

การคำนวณหาการกระจายความดันบนอากาศยาน

Computation of pressure distribution over aircraft

สุรศักดิ์ เพิ่มทรัพย์ทวี, อุดมเกียรติ นนทแก้ว

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

1518 ถ.พินาสงคราม เขตบางซื่อ-กรุงเทพ 10800

บทคัดย่อ

ลำตัวเครื่องบินและปีกต่างส่งอิทธิพลต่อการกระจายความดันบนผิวของกันและกัน ซึ่งไม่สามารถคำนวณหาการกระจายความดันบนอากาศยานด้วยทฤษฎีอากาศพลศาสตร์คลาสสิกได้ ความรู้เรื่องการกระจายความดันบนเครื่องบินทั้งลำมีประโยชน์เป็นอย่างยิ่ง นอกเหนือจากใช้คำนวณหาสัมประสิทธิ์แรงยกแล้วยังสามารถรู้ขนาดแรงที่ตำแหน่งต่างๆบนเครื่องบิน อันนำไปสู่การออกแบบที่เหมาะสม ทั้งนี้การคำนวณด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์จะสะดวกและประหยัดกว่าการทดสอบในอุโมงค์ลมและมีความยืดหยุ่นในการเปลี่ยนรูปร่างของอากาศยานมากกว่า ในที่นี้เสนอการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อคำนวณหาการกระจายความดันของอากาศยานที่คิดอิทธิพลของลำตัวและปีก แต่ไม่รวมอิทธิพลของใบพัดหรือเครื่องยนต์ไอพ่น ด้วยระเบียบวิธีขอบเขตมูลฐานโดยสมมุติให้การไหลเป็นแบบศักยะและ Wake เป็นแผ่นเรียบไม่มีความหนาแน่นกับความเร็วมืดถูกรบกวน

Abstract

The aircraft body and the wing have an influence on pressure distributions over its surface. These distributions cannot be obtained by classical theory of aerodynamics. The knowledge of pressure distributions over airplane surface has an advantage. Not only uses for computing lift coefficient, but it also gives the magnitudes and directions of forces acting on any position of airplane surface, that leads to an appropriated structural design. There are two methods for finding pressure distributions, testing in wind tunnel and calculation. The numerical method is more economy and flexible to change the shape of airplane. In this work, we present the numerical computation of pressure distribution for simple model of airplane consisting of body and wings. The boundary element method is used; the flow is assumed to be potential and wake is flat laying in unperturbed velocity direction.

1. บทนำ

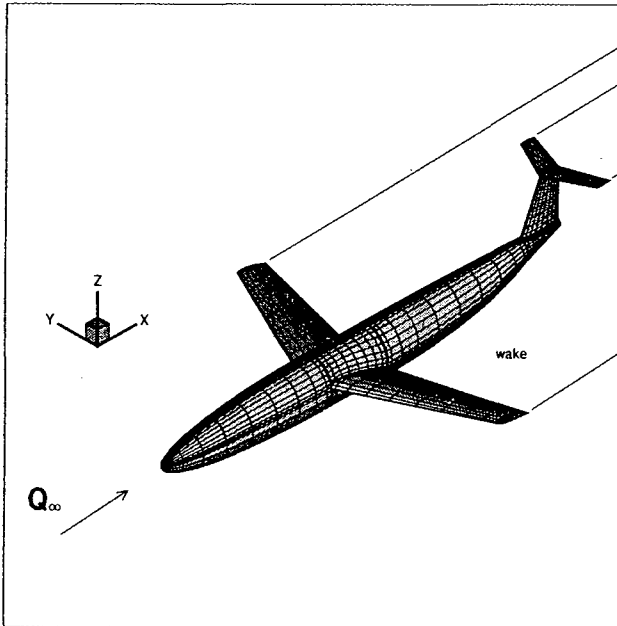
ปัจจุบันอากาศยานเข้ามามีบทบาทในประเทศไทยเป็นอย่างมาก ทั้งด้านการคมนาคมขนส่ง การทหาร การกีฬา การสำรวจทางอากาศ หรือแม้แต่การเกษตรเช่นการทำฝนเทียม แต่เครื่องบินที่ใช้อย่างต้องพึ่งพาการนำเข้าจากต่างประเทศซึ่งมีราคาแพง สาเหตุที่ประเทศไทยยังไม่สามารถสร้างเครื่องบินได้เอง เนื่องจากว่าขาดความรู้ความเข้าใจในพฤติกรรมของแรงอากาศพลศาสตร์อย่างเพียงพอ การออกแบบเครื่องบินไม่ใช่เพียงการออกแบบให้เครื่องบินมีแรงยกเพื่อลอยตัวอยู่ในอากาศเท่านั้น แต่จะต้องมีเสถียรภาพและความปลอดภัยตลอดเวลาที่ทำการบิน เพราะอากาศไม่ได้รับเรียบตลอดเวลา ในบางครั้งอาจเจอกับกระแสลมที่กระทำกับด้านข้างของเครื่องบินหรือกระแสลมที่ปั่นป่วนได้ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการศึกษาพฤติกรรมของแรงอากาศพลศาสตร์ที่กระทำกับเครื่องบินในสภาวะต่างๆ

