

## การศึกษาคุณลักษณะพลวัตและการควบคุมกระบอกลูกสูบนิวแมติกส์ขับเคลื่อน ที่ความเร็วสูง

### A Study on the Dynamic Characteristics and Control of Pneumatic Cylinder at High Speed Driving

กรรชิต เกื้อหนุน, บุญสร้าง จิเรกสถาพร

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

#### บทคัดย่อ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ถูกพัฒนาขึ้นมาเพื่อใช้ในการศึกษาคุณลักษณะพลวัตและการควบคุมกระบอกลูกสูบนิวแมติกส์ขับเคลื่อนที่ความเร็วสูงเมื่อสภาวะการทำงานเปลี่ยนแปลงไป ในกรณีของผลตอบสนองอิสระจากผลการวิเคราะห์ที่ได้จากแบบจำลองพบว่าผลตอบสนองของความเร็วของกระบอกลูกสูบนิวแมติกส์ขึ้นอยู่กับความดันขาเข้า, พื้นที่หน้าตัดของออร์ฟิส และมวลของภาระ สำหรับผลตอบสนองของความเร็วในกรณีที่มีการควบคุมพบว่าผลตอบสนองในกรณีที่มีการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์มีความรวดเร็วและแม่นยำกว่าผลตอบสนองในกรณีที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนและแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัล นอกจากนี้จากการทดลองเพื่อทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองยังพบว่าผลตอบสนองที่ได้จากทฤษฎีสอดคล้องเป็นอย่างดีกับข้อมูลการทดลอง

A mathematical model is developed for investigating the dynamic characteristics and control of pneumatic cylinders at high speed driving when operating conditions are varied. For free response case, analytical results obtained from the proposed model obviously indicate that the velocity responses of the pneumatic cylinders depend upon the inlet pressure, the orifice area and the load mass. For the velocity responses using control action, it has been found that the responses using the proportional-integral-derivative control action are more accurate and faster than those of the proportional control action and the proportional-integral control action. In addition, experiments have also been conducted in order to verify the validity of the proposed model. It is obvious that the theoretical responses are in good agreement with the experimental data.

## 1. บทนำ

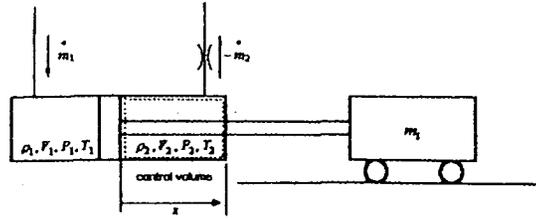
ระบบนิวแมติกส์เป็นระบบที่ใช้อากาศเป็นสารทำงาน มีความสะอาด สามารถใช้งานได้ง่ายและเป็นระบบที่มีความปลอดภัยสูงจึงทำให้ได้รับความนิยมอย่างกว้างขวางในระบบที่ใช้การขับเคลื่อนภาระในแนวเส้นตรงหรือใช้ขับเคลื่อนกล กระจบอสูบนิวแมติกส์ที่นิยมใช้งานปกติจะมีความเร็วอยู่ในช่วง 50 ถึง 500 มิลลิเมตรต่อวินาที ในกระบวนการทางอุตสาหกรรมที่ต้องการความเร็วในการทำงานสูง กระจบอสูบบางจะต้องเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่สูงกว่านี้ แต่จากการที่อากาศเป็นของไหลที่อัดตัวได้ ทำให้การเคลื่อนที่ของกระจบอสูบนิวแมติกส์ที่มีความเร็วสูงขาดความแม่นยำและความราบเรียบในการทำงาน ดังนั้นในงานที่ต้องการความแม่นยำและความละเอียดสูงจึงมักหลีกเลี่ยงที่จะใช้การขับเคลื่อนด้วยกระจบอสูบนิวแมติกส์ การศึกษาในที่นี้จะเป็นการศึกษาถึงคุณลักษณะ พลวัตและการควบคุม กระจบอสูบนิวแมติกส์ขับเคลื่อนที่ความเร็วสูง เพื่อต้องการทราบถึงพฤติกรรมในการทำงานเมื่อภาระเปลี่ยนแปลงไป ซึ่งข้อมูลดังกล่าวจะช่วยให้สามารถออกแบบระบบควบคุมนิวแมติกส์ได้อย่างเหมาะสม

## 2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุมกระจบอสูบนิวแมติกส์ขับเคลื่อนที่ความเร็วสูงเพื่อศึกษาถึงคุณลักษณะ พลวัตและการควบคุมระบบดังแสดงในรูปที่ 2.1 ประกอบด้วยอุปกรณ์ที่สำคัญคือ กระจบอสูบนิวแมติกส์ ภาระที่ต้องการขับเคลื่อน และวาล์วควบคุมการไหลของอากาศซึ่งทำหน้าที่ควบคุมความเร็วของ ลูกสูบและก้านสูบในขณะที่เคลื่อนที่ออกขับเคลื่อนภาระ

สมมุติฐานที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองมีดังนี้คือ

1. อากาศที่ใช้เป็นสารทำงานเป็นแก๊สอุดมคติ
2. ระบบมีการเปลี่ยนแปลงกระบวนการเป็นแบบอะเดียเบติก
3. ความดันภายในกระจบอสูบบางด้านเข้าถือว่ามีความคงที่และเท่ากับความดันขาเข้า
4. สภาวะการไหลของอากาศออกผ่านวาล์วควบคุมเป็นการไหลที่สภาวะ ไช้ค
5. ความเสียดทานของระบบถือว่ามีความน้อยมาก



รูปที่ 2.1 แผนภาพการทำงานของกระจบอสูบนิวแมติกส์

พิจารณาปริมาตรควบคุมรูปที่ 2.1 จากกฎข้อที่ 1 ของเทอร์โมไดนามิกส์

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( u_2 + \frac{v^2}{2} + gz \right) \rho dV + \int_{cs} \left( u_2 + \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho} \right) \rho \vec{n} dA \quad [2.1]$$

อัตราของงานที่ทำโดยระบบ

$$\frac{dW_2}{dt} = \frac{P_2 dV_2}{dt}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงานที่สะสมในปริมาตรควบคุม

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( u_2 + \frac{v^2}{2} + gz \right) \rho dV = \frac{dU_2}{dt}$$

อัตราสุทธิของพลังงานและงานเนื่องจากการไหลที่ออกจากปริมาตรควบคุม

$$\int_{cs} \left( u_2 + \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho} \right) \rho \vec{n} dA = \dot{m}_2 h_{21}$$

เนื่องจากระบบมีการเปลี่ยนแปลงกระบวนการเป็นแบบอะเดียเบติก ถือว่าการเปลี่ยนแปลงความเร็วของของไหลมีค่าน้อยมากและไม่มีการเปลี่ยนแปลงระดับ ดังนั้นสมการ [2.1] สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{dU_2}{dt} = -\dot{m}_2 h_{21} - P_2 \frac{dV_2}{dt} \quad [2.2]$$

พลังงานภายในปริมาตรควบคุมคือ

$$U_2 = m_2 C_v T_2$$

ค่าอนุพันธ์ของสมการพลังงานภายใน โดยเทียบกับเวลาคือ

$$\frac{dU_2}{dt} = C_v \left( m_2 \frac{dT_2}{dt} + T_2 \frac{dm_2}{dt} \right) \quad [2.3]$$

ค่าเอนทาลปี คือ  $h_{21} = C_p T_{21}$  [2.4]

จากการศึกษาของ J.L. Shearer พบว่าอุณหภูมิ  $T_{21} = T_2$

แทนสมการ [2.3] และสมการ [2.4] ในสมการ [2.2] จะได้ว่า

$$C_v \left( m_2 \frac{dT_2}{dt} + T_2 \frac{dm_2}{dt} \right) = -C_p T_2 \dot{m}_2 - P_2 \frac{dV_2}{dt} \quad [2.5]$$

