

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 24
20-22 ตุลาคม 2553 จังหวัดอุบลราชธานี

แบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสียจากการส่งกำลังด้วยเฟืองเฉียง Gear meshing model for estimation of power loss in helical gear transmission

ชนัตต์ รัตนสุมาวงศ์^{1,*} และ ภูวดล อัครพิชญโชติ¹

¹ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330
*อีเมลล์ chanat.r@eng.chula.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้เสนอแบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสียจากการไถลของฟันของเฟืองเฉียง การคำนวณจะเริ่มจากการแบ่งเฟืองเฉียงออกเป็นหน้าตัดย่อยๆ คล้ายเฟืองตรงหลายๆ เฟืองซ้อนกันเป็นชั้นบันได ตามมุมอีลิคซ์ จากนั้นพิจารณากำลังสูญเสียของแต่ละหน้าตัดเช่นเดียวกับกำลังสูญเสียของเฟืองตรงตามที่คณะวิจัยได้พัฒนาไว้ก่อนหน้านี้ ขั้นสุดท้ายจะพิจารณากำลังสูญเสียรวมทุกหน้าตัด ตามลำดับการขบของแต่ละฟัน เมื่อเปรียบเทียบผลการประเมินกำลังสูญเสียของแบบจำลองนี้ กับผลการวัดกำลังสูญเสียซึ่งทำโดยนักวิจัยอื่นพบว่ามีความสอดคล้องกัน เมื่อเพิ่มความเร็วรอบหมุนและแรงบิด กำลังสูญเสียมีแนวโน้มเพิ่มมากขึ้น และเมื่อเปรียบเทียบกำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงที่มีอัตราทดและเส้นผ่านศูนย์กลางพิตช์เท่ากัน พบว่าเฟืองเฉียงที่มีค่า มุมอีลิคซ์ และ โมดูลมากจะมีกำลังสูญเสียมากแต่เฟืองเฉียงที่มีค่ามุมกดมากจะมีกำลังสูญเสียน้อย

คำหลัก: เฟืองเฉียง แบบจำลอง กำลังสูญเสียจากการไถลของฟัน

Abstract

This paper proposes a model for estimating helical gear power loss due to sliding of tooth surface. First calculation starts with dividing helical gear into sub-section spur gears. Helical gear is analogous to a set of spur gears slantly aligned relative to helix angle. Then consider the power loss of each section of spur gear as same as the power loss of spur gear which the authors team has proposed earlier. Finally, the power loss of the whole sections of spur gears is added up depending on gear meshing order. The estimated power losses were compared with the experimental results done by the other researchers. The estimated results agree well with experimental results. The power losses tend to increase with increasing rotational speed and applied torque. In the case of the gear pair with the same gear ratio, helical gear with higher helix angle and module has higher power loss but helical gear with higher pressure angle has lower power loss.

Keywords: Helical gear, model, sliding loss

1. บทนำ

เฟืองเฉียง มีจุดเด่นในการส่งกำลังที่ส่งได้มากกว่าเฟืองตรง มีเสียงในการทำงาน และแรงกระแทกน้อยกว่าเฟืองตรง จึงเป็นที่นิยมใช้ในงานส่งกำลังทั่วไป พื้นของเฟืองเฉียงถูกออกแบบให้มีผิวโค้งอินโวลูต เพื่อให้สามารถส่งกำลังด้วยอัตราทดที่ถูกต้องตลอดเวลา อย่างไรก็ตามรูปร่างของฟันเฟืองทำให้เกิดการไถลของฟันคู่ที่ขบกันขึ้น ส่งผลให้เกิดกำลังสูญเสียขึ้นโดยไม่สามารถหลีกเลี่ยงได้ กำลังสูญเสียนี้จะยิ่งเพิ่มมากขึ้นเมื่อต้องใช้เฟืองทดรอบหลายๆ ระดับ ความเข้าใจถึงกลไกการเกิดกำลังสูญเสียในเฟือง ช่วยให้สามารถออกแบบเฟืองที่มีประสิทธิภาพการส่งกำลังสูงขึ้น ช่วยประหยัดพลังงานโดยเฉพาะอย่างยิ่งในปัจจุบัน ซึ่งราคาน้ำมันเชื้อเพลิงมีแนวโน้มสูงขึ้นอย่างต่อเนื่อง

จากความสำคัญ และความต้องการเพิ่มประสิทธิภาพในการส่งกำลังโดยเฟืองนี้ จึงมีงานวิจัยมากมายที่เกี่ยวข้องกับกำลังสูญเสียและประสิทธิภาพของเฟือง Michlin และ Myunster [1] กล่าวถึงการสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงกลไกการเกิดกำลังสูญเสียในเฟืองตรงจากการขบกันของฟันเพียง 1 คู่ ชนัตต์และคณะ [2] แสดงการพัฒนาแบบจำลองกำลังสูญเสียของ Michlin และ Myunster ให้สามารถใช้ได้ในขณะที่การขบของฟันเกิดขึ้น 2 ฟัน พร้อมๆ กัน ซึ่งสอดคล้องกับการทำงานจริงของเฟืองตรง T.T.Petry-Johnson และคณะ [3] ทดลองวัดกำลังสูญเสียของเฟืองตรงซึ่งมีอัตราทด 1:1 จากผลการทดลองพบว่า โมดูล และ จำนวนฟัน มีผลมากต่อกำลังสูญเสียของเฟืองตรง อย่างไรก็ตาม T.T.Petry-Johnson และคณะ ทำการทดลองเพียงอย่างเดียวโดยไม่ได้มีการเสนอกลไกการเกิดกำลังสูญเสียในส่วนต่างๆ งานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นนี้พิจารณาเพียงกำลังสูญเสียในกรณีของเฟืองตรงเท่านั้น และแบบจำลองที่สร้างขึ้นยังไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับเฟืองเฉียงได้