นับจากอดีตการออกแบบเครื่องบินในยุคแรกใช้การทดสอบในอุโมงค์ลม เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์แรงยกของปีก เนื่องจากการทดสอบในอุโมงค์ลมมีความยุ่งยากและสิ้นเปลืองเป็นอย่างมากทั้งยังไม่สะดวกในการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของเครื่องบิน ต่อมาได้มีการพัฒนาทฤษฎีทางอากาศพลศาสตร์ขึ้นเพื่อใช้ในการหาค่าสัมประสิทธิ์แรงยก อย่างไรก็ตามทฤษฎีอากาศพลศาสตร์คลาสสิกเช่น Lifting Line Theory [1] ไม่สามารถคิดอิทธิพลของลำตัวเครื่องบินและความหนาของปีกที่มีผลต่อแรงยกได้ จึงได้มีการพัฒนาทฤษฎีทางอากาศพลศาสตร์ต่อมาเพื่อให้สามารถศึกษาถึงอิทธิพลดังกล่าวได้ ในที่นี้ใช้ทฤษฎีอากาศพลศาสตร์ที่อาศัยการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical Method) เพื่อช่วยในการหาการกระจายความดันบนผิวอากาศยาน ที่เรียกว่าระเบียบวิธีขอบเขตมูลฐาน (Boundary Element Method) ระเบียบวิธีนี้มีสมมุติฐานให้การไหลเป็นแบบศักยะ คือไม่มีการอัดตัว และความหนืดมีผลต่อการไหลน้อยมาก จากสมมุติฐานดังกล่าวทำให้ไม่สามารถคิดอิทธิพลของความหนืดและไม่สามารถคำนวณเครื่องบินที่มีความเร็วเข้าใกล้ความเร็วเสียงได้อย่างถูกต้อง แต่จากงานของ Morino [2] ได้ให้แนวทางในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีนี้ในเงื่อนไขดังกล่าว งานนี้เป็นงานที่กระทำต่อเนื่องจากงานของ พรเทพ [3] ที่คิดการไหลผ่านปีกแบบสามมิติ มีส่วนที่เพิ่มเติมคือคิดอิทธิพลของลำตัวเครื่องบินและเปลี่ยนเงื่อนไขที่ใช้จาก Dirichlet Boundary Condition เป็น Neumann Boundary Condition

โดยใช้ฟังก์ชันของกรีนที่ได้รับการพัฒนาให้มีรูปแบบที่ง่ายต่อการคำนวณของ Delhommeau [4] ผลที่ได้จะทำการเปรียบเทียบกับผลการทดลองในอุโมงค์ลม [5]

งานนี้เป็นส่วนหนึ่งของการสังสมความรู้ความเข้าใจในพฤติกรรมของแรงอากาศพลศาสตร์ เนื่องจากถ้าสามารถจำลองพฤติกรรมของแรงอากาศพลศาสตร์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ นั้นหมายความว่ามีความรู้ความเข้าใจในพฤติกรรมของอากาศพลศาสตร์ อันนำไปสู่การออกแบบที่เหมาะสมได้

