

ทฤษฎีและการสร้างโต๊ะตัดแผ่นเหล็กด้วยเปลวไฟที่ควบคุมด้วยคอมพิวเตอร์

THEORY AND CONSTRUCTION OF A COMPUTER CONTROL OF
FLAME CUTTING TABLE

โดย ศศ.ดร. วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ และคณะ

บทคัดย่อ

โต๊ะตัดแผ่นเหล็กด้วยเปลวไฟที่มีหัวตัดเคลื่อนที่ได้ในแนวระนาบนี้ควบคุมด้วยเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ การเคลื่อนที่ในแต่ละทิศทางในแนวระนาบนี้ขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์กระแสตรงชนิดแม่เหล็กถาวรสองตัวที่ควบคุมการเคลื่อนที่ในสองทิศทางที่ตั้งฉากกัน โดยระบบควบคุมจะเป็นแบบป้อนกลับ พี ไอ ดี พี (PIDP, Proportional-Integral-Derivative plus Preview) ในการออกแบบสร้างโต๊ะตัดแผ่นเหล็กนี้ได้ทำการศึกษาทางไดนามิกของโครงสร้างด้วย (Structure Dynamics) เพื่อเป็นข้อมูลสำหรับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จะนำไปออกแบบระบบควบคุมแบบปิด

คำนำ

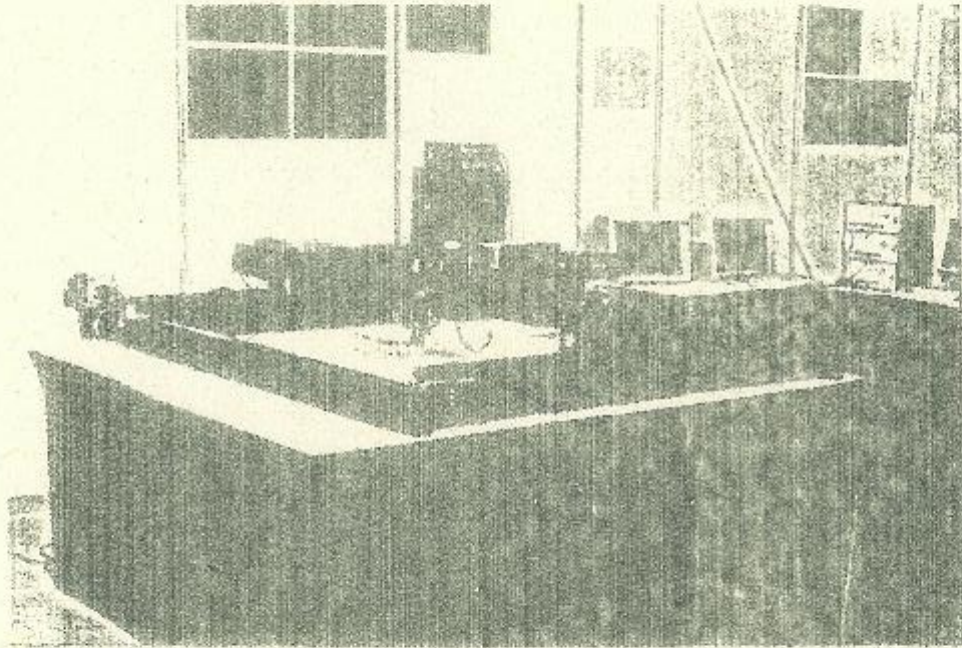
ในปัจจุบันนี้การนำเอาคอมพิวเตอร์มาควบคุมระบบกลไกต่าง ๆ ที่นำมาใช้กับระบบการผลิตนั้นเริ่มแพร่หลายมากขึ้น โดยเฉพาะประเทศอุตสาหกรรม จุดประสงค์ของการนำเอาคอมพิวเตอร์เข้ามาควบคุมนั้นก็ต้องการงานที่ละเอียด แม่นยำ มีการผิดพลาดน้อยที่สุด และสามารถผลิตในปริมาณมากโดยคุณภาพของผลิตภัณฑ์ที่มีความสม่ำเสมอสูง