กำหนดให้อากาศที่ใช้เป็นแก๊สอุดมคติ  $P_2 V_2 = m_2 R T_2$

ดังนั้นอนุพันธ์ของสมการสถานะของแก๊สอุดมคติ  
เทียบกับเวลาคือ

$$P_2 \frac{dV_2}{dt} + V_2 \frac{dP_2}{dt} = R \left( m_2 \frac{dT_2}{dt} + T_2 \frac{dm_2}{dt} \right) \quad [2.6]$$

แทนค่าสมการ [2.6] ในสมการ [2.5] จัดรูปสมการ  
ใหม่ได้เป็น

$$V_2 \frac{dP_2}{dt} + kP_2 \frac{dV_2}{dt} = -kRT_2 \dot{m}_2 \quad [2.7]$$

ความสัมพันธ์ของปริมาตรกระบอกสูบคือ

$$V_2 = V_{20} - A_2 x \quad [2.8]$$

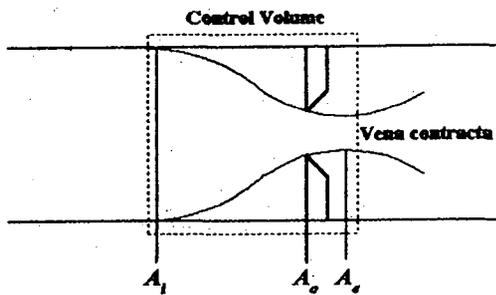
อัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรภายในกระบอก  
สูบจากสมการ [2.8] จะได้

$$\frac{dV_2}{dt} = -A_2 \frac{dx}{dt} \quad [2.9]$$

แทนค่าสมการ [2.9] ในสมการ [2.7] ได้เป็น

$$V_2 \frac{dP_2}{dt} - kP_2 A_2 \frac{dx}{dt} = -kRT_2 \dot{m}_2 \quad [2.10]$$

จากการพิจารณาการไหลของอากาศผ่านวาล์ว  
ควบคุมห้าขาออก โดยถือว่าเป็นการไหลแบบคงที่ผ่าน  
ออริฟิต



รูปที่ 2.2 แสดงการไหลของอากาศผ่านวาล์วควบคุม

จากกฎข้อที่ 1 ของเทอร์โมไดนามิกส์

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\sigma} \left( u + \frac{v^2}{2} + gz \right) \rho dV + \int_{\sigma} \left( u + \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho} \right) \rho v dA \quad [2.11]$$

เนื่องจากการไหลเป็นกระบวนการไอเซนโทรปิก  
ไม่มีงานจากการหมุนของเพลา ไม่มีการเปลี่ยนแปลงของพลัง  
งานที่สะสมในปริมาตรควบคุม ดังนั้นอัตราสุทธิของพลังงาน  
และงานเนื่องจากการไหลที่ออกจากปริมาตรควบคุมคือ

$$\int_{\sigma} \left( u + \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho} \right) \rho v dA = \dot{m}_2 \left( h_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) - \dot{m}_1 \left( h_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) \quad [2.12]$$

เนื่องจากไม่มีการเปลี่ยนระดับ แทนค่าปริมาณต่างๆ

ในสมการ [2.12] จะได้

$$\dot{m}_2 \left( h_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) - \dot{m}_1 \left( h_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) = 0 \quad [2.13]$$

พิจารณาให้เป็นการไหลแบบคงที่ และความเร็วยังของ  
อากาศก่อนผ่านออริฟิตถือว่ามีความเร็วต่ำมาก เมื่อเทียบกับ  
ความเร็วของอากาศขณะที่ผ่านออริฟิต จะพบว่า

$$\dot{m}_2 = \rho_2 A_2 \sqrt{\left( \frac{2k}{k-1} \right) \frac{P_2}{\rho_2} \left\{ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right\}}$$

กำหนดให้  $C_d$  คือค่าสัมประสิทธิ์การจ่ายซึ่งเป็นผล  
มาจากการรวมค่าสัมประสิทธิ์เนื่องจากอากาศถูกดันการไหล  
และผลของการสมมุติให้การไหลไม่มีความเสียดทาน

$$C_d = A/A_0$$

ดังนั้นอัตราการไหลของมวลสามารถเขียนได้เป็น

$$\dot{m}_2 = C_d A_0 \sqrt{\frac{2k}{k-1} \rho_2 P_2 \left\{ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right\}} \quad [2.14]$$

พิจารณาการไหลของอากาศที่สถานะวิกฤติจาก  
สมการ

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

อัตราการไหลของมวลที่สถานะวิกฤติคือ

$$\dot{m}_2 = C_d A_0 \sqrt{\rho_2 P_2 \frac{2k}{k+1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}} \quad [2.15]$$

จากสมการ [2.14] และสมการ [2.15] จะได้

$$\dot{m}_2/A_2 = \left( \dot{m}_2/A_0 \right) f(P_2/P_1) \quad [2.16]$$

กราฟความสัมพันธ์ของสมการ [2.16] แสดงดังรูปที่ 2.3

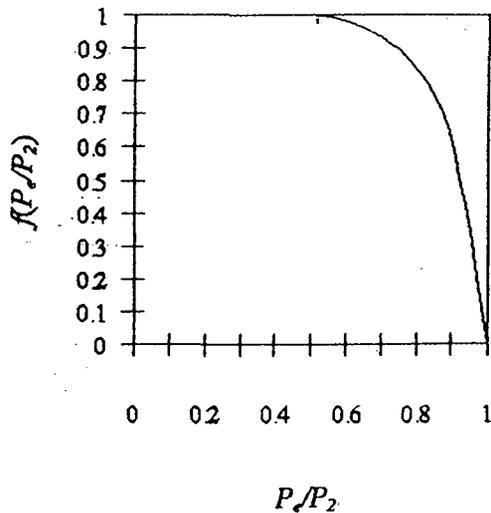
เมื่อการไหลของอากาศมีความสูงที่สุดที่สถานะ ไจค์ จะพบว่า  
 $f(P_2/P_1) = 1$  ดังนั้น

$$\dot{m}_2/A_2 = \left( \dot{m}_2/A_0 \right)_c$$

จากการจากการศึกษาของ Stenning เกี่ยวกับการ  
ไหลของแก๊สผ่าน Spool Valve Orifice ของวาล์ว  
นิวแมติกส์ พบว่าอัตราส่วนของความดันทางด้าน  
downstream และ upstream ที่มีค่าใกล้เคียงกับการไหล

ของอากาศที่สถานะ ไซค์ ค่าสัมประสิทธิ์การไหลมีค่า  
ประมาณเท่ากับหนึ่ง ดังนั้นสมการที่ใช้ในการคำนวณอัตรา  
การไหลของอากาศสูงสุดที่สถานะ ไซค์คือ

$$\dot{m}_2 = A_o P_2 \sqrt{\frac{1}{2RT_2}} \quad [2.17]$$



รูปที่ 2.3 กราฟความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน  $f(P/P_2)$   
และอัตราส่วน  $P/P_2$

เมื่อพิจารณาถึงการรับภาระของกระบอกสูบ จากกฎ  
ข้อที่สองของนิวตันจะได้

$$m_1 \ddot{x} = P_1 A_1 - P_2 A_2 - F_f \quad [2.18]$$

จากสมมุติฐานความเสียดทานของระบบถือว่าไม่มีค่า  
น้อยมาก ( $F_f = 0$ ) แทนค่าสมการ [2.18] ในสมการ [2.17]  
จะได้

$$\dot{m}_2 = A_o \sqrt{\frac{1}{2RT_2} \left( -\frac{m_1}{A_2} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{A_1}{A_2} P_1 \right)} \quad [2.19]$$

แทนค่าสมการ [2.19] ลงในสมการ [2.10] ได้เป็น

$$V_2 \frac{dP_2}{dt} - kP_2 A_2 \frac{dx}{dt} = -A_o \sqrt{\frac{k^2 RT_2}{2} \left( -\frac{m_1}{A_2} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{A_1}{A_2} P_1 \right)} \quad [2.20]$$

