นการง่ายต่อการวิเคราะห์และตีความเชิงวิศวกรรมศาสตร์

2. หน่วยของปริมาณต่าง ๆ

จากประสบการณ์ของวิศวกรพบว่า ในสมการหนึ่งๆ ที่สร้างมาจากกฎพื้นฐานทางฟิสิกส์นั้น พจน์ต่างๆ ในสมการที่นำมาบวกลบกัน จะต้องมีหน่วยเดียวกันเสมอ หากลองพิจารณาสมการเบอร์นูลลีที่คุ้นเคยกันดี

$$p + \frac{\rho V^2}{2} + \rho gh = C_1 \quad (1)$$

ถ้าเขียนทุกพจน์ให้อยู่ในรูปของหน่วยพื้นฐานคือ มวล ระยะ เวลา จะเห็นว่าทุกพจน์มีหน่วยเดียวกัน ดังนั้นหากหารตลอดด้วยค่าคงตัวสักอันหนึ่งที่มีหน่วยเป็นความดัน เช่น หารตลอดด้วยความดันตรงทางเข้า (ซึ่งอาจให้สัญลักษณ์ว่า p_∞) ก็จะได้สมการเป็น

$$\frac{p}{p_\infty} + \frac{\rho V^2}{2p_\infty} + \frac{\rho gh}{p_\infty} = C_2 \quad (2)$$

ซึ่งจะเห็นว่าพจน์ทุกพจน์ รวมทั้ง C_2 เป็นพจน์ที่ไม่มีหน่วย ดังนั้นการที่กล่าวว่าต้องมีหน่วยเดียวกันนั้น เพียงเข้าใจว่าการ "ไม่มีหน่วย" เหมือนกันทั้งหมดก็ถือว่าเป็นการถูกต้องด้วย จุดนี้ได้กลายมาเป็นจุดอ้างอิงที่สะดวกมากและนิยมกันมากในการวิเคราะห์มิติของตัวแปรเพื่อวัดค่าในการทำ การทดลอง และอาจบัญญัติเป็นหลักการพื้นฐานได้ว่า "พจน์ต่างๆ ที่จะมีปฏิสัมพันธ์ต่อกันในระบบทฤษฎีหรือระบบการทดลองจะต้องไม่มีหน่วยเหมือนกันทุกพจน์"

2.1 หน่วยพื้นฐาน

หน่วยวัดของปริมาณต่างๆ นั้นแท้จริงแล้วประกอบด้วยหน่วยพื้นฐานเพียง 3-4 หน่วยเท่านั้น ในวิชาฟิสิกส์จะมีหน่วยพื้นฐานเพียง 3 หน่วยคือ มวล (mass) ระยะ (length) และ เวลา (time) ซึ่งอาจให้สัญลักษณ์ได้ว่ามีหน่วยเป็น M , L และ T ตามลำดับ หน่วยของปริมาณอื่นๆ สามารถ

เขียนได้ในนามของหน่วยพื้นฐานนี้ทั้งสิ้น เช่น แรง อัตราการไหล ความเร็ว ปริมาตร กำลังงาน เป็นต้น

สมการที่สำคัญที่สุดอันหนึ่งในวิศวกรรมศาสตร์คือสมการที่รับการ "บัญญัติ" ขึ้นมาโดยท่านนิวตัน ที่กล่าวว่า $F = ma$ ดังนั้นหน่วยของ F ต้องเป็นหน่วยเดียวกับ ma ซึ่งเป็นปริมาณที่มีหน่วยของมวล ระยะ เวลา อยู่ในนั้นทั้งหมด แต่เพื่อความสะดวกจึงมักนิยามบัญญัติให้หน่วยวัดแรงเป็นหน่วยนิวตัน (ในระบบ MKS) ซึ่งมีค่าหนึ่งหน่วยนิวตันเป็นขนาดกำหนดที่แน่นอนอันหนึ่ง ส่วน หน่วยวัดความดัน อาจถูกกำหนดให้เป็น ปาสคาล (Pascal) ซึ่งสามารถกระจายออกได้เป็น นิวตัน ต่อ ตารางเมตร และหน่วยนิวตันซึ่งเป็นหน่วยของแรงนั้นสามารถกระจายให้อยู่ในรูปหน่วยของ ma (ตามกฎข้อที่สองของนิวตัน) ได้ว่า นิวตัน = $\text{kg} \times \text{m/sec}^2$ ดังนั้นหน่วยปาสคาลนั้นแท้จริงแล้วก็มีหน่วยพื้นฐานเป็น kg/m-sec^2 ซึ่ง จะเห็นว่าอยู่ในรูปของมวล ระยะ เวลา ทั้งสิ้น และอาจเขียนให้อยู่ในนามของ M, L, T ได้ว่า $D[\text{Pascal}] = ML^{-1}T^{-2}$ (โดยอ่าน $D[\text{Pascal}]$ ว่า หน่วยของปาสคาล หรือ Dimension of Pascal)

อาจอุปมาการวัดในลักษณะนี้ด้วยการวัดสารเคมี ที่มีทั้งสารบริสุทธิ์ และสารประกอบ เราสามารถวัดมวลของสารประกอบได้เมื่อทราบโครงสร้างโมเลกุลที่ประกอบด้วยอะตอมของสารบริสุทธิ์ เช่น H_2O ประกอบด้วย หนึ่งโมเลกุลของ H_2 และครึ่งโมเลกุลของ O_2 เป็นต้น ฉะนั้นถ้าฉันนั้นมีมิติทั้งมิติบริสุทธิ์ และมิติประกอบ มิติบริสุทธิ์ในทางกลศาสตร์มีเพียงสาม คือ มวล ระยะ และ เวลา แต่มิติประกอบมีมากมาย เช่น แรง ความดัน ปริมาตร กำลังงาน แรงบิด เป็นต้น เราจึงสามารถวัดค่าของตัวแปรที่มีมิติประกอบได้จาก หน่วยวัดของมิติบริสุทธิ์ที่เป็นองค์ประกอบของมิติประกอบของตัวแปรนั้นๆ

3. ทฤษฎีไพของบัคกิงแฮม (Buckingham Pi Theorem)

ในปีค.ศ. 1914 ท่าน บัคกิงแฮม (Buckingham) วิศวกรชาวอังกฤษ ได้คิดค้นกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ที่ค่อนข้างง่ายและกะทัดรัดพอสมควรในการหาตัวแปรไร้มิติ (ซึ่งเรียกในที่นี้ว่าตัวแปรคุณลักษณะ) ให้กับรายการตัวแปรที่จะทำการทดลอง และเรียกกรรมวิธีนี้ว่า "ไพ" (π) ซึ่งเป็นตัวอักษรกรีกที่มักถูกใช้เป็นสัญลักษณ์ของการคูณกันของกลุ่มตัวแปร ซึ่งเป็นนัยเดียวกันกับการคูณกันของกลุ่มตัวแปรต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งตัวแปรไร้มิติ

