

วีรวัฒน์ สุตรสุวรรณ
สิรางค์ กลั่นคำสอน

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร
51 ถ.เชื่อมสัมพันธ์
หนองจอก กรุงเทพฯ
10530

การป้องกันความเสียหายในวัสดุร่องตัววี

Prevention of damage for V-notch Material under Tension

บทความนี้นำเสนอวิธีการพิจารณาความเค้นหนาแน่นในวัสดุโดยการคำนวณ โดยพิจารณาวัตถุแบบราบขนาดใหญ่ (Semi-infinite Plate) ที่มีรอยบากรูปตัววี ที่ลดความเค้นหนาแน่นโดยการเจาะรูกลมขนาดเล็กไว้ที่ปลายบาก ค่าความเค้นสูงสุดสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธี Finite Element ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป PDEase2.4 โดยพิจารณาตัวประกอบความปลอดภัย จะสามารถหาขนาดรูเจาะที่เหมาะสมได้ วิธีการเดียวกันนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้สำหรับปัญหาความเค้นหนาแน่นในลักษณะอื่นได้

This paper presents a consideration of a computational procedure to reduce stress concentration in a material. As an example , a semi-infinite plate with a V-notch under tension is considered. A small hole is drilled at the end of the V-notch. Using a finite element method by the programe PDEase2.4, the maximum stress in the plate can be determined. By specifying a factor of safety, the appropriate size of hole can be chosen. The same procedure can be used in other similar stress concentration problems.

1. บทนำ

ปัญหาอย่างหนึ่งที่พบในการออกแบบชิ้นงานอุตสาหกรรม คือปัญหาของความเค้นหนาแน่น (Stress Concentration) เมื่อมีแรงมากระทำต่อวัสดุโดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่มีความไม่สม่ำเสมอทางรูปทรงเรขาคณิต เช่นมีรอยบาก รอยแตก มีการเจาะรู เป็นต้น [1,2,4,5]

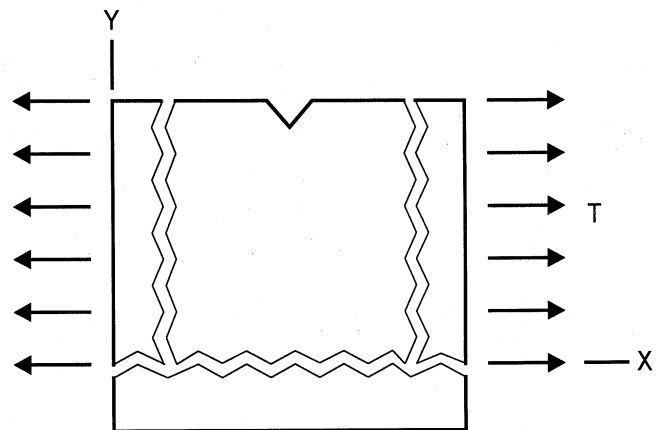
เพื่อศึกษาวิธีการในการลดความเค้นหนาแน่น ในการป้องกันความเสียหายที่จะเกิดขึ้น เราพิจารณาชิ้นงานแบบราบขนาดใหญ่ในลักษณะ Semi-infinite Plate ซึ่งรับแรงดึงสม่ำเสมอ หากขอบของแผ่นดังกล่าวเป็นเส้นตรง ความเค้นในวัสดุจะเป็นความเค้นดึงที่มีค่าสม่ำเสมอทุกจุด แต่หากที่ขอบมีรอยบากรูปตัววี ดังในรูปที่ 1 การพิจารณาปัญหาจะพบว่าค่าความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นที่ปลายของรอยบากและความเค้นที่จุดนั้นจะมีค่านันต์ [2]

วิธีหนึ่งในการลดความเค้นหนาแน่นที่ตรงปลาย คือการเจาะรูเล็กๆ ที่ปลายของรอยบาก ซึ่งทำให้ความเค้นสูงสุดในเนื้อวัสดุลดลง แต่ผู้ออกแบบจะต้องตัดสินใจต่อไปว่ามีความต้องการขนาดรูเจาะเท่าใดจึงจะทำให้ความเค้นหนาแน่นลดลงเพียงพอ และในขณะเดียวกันไม่เสียเนื้อวัสดุมากเกินไป จนทำให้ลักษณะทางรูปทรงเรขาคณิตของชิ้นงานเสียไปด้วย

เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว เราจำเป็นต้องรู้ค่าความเค้นที่จุดต่างๆ เมื่อมีการเจาะรูที่ตรงปลายของรอยบาก พร้อมกับลักษณะการเปลี่ยนแปลงของความเค้นที่เกิดขึ้นเมื่อขนาดของรูเจาะเปลี่ยนแปลงไป วิธีการที่เหมาะสมในการหาค่าความเค้นที่จุดต่างๆ ของปัญหาในลักษณะนี้คือวิธี Finite Element โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อมีโปรแกรมสำเร็จรูปเช่น PDEase2.4 [Macsyma,Inc] ซึ่งสามารถแก้ปัญหาสองมิติได้อย่างรวดเร็ว และมีความถูกต้อง [8]

แม้ว่าในบทความนี้จะพิจารณาเฉพาะปัญหาสองมิติของแผ่นแบบราบที่มีรอยบาก แต่วิธีการทำนองเดียวกันสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงาน

ออกแบบอื่นๆ ที่ต้องการลดความเค้นหนาแน่นของชิ้นงานได้



รูปที่ 1 วัสดุที่มีรอยบากเป็นร่องตัววี

2. สมการที่เกี่ยวข้อง

สำหรับปัญหาวัสดุแบบราบในลักษณะ Generalized plane stress นั้น สมการการเคลื่อนที่เมื่อไม่มีแรงภายใน (Body force) กระทำคือ [3]

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0$$

เมื่อ σ_{xx} , τ_{xy} และ σ_{yy} คือ ความเค้นเฉื่อยในระนาบ ถ้า U และ V คือการเคลื่อนที่ขจัดในแนว x และแนว y ตามลำดับ ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและระยะขจัดสำหรับวัตถุที่เป็น Isotropic และ Homogeneous คือ [3]

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E}{(1-\nu^2)}(e_{xx} + \nu e_{yy}) \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{(1-\nu^2)}(\nu e_{xx} + e_{yy}) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)}e_{xy}\end{aligned}\quad (2.2)$$

เมื่อ E คือ Young's modulus และ ν คือ Poisson's ratio และ e_{xx} , e_{yy} และ e_{xy} คือความเครียดในระนาบซึ่งสัมพันธ์กับ U และ V โดย

$$\begin{aligned}e_{xx} &= \frac{\partial U}{\partial x} \\ e_{yy} &= \frac{\partial V}{\partial y} \\ e_{xy} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right)\end{aligned}\quad (2.3)$$

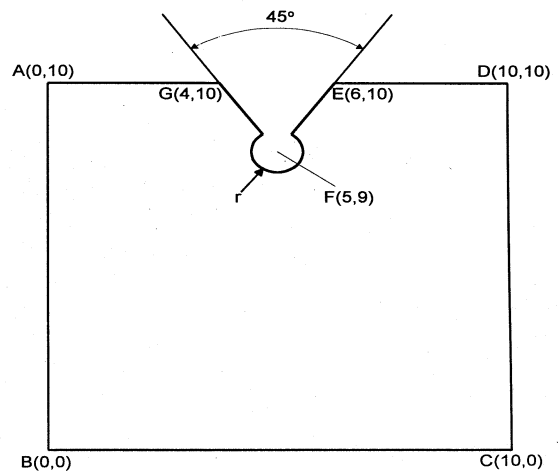
เมื่อแทนค่า (2.2) และ (2.3) ลงใน (2.1) เราจะได้สมการอนุพันธ์ในรูปของฟังก์ชัน U และ V คือ

$$\begin{aligned}\frac{E}{(1-\nu^2)}\left[\left(\frac{\partial U^2}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y}\right) + P\left(\frac{\partial U^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y}\right)\right] &= 0 \\ \frac{E}{(1-\nu^2)}\left[\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}\right) + P\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}\right)\right] &= 0\end{aligned}\quad (2.4)$$

