การประชุมวิชาการวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 15

การออกแบบสัญญาณอินพุทสำหรับการหาเอกลักษณ์

Design of Input Signal for System Identification

สินชัย ชินวรรัตน์

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ถ.พิบูลสงคราม เขตบางซื่อ กรุงเทพมหานคร 10800

E-mail : sch@kmitnb.ac.th

Abstract

The way to perform system identification by using excitation signal is crucial. A random input with guassian and zero mean is normally used for direct or indirect system identification methods to guarantee that all unknown system modes are excited. The paper proposed a development of an input design such that the identification results are improved. The new input design based on input/output data gathered from random excitation. The set of data is then used to compose a new set of input data, from which the system is excited and identified. The results obtained from numerical simulation show that the noise sensitivity is drastically reduced and accurate models can be identified, even with high noise disturbances.

บทคัดย่อ

กระบวนการหาเอกลักษณ์ของระบบ ซึ่งโดยทั่วไปจะใช้สัญญาณแบบสุ่มเป็นสัญญาณอินพุทของระบบ ทั้งนี้สัญญาณแบบสุ่ม จะเป็นแบบเกาเส้นท์ และมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ ซึ่งจะทำให้สามารถกระตุ้นโหมดต่างๆของระบบได้ ซึ่งในบทความนี้ สัญญาณอินพุท แบบใหม่ถูกนำเสนอ ซึ่งทำให้เพิ่มความถูกต้องในการหาเอกลักษณ์ของระบบมากยิ่งขึ้น ผลจากการทดสอบเชิงตัวเลขพบว่า ความไวต่อ สัญญาณรบกวนมีค่าน้อยลง ซึ่งทำให้แบบจำลอง ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ถูกต้องมากขึ้น ถึงแม้ระบบจะอยู่ภายใต้สัญญาณรบกวนระดับสูง

คำหลัก สัญญาณอินพุท มาร์โคพารามิเตอร์ คาลมานฟิลเตอร์

บทนำ

การหาเอกลักษณ์ของระบบได้ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อวัตถุประสงค์หลายประการ[1] อย่างไรก็ตามในกระบวนการที่ พัฒนา เทคนิคการหาเอกลักษณ์แบบต่างๆนั้น วัตถุประสงค์ ที่เหมือนกันประการหนึ่งคือการหาแบบจำลอง ทาง คณิตศาสตร์ ที่ถูกต้อง[2] ที่ใช้แทนระบบที่สนใจมากที่สุด [3],[4] ในบรรดาเทคนิคการหา เอกลักษณ์แบบพาราเมตริก วิธี Observer/Kalman filter Identification (OKID) และวิธี Indirect Closed-loop System Identification (CLID) ซึ่งมีการใช้ในการหาเอกลักษณ์ ของระบบวงจรเปิดและปิด ตามลำดับ โดยการใช้โมเดล ที่เรียกว่า AutoRegressive with eXogeneous input (ARX) เป็นโมเดลที่แทนระบบที่สนใจ และใช้เทคนิครีสสแควร์ ในการหาพารามิเตอร์ของระบบ อย่างไรก็ตามสัญญาณอินพุท แบบสุ่มที่เป็น เกาเส้นท์ และมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ ก็เป็นสัญญาณอินพุทหลักที่ ใช้กระตุ้น โหมดต่างๆของระบบ ซึ่งวัตถุประสงค์ หลักของบทความ นี้คือการออกแบบสัญญาณอินพุทแบบใหม่ เพื่อเพิ่มความถูก ต้องในการหาเอกลักษณ์

การออกแบบสัญญาณอินพุทสำหรับ ARX โมเดล

ระบบเชิงเส้นแบบไฟไนต์ ดีสครีต ไทม์อินวาเรนท์ สโตคาสติก สามารถแสดงได้โดย

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \tag{1}$$

$$y_k = Cx_k + v_k \tag{2}$$

ซึ่ง $x_k \in R^{n\times 1}$ เป็นสเตทเวคเตอร์ $u \in R^{ni\times 1}$ เป็นอินพุทเวคเตอร์ และ $y \in R^{no\times 1}$ เป็นเอาพุทเวคเตอร์ $[A,B,C]$ เป็นเมทริกของระบบ $w \in R^{n\times 1}$ เป็นสัญญาณรบกวนของกระบวนการ และ $v \in R^{no\times 1}$ เป็นสัญญาณรบกวนของการวัด ซึ่งสมมุติให้เป็น เกาเส้นท์ ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ สัญญาณรบกวน w_k และ v_k กำหนดให้ไม่มีการเกียวเนื่องกับ โควาเรียนท์ Q และ R ตามลำดับ