บทความนี้เสนอแบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสียจากการไถลของฟันของเฟืองเฉียง ซึ่งพัฒนา

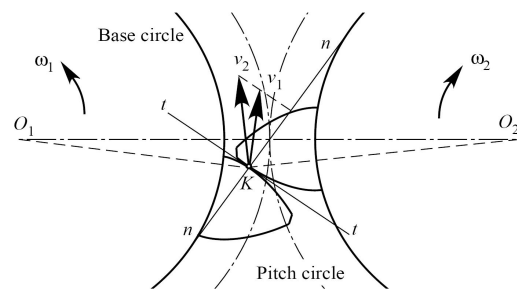
มาจากแบบจำลองประเมินกำลังสูญเสียจากการไถลของฟันของเฟืองตรงซึ่งเสนอโดย ชนัตต์และคณะ การคำนวณเริ่มจากแบ่งเฟืองเฉียงออกเป็นหน้าตัดย่อยๆ คล้ายเฟืองตรงหลายๆ เฟืองซ้อนกัน ความแม่นยำของแบบจำลองที่สร้างขึ้นตรวจสอบโดยนำผลการทำนายกำลังสูญเสียจากแบบจำลองที่สร้างขึ้นไปเปรียบเทียบกับผลการวัดกำลังสูญเสียซึ่งทำโดย Aarthy Vaidyanathan และคณะ [4]

2. กำลังสูญเสียในเฟืองเฉียง

กำลังสูญเสียในระบบเฟืองสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ 1. กำลังสูญเสียที่ขึ้นกับภาระ ได้แก่ กำลังสูญเสียเนื่องจากการไถล (Sliding loss) และการกลิ้งของฟันระหว่างการขบ (Rolling loss) และ 2. กำลังสูญเสียที่ไม่ขึ้นกับภาระ ได้แก่ กำลังสูญเสียจากการหมุน (Windage loss) สำหรับการทำงานที่ความเร็วรอบหมุนต่ำๆ และขนาดของเฟืองไม่ใหญ่นัก กำลังสูญเสียส่วนใหญ่จะเกิดเนื่องจากแรงเสียดทานจากการไถล โดยกำลังสูญเสียจากแรงเสียดทานเนื่องจากการกลิ้ง และกำลังสูญเสียจากการหมุนมีค่าน้อยกว่ามาก [1,2] สำหรับการสร้างแบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสียในบทความนี้ จะคิดเฉพาะกำลังสูญเสียเนื่องจากการไถล ซึ่งเพียงพอต่อการประเมินในสภาวะทำงานที่ความเร็วรอบหมุนเฟืองไม่สูงนัก

2.1 กำลังสูญเสียเนื่องจากการไถล (Sliding loss)

กำลังสูญเสียเนื่องจากการไถลของเฟืองเกิดจากฟันเฟืองขบกันแต่ความเร็วในแนวสัมผัสไม่เท่ากัน จึงเกิดกำลังสูญเสียไปกับแรงเสียดทานระหว่างผิวรูปที่ 1 แสดงกลไกการเกิดกำลังสูญเสียจากการไถล



รูปที่ 1 กลไกการเกิดกำลังสูญเสียเนื่องจากการไถล

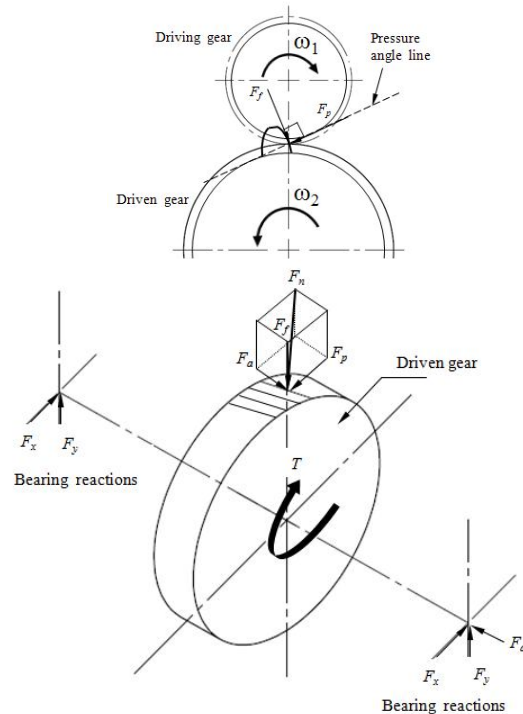
โดย เฟือง O_1 หมุนขับเฟือง O_2 จุด K เป็นจุดที่
ฟันเฟืองสัมผัสกัน ความเร็วที่จุดสัมผัสของเฟือง O_1
และเฟือง O_2 เป็น v_1 และ v_2 ตามลำดับ จากรูปพบว่า
เวกเตอร์ความเร็วในแนวแกน n ของเฟืองทั้งสองตัว
มีค่าเท่ากันตลอดช่วงการขับ เนื่องจากการขับส่ง
กำลังฟันเฟืองต้องสัมผัสกันตลอดเวลา แต่เวกเตอร์
ความเร็วในแนวแกน t หรือในแนวแกนสัมผัส มีค่าไม่
เท่ากัน ซึ่งทำให้เกิดการไถล และกำลังสูญเสียขึ้น