หาค่าอนุพันธ์เทียบกับเวลาจากสมการ [2.18] แล้ว  
แทนค่าในสมการ [2.20] จัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$m_1 \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{A_o m_1}{V_2} \sqrt{\frac{k^2 RT_2}{2}} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{kP_2 A_2^2}{V_2} \frac{dx}{dt} = \frac{A_o A_1 P_1}{V_2} \sqrt{\frac{k^2 RT_2}{2}}$$

ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการขับเคลื่อนด้วย  
กระบอกสูบนิวแมติกส์คือ

$$m_1 \frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{A_o m_1}{V_2} \sqrt{\frac{k^2 RT_2}{2}} \frac{dv}{dt} + \frac{kP_2 A_2^2}{V_2} v = \sqrt{\frac{k^2 RT_2}{2}} \frac{A_o A_1 P_1}{V_2} \quad [2.21]$$

$$\text{กำหนดให้ } K = \frac{b_0}{a_0} = \frac{A_o A_1}{A_2^2 P_2} \sqrt{\frac{RT_2}{2}}$$

$$\omega_n^2 = \frac{a_0}{a_2}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{kP_2 A_2^2}{m_1 V_2}}$$

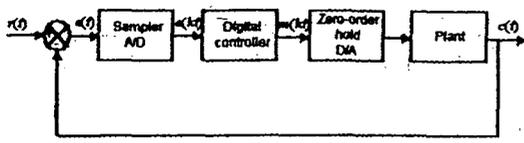
$$2\zeta\omega_n = \frac{a_1}{a_2}, \quad \zeta = \frac{A_o}{2A_2} \sqrt{\frac{kRT_2 m_1}{2P_2 V_2}}$$

ดังนั้นทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของระบบนิวแมติกส์คือ

$$\frac{v(s)}{P_1(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad [2.22]$$

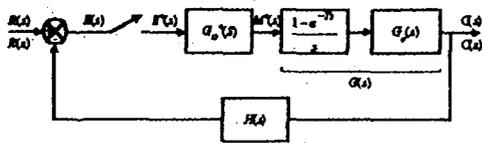
### 3. ระบบควบคุมดิจิทัล

ระบบควบคุมดิจิทัลเป็นระบบควบคุมที่ไม่ต่อ  
เนื่องทางเวลา (Discrete-time Control System) รูปแบบ  
สัญญาณของระบบควบคุมบางส่วนจะมีลักษณะเป็น  
สัญญาณพัลส์หรือ digital code จากการที่มีการติดต่อกับ  
คอมพิวเตอร์ซึ่งมีการทำงานเป็นแบบดิจิทัล โดยทำ  
หน้าที่เป็นตัวควบคุมเรียกว่า เครื่องควบคุมดิจิทัล  
(Digital Controller) สัญญาณที่ออกจากระบบควบคุม  
ซึ่งมีลักษณะเป็นสัญญาณอนาลอก ก่อนที่จะเข้าสู่เครื่อง  
ควบคุมดิจิทัลจำเป็นต้องมีการปรับปรุ่สัญญาณ โดย  
ผ่านอุปกรณ์แปลงสัญญาณอนาลอกเป็นสัญญาณดิจิทัล  
(Analog to Digital Converter) ส่งให้กับเครื่องควบคุม  
เพื่อเปรียบเทียบสัญญาณความแตกต่าง แล้วจึงสร้าง  
สัญญาณควบคุมที่เป็นแบบดิจิทัล ส่งให้กับอุปกรณ์  
แปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาลอก (Digital to  
Analog Converter) ก่อนส่งออกไปควบคุมอุปกรณ์  
ทำงานของระบบ ดังในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แสดงบล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมดิจิทัล

ค่าของสัญญาณดิจิทัลแต่ละค่าจะ ได้มาจากการแปลงสัญญาณของวงจรแอนะล็อก ซึ่งเปรียบเสมือนเป็นการสุ่มสัญญาณอนาล็อกทำให้ได้สัญญาณที่มีค่าเป็นช่วงๆ (Discrete-time Signal) ดังนั้นจากรูปที่ 3.1 สามารถแทนส่วนที่แปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิทัลด้วยอุปกรณ์สุ่มสัญญาณของระบบ (Sampler) และแทนส่วนที่แปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อกด้วยอุปกรณ์จับระดับสัญญาณอันดับศูนย์ (Zero-order Hold Device) โดยมีทรานสเฟอร์ฟังก์ชันเป็น  $1 - e^{-Ts}/s$  และ  $H(s)$  ก็คือทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของสัญญาณป้อนกลับ (Feedback Signal) ดังแสดงในรูปที่ 3.2

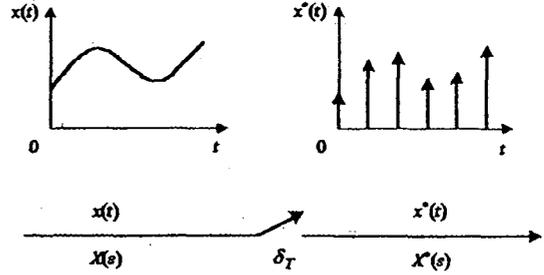


รูปที่ 3.2 แสดงบล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมดิจิทัลวงปิด

อุปกรณ์สุ่มสัญญาณของระบบจะทำหน้าที่คล้ายตัววัดหรือหน้าสัมผัส โดยที่หน้าสัมผัสของอุปกรณ์สุ่มสัญญาณจะปิดวงจรยอมให้สัญญาณต่อเนื่อง (Continuous-time Signal) หรือสัญญาณอนาล็อก  $x(t)$  ผ่านหน้าสัมผัสเป็นระยะเวลาดังๆทุกคาบเวลาเท่าๆกัน เรียกว่าคาบการสุ่ม (Sampling period)  $T$  และสัญญาณไม่ต่อเนื่อง (Discrete-time Signal) ที่เกิดจากการสุ่มแต่ละครั้งเรียกว่าสัญญาณสุ่ม (Sampled Signal)  $x^*(t)$  โดยสัญญาณสุ่มที่ได้จะมีลักษณะเป็นสัญญาณพัลส์มีค่าเท่ากับระดับเดิมของสัญญาณอนาล็อกหลังจากสุ่มสัญญาณ ดังแสดงในรูปที่ 3.3

ถ้าคาบการสุ่ม  $T$  มีค่าน้อย สัญญาณสุ่มจะมีลักษณะใกล้เคียงกับสัญญาณอนาล็อกแต่จะได้สัญญาณสุ่มจำนวนมาก ส่งผลให้ต้องใช้เวลาในการประมวลผลนาน เนื่องจากคอมพิวเตอร์มีการทำงานเป็นแบบวนรอบ ในทางตรงข้ามถ้าเพิ่มคาบการสุ่มให้มีค่ามากขึ้นสามารถที่จะลดจำนวนของ

สัญญาณสุ่มให้น้อยลงได้ แต่สัญญาณสุ่มที่ได้จะต่างจากสัญญาณอนาล็อกมาก ทำให้การประมวลผลสัญญาณเกิดความผิดพลาดได้ ดังนั้นเพื่อให้ได้สภาพของสัญญาณดิจิทัลที่ใกล้เคียงกับสัญญาณอนาล็อก ในการควบคุมระบบจึงต้องเลือกอัตราการสุ่มสัญญาณที่เหมาะสม

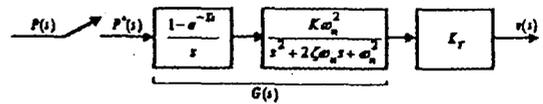


รูปที่ 3.3 แสดงการสุ่มสัญญาณ

#### 4. ผลตอบสนองของระบบควบคุมดิจิทัล

##### 4.1 ผลตอบสนองอิสระของระบบควบคุม

จากทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของระบบนิวแมติกส์ในสมการที่ [2.22] สามารถเขียนแทนด้วยบล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมดิจิทัลคือ



รูปที่ 4.1 แสดงบล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมดิจิทัลวงเปิด

ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของรูปที่ 4.1 คือ

$$\frac{v(z)}{P(z)} = GH(z) = Z[G(s)H(s)]$$

$$= Z\left[\frac{(1 - e^{-Ts}) K_T K \omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2)}\right] \quad [4.1]$$

โดยที่  $H(s) = K_T =$  ค่าคงที่ของแทก โนมิเตอร์

พิจารณาในเทอม  $\frac{K_T K \omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2)}$

กำหนดให้  $s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2 = 0$

จะได้รากของสมการ ดังนี้คือ

$$s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad \text{เมื่อ } 0 < \zeta < 1$$

$$s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad \text{เมื่อ } \zeta > 1$$

$$s_{1,2} = -\omega_n \quad \text{เมื่อ } \zeta = 1$$

### 4.1.1 กรณี Underdamped ( $0 < \zeta < 1$ )

จากสมการ [4.1] สามารถกระจายเศษส่วนย่อยกรณี

$0 < \zeta < 1$  ได้เป็น

$$\frac{v(z)}{P(z)} = Z \left[ (1-e^{-n}) \left[ \frac{KK_T}{s} - KK_T \left\{ \frac{s+\zeta\omega_n}{(s+\zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \frac{\omega_d}{(s+\zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} \right\} \right] \right] \quad [4.2]$$

โดยที่  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$

ผลตอบสนองอิสระของระบบควบคุมลิจิตอลกรณี

Underdamped คือ

$$\begin{aligned} v(k) = & 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T v(k-1) - e^{-2\zeta\omega_n T} v(k-2) \\ & + (-KK_T e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T \\ & - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} KK_T e^{-\zeta\omega_n T} \sin\omega_d T + KK_T) P(k-1) \\ & + (KK_T e^{-2\zeta\omega_n T} - KK_T e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T \\ & + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} KK_T e^{-\zeta\omega_n T} \sin\omega_d T) P(k-2) \end{aligned} \quad [4.3]$$

กำหนดให้ สัญญาณเข้า  $P(k)$  เป็น step function input

### 4.1.2 กรณี Critically damped ( $\zeta = 1$ )

จากสมการ [4.1] สามารถกระจายเศษส่วนย่อยกรณี

$\zeta = 1$  ได้เป็น

$$\frac{v(z)}{P(z)} = Z \left[ (1-e^{-n}) \left\{ \frac{KK_T}{s} - \frac{KK_T \omega_n}{(s+\omega_n)^2} - \frac{KK_T}{s+\omega_n} \right\} \right] \quad [4.4]$$

ผลตอบสนองอิสระของระบบควบคุมลิจิตอลกรณี

Critically damped คือ

$$\begin{aligned} v(k) = & 3e^{-\omega_n T} v(k-1) - 3e^{-2\omega_n T} v(k-2) + e^{-3\omega_n T} v(k-3) \\ & - KK_T [3e^{-\omega_n T} + \omega_n T e^{-\omega_n T} - (1+2e^{-\omega_n T})] P(k-1) \\ & - KK_T [-3e^{-2\omega_n T} - \omega_n T e^{-\omega_n T} (1+e^{-\omega_n T}) \\ & + (2e^{-\omega_n T} + e^{-2\omega_n T})] P(k-2) \\ & - KK_T [e^{-3\omega_n T} + \omega_n T e^{-2\omega_n T} - e^{-2\omega_n T}] P(k-3) \end{aligned} \quad [4.5]$$

### 4.1.3 กรณี Overdamped ( $\zeta > 1$ )

จากสมการ [4.1] สามารถกระจายเศษส่วนย่อยกรณี

$\zeta > 1$  ได้เป็น

$$\frac{v(z)}{P(z)} = Z \left[ (1-e^{-n}) \left\{ \frac{KK_T}{s} - \frac{KK_T c_1}{s+\zeta\omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2-1}} + \frac{KK_T c_2}{s+\zeta\omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2-1}} \right\} \right] \quad [4.6]$$

$$\text{กำหนดให้ } c_1 = \frac{1}{2(\zeta^2-1 + \zeta\sqrt{\zeta^2-1})}$$

$$c_2 = \frac{1}{2(\zeta^2-1 - \zeta\sqrt{\zeta^2-1})}$$

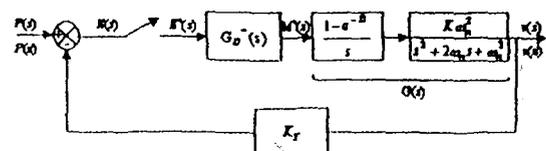
ผลตอบสนองอิสระของระบบควบคุมลิจิตอลกรณี

Overdamped คือ

$$\begin{aligned} v(k) = & (e^{-(\zeta\omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2-1})T} + e^{-(\zeta\omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2-1})T}) v(k-1) \\ & - e^{-2\zeta\omega_n T} v(k-2) + KK_T (1+c_1+c_2) P(k) \\ & + KK_T \left\{ - (e^{-(\zeta\omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2-1})T} + e^{-(\zeta\omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2-1})T}) \right. \\ & \quad \left. - c_1 (1 + e^{-(\zeta\omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2-1})T}) \right. \\ & \quad \left. - c_2 (1 + e^{-(\zeta\omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2-1})T}) \right\} P(k-1) \\ & + KK_T (e^{-2\zeta\omega_n T} + c_1 e^{-(\zeta\omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2-1})T} \\ & \quad + c_2 e^{-(\zeta\omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2-1})T}) P(k-2) \end{aligned} \quad [4.7]$$

## 4.2. ผลตอบสนองของระบบที่มีการควบคุม

การควบคุมในระบบควบคุมอัตโนมัติมีวัตถุประสงค์เพื่อให้ระบบทำงานได้ตามเป้าหมาย มีการตอบสนองที่รวดเร็วด้วยความแม่นยำและเสถียร เครื่องควบคุมอัตโนมัติจึงทำหน้าที่ดังกล่าวโดยจะทำการเปรียบเทียบสัญญาณจริงจากระบบที่ต้องการควบคุมกับค่าตัวแปรที่ต้องการ (Desired value) แล้วสร้างสัญญาณควบคุมเพื่อปรับสภาพการทำงานของระบบให้มีค่าความแตกต่าง (error) น้อยที่สุดหรือหมดไปจากระบบ วิธีการสร้างสัญญาณควบคุมของเครื่องควบคุมอัตโนมัติเรียกว่า วิธีการควบคุม (Control Action)



รูปที่ 4.1 แสดงบล็อกไดอะแกรมของระบบที่ใช้เครื่องควบคุมลิจิตอล

pulse transfer function ได้ว่า

$$\frac{v(z)}{P(z)} = \frac{G_D(z)G(z)}{1+G_D(z)GH(z)} \quad [4.8]$$

### 4.2.1 กรณีที่ใช้การควบคุมแบบตัดส่วน

คุณลักษณะของการควบคุมแบบตัดส่วนคือ สัญญาณควบคุมแปรเป็นตัดส่วน โดยตรงกับค่าความคลาดเคลื่อน แต่ในการทำงานของเครื่องควบคุมที่ใช้การควบคุมแบบตัดส่วน ไม่สามารถที่จะขจัดค่าความคลาดเคลื่อนเมื่อระบบทำงานเข้าสู่ที่สภาวะคงที่ให้หมดไปได้ เครื่องควบคุมแบบนี้ให้ความดันไวพอสสมการ แต่ขาดความแม่นยำและไม่เสถียรถ้าเลือกใช้ค่า Gain ที่สูงมาก

ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณควบคุมและสัญญาณความคลาดเคลื่อนของเครื่องควบคุมแสดงได้โดยสมการทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของเครื่องควบคุมดิจิทัลแบบตัดส่วนคือ

$$G_D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = K_P \quad [4.9]$$

แทนค่าสมการ [4.9] ในสมการ [4.8] สามารถคำนวณหาผลตอบสนองของระบบควบคุมดิจิทัลที่ใช้การควบคุมแบบตัดส่วนได้คือ

$$\begin{aligned} v(k) = & \left( 2e^{-\zeta\omega_d T} \cos\omega_d T - K_P K_T K e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T \right. \\ & \left. - K_P K_T K \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n T} \sin\omega_d T + K_P K_T K \right) v(k-1) \\ & - \left( e^{-2\zeta\omega_n T} + K_P K_T K e^{-2\zeta\omega_n T} - K_P K_T K e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T \right. \\ & \left. + K_P K_T K \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n T} \sin\omega_d T \right) v(k-2) \\ & + \left( -K_P K e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T - K_P K \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n T} \sin\omega_d T \right. \\ & \left. + K_P K \right) v(k-1) + \left( K_P K e^{-2\zeta\omega_n T} - K_P K e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T \right. \\ & \left. + K_P K \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n T} \sin\omega_d T \right) v(k-2) \end{aligned} \quad [4.10]$$

### 4.2.2 กรณีที่ใช้การควบคุมแบบตัดส่วนบวกอินทิกรัล

อินทิกรัล

การควบคุมแบบตัดส่วนบวกอินทิกรัล เป็นการปรับปรุงให้ผลตอบสนองที่เปลี่ยนแปลงตามเวลามีความเสถียรและมีความแม่นยำขึ้น ถึงแม้ว่าลักษณะของการควบคุมอาจทำให้ผลตอบสนองของระบบต้องใช้เวลานานกว่าที่จะเข้าสู่สภาวะคงที่ เนื่องจากความไม่ฉับไวของการควบคุมแบบอินทิกรัล การควบคุมจะเป็นแบบค่อยเป็นค่อยไปไม่เกิดผลการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันต่อการเปลี่ยนแปลงในระบบ เหมาะที่จะใช้กับระบบที่มีสัญญาณรบกวนขณะทำงานและค่าเป้าหมายไม่เปลี่ยนแปลงบ่อย

เครื่องควบคุมดิจิทัลแบบ ตัดส่วนบวกอินทิกรัล คือ

$$\begin{aligned} G_D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} &= K_P + \frac{K_I}{(1-z^{-1})} \\ &= \frac{K_P(1-z^{-1}) + K_I}{(1-z^{-1})} \end{aligned} \quad [4.11]$$

แทนค่าสมการ [4.11] ในสมการ [4.8] สามารถคำนวณหาผลตอบสนองของระบบควบคุมดิจิทัลที่ใช้การควบคุมแบบตัดส่วนบวกอินทิกรัล ได้คือ

$$\begin{aligned} v(k) = & \left[ K K_T (K_P + K_I) - 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T - K K_T (K_P + K_I) e^{-\zeta\omega_n T} \right. \\ & \left. \times \left( \cos\omega_d T + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d T \right) - 1 \right] v(k-1) - \left[ e^{-2\zeta\omega_n T} \right. \\ & \left. + K K_T (K_P + K_I) e^{-2\zeta\omega_n T} + \left( 2e^{-\zeta\omega_n T} - K_I K_T K e^{-\zeta\omega_n T} \right) \cos\omega_d T \right. \\ & \left. + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n T} \left( K K_T (K_P + K_I) \sin\omega_d T + K_P K_T K \sin\omega_d T \right) \right. \\ & \left. - K_P K_T K \right] v(k-2) - \left[ e^{-2\zeta\omega_n T} - K_P K_T K e^{-2\zeta\omega_n T} + K_P K_T K e^{-\zeta\omega_n T} \right. \\ & \left. \times \left( \cos\omega_d T + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d T \right) \right] v(k-3) + \left[ K (K_P + K_I) \right. \\ & \left. - K (K_P + K_I) e^{-2\zeta\omega_n T} \left( \cos\omega_d T + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d T \right) \right] v(k-1) + \left[ K (K_P \right. \\ & \left. + K_I) e^{-2\zeta\omega_n T} - K_I K e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n T} \left( K (K_P + K_I) \right. \right. \\ & \left. \left. \times \sin\omega_d T + K_P K \sin\omega_d T \right) - K_P K \right] v(k-2) + \left[ K_P K e^{-2\zeta\omega_n T} \right. \\ & \left. + K_P K e^{-\zeta\omega_n T} \left( \cos\omega_d T + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d T \right) \right] v(k-3) \end{aligned} \quad [4.12]$$

### 4.2.3 กรณีที่ใช้การควบคุมแบบตัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์

บวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์

จุดประสงค์ของการนำเอาการควบคุมแบบต่าง ๆ มาผสมกันเพื่อปรับปรุงผลตอบสนองของระบบให้มีความรวดเร็ว

ตัวมีความแม่นยำและเสถียรยิ่งขึ้น โดยได้นำข้อดีของการควบคุมแต่ละแบบมารวมกันเป็นการควบคุมแบบตัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์ แต่ในการใช้การควบคุมแบบตัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์ ควรปรับอัตราขยายของเครื่องควบคุมอย่างระมัดระวัง และควรหลีกเลี่ยงใช้การควบคุมกับระบบที่มีสัญญาณรบกวนในค่าตัวแปรกระบวนการ (Process Variable) สูงซึ่งจะทำให้เกิดค่าความคลาดเคลื่อนเปลี่ยนแปลงขึ้นลงอย่างรุนแรง และการควบคุมมักจะไม่มีเสถียรเมื่อมีสัญญาณรบกวนเกิดขึ้น เครื่องควบคุมดิจิทัลแบบตัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์ จากการแปลงแซทธานส์ฟอร์มที่ได้คือ

$$G_D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = K_P + \frac{K_I}{(1-z^{-1})} + K_D(1-z^{-1})$$

$$= \frac{K_P(1-z^{-1}) + K_I + K_D(1-z^{-1})^2}{(1-z^{-1})} \quad [4.13]$$

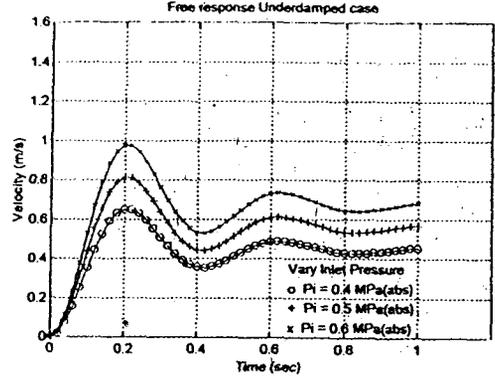
แทนค่าสมการ [4.13] ในสมการ [4.8] สามารถคำนวณหาผลตอบสนองของระบบควบคุมดิจิทัลที่ใช้การควบคุมแบบตัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์ ได้คือ

$$v(k) = \left\{ \left[ (1 + 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T) - \left[ \frac{KK_T K_P}{2} (2 + a - (1 + 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T)) \right] \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{KK_T K_I}{1 + a - 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T} \right] \right\} P(k-1) \\ + \left\{ \left[ 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + e^{-2\zeta\omega_n T} \right. \right. \\ \left. \left. - \left[ \frac{KK_T K_P}{2} (2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + e^{-2\zeta\omega_n T}) - (1 + 2a) \right] \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{KK_T K_I}{e^{-2\zeta\omega_n T} - a} \right] \right\} P(k-2) \\ + \left\{ \left[ e^{-2\zeta\omega_n T} - \left[ \frac{KK_T K_P}{2} (a - e^{-2\zeta\omega_n T}) + \frac{KK_T K_D}{1 + 3a} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - (2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + 2e^{-2\zeta\omega_n T}) \right] \right\} P(k-3) \\ - \left\{ \left[ \frac{KK_T K_D}{e^{-2\zeta\omega_n T} - a} \right] \right\} P(k-4) \\ + \left\{ \left[ \frac{KK_P}{2} (2 + a - (1 + e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T)) + \frac{KK_I}{1 + a - 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T} \right. \right. \\ \left. \left. + 3 + a - (2 + 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T) \right] \right\} P(k-1) \\ + \left\{ \left[ \frac{KK_P}{2} (2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + e^{-2\zeta\omega_n T}) - (1 + 2a) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{KK_I}{e^{-2\zeta\omega_n T} - a} \right] \right\} P(k-2) \\ + \left\{ \left[ \frac{KK_P}{2} (a - e^{-2\zeta\omega_n T}) + \frac{KK_D}{1 + 3a} - (2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + 2e^{-2\zeta\omega_n T}) \right. \right. \\ \left. \left. \right\} P(k-3) + \left\{ \left[ \frac{KK_D}{e^{-2\zeta\omega_n T} - a} \right] \right\} P(k-4) \quad [4.14]$$