สมมุติว่าต้องการทำการทดลองเพื่อวัดแรงต้านของอากาศที่กระทำต่อรถยนต์คันหนึ่ง (Drag force, F_D) ก่อนอื่นวิศวกรจะต้องคำนึงว่าตัวแปรอิสระอะไรบ้างที่มีผลต่อแรงต้าน สมมุติว่าวิศวกรได้ประเมินแล้วว่าแรงจุดต่อรถยนต์ขึ้นอยู่กับตัวแปรต่างๆ ดังนี้

$$F_D = f''(\rho, L, V, \mu, g, p) \quad (3)$$

ทั้งนี้ตัวแปรอิสระทางขวามือนั้นเป็นค่าคงที่ในปัญหาหนึ่งๆ สำหรับในระบบการไหลมักนิยมให้เป็นค่าที่ต้นน้ำ (upstream) เช่น ความดัน ก็จะเป็นความดันบรรยากาศในขณะที่ทำการทดลอง ซึ่งมีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลง และไม่ใช้ความดันบนผิวรถยนต์ การหาตัวแปรไร้มนิตินั้นเริ่มต้นด้วย

การเขียนหน่วยของปริมาณทุกปริมาณในสมการให้อยู่ในรูปของ MLT จากนั้นเลือก “ตัวแปรซ้ำ” (repeating variables) สมมุติว่าเลือก ρ, V, L เป็นตัวแปรซ้ำ ขึ้นต่อไปก็ให้นำตัวแปรซ้ำมายกกำลังและคูณกันทั้งหมด (ทำเป็น π) เสร็จแล้วนำไปทอน (หาร) ตัวแปรที่เหลือเช่น สำหรับ F ก็ให้สร้างพจน์

$$\frac{F}{\rho^a V^b L^c}$$

ซึ่งพจน์นี้เป็นพจน์ที่ไม่มีหน่วยได้ก็ต่อเมื่อ กำลังของหน่วยของ MLT ของเศษ เท่ากับกำลังของ MLT ของส่วน ซึ่งหน่วยของพจน์ต่างๆ ในนามของมิติซ้ำ (repeating dimensions, MLT) จะเป็นดังนี้

$$F = MLT^{-2}, \rho^a = (ML^{-3})^a, V^b = (LT^{-1})^b, L^c = L^c$$

เมื่อเทียบกำลังของ MLT ระหว่างเศษและส่วนให้เท่ากันจะเห็นว่า

$$\text{กำลังของ } M: 1 = a$$

$$\text{กำลังของ } L: 1 = -3a + b + c$$

$$\text{กำลังของ } T: -2 = -b$$

ซึ่งสามารถแก้สมการได้โดยง่ายว่า $a = 1, b = 2, c = 2$

$$\text{ดังนั้นตัวแปรไร้มิติที่แสวงหาก็คือ } \frac{F}{\rho^a V^b L^c} = \frac{F}{\rho V^2 L^2}$$

สำหรับตัวแปร μ ก็สามารถทำได้เช่นเดียวกันทุกประการคือ สร้างกลุ่มโพขึ้นมาก่อนเป็น

$$\frac{\mu}{\rho^a V^b L^c}$$

แล้วทำการกระจายมิติให้อยู่ในรูปของ MLT เสร็จแล้วก็เทียบกำลังของ MLT ระหว่างเศษและส่วนให้เท่ากัน ก็จะสามารถแก้สมการหาค่า a, b, c ได้ ซึ่งในกรณีของ μ จะได้ $a = 1, b = 1, c = 1$ ทำไปอย่างนี้เรื่อยๆ จนครบทุกตัวแปรที่ต้องการวัด

4. แนวคิดเรื่องหน่วยวัดคุณลักษณะ

ปริมาณที่อาจวัดได้อย่างง่ายที่สุดอย่างหนึ่ง คือ ความยาว เรามักพูดกันว่าห้องยาว 10 ฟุต แต่หากวัดด้วยระบบเมตริก ห้องเดียวกันนี้จะยาวประมาณ 3.048 เมตร ดังนั้นความยาวอันเดียวกันอาจมีตัวเลขบอกความยาวแตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความยาวของหน่วยวัด (scale) การที่ห้องยาว 10 ฟุตนั้น ก็คือยาวเป็น 10 เท่าของ “ไม้มรรทัด” ที่ใช้วัดนั่นเอง ดังนั้น หากเอาความยาวของห้องหารด้วยความยาวของไม้มรรทัดก็จะได้ค่าตัวเลขของความยาวของห้อง

$$\text{ค่าตัวเลขความยาวห้อง} = \text{ความยาวห้อง (10 ฟุต)} / \text{ความยาวไม้มรรทัด (1 ฟุต)} = 10$$

ดังนั้นจะเห็นได้ว่าแท้จริงแล้วห้องยาว 10 และไม่มีหน่วย เพราะหน่วยฟุตนั้นตัดกันไปหมดแล้วระหว่างหน่วยของห้องกับหน่วยของไม้มรรทัด หากเราใช้ไม้มรรทัด 2 ฟุตเป็นไม้มรรทัดวัด ก็จะได้ความยาวของห้องเป็น 5 แต่

หากใช้ไม้มรรทัดขนาดยาว 3.28 ฟุต (หรือ 1 เมตร) ก็จะได้ความยาวห้องเป็น 3.048 (ซึ่งเท่ากับความยาวในระบบเมตริก) ดังนั้นตัวเลขบอกความยาวของห้องย่อมเปลี่ยนไปแล้วแต่ความยาวของไม้มรรทัดวัด ในทางปฏิบัติเรานิยมนำเอาค่าหน่วยความยาวของไม้มรรทัดวัดไปห้อยไว้หลังตัวเลขบอกความยาวด้วย แล้วเรียกเป็นหน่วยความยาว ว่าฟุต ว่าเมตร แล้วแต่กรณี แต่โดยพื้นฐานจริงๆ แล้วไม่ควรมีหน่วยเลย เพราะหน่วยตัดกันไปหมดแล้ว ที่ให้มีหน่วยก็เพื่อความสะดวกในการพูดคุยสื่อสารกัน (แบบชาวบ้าน) เท่านั้น