2.2 แรงกระทำบนเฟืองเฉียง

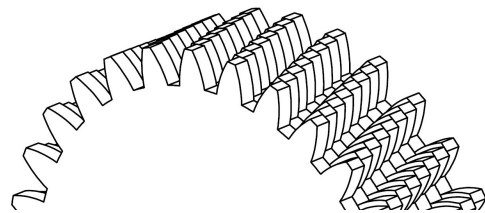
เนื่องจากฟันเฟืองเฟืองเฉียงไม่ขนานกับแกน
หมุนของเฟือง แต่จะเอียงทำมุมกับเฟือง ดังนั้นแรงที่
กระทำต่อฟันเฟืองจึงเป็นแบบสามมิติ ดังแสดงในรูป
ที่ 2 โดยเมื่อให้ทอร์กในระบบ ฟันของเฟืองเฉียงจะ
สัมผัสกัน ทำให้เกิดแรงกระทำในแนวตั้งฉากกับ
ผิวหน้าฟันเฟือง (F_n) โดยจะแบ่งเป็นแรงในแนวเส้น
แรงกด (Pressure line) (F_p) ซึ่งเป็นแรงที่ใช้การส่ง
กำลัง แรงในแนวแกนหมุน (F_a) และแรงใน
แนวตั้งฉากกับเส้นแรงกด (F_f) โดยแรงใน
แนวตั้งฉากกับเส้นแรงกดคือแรงเสียดทานซึ่งเกิด
เนื่องจากการไถลกันของผิวฟันและเป็นต้นเหตุของ
กำลังสูญเสียจากการไถล สำหรับแรงในแนวแกนนั้น
หากมีการประกอบเฟืองเฉียงอย่างดีและเฟืองเฉียง
ไม่มีการเคลื่อนที่ตามแนวแกนแล้ว กำลังสูญเสีย
เนื่องจากแรงในแนวแกนจะไม่เกิดขึ้น ดังนั้นใน
แบบจำลองนี้จะพิจารณาเฉพาะแรงในแนวเส้นแรง
กดกับแรงในแนวตั้งฉากกับเส้นแรงกดเท่านั้น

3. แบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสีย

แบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสียที่น่าเสนอ
ในบทความนี้จะพิจารณาให้เฟืองเฉียงมีลักษณะ
เช่นเดียวกับชุดของเฟืองที่ประกอบด้วยเฟืองตรง
ซ้อนกันเป็นชั้นๆ แบบขั้นบันได ซึ่งมีระยะห่าง
ระหว่างชั้นเท่าๆ กัน และเอียงทำมุมกันตามองศา
ของมุมอีลิคซ์ ดังแสดงในรูปที่ 3 และหากแบ่งให้หน้า
ตัดของเฟืองตรงย่อยลงไป ชุดเฟืองจะคล้ายคลึงกับ
เฟืองเฉียงมากยิ่งขึ้น จากแนวคิดนี้ทำให้แบบจำลอง
เพื่อประเมินกำลังสูญเสียของเฟืองตรงที่พัฒนามา



รูปที่ 2 แรงที่กระทำบนฟันของเฟืองเฉียง



รูปที่ 3 แบบจำลองเฟืองเฉียง

ก่อนหน้า [2] สามารถนำมาใช้วิเคราะห์กำลังสูญเสีย
ของเฟืองเฉียงได้

3.1 แบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสียเฟือง ตรง

กำลังสูญเสียเนื่องจากการไถลของเฟืองตรง 1
คู่ สามารถประเมินได้โดยใช้วิธีการตามที่เสนอใน
เอกสารอ้างอิง [1,2] อัตราส่วนกำลังสูญเสีย φ หาได้
จากความสัมพันธ์ของกำลังเข้า H_1 กำลังออก H_2
และกำลังสูญเสีย H_3 ดังสมการ (1)

$$\varphi = \frac{H_3}{H_1} = \frac{H_1 - H_2}{H_1} \quad (1)$$

เนื่องจากกำลัง H หาได้จากผลคูณของแรงบิด T และความเร็วรอบหมุนของเฟือง ω ดังนั้นจะสามารถเขียนกำลังเข้าและกำลังออกได้ดังนี้

$$H_1 = T_1 \omega_1 = R_{12} \cdot \overline{O_1 F_1} \cdot \cos(\Phi + \mu) \cdot \omega_1 \quad (2)$$

$$H_2 = T_2 \omega_2 = R_{12} \cdot \overline{O_2 F_1} \cdot \cos(\Phi + \mu) \cdot \omega_2 \quad (3)$$