2. ปัญหาและการหาผลเฉลย



รูปที่ 1 รูปแบบของปัญหา

กำหนดให้การไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ ความหนืดมีผลต่อการไหลน้อยมาก และไม่เกิดการหมุนวนเกือบทั่วทั้งโดเมนการไหลยกเว้นบนผิวของวัตถุและใน wake สามารถเขียนศักยะความเร็วได้ดังนี้

$$\Phi(\bar{x}) = \phi(\bar{x}) + \Phi_\infty(\bar{x}) \quad (1)$$

เมื่อ ϕ คือศักยะความเร็วบนผิว และ Φ_∞ เป็นศักยะของความเร็วที่ไม่ถูกรบกวน โดย Φ สอดคล้องกับสมการของลาปลาซในโดเมนของไหล

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (2)$$

และสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบต่างๆ ดังนี้ :

1) ไม่มีการไหลทะลุผิววัตถุ ให้ n เป็นเวกเตอร์ตั้งฉากชี้ออกจากโดเมนของไหลจะได้

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \text{ บนผิววัตถุ} \quad (3)$$

2) ไม่เกิดแรงยกบนผิว Wake จากเงื่อนไขของ Kutta-Joukowski

$$\Delta \Phi = \Phi^+ - \Phi^- = \text{const. บนผิว Wake} \quad (4)$$

อาศัยเอกลักษณ์ที่สามของกรีน (3rd Green's identity) มานิยามผลเฉลยของลาปลาซ โดยสมมติให้ฟังก์ชันศักยะ Φ สามารถเขียนในรูปของการกระจาย source (σ) และ doublet (μ) บนผิวของวัตถุและผิว wake ได้ดังนี้

$$\Phi(\bar{x}) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_b} \left[\sigma \left(\frac{1}{r} \right) - \mu \frac{\partial}{\partial n'} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS(\bar{x}') + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_w} \left[\mu \frac{\partial}{\partial n'} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS(\bar{x}') + \Phi_\infty(\bar{x}) \quad (5)$$

เมื่อ $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$, $\bar{x} = (x, y, z)$ เป็นตำแหน่งที่ต้องการทราบค่าฟังก์ชันศักยะที่เกิดจากการเหนี่ยวนำของ source และ doublet ที่ตำแหน่ง $\bar{x}' = (x', y', z')$ โดย

คิดเงื่อนไขจากสมการที่ (3) แทนลงในสมการที่ (5) จะได้

$$\frac{\partial}{\partial n} \Phi(\bar{x}) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_b} \left[\sigma \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) - \mu \frac{\partial^2}{\partial n \partial n'} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS(\bar{x}') + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_w} \left[\mu \frac{\partial^2}{\partial n \partial n'} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS(\bar{x}') + \frac{\partial}{\partial n} \Phi_\infty(\bar{x}) = 0 \quad (6)$$

หรือจะได้ว่าที่จุดใดๆ บนผิววัตถุ

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_\infty \cdot \mathbf{n} = & \frac{1}{4\pi} \iint_{S_b} \left[\sigma \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) - \mu \frac{\partial^2}{\partial n \partial n'} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS(\bar{x}') \\ & - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_w} \left[\mu \frac{\partial^2}{\partial n \partial n'} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS(\bar{x}') \end{aligned} \quad (7)$$

เมื่อ $\mathbf{Q}_\infty$ คือความเร็วที่ไม่ถูกรบกวนและสามารถหาความเข้ม source ได้จากนิยามของความเข้ม source

$$-\sigma = \frac{\partial \Phi}{\partial n} - \frac{\partial \Phi_i}{\partial n} \quad (8)$$