โต๊ะตัดแผ่นเหล็กด้วยเปลวไฟที่ควบคุมด้วยคอมพิวเตอร์นี้ อาจจะจัดอยู่ในประเภทของหุ่นยนต์อุตสาหกรรมก็ได้ โดยมีการเคลื่อนที่อยู่ในระบบพิกัดฉาก (Rectangular coordinate) หรืออยู่ในระนาบ X-Y ปัญหาด้านความหยุ่นตัว (Flexibility) ของหุ่นยนต์ที่มีผลต่อการเคลื่อนที่นั้นนับว่าเป็นปัญหาหนึ่งที่ถูกหยิบยกขึ้นมาศึกษาควบคู่กันไปกับการออกแบบระบบควบคุมแบบปิด (Close-loop Control) ปัจจุบันนี้การแก้ปัญหาด้านความหยุ่นตัวที่มีต่อการเคลื่อนที่นั้นก็ได้ โดยออกแบบให้หุ่นยนต์มีมวลมากเพียงพอ ด้วยเหตุนี้หุ่นยนต์ในปัจจุบันจึงต้องใช้กำลังขับเคลื่อนเพื่อเอาชนะมวลที่มากเกินความต้องการ ทำให้สิ้นเปลืองพลังงานและมีรูปร่างเกะกะ การศึกษาในงานวิจัยนี้จึงได้ทำการศึกษาลักษณะของเนื่องจากความหยุ่นตัวที่มีต่อระบบควบคุมเพื่อจะเป็นแนวทางในการศึกษาทางด้านนี้ต่อไปในภายภาคหน้า

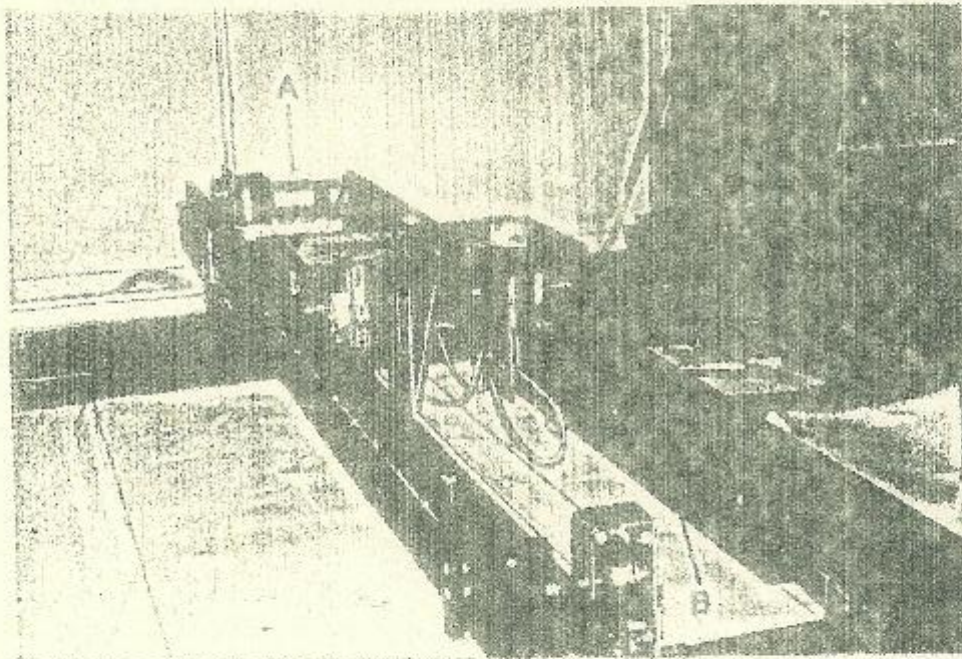
การเคลื่อนที่ในแต่ละทิศทางนั้นจะใช้มอเตอร์กระแสตรงชนิดแม่เหล็กถาวร (Permanent Magnet D.C. Servo Motor) เป็นตัวขับเคลื่อน เนื่องจากมอเตอร์กระแสตรงนี้มีลักษณะเป็นเชิงเส้นดีกว่าระบบที่ควบคุมด้วยไฮดรอลิก ทั้งนี้การบำรุงดูแลรักษาก็เป็นไปได้ง่ายและสะดวกในกรณีของมอเตอร์กระแสตรง เนื่องจากมอเตอร์กระแสตรงชนิดแม่เหล็กถาวรนี้สามารถจำลองเป็นระบบเชิงเส้นในช่วงการทำงานที่กว้างได้ ทำให้การออกแบบระบบควบคุมสะดวกมากขึ้น ระบบควบคุมที่จะทำการออกแบบก็จะเป็นระบบควบคุมแบบปิด (Close-loop Control) โดยใช้วิธีการควบคุมแบบ พี ไอ ดี (PID Proportional-Integral-Derivative Control) และ พี ไอ ดี พี (PIDP Proportional-Integral-Derivative plus Preview) เป็นหลัก อุปกรณ์ต่าง ๆ ที่จำเป็นเช่นเครื่องขยายสัญญาณแบบเชิงเส้นปรับในตัว (Linear Servo Amplifier) อุปกรณ์ถอดรหัสสัญญาณ (Decoder) จากอุปกรณ์วัดตำแหน่งเชิงเส้น (Linear Encoder) อุปกรณ์กรองสัญญาณ เป็นต้นเหล่านี้ก็ได้จัดสร้างขึ้นหรือคิดแปลงจากอุปกรณ์ที่พอหาซื้อได้ในประเทศไทยเป็นส่วนใหญ่