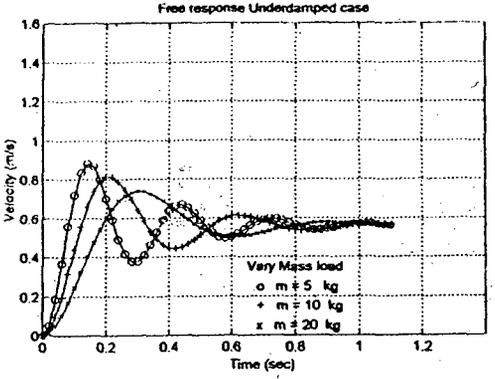
กำหนดให้

$$a = e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n T} \sin\omega_d T$$

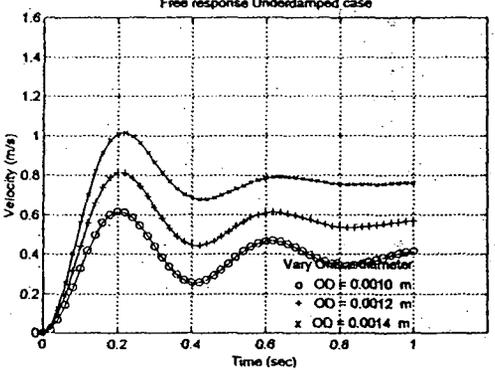
ผลการคำนวณผลตอบสนองอิสระของระบบ



ภาพเขียนผลตอบสนองอิสระ  
 o Pi = 0.4 MPa (abs)    ω<sub>n</sub> = 16.66 rad/sec    damping ratio = 0.24  
 + Pi = 0.5 MPa (abs)    ω<sub>n</sub> = 16.66 rad/sec    damping ratio = 0.24  
 x Pi = 0.6 MPa (abs)    ω<sub>n</sub> = 16.66 rad/sec    damping ratio = 0.24  
 โฉมที่ ความดันขาเข้า (P<sub>i</sub>) = 0.1 MPa (abs) มวล = 10 kg    เส้นผ่าศูนย์กลางของพิลา (D<sub>o</sub>) = 0.0012 m  
 รูปที่ 4.2 ผลตอบสนองอิสระของระบบเขียนผลตอบสนองอิสระแปรตามความดันขาเข้าในระบบที่มีการ Underdamped (0 < ζ < 1)

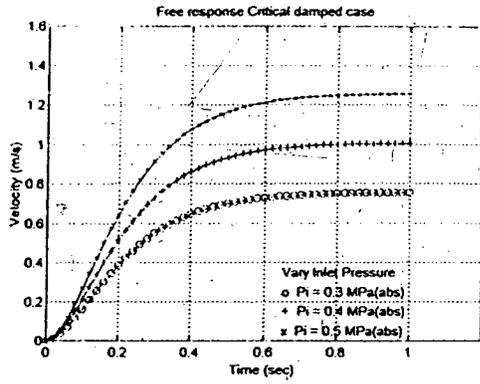


ภาพเขียนผลตอบสนองอิสระ  
 o m = 5 kg    ω<sub>n</sub> = 22 rad/sec    damping ratio = 0.17  
 + m = 10 kg    ω<sub>n</sub> = 16 rad/sec    damping ratio = 0.24  
 x m = 20 kg    ω<sub>n</sub> = 11 rad/sec    damping ratio = 0.34  
 โฉมที่ ความดันขาเข้า (P<sub>i</sub>) = 0.6 MPa (abs) ความดันขาออก (P<sub>o</sub>) 0.1 MPa (abs)  
 เส้นผ่าศูนย์กลางของพิลา (D<sub>o</sub>) = 0.0012 m  
 รูปที่ 4.3 ผลตอบสนองอิสระของระบบเขียนผลตอบสนองอิสระแปรตามมวลในระบบที่มีการ Underdamped (0 < ζ < 1)



ภาพเขียนผลตอบสนองอิสระของระบบเขียนผลตอบสนองอิสระแปรตามขนาดของพิลา  
 o Od = 0.0010 m    ω<sub>n</sub> = 16.66 rad/sec    damping ratio = 0.17  
 + Od = 0.0012 m    ω<sub>n</sub> = 16.66 rad/sec    damping ratio = 0.24  
 x Od = 0.0014 m    ω<sub>n</sub> = 16.66 rad/sec    damping ratio = 0.33  
 โฉมที่ ความดันขาเข้า (P<sub>i</sub>) = 0.6 MPa (abs) ความดันขาออก (P<sub>o</sub>) 0.1 MPa (abs) มวล (m) = 10 kg  
 รูปที่ 4.4 ผลตอบสนองอิสระของระบบเขียนผลตอบสนองอิสระแปรตามขนาดของพิลาในระบบที่มีการ Underdamped (0 < ζ < 1)

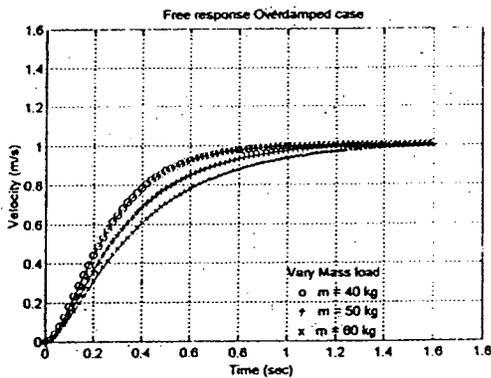
## 5.ผลการทดลอง



ภาพที่แสดงการเปลี่ยนแปลงความถี่

- o  $P_i = 0.3$  MPa (abs)  $\omega_n = 8.44$  rad/sec damping ratio = 1
- +  $P_i = 0.4$  MPa (abs)  $\omega_n = 8.44$  rad/sec damping ratio = 1
- x  $P_i = 0.5$  MPa (abs)  $\omega_n = 8.44$  rad/sec damping ratio = 1

โดยที่ ความถี่ธรรมชาติ ( $P_i$ ) = 0.1 MPa (abs) มวล = 33 kg ไม่ได้อยู่ศูนย์กลางของพลาต (Do) = 0.0018 m  
รูปที่ 4.6 แสดงผลของแรงดันของการทำงานที่เปลี่ยนแปลงความถี่ในระบบที่ Over damped ( $\zeta > 1$ )



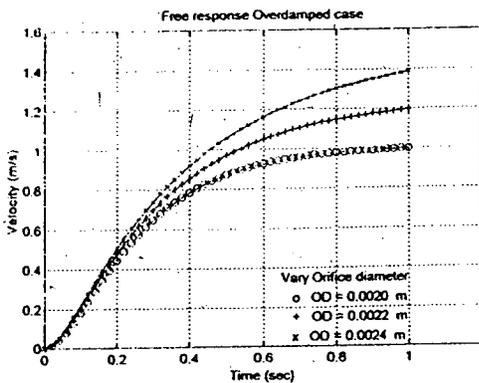
ภาพที่แสดงผลของมวล

- o  $m = 40$  kg  $\omega_n = 7.76$  rad/sec damping ratio = 1.09
- +  $m = 50$  kg  $\omega_n = 6.96$  rad/sec damping ratio = 1.22
- x  $m = 60$  kg  $\omega_n = 6.36$  rad/sec damping ratio = 1.33

โดยที่ ความถี่ธรรมชาติ ( $P_i$ ) = 0.1 MPa (abs) ความถี่ธรรมชาติ ( $P_i$ ) = 0.1 MPa (abs)