โดยตัวห้อย 1 แสดงถึงเฟืองขับและตัวห้อย 2 แสดงถึงเฟืองตาม แทนค่ากำลังเข้าและกำลังออกในสมการที่ (2) และ (3) ลงในสมการที่ (1) และจัดรูป [2] จะได้อัตราส่วนกำลังสูญเสียในเฟือง 1 คู่ที่ตำแหน่งการขบต่างๆ ดังสมการที่ (4)

$$\varphi = \frac{-n \cdot \tan \Phi \cdot \tan \mu \cdot (1 + m_w)}{1 - (n + 1) \cdot \tan \Phi \cdot \tan \mu} \quad (4)$$

n คือ อัตราส่วนแสดงตำแหน่งการขบ

m_w คือ อัตราทด โดย $m_w = \omega_2 / \omega_1$

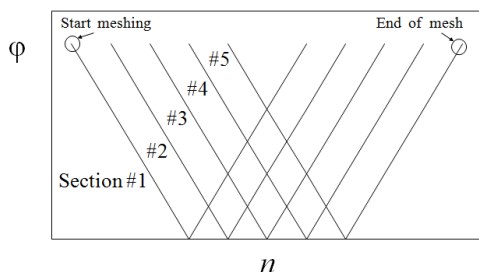
$\tan \mu$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

Φ คือ มุมกด (Pressure angle)

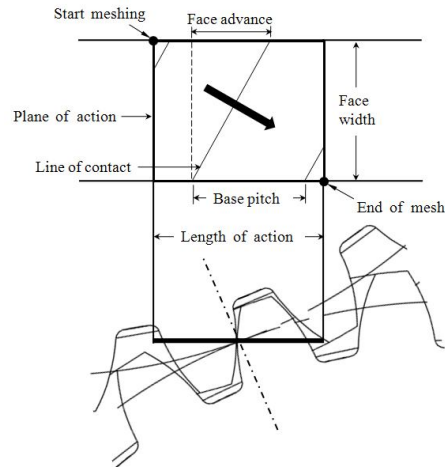
3.2 กำลังสูญเสียของเฟืองเฉียง 1 คู่

แบบจำลองกำลังสูญเสียเนื่องจากการไถลของเฟืองเฉียงที่เกิดจากชุดเฟืองตรงซ้อนกันและมีแรงในแนวสัมผัสกับวงกลมเบสเป็นแรงที่ใช้ส่งกำลังสามารถประเมินได้โดยใช้หลักการเดียวกันกับแบบจำลองกำลังสูญเสียเนื่องจากการไถลของเฟืองตรง 1 เฟือง

รูปที่ 4 แสดงแสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนกำลังสูญเสียที่ตำแหน่งการขบต่างๆ ซึ่งคำนวณได้จากสมการ (4) จากรูปพบว่าเมื่อฟันของเฟืองตรงส่วนแรกเริ่มต้นขบจะเกิดกำลังสูญเสียขึ้น



รูปที่ 4 อัตราส่วนกำลังสูญเสียที่ตำแหน่งการขบต่างๆ ของเฟืองเฉียงของฟัน 1 คู่



รูปที่ 5 การสัมผัสกันระหว่างฟันของเฟืองเฉียง [5]

และเมื่อเฟืองตรงส่วนแรกขบไปถึงช่วงเวลาหนึ่ง ฟันของเฟืองตรงส่วนถัดไปก็จะเริ่มมาขบซ้อนต่อในช่วงเวลา (ตำแหน่งการขบ) เดียวกัน โดยเฟืองเฉียงที่ถูกแบ่งเป็นเฟืองตรงหลายๆ ส่วนจะขบสิ้นสุดเมื่อเฟืองตรงส่วนสุดท้ายขบสิ้นสุด

3.3 กำลังสูญเสียรวม

ในการขบด้วยเฟืองตรง แนวการสัมผัสระหว่างฟันเฟืองจะสัมผัสเป็นเส้น (Line contact) ขนานกับแกนเพลลา ส่วนเฟืองเฉียงการสัมผัสระหว่างฟันเฟืองจะเริ่มต้นสัมผัสเป็นจุด (Point contact) และเมื่อเฟืองหมุนไปการสัมผัสจะเลื่อนตามแนวหัวลูกศรและเปลี่ยนไปสัมผัสเป็นเส้นดังแสดงในรูปที่ 5 ซึ่งความยาวและตำแหน่งของเส้นสัมผัส (Line of contact) จะแตกต่างกันออกไปในแต่ละช่วงเวลาของการขบ ระบายที่แสดงการสัมผัสกันของเส้นสัมผัสที่เวลาต่างๆ เรียกว่า ระบายการขบ (Plane of action) และความยาวของระบายนี้เรียกว่า ความยาวการขบ (Length of action) เนื่องจากในแต่ละช่วงเวลาฟันเฟืองจะสัมผัสกันมากกว่า 1 คู่ ดังนั้นในแต่ละช่วงเวลาในระบายการขบจึงมีเส้นสัมผัสมากกว่า 1 เส้น โดยแต่ละเส้นห่างกันเท่ากับเบสพิทช์ซึ่งก็คือระยะจากตำแหน่งหนึ่งบนฟันเฟืองไปยังตำแหน่งเดียวกันบนฟันถัดไป เมื่อวัดที่วงกลมเบส

อัตราส่วนกำลังสูญเสียที่หาได้จากสมการ (4) และแสดงในรูปที่ 4 นั้น เป็นอัตราส่วนกำลังสูญเสีย