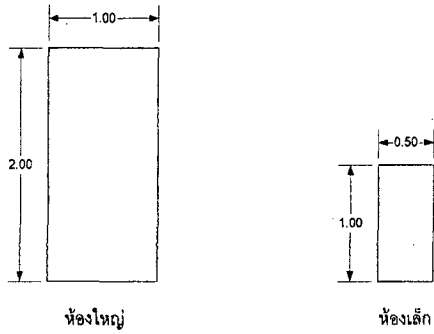
ไม้มรรทัดวัดแบบชาวบ้านนั้นเป็นไม้มรรทัดที่มีความยาวคงที่เสมอ ดังนั้น เราจะใช้ไม้มรรทัดขนาดเดียวกันนี้วัดดวงอาทิตย์ โลก แม่น้ำ คลอง ห้วย ลำธาร หรือ วัดช้าง วัว หมา กระต่าย และมด เราจึงสามารถบอกได้ว่าแม่น้ำใหญ่กว่าลำห้วย และ ช้างใหญ่กว่ามดเป็นต้น หากเราถามว่าช้างกับมดใครแข็งแรงกว่ากัน คำตอบแบบชาวบ้านก็คงเป็นว่าช้างต้องแข็งแรงกว่ามดหลายล้านเท่าเพราะแบกของได้หนักกว่ามดมาก แต่คำตอบแบบวิศวกรผู้ชาญฉลาดต้องตอบว่า หากจะให้เป็ธรรมชาติทั้งสองฝ่าย จะใช้คชช้าง (ไม้มรรทัดวัดน้ำหนัก) อันเดียวกันเพื่อวัดเทียบความแข็งแรงระหว่างช้างกับมดไม่ได้ คชช้าง(หรือหน่วยน้ำหนักที่ใช้วัด)ควรต้องมีขนาดที่เป็นสัดส่วนกับสิ่งที่กำลังถูกวัด เช่น ในส่วนของช้างนั้นอาจจะใช้น้ำหนักตัวของช้างเองเป็น 1 หน่วยน้ำหนัก ส่วนมดนั้นก็ใช้น้ำหนักตัวของมดเป็น 1 หน่วยน้ำหนัก หากใช้หน่วยวัดดังนี้ ช้างอาจจะลากท่อนซุงได้หนักประมาณ 1 เท่าของน้ำหนักตนเอง (ลากได้ 1 หน่วย) แต่มดนั้นอาจลากแมลงที่ตายแล้วได้หนักกว่าตนเองถึง 10 เท่า (ลากได้ 10 หน่วย) ดังนั้นมดจึงแข็งแรงกว่าช้าง 10 เท่าหากวัดด้วยหน่วยวัดที่อิงอยู่กับขนาดของสิ่งที่กำลังวัด

เราเรียก “ไม้มรรทัด” ที่เปลี่ยนไปตามขนาดของปัญหาว่า “หน่วยวัดคุณลักษณะ” (characteristic scale) ซึ่งมีความสำคัญยิ่งในการสร้างตัวแปรคุณลักษณะ (ตัวแปรไร้มิติ) ทางวิศวกรรมศาสตร์

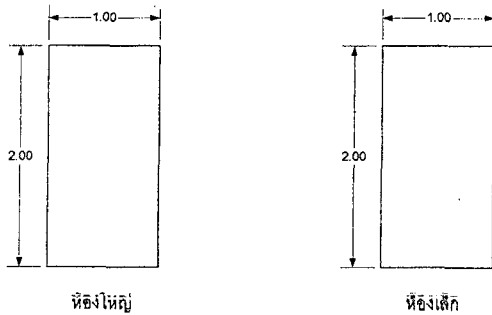
หากจะถามต่อไปว่าทำไมเราไม่ควรวัดด้วยเพียงยกของได้หนักกว่าช้างตั้ง 10 เท่า ก็อาจตอบว่าไม่ได้มีตัวเลขอย่างที่ดี หากวัดขนาดของมดด้วยไม้มรรทัดคุณลักษณะ (ที่ใช้วัดความยาว) เช่นอาจกำหนดค่าให้ใช้ขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางของหัวสัตว์ใดๆ เป็นไม้มรรทัดวัดขนาดของสัตว์นั้นๆ ดังนั้น ช้างจะมีช่วงกว้างลำตัวประมาณ 2 และ ยาวประมาณ 5 ส่วนมดจะมีช่วงกว้างลำตัวประมาณ 1 และยาวประมาณ 10 จะเห็นว่าสัตว์ทั้งสองมีขนาดพอพิพอดเหมือนกันทีเดียว (แม้ช้างจะค่อนข้างสูงกว่า แต่มดก็ได้เปรียบช่วงซอกที่ยาวกว่า)

5. แนวคิดเรื่องความเสมือน

หากพิจารณาสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองอันที่มีขนาดแตกต่างกัน(ดังรูป)เมื่อวัดด้วยหน่วยวัด “สัมบูรณ์” แต่หากกำหนดค่าให้ใช้ด้านกว้างของสี่เหลี่ยม (หรือด้านยาวก็ได้) เป็นหน่วยวัด จะทำให้ได้ค่าตัวเลขความกว้างและความยาวของทั้งสองเท่ากัน (ดังรูป)



(ก) วัดด้วยหน่วยวัดเดียวกัน



(ข) วัดด้วยความกว้างของห้อง

ดังนั้น หุ่นจำลองขนาดเล็กของเครื่องบินอาจมีความเหมือนกับเครื่องบินจริง หากวัดด้วยสเกลของหุ่นจำลอง และ เครื่องบินจริงก็วัดด้วยสเกลของเครื่องบินเอง จากแนวคิดเรื่องความเหมือนทางรูปทรง จึงสามารถกำหนดเป็นคำนิยามได้ว่า: “วัตถุสองอันจะเหมือนกันทางรูปทรงหากมีมิติทุกส่วนเท่ากันทุกประการเมื่อวัดด้วยหน่วยวัดความยาวคุณลักษณะ (characteristic length scale) ที่กำหนดขึ้นด้วยหลักเกณฑ์อันเดียวกัน” คำว่า “หลักเกณฑ์เดียวกัน” นี้ สามารถยกตัวอย่างให้เห็นกระจ่างขึ้น เช่น ใช้เส้นผ่านศูนย์กลางเหมือนกันหมดในกรณีลูกกลม (ไม่ใช่ว่าลูกบ๊องไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง ส่วนลูกเทนนิสใช้ความยาวรัศมี เป็นต้น) หรือ ใช้ความยาวลำตัวเครื่องบินเหมือนกันหมด (ไม่ใช่ว่าต้นแบบใช้ความยาวลำตัวส่วนหุ่นจำลองใช้ความยาวปีก เป็นต้น)

