

การประมาณค่าแรงยกและแรงต้านเหนี่ยวนำของปีกที่ความเร็วต่ำกว่าเสียง

สุภาพ เพ็งมาก

ภาควิชาวิศวกรรมอากาศยานและการบิน โรงเรียนนายเรืออากาศ ดอนเมือง กทม. 10210 โทร 5345262

บทคัดย่อ:

วิธีการประมาณวิธีนี้ใช้ทฤษฎีเส้นการยก(Lifting line theory) วิธีการประมาณการกระจายแรงยกตามแนวปีก(Spanwise lift distribution)ของดีเคอร์ริช(Diederich)และวิธีดัชคอม(DATCOM Method) วิธีการประมาณวิธีนี้ใช้ได้กับปีกที่มีรูปแบบแปลน(Planform)และรูปทรงเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ อย่างเช่นปีกแบบลูหน้า(Forward swept wing) ปีกแบบลูหลัง(Swept wing) หรือ ปีกตรง(Straight wing) ก็ได้ การคำนวณใช้โปรแกรมที่เขียนด้วยภาษาฟอร์แทรน 90 ผลลัพธ์ประกอบด้วย ค่าแรงยก แรงต้านเหนี่ยวนำ และค่าการกระจายแรงยกตามแนวปีก การพิสูจน์การใช้งานได้ของวิธีการประมาณวิธีนี้ได้จากการนำเอาข้อมูลที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับข้อมูลที่คำนวณได้จากวิธีดัชคอม ซึ่งแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่าวิธีนี้สามารถนำไปใช้ได้สำหรับการออกแบบปีกขั้นต้น

Abstract:

The approximation method uses the lifting line theory, the approximation of spanwise lift distributions by Diederich and DATCOM method. This method can be applied to wings with various planforms and geometries, such as forward and backward swept wing, straight wing or twisted wing. A program written in FORTRAN 90 accomplishes the computation. Its results are lift, induced drag of the wing and the spanwise lift distributions. Comparison the obtained data with the data form DATCOM clearly show that this method can be used for a preliminary wing design.

1 บทนำ

เป็นที่ทราบกันดีแล้วว่าอากาศยานที่บินอยู่ในห้วงอากาศได้นั้น จำเป็นต้องมีแรงยกอย่างเพียงพอ โดยส่วนใหญ่แล้วแรงยกเป็นผลมาจากปีก ดังนั้นการออกแบบปีกจึงเป็นสิ่งที่ต้องให้ความสำคัญเป็นอันดับต้นๆ ในทางด้านอากาศยานศาสตร์นั้น นอกจากปีกจะผลิตแรงยกแล้ว ปีกก็ยังสร้างแรงต้านด้วยเช่นกันซึ่งทั้งแรงยกและแรงต้านก็จะส่งผลต่อสมรรถนะและเสถียรภาพของอากาศยานต่อไป สำหรับการคำนวณหาแรงยกและแรงต้านของปีกนั้น จะมีวิธีที่ใช้กันอยู่เป็นจำนวนหลายๆวิธีด้วยกัน ตัวอย่างเช่น ทฤษฎีเส้นการยกอย่างง่าย ทฤษฎีเส้นการยกแบบขยาย(Extended lifting line theory) วิธีพื้นผิวการยก(Lifting surface method) วิธีแลตทิซวอร์เทกซ์(Vortex lattice method) วิธีแผ่นผิว(Panel method) และวิธีอื่นๆ แต่อย่างไรก็ตาม การประยุกต์ใช้วิธีที่ได้กล่าวมาข้างต้น จะเป็นการวิเคราะห์ ที่ค่อนข้างละเอียด โดยต้องมีการทำงานอยู่เป็นจำนวนมากและต้องใช้คอมพิวเตอร์เข้าช่วย