ARX โมเดลสำหรับระบบนี้เขียนได้เป็น

$$y_k = \sum_{i=1}^{q} a_i y_{k-i} + \sum_{i=1}^{q} b_i u_{k-i} + \varepsilon_k = \hat{y}_k + \varepsilon_k \tag{3}$$

หรือในรูปของสเตท-สเปซ โมเดล

$$y_k = \sum_{i=1}^{q} C\bar{A}^{i-1}AKy_{k-i} + \sum_{i=1}^{q} C\bar{A}^{i-1}Bu_{k-i} + \varepsilon_k \tag{4}$$

โดยที่ $a_i = C\bar{A}^{i-1}AK, b_i = C\bar{A}^{i-1}B$ และ $\bar{A} = A(I-KC)$ สเตดี้เสตทคาลมาน K เป็นการยืนยันว่าระบบเป็นแบบ ดีเทคเตเบิล และ $\left(A, Q^{1/2}\right)$ เป็นสเตบิไลเซเบิล เริ่มจากระบบที่ไม่ทราบ ดังนั้นพารามิเตอร์ของ ARX โมเดล (a_i, b_i) จะถูกประมาณค่ามาจาก สัญญาณอินพุท และเอาพุท ในรูปของอนุกรมแบบอินฟินิต โดยที่ $\bar{A}^i \approx 0$, $i > q$ ในกรณีที่ q มีค่าบวกมากๆ เมื่อพิจารณา แต่ละผลรวมของอนุกรมของ ARX โมเดลเป็นส่วนร่วมของ ค่าประมาณของเอาพุท ARX โมเดล สำหรับระบบวงจรเปิด แสดงได้โดย

$$\begin{bmatrix} \bar{y}_{k1} \\ \bar{y}_{k2} \\ \bar{y}_{k3} \\ \vdots \\ \bar{y}_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{k-1} \\ y_{k-2} \\ y_{k-3} \\ \vdots \\ y_{k-q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & b_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{k-1} \\ u_{k-2} \\ u_{k-3} \\ \vdots \\ u_{k-q} \end{bmatrix} \quad (5)$$

โดยที่ $$\hat{y}_k = \sum_{i=1}^{q} \bar{y}_{k_i} \quad (6)$$

ถ้าต้องการออกแบบอินพุทใหม่ที่ใช้กับ ARX โมเดลด้วย $q_2 < q$ โมเดลออเดอร์ สมการ (5) เขียนใหม่เป็น

$$\begin{bmatrix} \bar{y}_{k_{q2+1}} \\ \bar{y}_{k_{q2=2}} \\ \bar{y}_{k_{q2+3}} \\ \vdots \\ \bar{y}_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{q2+1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{q2+2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{q2+3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{k-q2-1} \\ y_{k-q2-2} \\ y_{k-q2-3} \\ \vdots \\ y_{k-q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{q2+1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_{q2+2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & b_{q2+3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{k-q2-1} \\ u_{k-q2-2} \\ u_{k-q2-3} \\ \vdots \\ u_{k-q} \end{bmatrix} \quad (7)$$

หรือในรูป $$\gamma = \Lambda\tilde{y} + \Omega\tilde{u} \quad (8)$$

โดยที่ $$\gamma = \begin{bmatrix} \bar{y}_{k_{q2+1}} \\ \bar{y}_{k_{q2=2}} \\ \bar{y}_{k_{q2+3}} \\ \vdots \\ \bar{y}_{kq} \end{bmatrix}, \tilde{y} = \begin{bmatrix} y_{k-q2-1} \\ y_{k-q2-2} \\ y_{k-q2-3} \\ \vdots \\ y_{k-q} \end{bmatrix}, \tilde{u} = \begin{bmatrix} u_{k-q2-1} \\ u_{k-q2-2} \\ u_{k-q2-3} \\ \vdots \\ u_{k-q} \end{bmatrix},$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} a_{q2+1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{q2+2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{q2+3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_q \end{bmatrix},$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} b_{q2+1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_{q2+2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & b_{q2+3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_q \end{bmatrix}$$