เมื่อ $P = \frac{1-\nu}{2}$ [2.5]

เพื่อป้องกันความเค้นหนาแน่นที่จะเกิดขึ้น เราเจาะรูกลมขนาดรัศมี r โดยให้จุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดปลายของรอยบาก และเนื่องจากเราไม่สามารถพิจารณาค่าขอบเขตของ semi-infinite plate ได้โดยตรง เราจำเป็นต้องจำกัดขนาดของแผ่นราบแบนโดยให้ขนาดที่พิจารณามีค่า 10 เท่าของความกว้างของปากรอยบากรูปตัววี ซึ่งมีลักษณะทำมุม 45 องศา นอกจากนี้เรากำหนดให้แรงดึงสม่ำเสมอที่ปลายสองข้างมีค่าเท่ากับ $\frac{1 \cdot 10^{-4} E}{(1-\nu^2)}$ ดังนั้นขอบเขตของปัญหาจะมีดังในรูปที่ 2 โดยมีค่าแรงกระทำที่ด้านต่าง ๆ ดังนี้

$$\begin{aligned}\text{ด้าน A-B และ C-D} &\text{ มีความเค้นดึง } \frac{1 \cdot 10^{-4} E}{(1-\nu^2)} \\ \text{ด้าน B-C, A-G, G-E, E-D} &\text{ ไม่มีแรงกระทำ}\end{aligned}\quad (2.6)$$



รูปที่2 ขนาดของแผ่นราบแบน

เพื่อความชัดเจนเราเลือกวัสดุให้เป็น high strength low-alloy steel ASTM 242 [7] ซึ่งมีคุณสมบัติทางกล ดังนี้

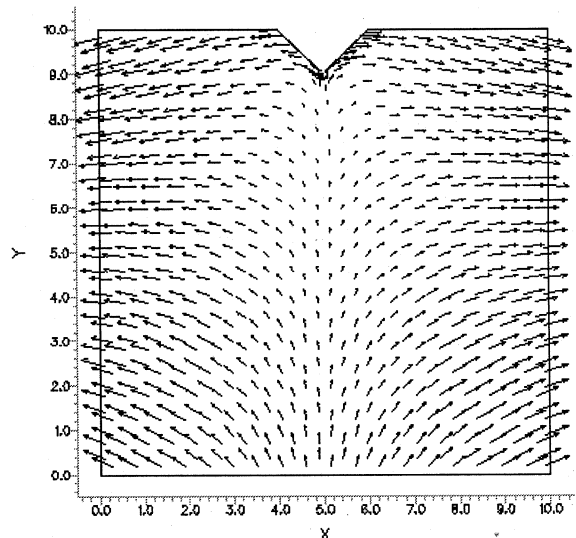
$$\begin{aligned}E &= 200 \text{ GPa} \\ \nu &= 0.3\end{aligned}\quad (2.7)$$