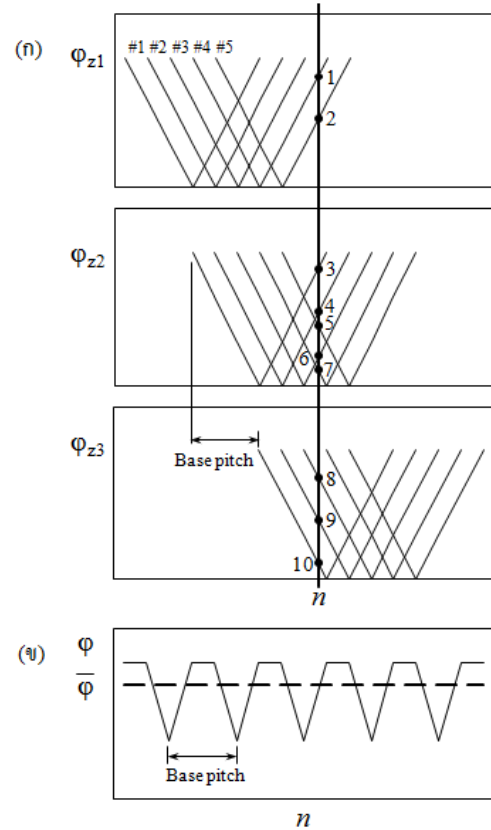
อันเนื่องมาจากการไถลกันของฟันเฟืองเฉียงเพียงคู่เดียว แต่ในความเป็นจริงแล้วในแต่ละช่วงเวลาเฟืองอาจจะขบกันมากกว่า 1 ฟันได้ อันจะเห็นได้จากอัตราส่วนการขบ ซึ่งในกรณีของเฟืองเฉียงอาจจะมีค่ามากกว่า 2 อัตราส่วนการขบนี้หมายความว่าในบางขณะเฟืองเฉียงอาจจะขบกันเพียงสองฟัน และในบางขณะเฟืองเฉียงจะขบกันมากกว่าสองฟัน ด้วยเหตุนี้อัตราส่วนกำลังสูญเสียจึงต้องคิดค่ารวม ให้สอดคล้องกับการขบกันจริงของฟันเฟืองเฉียงด้วย

รูปที่ 6(ก) แสดงถึงอัตราส่วนกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นจากฟันของเฟืองเฉียงคู่ที่ 1 ถึงฟันเฟืองคู่ที่ 3 ตามลำดับ โดยช่วงเวลาการเริ่มต้นขบของแต่ละคู่ฟันจะห่างกัน 1 เบสพิทช์ ช่วงเวลาที่กราฟซ้อนกันหมายถึงในขณะนั้นฟันเฟืองเฉียงมีการขบกันมากกว่า 1 ฟัน จากรูปที่ 6(ก) จะพบว่ากราฟมีการซ้อนกัน 3 กราฟ ในช่วงเวลาหนึ่ง แสดงว่าขณะนั้นฟันเฟืองเฉียงมีการขบซ้อนกัน 3 คู่ฟัน โดยจะเกิดเส้นการสัมผัสบน ระนาบการขบ 3 เส้น

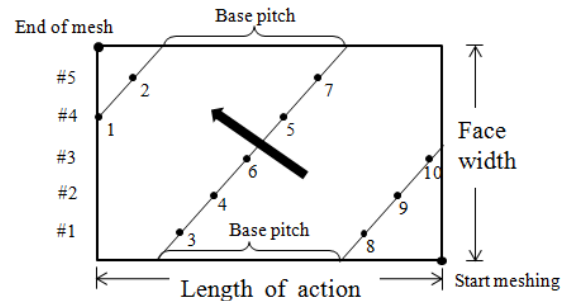
เมื่อพิจารณาช่วงเวลาการขบช่วงเวลาหนึ่งพบว่า ในแต่ละฟันของเฟืองเฉียงหรือแต่ละชุดของเฟืองตรงนั้นมีจำนวนเฟืองตรงย่อยที่ขบอยู่ไม่เท่ากัน รูปที่ 6(ก) จะสังเกตว่า ในช่วงเวลา n ชุดเฟืองในคู่ที่ 1 มีการขบแค่ 2 เฟืองย่อย แต่ชุดเฟืองคู่ที่ 2 มีการขบถึง 5 เฟืองย่อย และชุดเฟืองคู่ที่ 3 มีการขบกัน 3 เฟืองย่อย ตำแหน่งการขบเหล่านี้สามารถแสดงในระนาบการขบได้ดังรูปที่ 7

จากรูปที่ 7 หากการกระจายของแรงบนเส้นสัมผัสในแต่ละขณะเวลาที่มีความสม่ำเสมอ จะได้ว่าฟันของชุดเฟืองคู่ที่มีเส้นการสัมผัสยาวกว่าจะส่งกำลังได้มากกว่า ฟันของชุดเฟืองคู่ที่มีเส้นการสัมผัสสั้นกว่า ดังนั้นอัตราส่วนกำลังสูญเสียในเวลาที่ฟัน 3 คู่ขบกันจะมีค่าไม่เท่ากันในแต่ละฟัน โดยอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม สามารถหาได้โดยประมาณให้ฟันของเฟืองตรงย่อยในแต่ละชุดที่ขบอยู่ส่งกำลังเท่ากัน โดยกำลังที่แต่ละฟันของเฟืองย่อยส่งถ่ายหาได้จาก

$$H_{S1} = H_{S2} = H_{Sn} = \frac{H_1}{nS} \quad (5)$$



รูปที่ 6 อัตราส่วนกำลังสูญเสียของแต่ละคู่ฟัน และอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองเฉียง



รูปที่ 7 เส้นสัมผัสระหว่างฟันของเฟืองเฉียงที่เวลา n

โดย ตัวห้อย $S1$, $S2$ และ Sn หมายถึงฟันของเฟืองตรงย่อยคู่ที่ 1, 2 และ n ตามลำดับ และตัวห้อย nS หมายถึงจำนวนของฟันของเฟืองตรงย่อยในเวลาที่กำลังขบอยู่ทั้งหมด อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม Φ_{Total} หาได้จาก

$$\Phi_{Total} = \frac{(Loss_{S1} + Loss_{S2} + \dots + Loss_{Sn})}{H_1} \quad (6)$$

ตารางที่ 1 พารามิเตอร์ของเฟืองเฉียงชุดต่างๆ ที่ใช้ในการทดลอง

Parameter	ชุดเฟือง								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Number of teeth	23	23	23	40	40	40	40	40	40
Normal module	3.95	3.45	3.42	2.32	1.98	2.01	2.18	2.15	2.14
Pressure angle, deg	25.9	25.9	22.7	26.5	26.5	23.4	20.22	17.75	16.55
Helix angle, deg	0	30	30	0	30	30	17.5	20	21
Face width	26.67	26.67	26.67	26.67	26.67	26.67	26.67	26.67	26.67
Center distance	91.5	91.5	91.5	91.5	91.5	91.5	91.5	91.5	91.5

กำลังสูญเสียรวมหาได้จาก

$$\varphi_{Total} \cdot H_1 = Loss_{S1} + Loss_{S2} + \dots + Loss_{Sn}$$

$$\varphi_{Total} \cdot H_1 = \varphi_{S1} \cdot \frac{H_1}{nS} + \varphi_{S2} \cdot \frac{H_1}{nS} + \dots + \varphi_{Sn} \cdot \frac{H_1}{nS}$$

$$\varphi_{Total} \cdot H_1 = \frac{H_1}{nS} (\varphi_{S1} + \varphi_{S2} + \dots + \varphi_{Sn}) \quad (7)$$

โดย φ_{S1} , φ_{S2} และ φ_{Sn} เป็นอัตราส่วนกำลังสูญเสียของฟันของเฟืองตรงย่อยคู่ที่ 1,2 และ n ที่กำลังขบอยู่ตามลำดับ อัตราส่วนกำลังสูญเสีย φ ของแต่ละฟันเฟืองตรงย่อยสามารถหาได้จากสมการ (4) เช่นกัน สำหรับอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมในขณะที่เฟืองเฉียงขบกัน สามารถหาดังสมการ (8)

$$\varphi_{Total} = \frac{(\varphi_{S1} + \varphi_{S2} + \dots + \varphi_{Sn})}{nS} \quad (8)$$

จะพบว่าเมื่อฟันของเฟืองย่อยทั้งหมดรับกำลังเท่ากัน อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมจะเป็นค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนกำลังสูญเสียของแต่ละฟันของเฟืองย่อย อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองเฉียงในช่วงเวลาต่างๆ แสดงดังรูปที่ 6(ข) ช่วงที่มีจำนวนการขบของฟันย่อยมากจะเป็นช่วงที่มีกำลังสูญเสียมาก สำหรับเส้นประในรูปแสดงขนาดของอัตราส่วนกำลังสูญเสียเฉลี่ย $\bar{\varphi}$ ซึ่งหาได้จากสมการ (9)

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{Pb} \int_0^{Pb} \varphi \, dn \quad (9)$$

โดย Pb คือระยะเบสพิทช์

5. ผลการประเมินกำลังสูญเสียของเฟืองตรง

เพื่อตรวจสอบว่าแบบจำลองที่สร้างขึ้น สามารถใช้ประเมินอัตราส่วนกำลังสูญเสียได้แม่นยำหรือไม่ ในที่นี้จะทำการเปรียบเทียบผลการประเมินกำลังสูญเสีย กับผลการทดลองซึ่งรายงานโดย Aarth Vaidyanathan และคณะ [4] Aarth Vaidyanathan และคณะ ได้ทดลองวัดกำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงซึ่งมีอัตราทด 1:1 โดยได้ทดลองวัดกำลังสูญเสียที่ความเร็วรอบหมุน และที่ภาระต่างๆ นอกจากนี้ยังได้ศึกษาถึงผลของค่าโมดูล มุมกด และมุมอีลิคซ์ พารามิเตอร์อื่นๆ ของเฟืองที่ใช้ในการทดลองแสดงในตารางที่ 1

5.1 การเปรียบเทียบผลประเมินกับผลที่รายงานโดย Aarth Vaidyanathan และคณะ

รูปที่ 8-9 แสดงกำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงชุด B ที่ความเร็วรอบหมุน และที่ภาระต่างๆ สำหรับผลการทดลองจะหักกำลังสูญเสียจากการหมุนซึ่งไม่ขึ้นกับภาระออกไป เหลือเพียงกำลังสูญเสียจากการไถลและการกลิ้งของเฟือง ซึ่งสามารถเปรียบเทียบกับผลที่ประเมินจากแบบจำลองได้ ผลที่ได้จากการประเมินมีแนวโน้มเหมือนกับผลการทดลอง โดยรูปที่ 8 กำลังสูญเสียจะมีค่าเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้นเมื่อเพิ่มความเร็วยรอบหมุนขึ้น และรูปที่ 9 กำลังสูญเสียจะเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้นเมื่อเพิ่มแรงบิด