จากสมการที่ (8) ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ของสัญญาณ เอาพุท ดังนั้น เพื่อทำการมินิไมซ์ ผลจากผลรวมในสมการ (8) โดยให้ $\gamma = 0$ สำหรับระบบเชิงเส้น ที่ไม่แปรตามเวลา เมทริก Λ และ Ω เป็นค่าคงที่ ถ้า Ω เป็นไม่เป็นซิงกูล่าร์ ดังนั้น

$$\tilde{u} = -\Omega^{-1}\Lambda y \quad (9)$$

หรือ $$\tilde{u}_{k-q2-j} = -b_{q2+j}^{-1} a_{q2+j} y_{k-q2-j} \quad (10)$$

โดยที่ $j = 1,2,..........\Delta q$ และ $\Delta q = q - q2$

ดังนั้น จากสมการที่ (4) สัมประสิทธิ์ของ ARX โมเดลเท่ากับ

$$a_i = C\bar{A}^{i-1}AK \quad (11)$$

และ $$b_i = C\bar{A}^{i-1}B \quad (12)$$

สำหรับ $i = 1,2,..........q$

จากสมการที่(8)

$$\Lambda = \begin{bmatrix} C\bar{A}^{q2}AK & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C\bar{A}^{q2+1}AK & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & C\bar{A}^{q2+2}AK & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & C\bar{A}^{q-1}AK \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} C\bar{A}^{q2}B & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C\bar{A}^{q2+1}B & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & C\bar{A}^{q2+2}B & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & C\bar{A}^{q-1}B \end{bmatrix} \quad (14)$$

และอินเวอร์ของ Ω จะได้

$$\Omega^{-1} = \begin{bmatrix} (C\bar{A}^{q2}B)^{-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (C\bar{A}^{q2+1}B)^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & (C\bar{A}^{q2+2}B)^{-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & (C\bar{A}^{q-1}B)^{-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

จากสมการที่ (10) สามารถเขียน อินพุท $\tilde{u}$ ใหม่ดังนี้

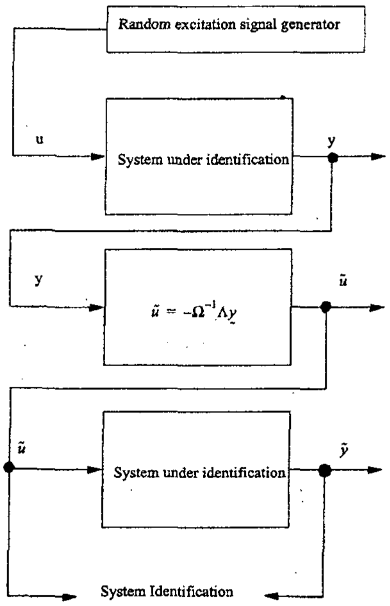
$$u_{k-q2-j} = -(C\bar{A}^{q2+j}B)^{-1} C\bar{A}^{q2+j} AK y_{k-q2-j} \quad (16)$$

สำหรับ $j = 1,2,..........\Delta q$

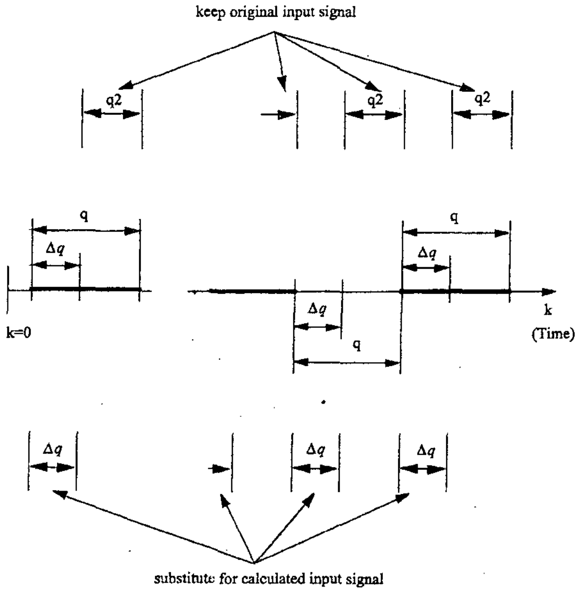
ถ้า $C \in R^{no \times n}, B \in R^{n \times ni}$ และ $n = no = ni$ ดังนั้น