โครงการนี้นับได้ว่าเป็นโครงการพื้นฐานของการพัฒนาหุ่นยนต์อุตสาหกรรมอื่น ๆ ในประเทศไทย ในการวิจัยจะเริ่มด้วยการศึกษาและออกแบบระบบการทำงานทางทฤษฎีก่อน โดยจะวิเคราะห์ถึงผลกระทบเนื่องจากการยืดหยุ่นตัวที่ทำให้เกิดการสั่นตัวและอาจจะมีการกระทบไปถึงระบบควบคุมด้วย การวิเคราะห์โมดัล (Modal Analysis) สามารถทำได้ โดยการวิเคราะห์ระบบควบคุมบนหุ่นยนต์โดยวิธีการวิเคราะห์ทางสเปกตรัม (Spectrum

รูปแสดงอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง



โคมตัดแผ่นเหล็กที่ใช้น้ำขึ้น



A - มอเตอร์และระบบล้อสายพาน, B - ออสซิลโลสโคปอิเล็กทรอนิกส์

Analysis) ของระบบควบคุม การออกแบบระบบควบคุมที่จะเป็นระบบควบคุมแบบปิด จะทำได้โดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และทำการทดสอบกับแบบหุ่นยนต์ที่สร้างขึ้น

การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของไต้้ตัดแผ่นเหล็ก

ในการออกแบบระบบควบคุมแบบปิดนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Dynamics Model) นับว่ามีส่วนสำคัญมากเพราะระบบควบคุมที่ออกแบบจะขึ้นอยู่กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ในรูปที่ 1 แสดงรูปแบบของแบบแต่ละส่วนของไต้้ตัดแผ่นเหล็ก การเคลื่อนที่ของไต้้ตัดแผ่นเหล็กนี้จะเคลื่อนที่ได้ในแนวแกน X และแนวแกน Y ทั้งสองแกนนี้จะมีรูปแบบคล้าย ๆ กันจะต่างกันก็เฉพาะขนาดมวลที่จะถูกกับเคลื่อนเท่านั้น ระบบขับเคลื่อนประกอบด้วยมอเตอร์กระแสตรงชนิดแม่เหล็กถาวรที่ใช้ขับเคลื่อนแต่ละแกนผ่านทางลวดสลิงซึ่งพันติดอยู่กับลูกกลิ้งที่ลวดติดอยู่กับแกนของมอเตอร์ เนื่องจากว่าการเคลื่อนที่ของแกนอยู่ในแนวระนาบ แรงโน้มถ่วงจึงไม่มีผลโดยตรงกับการขับเคลื่อนนอกจากจะมีผลทำให้เกิดแรงเสียดทานขึ้นที่ลวดและที่เพลาหมุนลูกปืนซึ่งวิ่งอยู่บนลวดนั้น ผลลัพธ์เนื่องมาจากการเคลื่อนที่ของแกนหนึ่งที่มีต่อการเคลื่อนที่ของอีกแกนหนึ่งก็มีน้อยมากจึงสามารถจำลองการเคลื่อนที่ของแกนแต่ละแกนให้เป็นอิสระต่อกัน และเนื่องจากว่าที่แกนมอเตอร์นั้น ได้ติดตั้งระบบเฟืองทดซึ่งมีอัตราทด 100:1 นั้นหมายความว่าความเร็วที่แกนหมุนขาออกของเฟืองทดมีความเร็วที่ต่ำกว่าแกนหมุนขาเข้าของเฟืองทดอยู่เก้าสิบเท่าเพราะฉะนั้นแรงบิดที่ออกมา ก็จะถูกขยายไปเก้าสิบเท่า ขณะเดียวกันถ้ามองย้อนกลับเข้าไปในมอเตอร์จะเห็นว่าแรงเสียดทานและแรงเฉื่อยเนื่องจากมวลที่อาจจะเปลี่ยนแปลงนั้นจะถูกลดลงเป็นจำนวนเท่ากับอัตราทดรอบของชุดเฟืองทดเมื่อคิดที่แกนหมุนด้านที่ติดกับมอเตอร์