หากขยายแนวคิดในเรื่องรูปทรง (ซึ่งเป็นเรื่องของมิติของระยะทาง) ออกไปในเรื่องอื่นๆ ด้วย เช่น ความเร็ว ความหนาแน่น ความดัน แรง ความหนืด ความโน้มถ่วง และตั้งคำถามว่า สามารถวัดปริมาณเหล่านี้ด้วยหน่วยวัดคุณลักษณะได้ไหม โดยเมื่อวัดแล้วทำให้ปริมาณในสองระบบที่มีขนาดแตกต่างกัน กลายเป็นปริมาณที่เท่ากันได้ หากทำได้เช่นนี้ก็จะเป็นการดีมากเพราะอาจทำการทดลองในหุ่นจำลองที่มีขนาดแตกต่างจากต้นแบบ ซึ่งถ้าหากมีความเหมือนกันทั้งรูปทรงและปริมาณอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง การไหลก็ย่อมจะเหมือนกันทุกประการ ซึ่งจะทำให้สามารถใช้ผลการทดลอง(ที่วัดได้เป็นตัวเลข)จากหุ่นจำลองเพื่อการออกแบบต้นแบบได้

6. ปัญญาและแนวคิดเกี่ยวกับมิติของมวล ระยะ เวลา

เรารู้ดีว่า เวลาคืออะไร แต่หากให้นิยามว่าเวลาคืออะไร ก็อาจจะอ้างกันพอสมควร โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าให้ตอบในเชิงวิศวกรรมศาสตร์ หรือวิทยาศาสตร์ และโดยมีข้อแม้ว่าคำตอบต้องไม่ไปอิงอยู่กับปริมาณอื่นใดที่ยังไม่ได้ให้นิยามไว้ เช่น ห้ามใช้ระยะทาง หรือมวล หรือ แรง มาประกอบการนิยาม หากไม่รู้ว่เวลาคืออะไร ก็ไม่น่าจะรู้ด้วยว่า ความเร็วคืออะไร เพราะความเร็วคือระยะทางต่อเวลา(และระยะทางคืออะไร?) และหากไม่รู้ว่ความเร็วคืออะไรก็จะไม่รู้ด้วยว่า โมเมนตัมคืออะไร เพราะโมเมนตัมคือมวลคูณด้วยความเร็ว (และมวลคืออะไร?) และหากไม่รู้ว่โมเมนตัมคืออะไรก็ไม่น่าจะรู้ด้วยว่า แรงคืออะไร เพราะแรงคืออัตราเปลี่ยนต่อเวลาของโมเมนตัม หากไม่รู้ว่แรงคืออะไรก็ไม่น่าจะรู้ว่วิศวกรรมศาสตร์คืออะไร!!!

สรุปแล้วเราอาจไม่ทราบแม้แต่ว่าเวลาคืออะไร จึงไม่มีทางทราบได้ว่าตัวเราคืออะไร เพราะตัวเราก็คือก้อนมวล ที่กินเนื้อที่ (ระยะทาง) และกำลังเดินทางไปในเวลา นอกจากนั้นมนุษย์ยังมีจิตสำนึก และ ปฏิสัมพันธ์ของจิตสำนึกที่มีต่อ เวลา ระยะทาง และมวล พระพุทธเจ้าได้ทำหยา มนุษย์ไว้ว่า แท้จริงแล้วเราไม่ใช่ตัวตนอย่างที่เราคิด แต่เป็นบางสิ่งบางอย่างที่หวนให้ชื่อเรา อนัตตา (ความไม่ใช่ตัวตน)

แต่ถึงแม้จะไม่ทราบว่า ระยะ เวลา มวล คืออะไรกันแน่ แต่มนุษย์ก็สามารถ บัญญัติให้สิ่งเหล่านี้เป็นโน่นเป็นนี่ได้ และในทางปฏิบัติจริงนั้นแม้เราจะไม่ทราบว่าอะไรเป็นอะไรอย่างแท้จริงก็สามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้ เช่น ไม่รู้ว่าอากาศคืออะไรแต่ก็นำมาใช้ในการหายใจได้ และไม่ทราบว่ามวลของเมล็ดข้าวกินเนื้อที่อยู่ในโลกได้อย่างไรแต่ก็นำมาบริโภคบรรเทาความหิวได้

7. การสร้างและการวัดด้วยหน่วยวัดคุณลักษณะ

เพื่อให้ง่ายต่อการอธิบาย จะนำเสนอตัวอย่างการทำการทดลองเพื่อวัดแรงต้านของอากาศที่กระทำต่อรถยนต์คันหนึ่ง (Drag force, F_D) สมมุติว่าวิศวกรได้ประเมินแล้วว่า แรงดูดต่อรถยนต์ขึ้นอยู่กับตัวแปรต่างๆ ดังนี้

$$F_D = f''(\rho, L, V, \mu, g, p) \quad (4)$$

เนื่องจากตัวแปรทุกตัวมีหน่วยที่ไม่เหมือนกันเลย และไม่มีตัวแปรตัวไหนที่มีหน่วยเป็นหน่วยบริสุทธิ์เลย (ยกเว้น L ที่มีหน่วยเป็น ระยะ (L)) ซึ่งเป็นหนึ่งในสามของหน่วยบริสุทธิ์ ($M L T$) ดังนั้นจึงต้องทำการแยกหาหน่วยบริสุทธิ์จากหน่วยประกอบของปริมาณทางขวามือ (อุปมาดังการแยกหาสารบริสุทธิ์จากสารประกอบทางเคมี) เมื่อได้หน่วยบริสุทธิ์แล้วก็จะได้นำไปประกอบกันเป็นหน่วยคุณลักษณะอื่นๆเพื่อวัดปริมาณอื่นนั้นๆได้

เนื่องจากหน่วยบริสุทธิ์มีอยู่สามหน่วยด้วยกันคือ $M L T$ ดังนั้นจึงต้องใช้หน่วยประกอบ (ทางขวามือ) จำนวนสามหน่วยที่เป็นอิสระต่อกันมา “ทำปฏิกิริยา” กันเพื่อ “สังเคราะห์”หาหน่วยบริสุทธิ์ทั้งสามนี้ การทำปฏิกิริยาในที่นี้หมายถึงการนำมาคูณและหรือหารกันพร้อมทั้งทำการยก