$$u_{k-q2-j} = -B^{-1}AK y_{k-q2-j} \quad (17)$$

จะพบว่าสัญญาณอินพุทแบบใหม่ เป็นการให้สัญญาณ กระตุ้นระบบที่จะหาเอกลักษณ์ครั้งที่สอง โดยไดอะแกรมถูก ให้ไว้ในรูปที่ 1 โดยสรุป ในขั้นตอนแรกระบบถูกกระตุ้น ด้วยสัญญาณอินพุทแบบสุ่ม และสัญญาณอินพุท และสัญญาณ เอาพุทจะถูกบันทึกไว้ จากนั้นสัญญาณอินพุทแบบใหม่ตาม สมการที่ (15) จะถูกสร้างและใช้ประมาณพารามิเตอร์เมทริก ของ ARX โมเดล และใช้ในการกระตุ้นระบบอีกครั้ง ในรูปที่ 2 สัญญาณอินพุทในการกระตุ้นครั้งแรกแสดงโดยขนาด q (ARX โมเดลออเดอร์) สัญญาณอินพุทใหม่ q_2 ถูกใช้ในการกระตุ้นระบบครั้งถัดไป โดย q_2 ถูกเลือกให้มีค่าน้อยกว่า q โดยที่ ข้อมูลต่าง ๆในอินฟอร์เมชั่น เมทริกสำหรับการประมาณค่า พารามิเตอร์ยังคงมี ขนาดของแรงค์เต็ม เอาพุทของการกระตุ้น ระบบครั้งที่สองจะประกอบด้วยคาลมานฟิลเตอร์ มาร์โคพารามิเตอร์ มาร์โคพารามิเตอร์ของระบบ และเรสิดุล ซึ่งจะพบว่า ค่าเรสิดุลมี ผลต่อเอาพุทน้อยเมื่อเทียบกับการ หายไปของเทอมของ ARX โมเดล ดังนั้นเอาพุทของ การกระตุ้นด้วยสัญญาณ อินพุทแบบใหม่จะมีผลของ มาร์โค พารามิเตอร์ของระบบมากกว่า



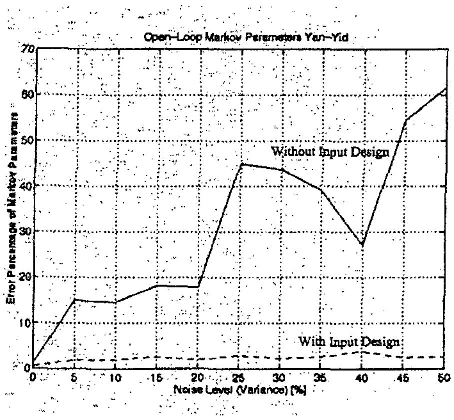
รูปที่ 1ไดอะแกรมการทำงานของสัญญาณอินพุทแบบใหม่



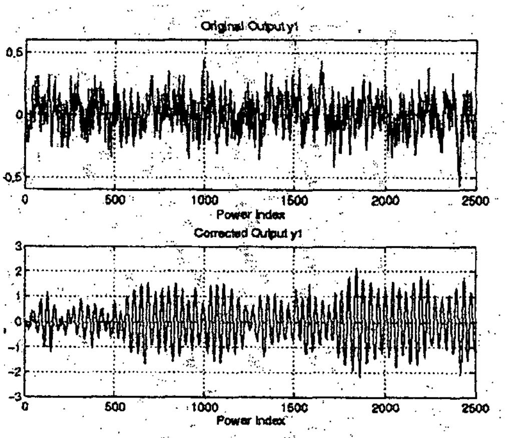
รูปที่ 2 ARX โมเดลออเดอร์ของสัญญาณอินพุทเดิมและอินพุทใหม่