Ultimate tensile stress = 480 MPa

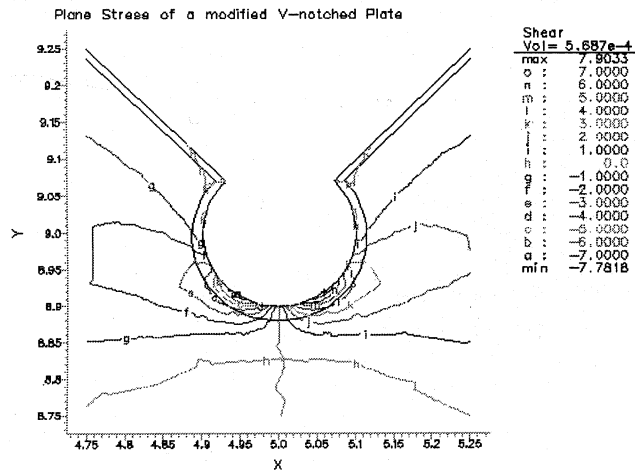
3.การเลือกขนาดรูเจาะ

เราใช้โปรแกรม PDEase 2.4 [Macsyma, Inc] ซึ่งสามารถคำนวณการเคลื่อนที่, การกระจายความเค้นดึงและความเค้นเฉื่อยภายในเนื้อวัตถุได้โดยง่าย เมื่อกำหนดให้รัศมีของรูเจาะเท่ากับ 0.1 หน่วยและความเค้นดึงที่ปลายไกลจากรอยบากคือ $\frac{1 \cdot 10^{-4} E}{(1-\nu^2)}$ ซึ่งมีค่าประมาณ 4.2 % ของค่าความเค้นดึงสูงสุดของวัสดุตัวอย่าง จากผลการคำนวณซึ่งได้แสดงไว้ในรูปที่ 3-5 โดยรูปที่ 3 แสดงการเคลื่อนที่ขจัดของจุดต่างๆ ไกลจากรอยบาก ดังจะเห็นได้ว่าที่บริเวณห่างจากรอยบากการเคลื่อนที่จะอยู่ในแนวนอน แต่บริเวณใกล้รอยบากจะมีการเคลื่อนที่ทั้งแนวตั้งและแนวนอนโดยเฉพาะอย่างยิ่งบริเวณปลายรอยบาก แม้จะมีการเจาะรูกลมก็ตามการเคลื่อนที่จะอยู่ในแนวตั้งแทบทั้งสิ้น

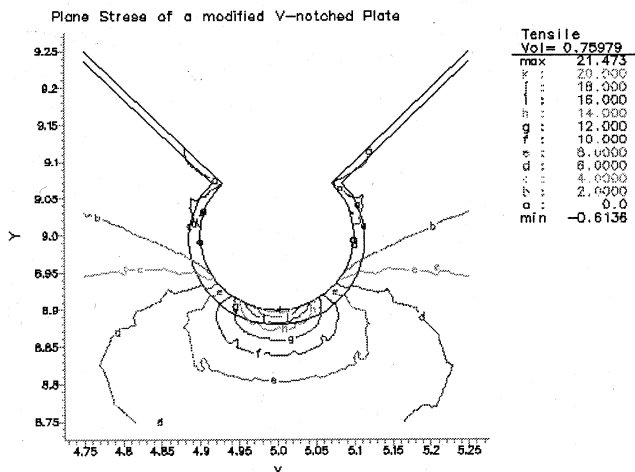
Plane Stress of a modified V-notched Plate



รูปที่3 แสดงการเคลื่อนที่ขจัดของจุดต่างๆ ไกลจากรอยบาก



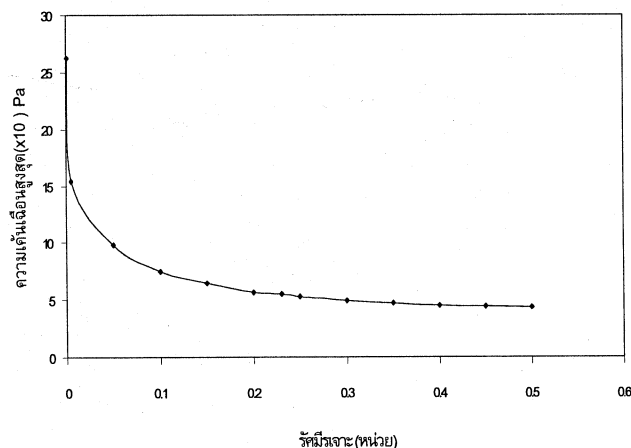
รูปที่4 แสดงความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นในชิ้นงานร่องตัววี