เมื่อพิจารณาในด้านการออกแบบอากาศยานซึ่งประกอบด้วยวิภาคเชิงแนวคิดและวิภาคขั้นต้นแล้ว ก็พบว่าเรายังไม่จำเป็นต้องหาค่าแรงยกและแรงต้านให้ถูกต้องอย่างเต็มที่นัก แต่หาค่าที่คำนวณได้นั้นจะต้องไม่ผิดพลาดไปมากนักด้วยเช่นกัน ด้วยเหตุนี้วิธีที่นิยมใช้เพื่อการออกแบบปีกขั้นต้น จึงเป็นวิธีเชิงประสบการณ์ ซึ่งหมายถึงการนำเอาทฤษฎีและผลที่ได้จากการทดลองหรือจากการปฏิบัติการบินมาผสมรวมกันเพื่อให้สามารถหาค่าหรือคำนวณให้ได้ผลลัพธ์ที่ต้องการ วิธีการประมาณค่าแรงยกและแรงต้านเหนี่ยวนำที่ใช้ในเอกสารฉบับนี้สามารถกล่าวได้ว่าเป็น วิธีเชิงประสบการณ์ได้ด้วยเช่นกัน เนื่องจากมีการใช้ทั้งวิธีเชิงทฤษฎีซึ่งก็คือวิธีเส้นการยกและวิธีดัชคอมซึ่งเป็นวิธีเชิงประสบการณ์อยู่แล้ว

2 สัญลักษณ์

สัญลักษณ์	ความหมาย	Meaning.
AR	อัตราส่วนสันทัด	Aspect ratio
b	กางปีก	Wing span
$C_{A_1}, C_{A_2}, C_{A_3}$	สปส.สำหรับการกระจายแรงยกแบบเพิ่มเติม	Coefficient for additional lift distribution
C_L	สปส.แรงยกของปีก	Wing lift coefficient
C_{L_α}	ความชันเส้นโค้งแรงยกของปีก	Wing lift-curve slope
c	ชยาปีก	Wing chord
C_g	ชยาปีกเฉลี่ย	Average chord = S/b
C_l	สปส.แรงยกของภาคตัด	Section lift coefficient
C_{l_α}	ความชันเส้นโค้งแรงยกของภาคตัด	Section lift-curve slope
f	ฟังก์ชันอันเนื่องมาจากมุมลู	Function f due to sweep
k_1	ตัวประกอบแก้ไขค่าสำหรับการกระจายแรงยกพื้นฐาน	Correction factor for basic lift distribution
C_r	ชยาโคนปีก	Root chord
C_t	ชยาปลายปีก	Tip chord
S	พื้นที่ปีก	Wing area
Ma	เลขมัค	Mach number
α_r	มุมปะทะที่ชยาโคนปีก	Angle of attack at root chord
α_{l_0}	มุมปะทะที่แรงยกเป็นศูนย์	Zero lift angle of attack

สัญลักษณ์	ความหมาย	Meaning
$\bar{\alpha}$	มุมปะทะเฉลี่ย	Average angle of attack
β	ค่าตรวจแก้กรณีการอัดตัว	Compressibility correction
γ	สปส. การโหลด	Loading coefficient
γ_a	สปส. การโหลดสำหรับการกระจายแรงยกแบบเพิ่มเติม	Loading coefficient for Additional lift distribution
γ_b	สปส. การโหลดสำหรับการกระจายแรงยกพื้นฐาน	Loading coefficient for basic lift distribution
$\Lambda_{1/4}$	มุมลู่อัดที่ 1/4 ขยายปีก	Sweep angle at 1/4 chord
η	จุดตำแหน่งบนแนวกางปีก	Spanwise station
ε	มุมบิด	Angle of twist

3 ข้อกำหนด

- การโหลดมีความเร็วต่ำกว่าเสียงและสามารถอัดตัวได้
- มุมปะทะต้องมีค่าอยู่ภายในย่านเชิงเส้น
- อัตราส่วนสันหักต้องมีค่ามากกว่า $4/\cos \Lambda_{1/4}$
- มุมลู่อัดต้องมีค่าไม่น้อยกว่า 60°
- การกระจายของมุมปะทะต้องเป็นแบบสมมาตร
- ไม่พิจารณาผลกระทบจากพื้นและจากลำตัว

4 ทฤษฎี

4.1 การกระจายแรงยก

กรณีการกระจายมุมปะทะแบบสมมาตรนั้น การกระจายแรงยกประกอบด้วย การกระจายแรงยกแบบพื้นฐานและแบบเพิ่มเติม วิธีของดีเคอร์ริชจากหนังสืออ้างอิง[2]แสดงสมการไว้ดังนี้

แรงยกแบบเพิ่มเติม:

$$\gamma_a = \left(\frac{CC_l}{C_g} \right)_a = \frac{CC_l}{C_g C_L} = C_1 \frac{c}{C_g} + C_2 \frac{4}{\pi} \sqrt{1 - \eta^2} + C_3 f \quad (1)$$

แรงยกพื้นฐาน.

$$\gamma_b = \left(\frac{CC_l}{C_g} \right)_b = k_1 C_{L_a} (\alpha - \bar{\alpha}) \gamma_a \quad (2)$$