ไม่ได้อยู่ศูนย์กลางของพลาต (Do) = 0.0018 m

รูปที่ 4.6 แสดงผลของมวลของการทำงานที่เปลี่ยนแปลงในระบบที่ Over damped ( $\zeta > 1$ )

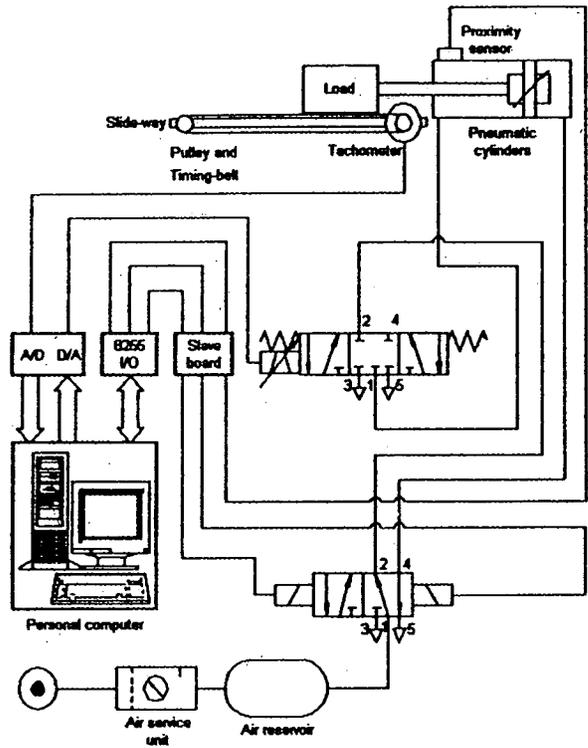


ภาพที่แสดงผลของขนาดของพลาต

- o  $O_d = 0.0018$  m  $\omega_n = 7.76$  rad/sec damping ratio = 1.09
- +  $O_d = 0.0020$  m  $\omega_n = 7.76$  rad/sec damping ratio = 1.34
- x  $O_d = 0.0022$  m  $\omega_n = 7.76$  rad/sec damping ratio = 1.62

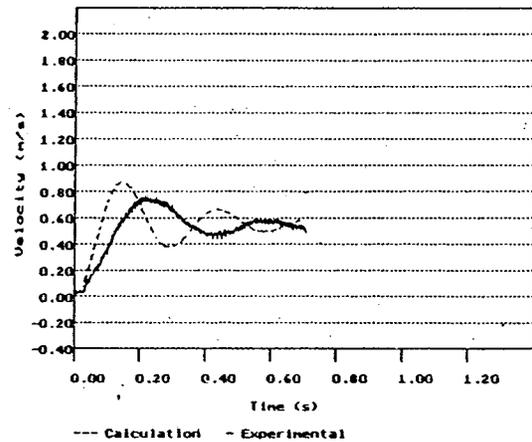
โดยที่ ความถี่ธรรมชาติ ( $P_i$ ) = 0.4 MPa (abs) ความถี่ธรรมชาติ ( $P_i$ ) = 0.1 MPa (abs) มวล (m) = 40 kg

รูปที่ 4.7 แสดงผลของขนาดของพลาตที่เปลี่ยนแปลงในระบบที่ Over damped ( $\zeta > 1$ )



โดยที่แสดงการทดลองการทดลองระบบนิเวศ

### ผลการทดลองผลตอบสนองของอิสระของระบบ

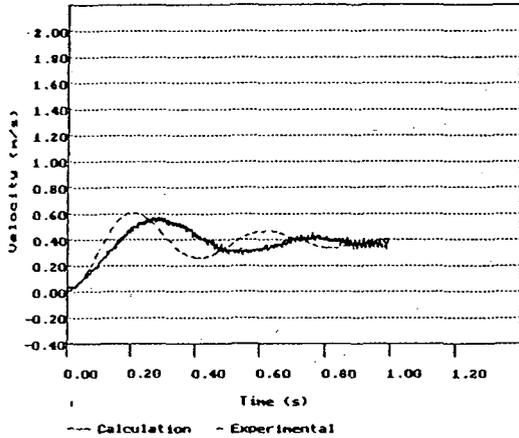


โดยที่ มวล (m) = 6 kg ความถี่ธรรมชาติ ( $P_i$ ) = 0.5 MPa (abs) ความถี่ธรรมชาติ ( $P_i$ ) = 0.1 MPa (abs)

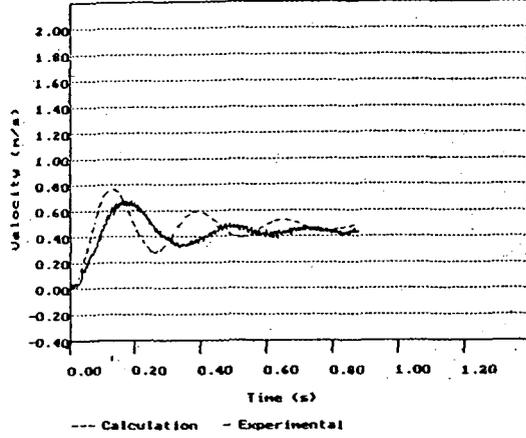
ไม่ได้อยู่ศูนย์กลางของพลาต (Do) = 0.0012  $\omega_n = 22.00$  rad/sec damping ratio = 0.17

รูปที่ 6.1 แสดงผลของขนาดของพลาตที่เปลี่ยนแปลงในระบบที่ Under damped ( $0 < \zeta < 1$ )

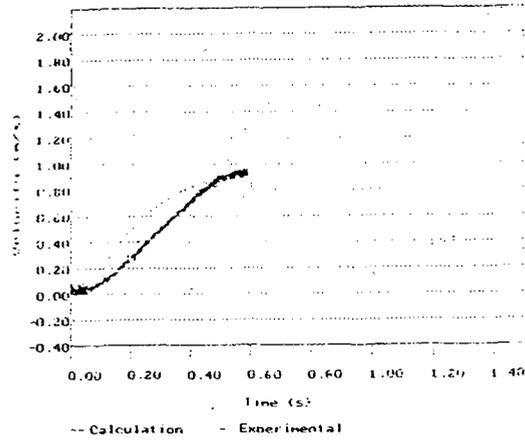
## ผลการทดลองของระบบที่มีการควบคุม



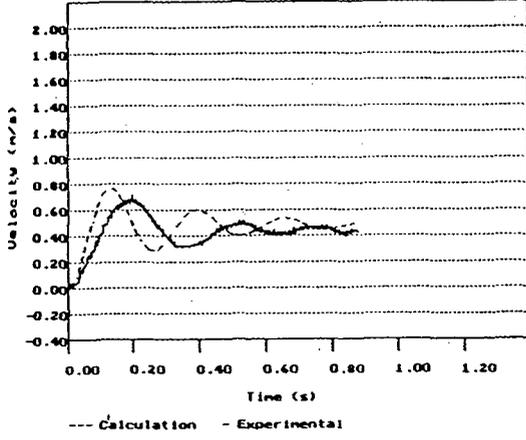
รูปที่ 5.2 แสดงผลตอบสนองเชิงเวลาเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ Under damped ( $0 < \zeta < 1$ )  
 โดที่: มวล ( $m$ ) = 10 kg ความดันเข้า ( $P_i$ ) = 0.6 MPa (abs) ความดันออก ( $P_o$ ) = 0.1 MPa (abs)  
 เป็นค่าศูนย์กลางของพีดี ( $D_o$ ) = 0.0012  $\omega_c$  = 15.66 rad/sec damping ratio = 0.17