ที่มวลของระบบทั้งชุดที่ตำแหน่งหลังชุดเฟืองทดเราสามารถหาสมการพลศาสตร์ (Dynamics Equation) ได้โดยพิจารณาจากรูปที่ 2

$$\frac{\Theta(s)}{T_e(s)} = \frac{(1/B)}{s(\tau s + 1)} \quad (1)$$

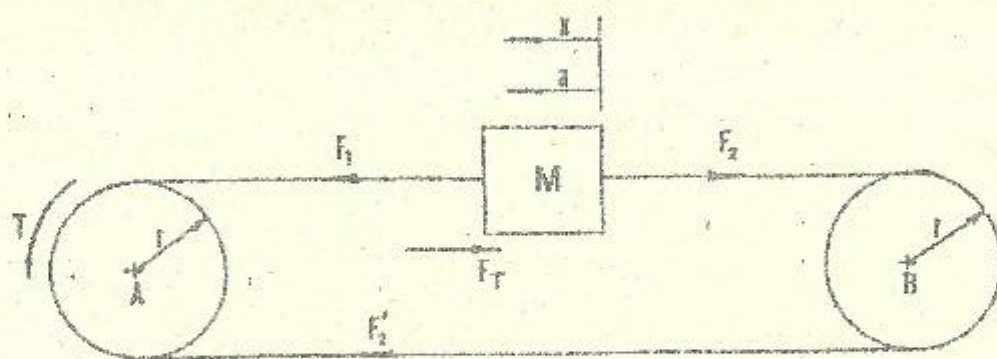
$$\tau = J_o / B = \text{time constant}$$

โดยที่

J_o = Equivalent polar moment of inertia

T_e = Equivalent torque

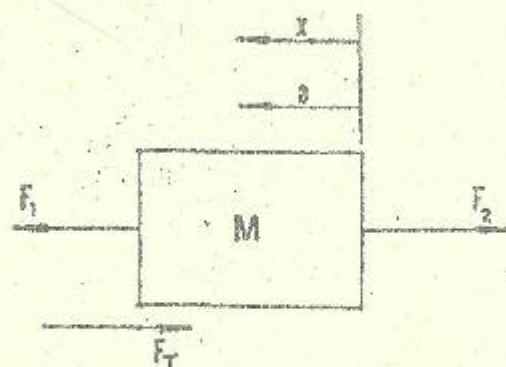
ส่วนการจัดสมการในรูปของ State variable Description ก็สามารถจัดได้ดังนี้คือ กำหนดให้