โดยที่

$$k_1 = \frac{AR \sqrt{1 + 4(\kappa \cos \Lambda_{1/4} / AR)^2} + 2\kappa \cos \Lambda_{1/4}}{AR \sqrt{1 + 36(\kappa \cos \Lambda_{1/4} / AR)^2} + 6\kappa \cos \Lambda_{1/4}} \quad (3)$$

$$\bar{\alpha} = \int_0^1 \alpha \gamma_a d\eta \quad (4)$$

$$\alpha = \alpha_r + \alpha_{l_0_r} + \varepsilon \quad (5)$$

$$\kappa = C_{l_a} / 2\pi \quad (6)$$

$$C_1 + C_2 + C_3 = 1 \quad (7)$$

สัมประสิทธิ์ C_1 และ C_2 หาได้จากรูปที่ 1 พังก์ชัน f หาได้จากรูปที่ 2 แต่ถ้าปีกเป็นแบบปีกตรงแล้ว f จะเป็นแบบวงรี และทำให้ได้ว่า

$$\gamma_a = C_1 \frac{c}{S/b} + (C_2 + C_3) \frac{4}{\pi} \sqrt{1 - \eta^2} \quad (8)$$

4.2 ความชันของเส้นโค้งแรงยก

จากวิธีหาคอมจากหนังสืออ้างอิง[4] ได้ว่า

$$\beta C_{L_{aw}} = \frac{2\pi}{\frac{2}{\beta AR} + \sqrt{k^2 \cos^2 \Lambda_\beta + \left(\frac{2}{\beta AR} \right)^2}} \quad (9)$$

ซึ่ง

$$\tan \Lambda_\beta = \tan \Lambda_{1/2} / \beta \quad (10)$$

$$\beta = \sqrt{1 - Ma^2} \quad (11)$$

$$k = \beta \kappa \quad (12)$$

ทั้งนี้ $C_{L_{aw}}$ และ C_{l_a} ต้องมีหน่วยเป็น rad^{-1}

หนังสืออ้างอิง[4] กล่าวไว้ว่า ควรต้องปรับเปลี่ยนค่า $C_{L_{aw}}$ ที่คำนวณได้จากสมการ(9) โดยอ้างถึงการเปรียบเทียบกับค่าที่คำนวณได้จากวิธีพื้นผิวแรงยก กรณีพิจารณาเป็นดังนี้

- 1) สำหรับ $\Lambda_\beta = 0^\circ$: $C_{L_{aw}}$ สูงมากไปประมาณ 4 %
- 2) สำหรับ $\Lambda_\beta = 20^\circ$: $C_{L_{aw}}$ สูงมากไปประมาณ 2%
- 3) สำหรับ $\Lambda_\beta > 30^\circ$: $C_{L_{aw}}$ เป็นผลลัพธ์ที่ดีแล้ว

4.3 สัมประสิทธิ์แรงยกและสัมประสิทธิ์แรงต้านเหนี่ยวนำ

สมการสำหรับใช้หาสปส.แรงยกตามวิธีของดีเคอร์ริช คือ

$$C_L = \int_0^1 (C_{L_a} \bar{\alpha} \gamma_a + \gamma_b) d\eta \quad (13)$$

เนื่องจาก

$$\int_0^1 \gamma_a d\eta = 1 \quad (14)$$

$$\int_0^1 \gamma_b d\eta = 0 \quad (15)$$

ดังนั้น จึงได้ว่า

$$C_L = C_{L_a} \bar{\alpha} = C_{L_a} \int_0^1 \alpha \gamma_a d\eta \quad (16)$$

นอกจากนั้น ถ้าต้องการใช้ทฤษฎีเส้นการยก แล้ว จากหนังสืออ้างอิง[1] นั้น C_L หาได้จากสมการ

$$C_L = AR \cdot \sum_{m=1}^{r/2} \left(\frac{c_{lc}}{b} \right)_m \times \frac{\pi}{4} \cdot \eta_{m1} \quad (17)$$

โดยที่

$$\eta_{mm} = \frac{4}{r} \sin n \frac{m\pi}{r} \text{ for } m = 1, 2, \dots, \frac{r}{2} - 1$$

$$\eta_{mm} = \frac{2}{r} \sin n \frac{\pi}{2} \text{ for } m = r/2 \quad (18)$$

หนังสืออ้างอิง[7] ได้ทำการดัดแปลงสมการ(16) โดยพิจารณาจากทั้งวิธีดัดข้อมและวิธีของเคเคอร์ริช ทำให้ได้สมการใหม่คือ

$$C_L = \frac{AR \cdot \pi}{m+1} \left[2 \sum_{n=1}^{k-1} \gamma_n \sin \frac{n\pi}{m+1} + \gamma_k \right] \quad (19)$$