เมื่อ Φ_i คือศักยะความเร็วภายในผิววัตถุ

เนื่องจาก $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = -\mathbf{Q}_\infty \cdot \mathbf{n}$ และ $\frac{\partial \Phi_i}{\partial n} = 0$ บน S_b จะได้

$$\sigma = \mathbf{Q}_\infty \cdot \mathbf{n} \quad (9)$$

จะเหลือตัวไม่ทราบค่าที่ต้องการหาเพียงความเข้มของ doublet

3: แบบแผนเชิงตัวเลข

แบ่งผิวอากาศยานออกเป็น N พานเนล และแบ่งผิว wake ออกเป็น N_w พานเนล ดังแสดงในรูปที่ 1 กำหนดให้ค่าความเข้ม source และ doublet คงที่ในแต่ละพานเนลดังนั้นสามารถเขียนสมการ (7) ในรูปของผลรวมเชิงเส้นได้ดังนี้

$$\sum_{k=1}^N \frac{\sigma_k}{4\pi} \iint_{SB_k} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS(\vec{x}') - \sum_{k=1}^N \frac{\mu_k}{4\pi} \iint_{SB_k} \frac{\partial^2}{\partial n \partial n'} \left(\frac{1}{r} \right) dS(\vec{x}') - \sum_{l=1}^{N_w} \frac{\mu_l}{4\pi} \iint_{SW_l} \frac{\partial^2}{\partial n \partial n'} \left(\frac{1}{r} \right) dS(\vec{x}') = Q_\infty \cdot \mathbf{n} \quad (10)$$

หรือ

$$\sum_{k=1}^N \sigma_k B_k - \sum_{k=1}^N \mu_k C_k - \sum_{l=1}^{N_w} \mu_l C_l = 4\pi(Q_\infty \cdot \mathbf{n}) \quad (11)$$

จาก Kutta condition สามารถหาค่าความเข้ม doublet ใน wake ได้จากค่าความเข้ม doublet ที่ขอบด้านไหลออก (trailing edge) ดังนี้

$$\mu_{wake} = \mu_{TE}^+ - \mu_{TE}^- \quad (12)$$

สามารถเขียนความเข้ม doublet ใน wake อยู่ในรูปของ doublet ที่ขอบด้านไหลออกได้ ดังนั้นสามารถเขียนสมการ (11) ใหม่ได้ดังนี้

$$\sum_{k=1}^N \sigma_k B_k - \sum_{k=1}^N \mu_k A_k = 4\pi(Q_\infty \cdot \mathbf{n}) \quad (13)$$

$$A_k = \iint_{SB_k} \frac{\partial^2}{\partial n \partial n'} \left(\frac{1}{r} \right) dS(\vec{x}') + \delta_{SB_k STE_i^+} \iint_{SW_i} \frac{\partial^2}{\partial n \partial n'} \left(\frac{1}{r} \right) dS(\vec{x}') - \delta_{SB_k STE_i^-} \iint_{SW_i} \frac{\partial^2}{\partial n \partial n'} \left(\frac{1}{r} \right) dS(\vec{x}') \quad (14)$$

$$\text{เมื่อ } \delta_{S_i S_j} = \begin{cases} 1, & S_i \equiv S_j \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

คิดเงื่อนไขที่ทุกๆ พานเนลจะได้ N สมการเป็นระบบสมการเชิงเส้น

$$\sum_{k=1}^N \sigma_k B_{jk} - \sum_{k=1}^N \mu_k A_{jk} = 4\pi(Q_\infty \cdot \mathbf{n}_j) \quad (15)$$