กำลังที่เหมาะสม วิธีการเลือกหน่วยประกอบที่จะมาแยกหาหน่วยบริสุทธิ์นี้มีกฎอยู่ว่าจำนวนหน่วยประกอบอิสระจะต้องเท่ากับจำนวนหน่วยบริสุทธิ์ที่จะทำการแยกหา โดยให้นิยาม “หน่วยประกอบอิสระ” ว่าเป็นหน่วยที่ไม่สามารถสร้างขึ้นมาจากหน่วยประกอบอื่นที่อยู่ในกลุ่มที่ถูกเลือกด้วยกัน ในตัวอย่างนี้จะสมมุติว่าเลือก ρ, L, V เป็นตัวแปรพื้นฐานซึ่งจะสามารถแยกหาหน่วยบริสุทธิ์ ($M L T$) ได้ดังนี้ ($d[M]$ อ่านว่า มิติของ M)

$$\begin{aligned} d[M] &= d[\rho]d[L]^3 \\ d[L] &= d[L] \\ d[t] &= d[L]/d[V] \end{aligned} \quad (5)$$

ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้โดยง่ายว่าสมการข้างบนทั้งสามนี้เป็นจริง ทั้งนี้ต้องอ่านสมการแรกว่า หน่วยของ M เท่ากับหน่วยของ ρ คูณกับหน่วยของ L ยกกำลังสาม กล่าวคือนำหน่วยมาทำปฏิกิริยากัน ส่วนค่าตัวเลขของหน่วยก็ใช้สมการเดียวกันในการคำนวณ เพียงแต่ตัดสัญลักษณ์ $d[]$ ออกเท่านั้น เพื่อความสะดวก จากนั้นไปจะตัดสัญลักษณ์ $d[]$ ออกจากสมการของหน่วยไม่ว่าจะเป็นการหาหน่วย หรือ การหาค่าตัวเลขของหน่วยก็ตาม ดังนั้น

$$M = \rho L^3, L = L, T = L/V = LV^{-1} \quad (6)$$

ในขั้นต่อไป หากต้องการวัดแรงด้วยหน่วยวัดคุณลักษณะของแรง ก็ต้องทำการสร้างหน่วยวัดขึ้นมาจากหน่วยวัดบริสุทธิ์ โดยในขั้นแรกต้องเขียนหน่วยของแรงให้อยู่ในรูปของหน่วยบริสุทธิ์ ($M L T$) เสียก่อน ซึ่งจากกฎข้อที่สองของนิวตันได้บัญญัติว่า $F = Ma$ ดังนั้นหน่วยของแรงจึงต้องเท่ากับหน่วยของมวลคูณด้วยหน่วยของความเร่ง แต่หน่วยของความเร่งก็คือหน่วยของความเร่งหารด้วยเวลา และ หน่วยของความเร่งก็คือระยะทางหารด้วยเวลา ดังนั้น

$$F = Ma = \frac{MV}{t} = MLt^{-2} \quad (7)$$

แต่ได้ทำการนิยามหน่วยและขนาดของ $M L T$ ในนามของหน่วยและขนาดของ ρ, L, V แล้วดังสมการข้างบน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องแปลงหน่วยให้อยู่ในหน่วยของ ρ, L, V ดังนี้

$$F = MLt^{-2} = (\rho L^3)(L)(LV^{-1})^{-2} = (\rho)^1(L)^2(V)^2 \quad (8)$$

สรุปความว่าหน่วยวัดแรงนั้นจะต้องสร้างขึ้นมาจากหน่วยวัดความหนาแน่น คูณกับหน่วยวัดระยะยกกำลังสอง และหน่วยวัดความเร็วยกกำลังสอง และในทำนองเดียวกันค่าตัวเลขของหน่วยวัดแรงก็คือค่าตัวเลขของ $\rho L^2 V^2$ ต่อจากนั้นต้องตระหนักว่าในการวัดนั้นเราวัดว่าสรรพสิ่งใหญ่เป็น

กี่เท่าของหน่วยวัด ดังนั้นในการวัดแรงแบบคุณลักษณะเราจึงเอาขนาดของแรงหารด้วยขนาดของหน่วยวัดคุณลักษณะ ดังนี้

$$\text{ค่าตัวเลขของแรงที่วัดได้} = \frac{F}{(\rho)^1(L)^2(V)^2} \quad (9)$$

ซึ่งถ้าเราส่วนใหญ่จะเรียกค่าที่วัดได้นี้ในนามต่างๆ กัน เช่น ตัวแปรไร้มิติ (dimensionless variable), กลุ่มของไพ (Pi group), ตัวแปรเสมือน (similarity variable) แต่ในบทความนี้จะให้ความหมายเป็นเพียงการวัดค่าตัวแปรตัวหนึ่งด้วยหน่วยวัดที่สร้างขึ้นตามขนาดและคุณลักษณะของปัญหาเท่านั้น คำว่าตัวแปรไร้มิติ ซึ่งเป็นคำที่นิยมใช้กันมากที่สุดนั้น ผู้แต่งเห็นว่ากำกวมมาก เพราะดังที่เกริ่นความไว้แต่ต้นแล้วว่า แม้แต่การวัดในระบบชาวบ้านโดยทั่วไปก็อาจถือเป็นตัวแปรไร้มิติได้เช่นเดียวกัน ที่มาของคำว่าตัวแปรไร้มิตินี้จะเกิดจากการตีความที่ว่า ในระบบ MKS หาก F มีหน่วยเป็นนิวตัน ค่าหน่วยวัดคุณลักษณะที่วัดแรง $[(\rho)^1(L)^2(V)^2]$ ก็มีหน่วยเป็นนิวตันด้วย ซึ่งทำให้มิติของหน่วย (นิวตันในที่นี้) ตัดกันหายไปหมด ค่าแรงที่วัดได้จึงไม่มีหน่วย แต่อาจลืมนึกไปว่าแม้แต่การวัดในหน่วยนิวตันเดิมนั้นความหมายก็คือ มีค่าตัวเลขเป็นจำนวนเท่าของหน่วยวัดที่มีขนาดเท่ากับ 1 นิวตัน ดังนั้นจึงมีสถานะเป็นตัวแปรไร้มิติโดยนัยเดียวกัน (เพราะหน่วยนิวตันของสิ่งที่ถูกวัดก็ถูกหน่วยนิวตันของสิ่งวัดตัดออกหมดเช่นเดียวกัน) จึงใคร่ขอเสนอคำว่า ตัวแปรคุณลักษณะ (characteristic variable) ถ้าจะให้ดีขึ้นควรใช้คำว่า ตัวแปรที่วัดค่าด้วยหน่วยคุณลักษณะ (characteristically-measured variable) แต่ก็มีข้อเสียที่ความเยิ่นเย้อ