และสมการสำหรับหาค่าสปส.แรงต้านเหนี่ยวนำคือ

$$C_{Di} = \frac{AR\pi^2}{180(m+1)} \left[2 \sum_{n=1}^{k-1} \left[\gamma_n \sum_{v=1}^k 2\gamma_v \lambda_{vn} \right] \times \left[\sin \frac{n\pi}{m+1} + \gamma_k \sum_{v=1}^k 2\gamma_v \lambda_{vk} \right] \right] \quad (20)$$

ซึ่ง

$$\gamma = \frac{S}{2b^2} \cdot \{ C_{La} \bar{\alpha} \gamma_a + \gamma_b \} \quad (21)$$

$$\gamma_n = \gamma \left(\eta = \cos \frac{n\pi}{m+1} \right) \quad (22)$$

และในที่นี้ ค่า λ_{vk} หาได้จากตารางที่ 1

5 โปรแกรม LIFTDRAG

เนื่องจากการคำนวณด้วยมือนั้น จำเป็นต้องใช้ขั้นตอนการทำงานเป็นจำนวนมากโดยเฉพาะอย่างยิ่งการอ่านค่าจากกราฟและการประมาณค่าในช่วง(Interpolation) รวมทั้งถ้าข้อมูลทางเข้า(ตัวแปรในการออกแบบปีกชั้นต้น)เปลี่ยนไปแล้ว ก็จะต้องทำการคำนวณซ้ำๆอีก ด้วยเหตุนี้จึงควรให้โปรแกรมปฏิบัติการคำนวณแทนการคำนวณด้วยมือ

โครงสร้างหลักของโปรแกรม LIFTDRAG เป็นไปตามแผนภาพที่ 1 ในส่วนของโปรแกรมหลักประกอบด้วยการป้อนข้อมูลและการคำนวณค่าตัวแปรที่ต้องใช้ ตัวอย่างเช่น $AR, b, S, c_{la}, C_{La}, k_1, \beta, \Lambda_{1/2}$ เป็นต้น โปรแกรมย่อย มีอยู่เป็นจำนวน 4 โปรแกรมซึ่งทำหน้าที่ตามที่อธิบายไว้แล้วในแผนภาพที่ 1

6 ผลการคำนวณ

- ข้อมูลทางเข้า(Input data) :

$$AR = 6.35, S = 567.0 \text{ ft}^2, C_r = 12.6 \mu, \\ C_t = 6.3 \text{ ft}, \Lambda_{1/4} = 40 \text{ deg.}, c_{la} = 6.65 \text{ rad}^{-1} \\ \alpha_r = 10 \text{ deg.}, \alpha_{l_0} = 0 \text{ deg.}, Ma = 0.15 \\ \text{no twist} (\varepsilon = 0)$$

- สัมประสิทธิ์การไหลผล
ผลลัพธ์เป็นดังนี้

η	γ		
	วิธีที่ 1	วิธีที่ 2	ความผิดพลาดสัมพัทธ์ %
0.0	0.06379	0.0560	13.911
0.1	0.06471	0.0578	11.955
0.2	0.06615	0.0595	11.176
0.3	0.06655	0.0595	11.849
0.4	0.06562	0.0595	10.286
0.5	0.06321	0.0578	9.360
0.6	0.05969	0.0560	6.589
0.7	0.05444	0.0525	3.695
0.8	0.04702	0.0455	3.341
0.9	0.03523	0.0368	4.266
1.0	0.01307	0.0000	-
			เฉลี่ย = 8.642

- สปส.แรงยก สปส.แรงต้านเหนี่ยวนำและความชันเส้นโค้งแรงยก

	วิธีที่ 1	วิธีที่ 2	ความผิดพลาดสัมพัทธ์ %
C_L	0.7153	0.6570	8.874
C_{Di}	0.02622	0.0225	16.533
C_{La}	4.1103	4.06	1.239