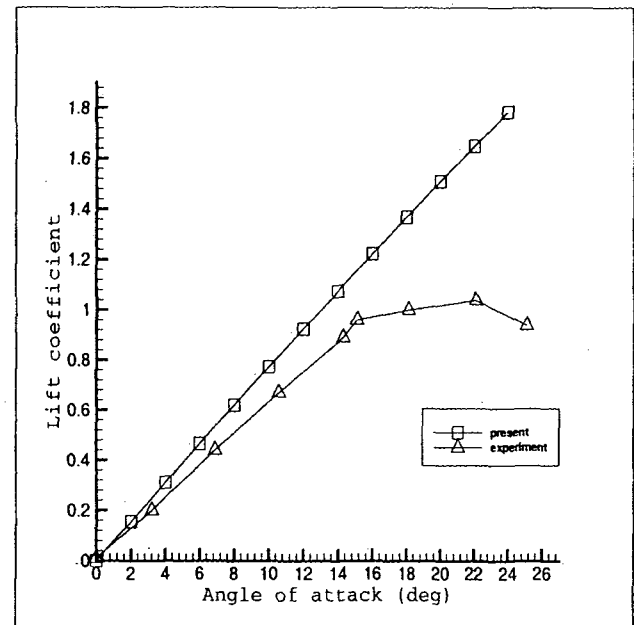
หรือในรูปของสมการเมตริก

$$[A][\mu] = [B][\sigma] - 4\pi\{Q_\infty \cdot \mathbf{n}\} \quad (16)$$

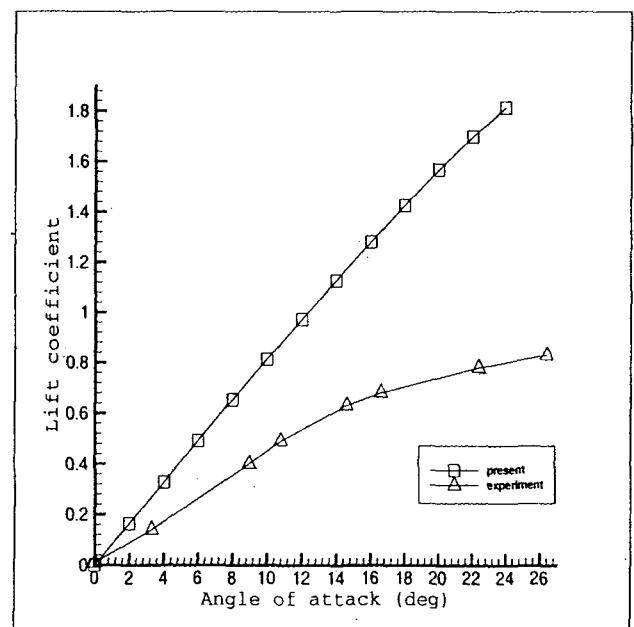
แก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าความเข้ม doublet โดยความเข้ม source หาได้จากสมการ (9)

4. ผลลัพธ์

ในขั้นแรกทำการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แรงยกในแบบจำลองปีกรูปร่างสี่เหลี่ยมที่มี aspect ratio = 6 มีหน้าตัด NACA 0025 และ NACA 0035 เพื่อเปรียบเทียบค่ากับผลการทดลอง (รูปที่ 2 และ 3)



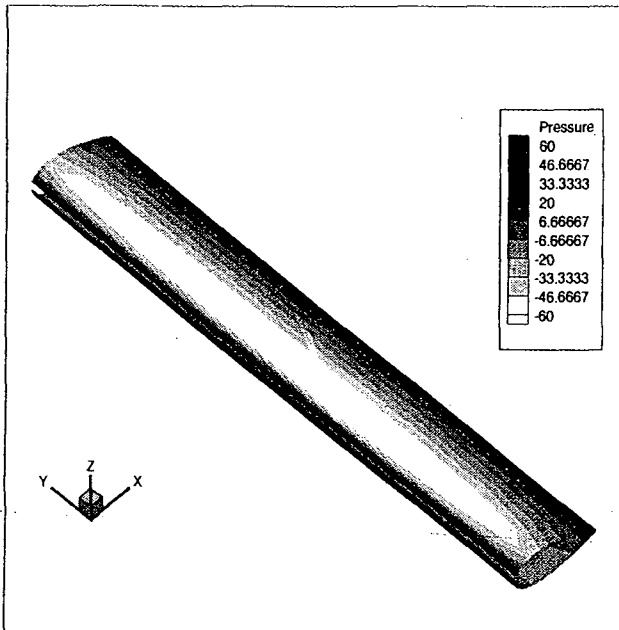
รูปที่ 2 เปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงยกของปีกหน้าตัด NACA 0025