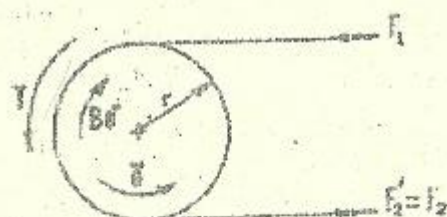
ล้อย้ายฟาน A

ล้อย้ายฟาน B

รูปที่ 2 Free body diagram ของระบบขับเคลื่อน



free body diagram ของมวล M



free body diagram ของล้อย้ายฟาน A

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \theta(t) \\ x_2(t) &= \dot{\theta}(t) \end{aligned}$$

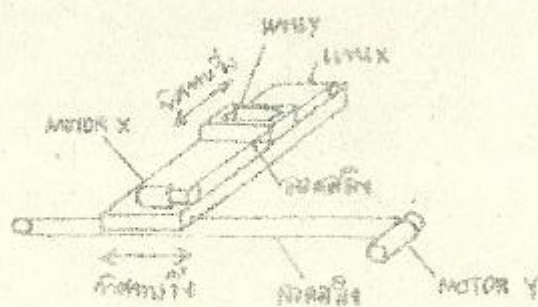
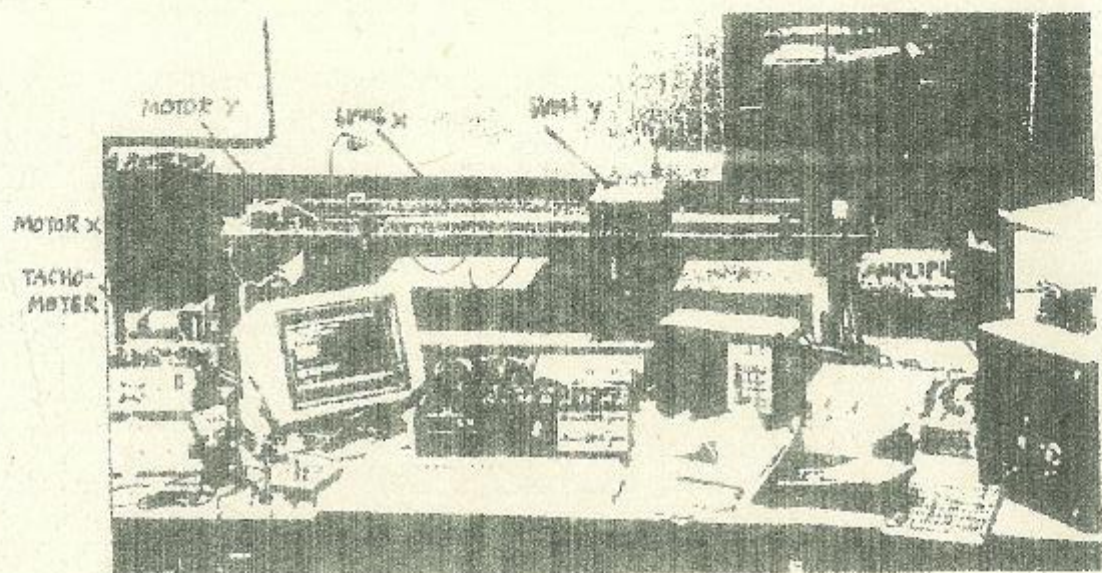
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -B/J_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J_0 \end{bmatrix} T_e \quad (2)$$

การประมาณความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างของระบบได้จะติดแน่นหลักด้วยเปลวไฟ