หมายเหตุ: วิธีที่ 1 = วิธีในเอกสารฉบับนี้

วิธีที่ 2 = วิธีดัดข้อม

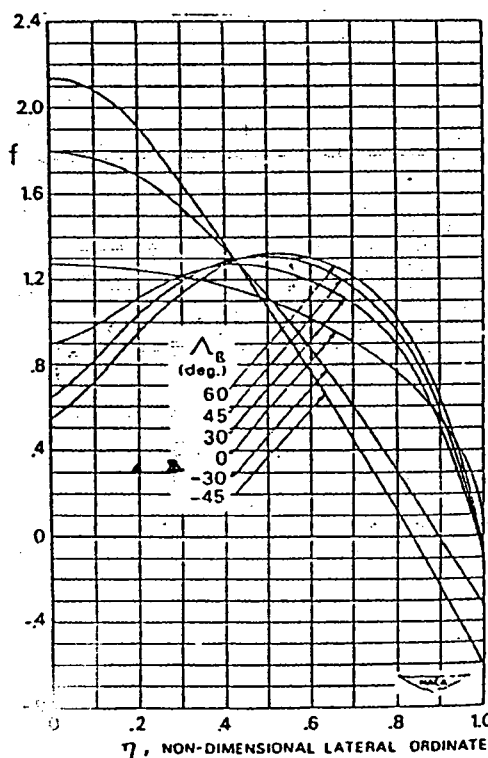
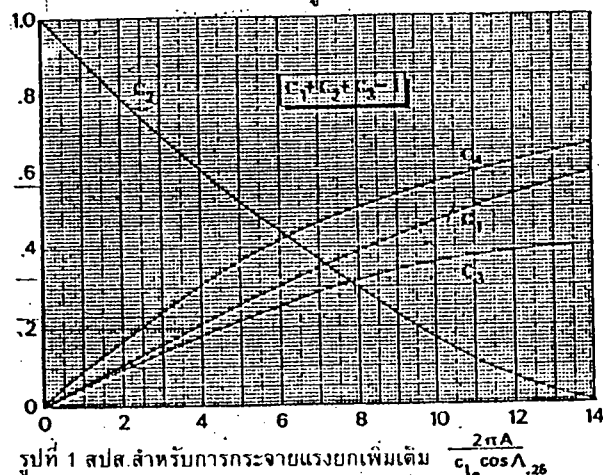
จากผลลัพธ์ที่ได้จะเห็นได้ว่า ค่าสัมประสิทธิ์การไหลจากวิธีที่ 1 มีค่ามากกว่าค่าจากวิธีที่ 2 และดังนั้นจากสมการ(19) และสมการ(20) จึงทำให้ค่าสปส.แรงยกและสปส.แรงต้านเหนี่ยวนำจากวิธีที่ 1 จึงมีค่ามากกว่าค่าจากวิธีที่ 2 ด้วย

ตัวแปรสำคัญที่ทำให้สัมประสิทธิ์การไหลมีค่าแตกต่างกันไปก็คือ γ_a และจากสมการ(1) จะเห็นได้ว่า γ_a เป็นฟังก์ชันของ C_1, C_2, C_3 และ f

ค่าสปส. เหล่านี้เป็นค่าที่อ่านมาจากกราฟ โดยเฉพาะอย่างยิ่งแล้ว ฟังก์ชัน f เป็นค่าที่ได้จากการประมาณค่าในช่วง รวมทั้ง $C_{l, \alpha}$ ที่คำนวณโดยใช้สมการ(9) ก็ยังแตกต่างไปจากค่าในวิธีดัดคอมอีกด้วย ด้วยเหตุนี้จึงเป็นสิ่งที่นำไปสู่ความแตกต่าง อย่างไรก็ดีตามเป็นที่ทราบกันดีแล้วจากหนังสืออ้างอิง[4] ว่าวิธีของดัดคอมวิธีนี้เป็นวิธีการประมาณที่ให้ผลลัพธ์เป็นค่าที่ไม่ถูกต้องแต่หาสามารถนำมาใช้ได้

7 สรุป

พิจารณาจากตารางแสดงผลการคำนวณ จะเห็นได้ว่า เนื่องจากค่าความผิดพลาดสัมพัทธ์เป็นค่าที่ไม่สูงมากนัก และดังนั้นจึงสามารถกล่าวได้ว่าผลลัพธ์ที่ได้จากการประยุกต์ใช้วิธีที่ 1 นี้ เป็นสิ่งที่ยอมรับได้ และดังนั้นจึงสามารถใช้เพื่อการออกแบบปีกขั้นต้น ได้ สำหรับแนวทางแก้ไขค่าความแตกต่างก็คือการเปลี่ยนแปลงและปรับปรุงค่าฟังก์ชัน f เพื่อส่งผลให้สัมประสิทธิ์การไหลเป็นค่าที่ถูกต้องมากยิ่งขึ้น