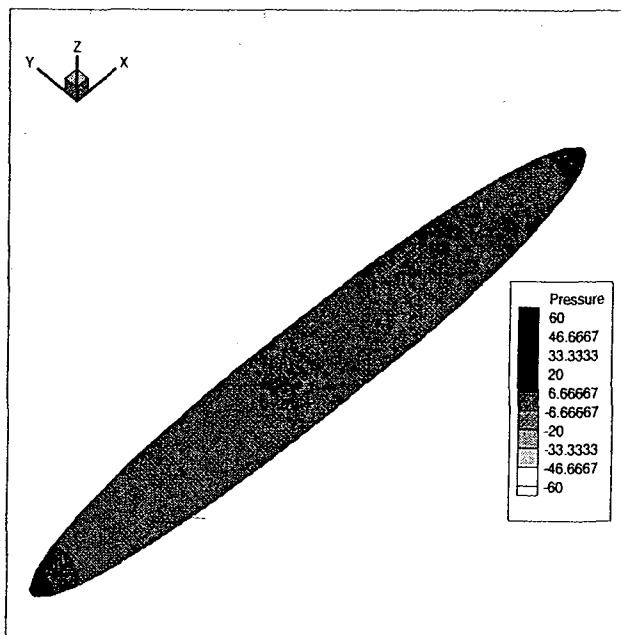
รูปที่ 3 เปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงยกของปีกหน้าตัด NACA 0035

พบว่าได้ผลเป็นที่น่าพอใจ จะเห็นว่าปีกที่มีความหนาน้อยกว่า (NACA 0025) จะคำนวณได้ค่าที่ถูกต้องแม่นยำกว่าและสาเหตุที่การคำนวณได้ค่าสัมประสิทธิ์แรงยกมากกว่าการทดลอง เพราะไม่ได้คิด

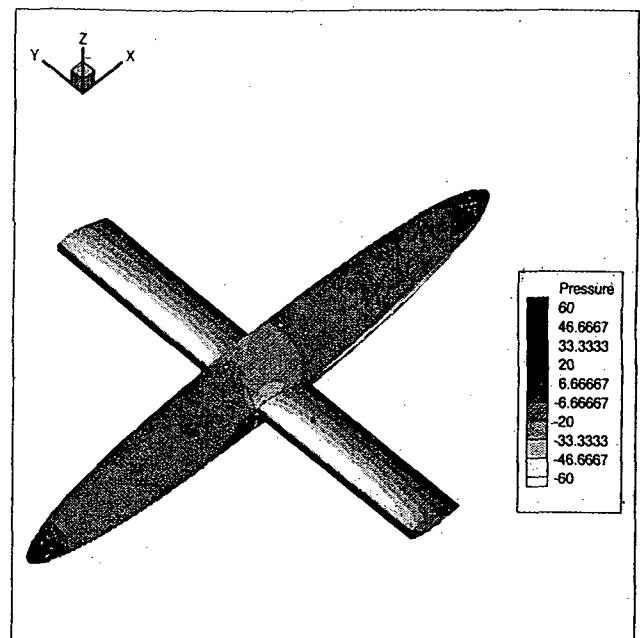
อิทธิพลของความหนืดในการคำนวณ จากนั้นจึงทำการคำนวณแบบจำลองที่มีลำตัวเครื่องบินและปีก โดยเลือกแบบจำลองที่มีลำตัวอย่างง่ายก่อน และเลือกใช้ปีกหน้าตัด NACA 0025 aspect ratio = 6 เพื่อศึกษาถึงอิทธิพลของลำตัวเครื่องบินต่อการกระจายความดันที่เกิดขึ้น



รูปที่ 4 แสดงการกระจายความดันบนปีกอย่างเดียว



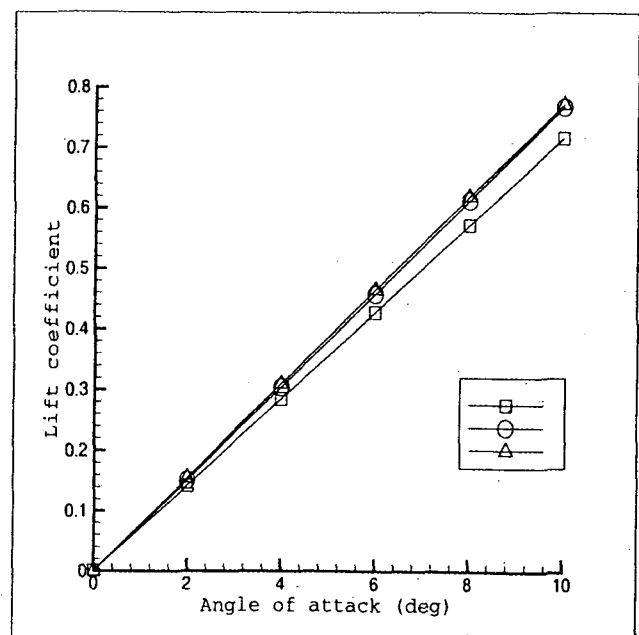
รูปที่ 5 แสดงการกระจายความดันบนลำตัวเครื่องบินอย่างเดียว