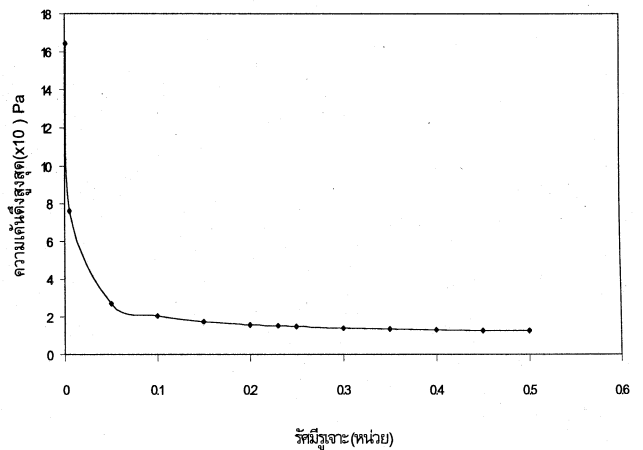
รูปที่5 แสดงความเค้นดึงที่เกิดขึ้นในชิ้นงานร่องตัววี

รูปที่ 4 , 5 และ 6 แสดงการกระจายของความเค้นเฉือนและความเค้นดึงในเนื้อวัตถุ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในบริเวณใกล้รอยบากและรอยเจาะ เนื่องจากค่าสูงสุดของความเค้นเฉือนและความเค้นดึงจะเป็นผลส่วนหนึ่งของโปรแกรม เราสามารถรู้ค่าความเค้นสูงสุดสำหรับขนาดการเจาะเพื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นสูงสุดและขนาดของรูเจาะได้

เมื่อรัศมีของรอยเจาะเปลี่ยนไป ค่าความเค้นดึงสูงสุดและความเค้นเฉือนสูงสุดจะเปลี่ยนไป ในรูปที่ 6 และ 7 เราได้แสดงกราฟของค่าความเค้นเฉือนและความเค้นดึงสูงสุดในวัตถุเทียบกับรัศมีของรูเจาะ ซึ่งจะเห็นได้ว่าใน

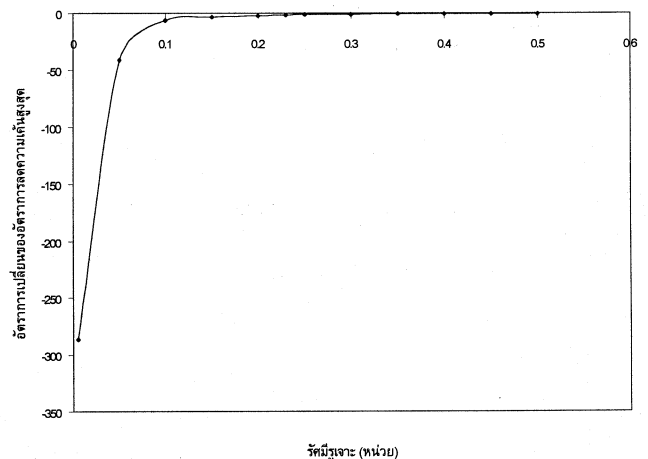


รูปที่6 กราฟแสดงความเค้นเฉือนสูงสุด



รูปที่7 กราฟแสดงความเค้นดึงสูงสุด

ขณะที่รัศมีของรูเจาะมีขนาดเล็ก ค่าความเค้นสูงสุดจะลดลงอย่างรวดเร็ว และอัตราการลดจะน้อยลงเรื่อยๆ เมื่อขนาดรูเจาะใหญ่ขึ้น อัตราการลดของความเค้นดึงสูงสุด [6] ได้แสดงไว้ในรูปที่8



รูปที่8 กราฟแสดงการเปลี่ยนของอัตราการลดความเค้นดึง

จากรูปที่ 7 จะเห็นได้ว่าแม้ว่าจะใส่ความเค้นดึงเพียง 4 % ของความเค้นดึงสูงสุดแต่หากรัศมีของรูเจาะต่ำกว่า 0.024 หน่วยความเค้นดึงสูงสุดในเนื้อวัตถุจะสูงกว่าความเค้นดึงสูงสุด และวัตถุจะเกิดความเสียหายขึ้น เราพบว่าขนาดของรูเจาะที่ใหญ่ขึ้น จะทำให้ค่าความเค้นสูงสุดลดลงเรื่อยๆ หากเราใช้ค่าความเค้นสูงสุดในการกำหนดขนาดรูเจาะ โดยกำหนดเกณฑ์ให้ค่าความเค้นสูงสุดมีค่าต่ำที่สุดจะพบว่า รูที่เจาะมีขนาดใหญ่มากจนเสียรูปทรงเรขาคณิตของรอยบากรูปตัววีไป และจะทำให้จุดประสงค์การใช้งานเสียไป