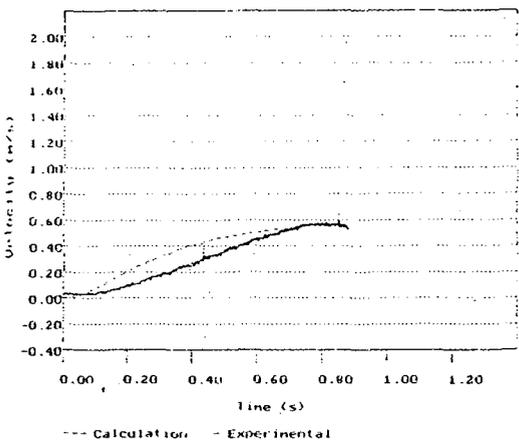
รูปที่ 5.5 แสดงผลตอบสนองเชิงเวลาเมื่อมีการควบคุมแบบสัดส่วน ( $K_p = 0.48$ )  
 โดที่: มวล ( $m$ ) = 6 kg ความดันเข้า ( $P_i$ ) = 0.8 MPa (abs) ความดันออก ( $P_o$ ) = 0.1 MPa (abs)  
 เป็นค่าศูนย์กลางของพีดี ( $D_o$ ) = 0.0013  $\omega_c$  = 21.00 rad/sec damping ratio = 0.21 Setpoint = 0.5 m/s



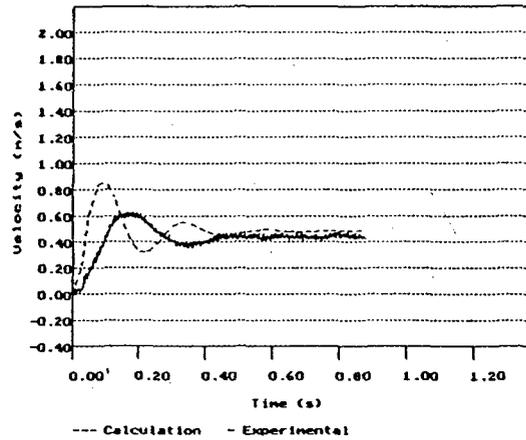
รูปที่ 5.3 แสดงผลตอบสนองเชิงเวลาเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ Critical damped ( $\zeta = 1$ )  
 โดที่: มวล ( $m$ ) = 34 kg ความดันเข้า ( $P_i$ ) = 0.4 MPa (abs) ความดันออก ( $P_o$ ) = 0.1 MPa (abs)  
 เป็นค่าศูนย์กลางของพีดี ( $D_o$ ) = 0.0018  $\omega_c$  = 8.45 rad/sec damping ratio = 1



รูปที่ 5.6 แสดงผลตอบสนองเชิงเวลาเมื่อมีการควบคุมแบบสัดส่วนและอินทิเกรต ( $K_p = 0.48, K_i = 0.0003$ )  
 โดที่: มวล ( $m$ ) = 5 kg ความดันเข้า ( $P_i$ ) = 0.8 MPa (abs) ความดันออก ( $P_o$ ) = 0.1 MPa (abs)  
 เป็นค่าศูนย์กลางของพีดี ( $D_o$ ) = 0.0013  $\omega_c$  = 21.00 rad/sec damping ratio = 0.21 Setpoint = 0.5 m/s



รูปที่ 5.4 แสดงผลตอบสนองเชิงเวลาเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ Over damped ( $\zeta > 1$ )  
 โดที่: มวล ( $m$ ) = 60 kg ความดันเข้า ( $P_i$ ) = 0.3 MPa (abs) ความดันออก ( $P_o$ ) = 0.1 MPa (abs)  
 เป็นค่าศูนย์กลางของพีดี ( $D_o$ ) = 0.0018  $\omega_c$  = 8.36 rad/sec damping ratio = 1.118



รูปที่ 5.7 แสดงผลตอบสนองเชิงเวลาเมื่อมีการควบคุมแบบสัดส่วนและอินทิเกรตและอนุพันธ์ ( $K_p = 0.48, K_i = 0.0006, K_d = 0.80$ )  
 โดที่: มวล ( $m$ ) = 5 kg ความดันเข้า ( $P_i$ ) = 0.8 MPa (abs) ความดันออก ( $P_o$ ) = 0.1 MPa (abs)  
 เป็นค่าศูนย์กลางของพีดี ( $D_o$ ) = 0.0013  $\omega_c$  = 21.00 rad/sec damping ratio = 0.21 Setpoint = 0.5 m/s

## 6. รูป

จากรูปที่ 4.2 ถึงรูปที่ 4.7 แสดงผลการคำนวณของผลตอบสนองอิสระทั้งตามกรณี และรูปที่ 5.1 ถึงรูปที่ 5.4 เป็นผลตอบสนองที่ได้จากการทดลอง ซึ่งผลที่ได้สามารถสรุปได้ดังนี้คือ เมื่อเพิ่มค่าความดันขาเข้าให้มีค่ามากขึ้นจะทำให้ค่า setpoint มีค่าสูงขึ้น โดยจะไม่มีผลกระทบต่อการทำงานของระบบ เมื่อมวลมีการเปลี่ยนแปลงจะไม่มีผลกระทบต่อค่า setpoint แต่จะมีผลต่อการแกว่งของระบบ โดยที่การแกว่งของระบบจะมีค่าลดลงเมื่อมวลเพิ่มขึ้น และเมื่อพื้นที่ของออร์บิตมีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า setpoint มีค่าเพิ่มขึ้น และระบบมีการแกว่งเพิ่มขึ้นด้วย

จากรูปที่ 5.5 ถึงรูปที่ 5.7 ในกรณีระบบที่มีการควบคุมจะพบว่าผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์จะเข้าสู่ค่าเป้าหมายได้ด้วยความเร็ว แม่นยำ และมีความเสถียรมากกว่าผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วน และผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัล

### สัญลักษณ์

$A$  พื้นที่,  $m^2$

$P$  ความดันอากาศ,  $Pa$

$C$  ความจุความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่,  $J/(kg \cdot K)$

$Q$  ค่าการถ่ายเทความร้อน,  $J$

$C_v$  ความจุความร้อนจำเพาะที่ปริมาตรคงที่,  $J/(kg \cdot K)$

$R$  ค่าคงที่ของอากาศ,  $J/(kg \cdot K)$

$g$  ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง,  $m/s^2$

$T$  อุณหภูมิของอากาศ,  $K$

$h$  เอนทาลปีจำเพาะ,  $J/(kg \cdot K)$

$t$  เวลา,  $s$

$k$  อัตราส่วนความร้อนจำเพาะ, ไร้หน่วย

$U$  พลังงานภายใน,  $J$

$m$  มวลของของไหล,  $kg$

$u$  พลังงานภายในจำเพาะ,  $J/kg$

$\dot{m}$  อัตราการไหลของมวลของไหล,  $kg/s$

$V$  ปริมาตร,  $m^3$

$x$  ระยะการเคลื่อนที่ของลูกสูบ,  $m$

$v$  ความเร็ว,  $m/s$

$z$  ค่าความสูงจากระดับอ้างอิง,  $m$

$W$  งาน,  $J$

$\rho$  ค่าความหนาแน่นของอากาศ,  $kg/m^3$

### สัญลักษณ์กำกับล่าง

0 ค่าที่สภาวะเริ่มต้น

1 การะ

1 กระจอบอกสูบตอนหน้า (Front ram chamber)

2 กระจอบอกสูบตอนหลัง (Rear ram chamber)

c สภาวะวิกฤติ

i สภาวะก่อนเข้า

o ออร์บิต

e สภาวะหลังเข้า

### บรรณานุกรม

1. Ascher H. Shapiro, The Dynamic and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow, Newyork Ronaldpress, 1953
2. Katsuhiko Ogata, Discrete-Time Control Systems, Newjersey, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, 1995
3. Katsuhiko Ogata, System Dynamics, Newjersey, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, 1978
4. Kawakami, Y., Kimura, S. Kawai, S., Machiyama, T, Some Considerations on the Oscillatory Behavior of Pneumatic Cylinders, Proceedings of First JHPS International Symposium on Fluid Power, 1989
5. McCloy, Donaldson and Martin, Control of Fluid Power Horwood, Chichester, 1980
6. Shearer, J. L. Study of Pneumatic Processes in the Continuous Control of Motion With Compressed Air-I, Transaction of the ASME, February, 1956