รูปที่ 6 แสดงการกระจายความดันบนเครื่องบินอย่างง่าย

จากรูปที่ 4 และ 5 จะเห็นได้ว่าการกระจายความดันบนลำตัวอย่างเดียว จะมีการกระจายที่สมมาตรรอบแกนของลำตัว และการกระจายความดันบนปีกอย่างเดียว จะมีความดันต่ำที่ผิวบนของปีกบริเวณใกล้ขอบด้านหน้าและมีความดันสูงที่ผิวล่างของขอบด้านหน้า จากนั้นความดันจะค่อยๆเปลี่ยนแปลงไปจนเท่ากันที่ขอบด้านหลังของปีก

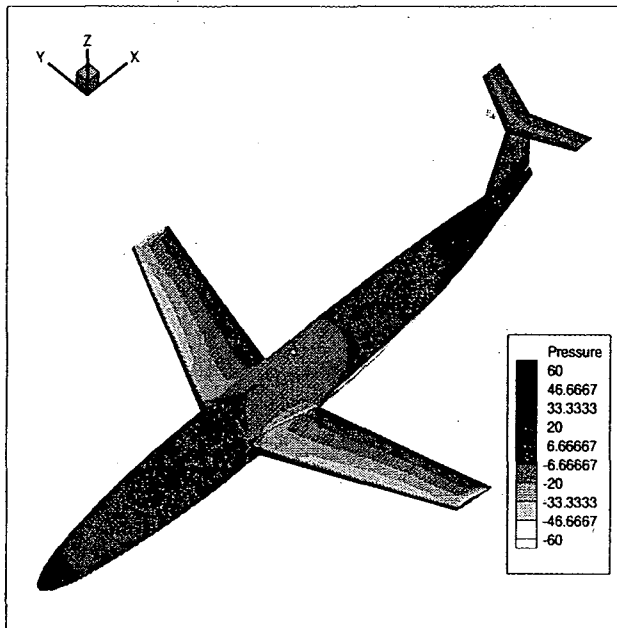
พิจารณาการกระจายความดันบนเครื่องบินอย่างง่าย (รูปที่ 6) พบว่ามีลักษณะการกระจายความดันบนปีกยังคงมีลักษณะคล้ายการกระจายความดันบนปีกอย่างเดียว แต่การกระจายความดันบนลำตัวเครื่องบินจะได้รับผลกระทบจากปีกค่อนข้างมาก



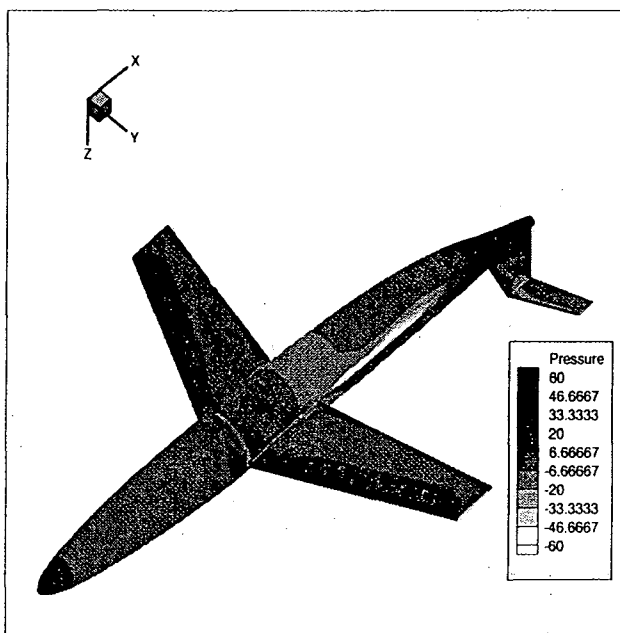
รูปที่ 7 เปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงยกบนปีกเมื่อคิดอิทธิพลของลำตัวเครื่องบิน