เมื่อได้ใช้ ρ, L, V เป็นตัวแปรพื้นฐานแล้ว ดังนั้นหากต้องการวัด ρ, L, V ซึ่งเป็นตัวแปรอิสระอยู่ทางขวามือของสมการ ค่าของตัวแปรเหล่านี้ก็จะมีค่าเป็น 1 หมด เนื่องจากเอาตัวเองวัดตัวเอง และค่า 1 นี้จะเป็นค่าที่ได้เสมอไม่ว่าจะเปลี่ยน ρ, L, V ไปอย่างไร ถึงจุดนี้อาจเขียนระบบตัวแปรได้ว่า

$$\frac{F}{\rho V^2 L^2} = f''(1, 1, 1, \mu, g, p) \quad (10)$$

ดังนั้น ρ, L, V จึงไม่เป็นตัวแปรอีกต่อไปทั้งนี้เพราะมีค่าคงที่เท่ากับหนึ่งตลอดกาล จุดนี้กลายเป็นผลพลอยได้อันสำคัญของการใช้หน่วยวัดคุณลักษณะ เพราะทำให้ตัวแปรลดลงถึงสามตัว ซึ่งหากทำการทดลองตัวแปรละ 10 จุด ก็เท่ากับว่าลดจำนวนการทดลองลงได้ $10 \times 10 \times 10 = 1000$ เท่า ซึ่งเป็นการประหยัดอย่างมหาศาล

ตัวแปรอิสระสำคัญในรายการที่ได้เสนอไว้ทางขวามือของสมการที่ต้องวัดอีกสามตัวคือ ความดัน ความหนืด และ ค่าความโน้มถ่วงของโลก ซึ่งจะได้ทำการวิเคราะห์หาหน่วยวัดคุณลักษณะเป็นลำดับไปดังนี้

$$P = \frac{F}{L^2} = \frac{MLt^{-2}}{L^2} = ML^{-1}t^{-2} = (\rho L^3)(L)^{-1}(LV^{-1})^{-2} = \rho V^2 \quad (11)$$

ดังนั้นการวัด P จะวัดด้วยค่า $P/\rho V^2$ หรือ $P/0.5\rho V^2$ ก็ได้ ซึ่งในกรณีหลังนี้ตำราส่วนใหญ่นิยมเรียกว่า สัมประสิทธิ์ความดัน (pressure coefficient) สำหรับค่าความหนืดนั้นอาจจะยุ่งยากสักหน่อย ต้องกลับไปยังสมการที่นิยามความหนืดคือ $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$ ดังนั้น μ จะมีหน่วยดังนี้

$$\mu = \frac{\tau}{u} = \frac{(L)(F/A)}{V} = \frac{(L)(\rho L^3 V^2 / L / L^2)}{V} = \rho L V \quad (12)$$

ดังนั้นการวัดค่าความหนืดควรจะวัดค่า $\mu/\rho L V$ แต่ด้วยเหตุผลทางประวัติศาสตร์ (การทดลองหาความปั่นป่วนของของไหลโดยท่าน Osborne Reynolds วิศวกรชาวอังกฤษ) จึงนิยมที่จะวัดส่วนกลับของค่านี้คือ $\rho L V / \mu$ มากกว่า และแทนที่จะเรียกว่าส่วนกลับของความหนืด กลับเรียกกันว่า "ค่าเลขเรย์โนลด์" (Reynolds number) ซึ่งเป็นค่าเลขที่มีความสำคัญมากที่สุดตัวหนึ่งในวิชากลศาสตร์ของไหล เพราะเป็นค่าที่กำหนดคุณลักษณะการไหลว่าจะเป็นแบบราบเรียบหรือแบบปั่นป่วน และมีการตีความค่าตัวเลขค่านี้ได้หลายความหมาย ซึ่งจะได้กล่าวถึงประเด็นนี้ต่อไปในภายหลัง

สำหรับค่าแรงโน้มถ่วงของโลก เราทราบกันดีว่ามีหน่วยเดียวกันกับค่าความเร่งดังนั้น

$$V/\sqrt{gL} \quad (13)$$

ดังนั้นในการวัด g จึงต้องวัดค่าเลข $g/(V^2/L)$ แต่โดยความนิยมส่วนใหญ่จะวัดรากที่สองของส่วนกลับของค่าเลขนี้ คือ $V/\sqrt{gL}$ และเรียกค่าเลขนี้ว่า "ค่าเลขฟรูด" (Froude number) เพื่อให้เกียรติยศต่อท่าน Froude วิศวกรชาวฝรั่งเศสในอดีตที่ได้ศึกษาอัตราการไหลของน้ำ

กล่าวโดยสรุปอีกครั้งหนึ่ง เราเริ่มต้นด้วยการระบุมุมการความสัมพัทธ์ในรูปของฟังก์ชันของตัวแปรที่มีมิติต่างๆที่ไม่เหมือนกัน คือ

$$F_D = f^n(\rho, L, V, \mu, g, p) \quad (14)$$

และสุดท้ายได้จัดระบบและลดจำนวนตัวแปรได้เสียใหม่เป็น

$$\frac{F_D}{\rho V^2 L^2} = f^n\left(\frac{p}{\rho V^2}, \frac{\rho L V}{\mu}, \frac{V}{\sqrt{gL}}\right) \quad (15)$$

8. ตัวแปรเสมือน(Similarity Variables)

ตำราหลายเล่มพยายามอธิบายความเหมือนในสามประเด็นคือ ความเหมือนทางรูปทรง (geometric similarity) ความเหมือนทางการเคลื่อนตัว (kinematic similarity) และ ความเหมือนทางพลศาสตร์ (dynamic similarity) กล่าวโดยสรุป ความเหมือนทางการเคลื่อนตัวหมายความว่า แนวเส้นการไหล(streamline) มีความเหมือนกัน ส่วนความเหมือนทางพลศาสตร์หมายความว่า แรงที่กระทำต่อรูปทรงมีความเหมือนกัน และ

ระบบสองระบบจะเหมือนกับทุกประการถ้ามีความเหมือนกันทางรูปทรงทางการเคลื่อนตัว และทางพลศาสตร์