ผลการทดลองเชิงตัวเลข

การทดสอบสัญญาณอินพุทแบบใหม่แสดงจากการคำนวณ ระบบมวล-สปริง โดยใช้จำนวนข้อมูล 2500 จุด ARX โมเดลออเดอร์ (q) กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 4 ขณะที่ q_2 ถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 3 โดยจำลองสัญญาณ รบกวน 0-50 เปอร์เซ็นต์ และใช้ ตัวควบคุมแบบลิเนียร์ควอรดราติก (Linear Quardratic Regulator) ในการควบคุมให้ระบบมีเสถียรภาพ จากรูปที่ 3 เปอร์เซ็นความผิดพลาด ของมาร์โคพารามิเตอร์ สามสิบค่าแรก มีค่าเฉลี่ย 32% และมีค่าเฉลี่ย4.9% เมื่อมีการใช้สัญญาณอินพุทแบบใหม่ รูปที่ 4 แสดงถึงสัญญาณ เอาพุทของระบบเมื่อใช้การกระตุ้น ด้วยสัญญาณแบบสุ่ม และเมื่อใช้สัญญาณอินพุทแบบใหม่ ซึ่งแสดงถึงความถูกต้องที่ เพิ่มขึ้นของสัญญาณเอาพุทที่กระตุ้นระบบจริง กับระบบที่หา เอกลักษณ์แล้ว



รูปที่ 3 เปอร์เซ็นความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ของระบบที่ใช้สัญญาณอินพุทแบบเดิมและสัญญาณอินพุทแบบใหม่



รูปที่ 4 สัญญาณเอาพุทของระบบที่ได้รับการกระตุ้นจาก สัญญาณอินพุทแบบเดิมและสัญญาณอินพุทแบบใหม่

สรุป

สำหรับระบบเชิงเส้น แบบสโตคาสติก แบบวงจรปิด หรือเปิด สัญญาณอินพุทแบบใหม่ถูกใช้เพื่อเพิ่ม ประสิทธิภาพ และความถูกต้อง ให้กับการหาเอกลักษณ์ของระบบ ARX โมเดลถูกนำมาใช้แบบแบบจำลองในการหา เอกลักษณ์ของ ระบบที่สนใจ ซึ่งสามารถให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่มีความถูกต้องสูง สัญญาณอินพุทแบบใหม่จะทำการ กระตุ้นระบบใหม่ โดยใช้ข้อมูลจากการกระตุ้นระบบครั้งแรก ซึ่งการคำนวณสามารถทำแบบออฟไลน์ อย่างไรก็ตามสามารถ ปรับปรุงให้ใช้กับการทำงานของระบบแบบออนไลน์ได้

เอกสารอ้างอิง

[1] Juang, J.-N.,Applied System Identification, PRT Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1994.

[2] Chen, C. W., Juang, J.-N., and Huang, J.-K., "Adaptive Linear Identification and State Estimation." in Control and Dynamic Systems: Advances in Theory and Applications, Vol. 57, Multidisciplinary Engineering Systems: Design and Optimization Techniques and Their Application, edited by C.T. Leondes. New York: Academic Press, Inc., 1993, pp. 331-368.

[3] Huang, J.-K., Hsiao, M.-H., and Cox, D.E., "Indirect Identification of Linear Stochastic Systems with Known Feedback Dynamics," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 19, No. 4, 1996, pp. 836-841.

[4] Huang, J.-K., Lee, H.C., Schoen, M.P., and Hsiao, M.-H., "State-Space System Identification from Closed-Loop Frequency Response Data," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 19, No. 6, 1996, pp. 1378-1380.

[5] Schoen, M. P., "Input design for system under identification," Ph.D. Dissertation, Old Dominion University, Norfolk, VA, 1997.

[6] Schoen, M.P., Chien-Hsun Kuo, Sinchai Chinvorarat, and J.-K. Huang, "Parameter Identifiability for System under Identification using ARX Models," Proc, of the 18th ASEM Conference, Virginia Beach, VA, October 23-26, 1997, pp 175-181.