จากรูปที่ 7 กราฟสัญลักษณ์วงกลมคือสัมประสิทธิ์แรงยกที่คิดรวมแรงทั้งหมดทั้งบนปีกและลำตัว แต่ค่าพื้นที่ใช้คำนวณสัมประสิทธิ์แรงยกใช้พื้นที่ภาพฉายด้านบนของปีกเท่านั้น กราฟสัญลักษณ์สี่เหลี่ยมจะคิดแรงยกเฉพาะบนปีกเท่านั้น และกราฟสัญลักษณ์สามเหลี่ยมคือสัมประสิทธิ์แรงยกของปีกอย่างเดียวไม่ได้คิดอิทธิพลของลำตัวเช่นเดียวกับการเปรียบเทียบกับการทดลองในรูปที่ 2 จากกราฟและรูปการกระจายความดันพบว่าแรงยกที่เกิดขึ้นที่ปีกจะมีค่าน้อยลงแต่จะมีแรงยกเกิดขึ้นที่ลำตัวเครื่องบินขึ้นมาชดเชยแทนทำให้แรงยกรวมมีค่าใกล้เคียงกับแรงยกที่เกิดขึ้นจากปีกเพียงอย่างเดียว

สุดท้ายได้ทำการคำนวณเครื่องบินที่มีความซับซ้อนขึ้นเพื่อศึกษาผลกระทบการกระจายความดัน เมื่อมีองค์ประกอบค่อนข้างครบดังแสดงในรูปที่ 8 และ 9



รูปที่ 8 แสดงการกระจายความดันในมุมมองด้านบนของเครื่องบิน



รูปที่ 9 แสดงการกระจายความดันในมุมมองด้านล่างของเครื่องบิน

5. สรุป

ปีกและลำตัวเครื่องบินต่างส่งอิทธิพลต่อการกระจายความดันบนผิวของกันและกัน ถึงแม้แรงยกที่คำนวณจากปีกเพียงอย่างเดียวมีค่าไม่แตกต่างจากแรงยกที่คำนวณเมื่อคิดอิทธิพลของลำตัวด้วย แต่การกระจายความดันที่เปลี่ยนไปมีผลต่อการออกแบบทางด้านความแข็งแรง ในที่นี้ไม่สามารถคิดอิทธิพลของความหนืดที่ทำให้เกิดการไหลแยกชั้น (separation) ได้ แต่สามารถพัฒนาต่อไปเพื่อให้คิดอิทธิพลดังกล่าวได้ จากงานนี้สามารถใช้เพื่อศึกษาถึงอิทธิพลของรูปร่างเครื่องบินในลักษณะต่างๆ ที่มีผลต่อแรงยกและการไหลได้

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ พรเทพ กิตติสารวุฒิเวทย์ และ ยอชัชชัย เตียเป็น ที่ให้คำปรึกษาตลอดจนช่วยชี้แนวทางในการแก้ปัญหาจนงานสามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ และขอขอบคุณเพื่อนๆทุกคนที่ให้คำแนะนำและกำลังใจเสมอมา

เอกสารอ้างอิง

- [1] J. Katz and A. Plotkin, "Low-speed aerodynamics: from wing theory to panel method", McGraw-Hill series in aeronautical and aerospace engineering., 1991
- [2] L. Morino, "Boundary integral equation in aerodynamics", Appl Mech Rev, Vol. 46, No. 8, pp. 445-457, 1993
- [3] พรเทพ กิตติสารวุฒิเวทย์ และ อุดมเกียรติ นนทแก้ว, "การคำนวณการไหลผ่านปีกโดยวิธีขอบเขตมูลฐาน", สัมมนาวิชาการวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 12, ภาคที่ 1, ปี พ.ศ.2541, หน้า 117-122
- [4] G. Delhommeau, "Les problemes de diffraction radiation et de resistance de vagues : Etude theorique et resolution par la method des singularities", These d'Etat, L.H.N. Nantes, 1987
- [5] W. Kenneth Bullivant, "Tests of the NACA 0025 and 0035 airfoils in the full-scale wind tunnel", NACA Report, No.708, pp.17-31, 1941