แต่ในบทความนี้ ได้นำเสนอเฉพาะความเหมือนทางรูปทรงเท่านั้น เพราะไม่เห็นความจำเป็นของการนำเสนอความเหมือนทางการเคลื่อนตัว และทางพลศาสตร์ ซึ่งเห็นว่าจะสร้างความสับสนเพิ่มมากขึ้นโดยไม่เกิดประโยชน์สักเท่าใดนัก จึงขอเสนอว่า การไหลในสองระบบที่ค่าตัวเลขระบบไม่เหมือนกัน จะกลายเป็นเหมือนกันทุกประการได้ถ้า 1) มีความเหมือนทางรูปทรง และ 2) ค่าตัวแปรคุณลักษณะทั้งหลายที่มีความสำคัญต่อการไหลมีค่าเท่ากัน ซึ่งหากครบสองประการนี้ก็จะครอบคลุมความเหมือนทางการเคลื่อนตัวและความเหมือนทางพลศาสตร์โดยปริยาย ทั้งนี้สามารถให้เหตุผลได้ว่า หากรูปทรงเหมือนกันก็เท่ากับว่าเป็นวัตถุขนาดเดียวกัน และถ้าตัวแปรที่ควบคุมการไหลทั้งหมดเหมือนกัน เช่น ความหนาแน่น ความเร็ว ความดัน ความหนืด แรงโน้มถ่วง (รวมทั้งตัวแปรอื่นๆที่อาจมีนัยสำคัญต่อการไหลที่กำลังวิเคราะห์ เช่น แรงตึงผิว ความดันไอ) ก็แสดงว่าเป็นปัญหาเดียวกันนั่นเอง หากของไหลมีความรู้สึกที่สัมผัสตัวเลขได้ ของไหลก็จะไม่อาจแยกแยะได้ว่าเป็นคนละปัญหา ในมุมมองของของไหล ปัญหาทั้งสองมีค่าตัวเลขเท่ากัน และเป็นปัญหาเดียวกันทุกประการ คำตอบที่ได้ก็ย่อมเป็นคำตอบที่เป็นค่าตัวเลขเดียวกันด้วย

ตำราภาษาอังกฤษบางเล่มเรียกตัวแปรที่ได้รับการทอนด้วยหน่วยวัดคุณลักษณะนี้ว่า ตัวแปรเสมือน (similarity variable) ซึ่งผู้แต่งไม่ค่อยจะเห็นด้วย เนื่องจากเห็นว่าแท้จริงแล้วตัวแปรเหล่านี้ก็คือตัวแปร "ธรรมดา" เพียงแต่วัดด้วยหน่วยวัด"คุณลักษณะ"ที่มีขนาดแปรผันเป็นสัดส่วนกับขนาดของปัญหาเท่านั้นเอง "ค่าตัวเลข"ของตัวแปร(ธรรมดา)เหล่านี้ต่างหากที่ทำให้เกิดความเหมือนระหว่างการไหลในหุ่นทดลองกับเครื่องต้นแบบ

สำหรับแรงที่วัดด้วยหน่วยวัดคุณลักษณะนี้ ตำราส่วนมากนิยมเรียกว่า สัมประสิทธิ์ของแรง (force coefficient) หากเป็นแรงลาก ก็จะเรียกว่า สัมประสิทธิ์แรงลาก (drag coefficient) และหากเป็นแรงยกก็เรียกว่า สัมประสิทธิ์แรงยก (lift coefficient) เป็นต้น ทั้งนี้โดยการใช้ตัวเลข 1/2 ประกอบอยู่ด้วยเสมอ กล่าวคือ

$$\text{Drag coefficient} = C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 L^2} \quad (16)$$

$$\text{Lift coefficient} = C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho V^2 L^2} \quad (17)$$

ซึ่งจากมุมมองของบทความนี้ควรจะเรียกว่า แรงคุณลักษณะ (characteristic drag) และแรงยกคุณลักษณะ (characteristic lift) ตามลำดับ ตัวแปรเสมือน หรือ ตัวแปรไร้มิติ หรือ ตัวแปรคุณลักษณะ แล้วแต่จะเรียกกันนี้ มักนิยมตั้งชื่อเพื่อให้เกียรติแก่วิศวกรในอดีต แต่มีตัวแปรสองตัวที่มีความสำคัญมากที่สุดต่อการศึกษากลศาสตร์ของไหล คือ ค่าเลขเรย์โนลด์ (Reynolds number) และ ค่าเลข ฟรูด (Froude number) จึงขอขยายความ และ ตีความ ค่าเลขสองตัวนี้ไว้พอสังเขป ดังนี้

ค่าเลขเรโนลด์ ($\rho V D / \mu$)

ท่าน Osborne Reynolds วิศวกรชาวอังกฤษ (ซึ่งชื่อของท่านนับว่าเป็นชื่อที่คุ้นหูที่สุดชื่อหนึ่งในวงการกลศาสตร์ของไหล) ได้ข้อสรุปจากการทดลองการไหลในท่อกลมว่า ของไหลเปลี่ยนสภาพจากการไหลแบบราบเรียบเป็นการไหลแบบปั่นป่วน เมื่อค่าตัวเลข $\rho V D / \mu$ มีค่าใหญ่เกินค่าวิกฤตค่าหนึ่ง และค่าเลขวิกฤตนี้เท่ากันเสมอไม่ว่าขนาดท่อจะใหญ่หรือเล็กเท่าใดก็ตาม หรือของไหลจะมีความหนาแน่นหรือความหนืดมากน้อยเพียงใดก็ตาม ซึ่งทำให้เกิดปัญหาการตีความว่าค่าเลขนี้ (ซึ่งได้ตั้งให้เป็นเกียรติแก่ผู้ค้นพบว่า ค่าเลขเรโนลด์) มีนัยสำคัญอย่างไร เพราะมักเป็นตัวแปรในการทำการทดลองหรือการศึกษาใดๆ ในทางกลศาสตร์ของไหลเสมอ ประกอบกับความจริงที่ว่า การไหลในการใช้งานจริงนั้น ส่วนใหญ่จะเป็นการไหลแบบปั่นป่วนเสมอ

ในตำราส่วนใหญ่มักนิยมที่จะตีความค่าเลขเรโนลด์โดยการแปลงเสียก่อน กล่าวคือ เอา V/L คูณตลอดทั้งด้านล่างและด้านบน จึงเขียนค่าเลขเรโนลด์ได้เสียใหม่ว่า $\rho V^2 (\mu V / L)$ ซึ่งสามารถตีความได้ว่าเป็นอัตราส่วนระหว่างแรงเฉื่อย (inertia force) ต่อหน่วยพื้นที่ กับแรงเสียดทานต่อหน่วยพื้นที่ (หรือความเค้นเฉือนนั่นเอง) ซึ่งต้องอาศัยจินตนาการเป็นอย่างมากจึงจะพอตีความได้