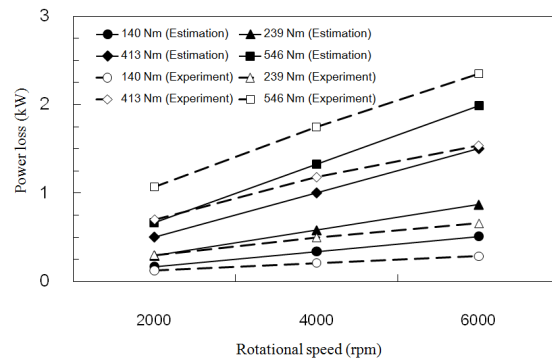
รูปที่ 10(ก)-(ข) แสดงกำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงชุด A,B และ C ที่ความเร็วรอบหมุนต่างๆ การทดลองจะคงแรงบิดคงที่ 546 Nm โดย Φ คือ มุมกด

ส่วน Ψ คือ มุมอีลิคซ์ ผลที่ได้จากการประเมินมีแนวโน้มเหมือนกับผลการทดลอง พบว่าที่มุมกดเท่ากัน เฟืองตรง (เฟือง A) มีกำลังสูญเสียน้อยกว่าเฟืองเฉียง (เฟือง B,C) ทั้งนี้เนื่องจากขนาดของมุมอีลิคซ์ส่งผลต่ออัตราส่วนการขบ โดยเฟืองเฉียงที่มีมุมอีลิคซ์มากเปรียบเสมือนมีการขบซ้อนกันของฟันของเฟืองตรงย่อยในจังหวะเวลาเดียวกันมากกว่า ทำให้เกิดกำลังสูญเสียมากกว่า เมื่อพิจารณาจากผลพบพบว่า เฟืองเฉียงที่มีขนาดใกล้เคียงกัน มีมุมอีลิคซ์เท่ากัน แต่มีมุมกดน้อยจะมีกำลังสูญเสียมากกว่า ซึ่งอาจเกิดจากการลดมุมกดทำให้ ความยาวการขบของเฟืองเฉียงมีค่าเพิ่มขึ้น ส่งผลให้เกิดการสูญเสียจากการไถลที่บริเวณห่างจากจุดพิตซ์มากกว่า

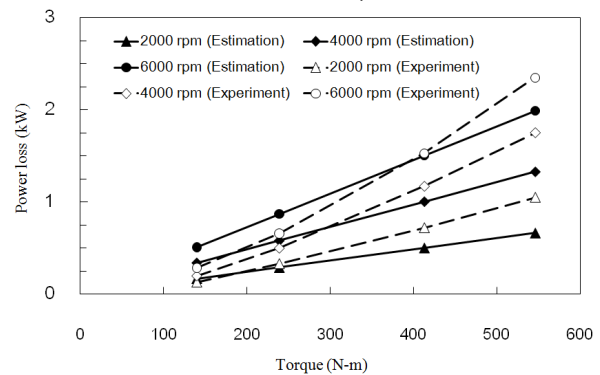
รูปที่ 11(ก)-(ข) แสดงกำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงชุด D,E,F,G,H และ I ความเร็วรอบหมุนต่างๆ โดยในการทดลองจะคงแรงบิดคงที่ 546 Nm ผลที่ได้จากการประเมินมีแนวโน้มใกล้เคียงกับผลการทดลอง โดยสามารถอธิบายได้เช่นเดียวกันกับรูปที่ 10 แต่จะสังเกตว่า เฟืองเฉียงชุด D,E,F,G,H และ I มีขนาดพื้นที่เล็กกว่าเฟืองเฉียงชุด A,B และ C ซึ่งเมื่อเทียบกำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงทั้งสองกลุ่มพบว่า กลุ่มเฟืองเฉียงที่มีขนาดพื้นที่ใหญ่กว่า จะมีกำลังสูญเสียมากกว่ากลุ่มเฟืองเฉียงที่มีขนาดพื้นที่เล็ก ทั้งนี้เนื่องจากขนาดพื้นที่ของเฟืองตรงย่อยในชุดเฟืองตรงที่ใหญ่กว่าทำให้เกิดการสูญเสียจากการไถลที่บริเวณห่างจากจุดพิตซ์มากกว่า

ถึงแม้ว่าผลการประเมิน จะมีแนวโน้มสอดคล้องกับผลการทดลอง ค่ากำลังสูญเสียที่ประเมินได้ ยังมีความแตกต่างกับค่าจากการทดลองพอสมควร ปัจจัยที่มีผลมากต่อความแม่นยำของการประเมินตามแบบจำลองนี้คือการเลือกใช้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน โดยในที่นี้เลือกใช้จากงานวิจัยที่มีมาก่อน อย่างไรก็ตามค่าที่รายงานจากงานวิจัยต่างๆ มีค่าแปรผันค่อนข้างมาก [6] ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน 0.03 ที่เลือกเป็นค่ากลางๆ ที่สอดคล้องกับช่วงสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่รายงานในงานวิจัย