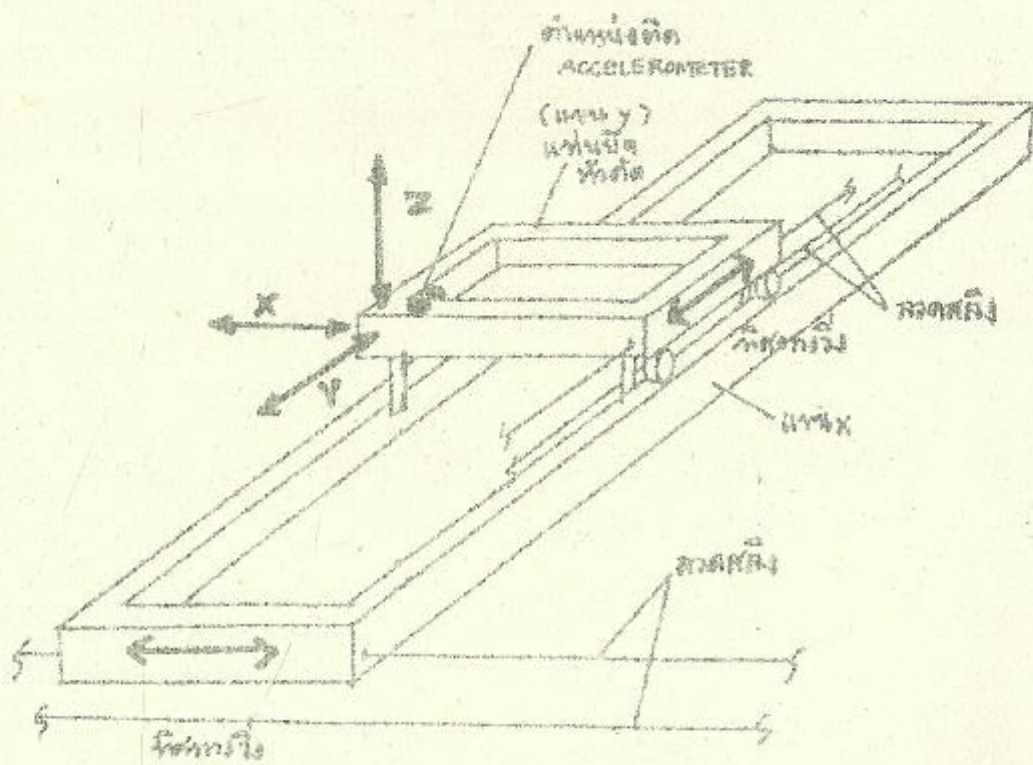
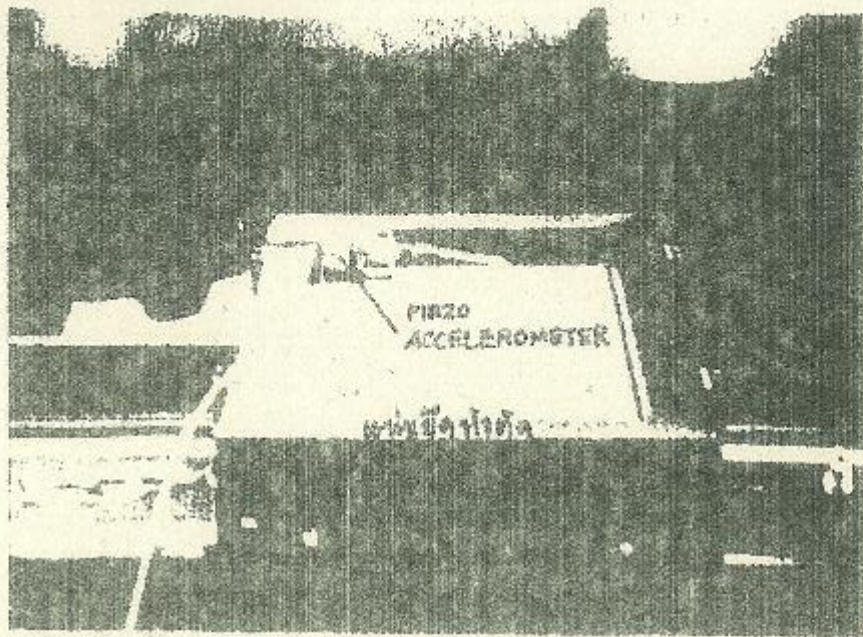
จะเห็นว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่หามาได้ข้างต้นนั้นค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของสมการที่ 1 ขึ้นอยู่กับระบบจริงที่สร้างขึ้นและเนื่องจากว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นจำลองขึ้นโดยได้ละทิ้งบางเทอมออกเช่นที่ข้อต่อตรงด้านหนึ่งหมุน ก็ไม่ได้นำมาคิด ความหมุนตัวของระบบนั้นก็ไม่ได้นำมาคิดเช่นเดียวกัน เป็นต้น ซึ่งถ้านำมาคิดแล้วแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ก็จะเป็นสมการดิฟเฟอเรนเชียลที่มีอันดับสูงกว่านี้ (Higher Degree of Differential Equation) การประมาณความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างจะช่วยให้เราตัดสินใจในขั้นต้นว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เราจำลองขึ้นนั้นมีความถูกต้องใกล้เคียงกับที่ต้องการหรือไม่ การประมาณความถี่ธรรมชาติจะใช้วิธีการวิเคราะห์สเปกตรัมเป็นหลักซึ่งโปรแกรมที่ให้วิเคราะห์ก็ได้พัฒนานั้นเองที่ห้องปฏิบัติการควบคุมของภาควิชาวิศวกรรมศาสตร์เครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 3 แสดงระบบได้จะติดแน่นหลักด้วยเปลวไฟประกอบด้วยแกนซึ่งเคลื่อนที่ไปมาเป็นเส้นตรงสองแกนในทิศทางตามแนวระบบ X-Y โดยแกน Y จะเคลื่อนที่อยู่กับแกน X ดังที่กล่าวมาแล้ว ผลของการทดลองเพื่อหาความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างอีกอย่างหนึ่ง ก็เพื่อหาข้อมูลที่ใช้ในการออกแบบระบบควบคุม เพื่อให้มีความถี่ที่ครอบคุมระบบควบคุมได้ดีที่สุด โดยจะทำการทดสอบหาค่าความถี่ด้วยวิธีการใช้อินพุตแบบพัลส์ (Pulse Input) เนื่องจากสะดวกในการสร้าง รูปที่ 4 แสดงตำแหน่งสำหรับติดตั้งมิเตอร์วัดความเร่ง โดยติดตั้งไว้บนแกน Y เพื่อให้ได้รับผลเนื่องจากความหมุนตัวของแกนโครงสร้างอื่นได้แก่ ความหมุนตัวของมวลสิ่งทั้งสองชุด และความหมุนตัวของแกน X เอง ให้มากที่สุด