วิธีการที่น่าจะเหมาะสมกว่าคือการเลือกค่าตัวประกอบความปลอดภัย (Factor of safety) ขึ้นมาค่าหนึ่งที่เหมาะสมกับปัญหาที่กำลังพิจารณา เนื่องจากตัวประกอบความปลอดภัยคืออัตราส่วนระหว่างความเค้นดึงสูงสุดต่อความเค้นดึงที่จะยอมรับได้ เราสามารถกำหนดค่าความเค้นดึงที่เราจะยอมรับได้ในเนื้อวัตถุจากค่า ตัวประกอบความปลอดภัย เช่นหากเรากำหนดให้ค่าตัวประกอบความปลอดภัยเท่ากับ 1.4 ซึ่งเหมาะสมสำหรับงานที่รับแรงคงที่ [6] จาก (2.7) เราได้ค่าที่ยอมรับได้คือ

$$\sigma_a = \frac{4.8 \cdot 10^8}{2} = 2.4 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

จากรูปที่ 7 เราพบว่าวัสดุรูเจาะควรจะมีความเค้นอย่างน้อย 0.1 หน่วย หากเราเลือกตัวประกอบความปลอดภัยที่มีค่าสูงขึ้น ขนาดของรูเจาะที่เหมาะสมจะต้องสูงตามไปด้วย

4. สรุป

ปัญหาความเค้นหนาแน่นมีอยู่ทั่วไปในการออกแบบชิ้นงานเพื่องานอุตสาหกรรม มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องพิจารณาการลดความเค้นหนาแน่น ให้มีค่าอยู่ในช่วงที่ไม่ทำให้เกิดความเสียหาย เราได้พิจารณาปัญหาต่าง ๆ ของวัตถุแบนราบที่มีรอยบากรูปตัววีทำมุม 45 องศา และลดความเค้นหนาแน่นโดยการเจาะรูขนาดเล็กที่ปลาย พบว่าถ้าเพิ่มขนาดรูเจาะจะสามารถลดความเค้นหนาแน่นได้ โดยต้องมีการพิจารณาปัจจัยในการเลือกขนาดรูเจาะ ซึ่งคือค่า Ultimate Strength ของวัสดุที่เลือกใช้, ค่าตัวประกอบความปลอดภัยตามลักษณะการใช้งานด้วย ในปัญหาอื่น ๆ แม้รูปทรงทางเรขาคณิตจะเปลี่ยนไป แต่แนวทางแก้ปัญหาทำนองเดียวกันสามารถใช้ในการพิจารณาได้ ซึ่งเราจะได้พิจารณาต่อไปในอนาคต

เอกสารอ้างอิง

- 1.รศ.บรรเลง ศรีนิล,ผศ.ประเสริฐ กิ้วยสมบุญณ์,ตารางงานโลหะ,สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ,2524
- 2.Arthur P.Boresi,Omar M. Sidebottom,Advanced Mechanics of Materials,Wiley,Fourth Edition,1985
- 3.Sokolnikoff,I.S.,Mathematical Theory of Elasticity,McGraw-Hill,1956
- 4.Warren C Young,ROARK'S Formulas for Stress & Strain, McGRAW-HILL,6th Edition,1989
- 5.Joseph Edward Shigley,Mechanical Engineering Design, McGRAW-HILL,First Metric Edition,1986
- 6.Steven C. Chapra,Raymond P. Canale,Numerical Methods for Engineers,McGRAW-HILL,1988
- 7.Ferdinand P.Beer,E.Russell Johnston,Jr.Mechanics of Materials, McGRAW-Hill,Second Edition,1992
- 8.Macsyma Inc.,PDEase Reference Manual Tutorial Handbook of Demonstrations,Second Edition,1994