ในบทความนี้ได้ทำการคำนวณหาการวัดความหนืดโดยใช้หน่วยคุณลักษณะและใช้ ρ, L, V หรือ (ρ, D, V) เป็นตัวแปรพื้นฐานในการสร้างหน่วยวัดคุณลักษณะแล้วนั้น ได้พบว่าควรวัดค่าความหนืดโดยทอนค่าเสียด้วย $\rho V L$ (ซึ่งเป็นหน่วยวัดคุณลักษณะของความหนืดนั่นเอง) ดังนั้นเราจึงวัดค่าตัวเลข $\mu / \rho V L$ หรือหากเราจะวัดส่วนกลับของค่าเลขนี้ก็ย่อมได้ เพราะหากทราบค่าตัวหนึ่งก็ทราบอีกค่าตัวหนึ่งเนื่องจากการทอตอบแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (one to one correspondence) ค่าส่วนกลับนี้ ($\rho V L / \mu$) เรียกกันว่า “ค่าเลขเรโนลด์” (ซึ่งมักนิยมให้สัญลักษณ์ว่า Re) ซึ่งอาจตีความหมายแบบกำปั้นทุบดินได้ว่า เป็นค่าเลขส่วนกลับของค่าความหนืด (ที่วัดด้วยหน่วยคุณลักษณะ) ดังนั้นค่านี้จะมีความสูงเมื่อความหนืดคุณลักษณะมีค่าต่ำ และมีค่าต่ำเมื่อความหนืดคุณลักษณะมีค่าสูง การที่ความหนืดคุณลักษณะมีค่าสูงก็แสดงว่ามีการต้านทานการไหลสูง เพราะโดยสามัญสำนึกของไหลที่มีความหนืดสูงกว่าเช่นกาวเหนียวย่อมไหลได้ยากกว่าของไหลที่มีความหนืดน้อยกว่าเช่นน้ำ ถ้าการไหลจะออกนอกสู่นอกทางก็จะถูกต้านด้วยแรงเสียดทานสูง ทำให้การไหลกลับมามีอยู่ในรูในทางเดิม (แรงเสียดทานคุณลักษณะขึ้นอยู่กับค่าความหนืดคุณลักษณะ) ดังนั้นการไหลจึงมีระเบียบราบเรียบ (เพราะออกนอกสู่นอกทางได้ลำบาก) ซึ่งเรียกกันว่า การไหลแบบราบเรียบ (laminar flow) แต่หากความหนืดคุณลักษณะมีค่าต่ำ (ค่าเลขเรโนลด์สูง) แรงต้านการไหลและแรงต้านทานการออกนอกสู่นอกทางของการไหลก็มีน้อย ของไหลจึงสามารถออกนอกสู่นอกทางได้โดยง่าย การไหลก็กลายเป็นการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent flow)

ค่าเลขฟรูด ($V / \sqrt{gL}$)

สำหรับค่าเลขฟรูดเป็นค่าที่มีความสำคัญในการวิเคราะห์การไหลที่มีผิวการไหลสัมผัสอยู่กับบรรยากาศโลก (free surface flow) ซึ่งสามารถตีความค่าเลขนี้ได้ในการทำงานเดียวกันกับค่าเลขเรโนลด์ ตำราโดยทั่วไป โดยมากมักนิยามยกกำลังสองแล้วคูณด้วยความหนาแน่นและพื้นที่การไหล ซึ่งจะทำให้ได้พจน์ $\rho A V V' / (\rho A L g)$ ซึ่งจากการประมาณการเชิงขนาด (order of magnitude analysis) จะตีความได้ว่าเป็นค่าของแรงเฉื่อยหารด้วยน้ำหนักของของไหล

แต่บทความนี้ได้ทำการสร้างค่าตัวเลขหน่วยวัดคุณลักษณะสำหรับแรงโน้มถ่วงพบว่า ควรวัดค่าแรงโน้มถ่วงด้วยค่าตัวเลขของ V^2 / L ดังนั้นจึงวัดค่าตัวเลข $g / (V^2 / L)$ (แต่ด้วยเหตุผลทางประวัติศาสตร์ทำให้นิยามวัดค่ารากที่สองของส่วนกลับของค่านี้แทน คือ $V / \sqrt{gL}$) จึงขอเสนอการตีความว่า อาจพิจารณาว่าค่าแรงโน้มถ่วงคุณลักษณะนั้นเป็นตัวหน่วงให้ของไหลแบนแนบติดอยู่กับผิวโลก หากค่าแรงโน้มถ่วงคุณลักษณะน้อยเกินไป (ค่าเลขฟรูดสูง) ผิวของการไหลที่เปิดออกสู่อากาศอาจมีการกระโดดขึ้นได้ (เอาชนะแรงโน้มถ่วงได้) จนอาจกลายเป็นการกระโดดของผิวน้ำได้ ซึ่งเรียกว่าผิวกระโดด (hydraulic jump)

9. สรุป

วิธีการสร้างและการตีความหน่วยวัดคุณลักษณะดังที่นำเสนอในตำราเล่มนี้แตกต่างจากตำรามาตรฐานทางกลศาสตร์ของไหลโดยทั่วไป วิธีนี้สร้างหน่วยวัดพื้นฐานจากตัวแปรพื้นฐานเสียก่อนซึ่งสามารถกระทำได้โดยง่ายด้วยการสังเกต (ไม่ต้องแกสมการ) จากนั้นจึงนำหน่วยวัดพื้นฐานไปประกอบกันเป็นหน่วยวัดปริมาณต่างๆโดยตรง โดยไม่ต้องแกสมการพิชคณิต แม้วิธีการจะแตกต่างจากวิธีการมาตรฐานในตำราส่วนใหญ่ แต่ได้ผลลัพธ์สุดท้ายเช่นเดียวกัน นอกจากนี้ได้นำเสนอการตีความตัวแปรเสมือนเสียใหม่ให้เหมือนกับตัวแปรธรรมดาที่ถูกวัดด้วยหน่วยวัดคุณลักษณะ ทำให้ได้มุมมองที่แปลกใหม่และหลากหลายมากยิ่งขึ้นกว่าเท่าที่มีปรากฏในตำรามาตรฐานทั้งหลาย

10. กิตติกรรมประกาศ

ข้อความ รูปภาพ และสมการ ในบางส่วนของบทความนี้เป็นการตัดตอนมาจากหนังสือ “กลศาสตร์ของไหลวิศวกรรม” โดย ทวีข จิตรสมบุญ ซึ่งกำลังอยู่ในระหว่างการจัดพิมพ์โดยสำนักพิมพ์ McGraw-Hill จึงขอขอบคุณสำนักพิมพ์มา ณ โอกาสนี้