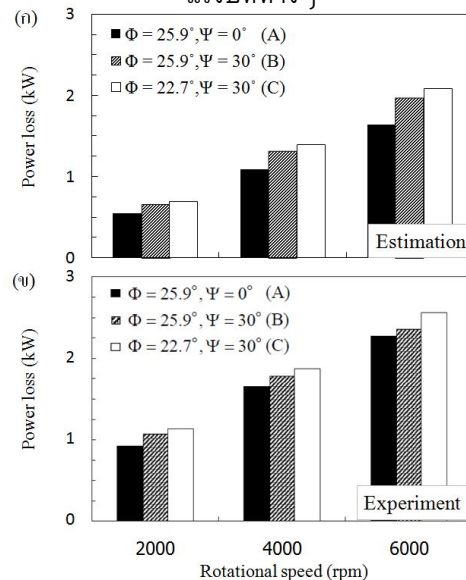
หลายๆ ชั้นอาจจะไม่สอดคล้องกับเฟืองจริงที่ใช้ในการทดลองของ Aarthi Vaidyanathan และคณะ



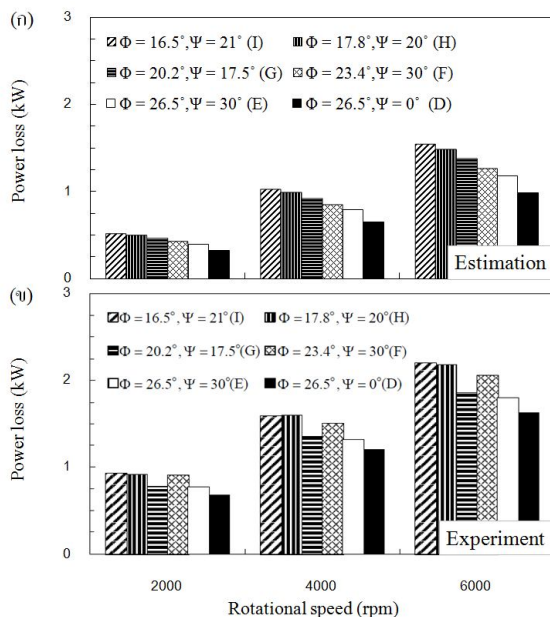
รูปที่ 8 กำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงชุด B ที่ความเร็วรอบหมุนต่างๆ



รูปที่ 9 กำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงชุด B ที่แรงบิดต่างๆ



รูปที่ 10 กำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงชุด A,B และ C ที่ได้จากการประเมินและการทดลอง



รูปที่ 11 กำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงชุด D,E,F,G,H และ I ที่ได้จากการประเมินและการทดลอง

นอกจากนี้ในความเป็นจริง ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานอาจมีค่าไม่คงที่ในแต่ละช่วงเวลาของการขับ แต่ในแบบจำลองเบื้องต้นที่เสนอนี้กำหนดให้เท่ากันตลอดช่วงการขับ ซึ่งถ้าหากรู้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานในแต่ละช่วงเวลาของการขับที่ถูกต้องแล้ว จะสามารถปรับปรุงแบบจำลองให้มีความแม่นยำมากขึ้นได้

6. สรุป

บทความนี้นำเสนอถึงแบบจำลองอย่างง่าย เพื่อประเมินกำลังสูญเสียในการส่งกำลังด้วยเฟืองเฉียง โดยคำนึงถึงกำลังสูญเสียที่เป็นผลมาจากแรงเสียดทานจากการไถลของฟันเฟืองเป็นหลัก ผลการประเมินเมื่อเทียบกับผลการทดลอง ซึ่งรายงานโดยผู้วิจัยอื่นพบว่า มีแนวโน้มสอดคล้องกัน โดยกำลังสูญเสียมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้นเมื่อความเร็วรอบหมุน และแรงบิดมีค่าเพิ่มขึ้น เฟืองเฉียงที่มีค่ามุมอีลิคซ์ และ โมดูลมาก จะมีกำลังสูญเสียมาก แต่เฟืองเฉียงที่มีค่ามุมกดมากจะมีกำลังสูญเสียน้อย

จากผลการเปรียบเทียบนี้แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อประเมิน

หาแนวโน้มกำลังสูญเสียที่จะเกิดได้ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการออกแบบเฟืองและระบบเฟือง

7. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ให้การสนับสนุนเงินอุดหนุนการวิจัยนี้

8. เอกสารอ้างอิง

- [1] Y.michlin and V.Myunster, 2002. Determination of Power Loss in Gear Tranmission with Rolling and Sliding Friction Incorporated, Machanism and Machine Theory, 37, pp. 167-174.
- [2] ชนิตต์ รัตนสุมาวงศ์และคณะ. แบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสียจากการส่งกำลังด้วยเฟืองตรง. การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 22,มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต, 2551.
- [3] T.T. Petry-Johnson, A. Kahraman, N.E. Anderson and D.R. Chase, Experimental Investigation of Spur Gear Efficiency, Proceedings of the ASME 2007 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, Las Vegas, USA, September 4-7, 2007.
- [4] Aarthy Vaidyanathan, B. Tech. An Experimental Investigation of Helical Gear Efficiency. Master's Thesis; Ohio State University, 2009.
- [5] Wikipedia, <http://en.wikipedia.org/wiki/Gear>, access on 24/05/2010.
- [6] Heingartner, P., Mba, D., 2003, "Determining Power Losses in The Helical Gear Mesh; Case Study," Proceeding of DETC'3, ASME 2003 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Chicago, Illinois.