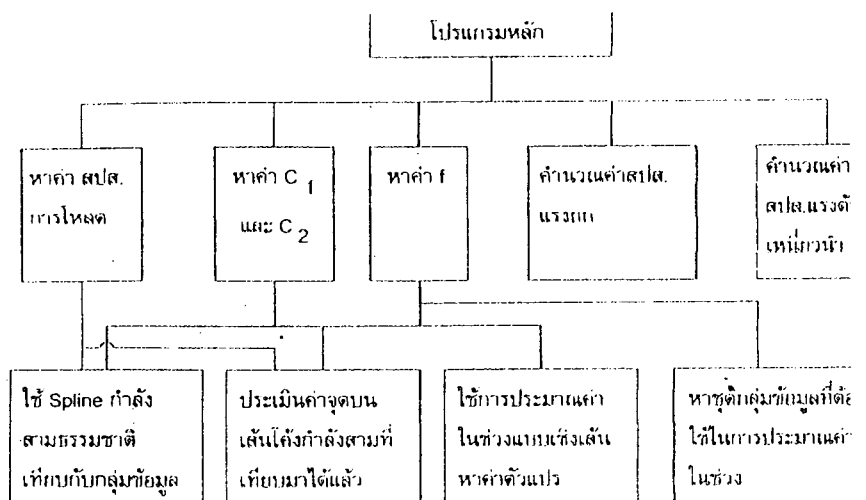


บรรณานุกรม

- [1] Abbott, I.H. and von Doenhoff: "Theory of Wing Section," Dover Publications Inc., New York, 1959
- [2] Diederich Franklin W.: "A Simple Approximation Method for Calculating Spanwise Lift Distribution and Aerodynamic Influence Coefficients at Subsonic Speed," NACA TN 2751, 1952
- [3] Schlichting, H. und Truckenbrodt, E.: "Aerodynamik des Flugzeuges," Band 2, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1969 (2. Auflage)
- [4] Torenbeek, E.: "Synthese of Subsonic Airplane Design," Delft University Press 1976
- [5] USAF Stability And Control DATCOM, McDonnell Douglas Aircraft Corporation, Aircraft Flight Dynamics Laboratory, Wright-Peterson Airforce Base, Ohio 1972
- [6] Wagner, S.: "Luftfahrttechnik I und II," Begleitmaterial zu den Vorlesungen, Universität der Bundeswehr München, Institute fuer Luftfahrttechnik und Leichtbau 1984
- [7] Paungmark, S.: "Eine schnelle Approximationsmethode zur Abschätzungen von Auftriebs- und induziertem Widerstandsbeiwert eines konventionellen Flügels mit und ohne Klappenaußschlag in subsonischen strömung," Institutesbericht Nr. 15/90, UniBWM, Institute fuer Luftfahrttechnik und Leichtbau 1990

ตารางที่ 1 ค่า λ_{vk} สำหรับการคำนวณ $C_{l, \alpha}$

$\frac{2y}{b}$	$\frac{2y}{b}$	0	0.1564	0.3090	0.4540	0.5878	0.7071	0.8090	0.8910	0.9511	α
$\frac{2y}{b}$	$\frac{2y}{b}$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	
0	10	143.230	-88.633	0	-6.050	0	-2.865	0	-1.804	0	-
0.1564	9	-115.624	145.025	-67.295	0	-10.158	0	-4.840	0	-3.394	-
0.3090	8	0	-64.802	150.611	-67.167	0	-9.910	0	-4.908	0	-
0.4540	7	-12.384	0	-62.917	160.761	-72.472	0	-10.926	0	-5.812	-
0.5878	6	0	-8.320	0	-65.843	177.051	-82.093	0	-13.134	0	-
0.7071	5	-4.051	0	-7.372	0	-71.743	212.671	-97.065	0	-17.388	-
0.8090	4	0	-2.890	0	-7.208	0	-81.434	243.694	-125.537	0	-
0.8910	3	-1.638	0	-2.371	0	-7.370	0	-96.962	312.512	-180.528	-
0.9511	2	0	-1.062	0	-2.016	0	-7.699	0	-122.890	463.533	-
0.9577	1	-0.459	0	-0.620	0	-1.491	0	-7.080	0	-167.045	-



แผนภาพที่ 1 แผนภาพโครงสร้างของโปรแกรม LIFTDRAG