การสร้างอินพุตแบบพัลส์ให้กับโครงสร้างสามารถทำได้โดยให้ช้อนพลาสติกเคาะที่ตำแหน่งแสดงไว้ในรูปที่ 4 การทดสอบกระทำทั้ง 3 ทิศทาง X, Y และ Z เนื่องจาก การวิ่งไปมาของตัวแกนทั้งสอง มีผลทำให้เกิดการสั่น (Vibration) ได้ทั้งสามทิศทาง การเก็บข้อมูลเอาพุต (output signal) เข้าเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ โดยจะให้ อุปกรณ์แปลงสัญญาณจากอนาลอกเป็นสัญญาณดิจิทัล (Analog to Digital Converter) ใช้ความถี่การสุ่มข้อมูล 500 Hz เก็บข้อมูลสัญญาณ 4 ชุดในแต่ละทิศทาง แต่ละชุดจำ



รูป 3 ระบบโต้ตอบกันผ่านเหล็กด้วยไฟฟ้า



รูป 4 แสดงตำแหน่งการทดสอบระบบโต๊ะตัดแผ่นเหล็ก โดยใช้การทดสอบแบบหัลล์

หวน 512 ค่า แล้วจึงใช้โปรแกรมวิเคราะห์สเปกตรัมเพาเวอร์สเปกตรัลเดนซิตี (Power Spectral Density) โดยที่ผลลัพธ์ของโปรแกรมแสดงได้ดังนี้คือ

- จำนวนชุดข้อมูล (Ensemble)	4
- จำนวนข้อมูลในแต่ละชุด (Data points)	512
- ความเร็วในการสุ่ม (Sampling period)	0.002 วินาที
- ลำดับของ FFT (Order of FFT)	9

ได้สเปกตรัมในช่วงความถี่ตั้งแต่ 0 ถึง 250 Hz

การวัดสเปกตรัมนี้ถ้าที่ห้องปฏิบัติการจริงขึ้นไม่ตั้งผลจึงมีความถี่ของการสั่นสะเทือนเข้ามาแทรกในการวัด ซึ่งการสั่นสะเทือนนี้เกิดมาจากการสั่นสะเทือนของเครื่องปรับอากาศชนิดติดหน้าต่าง เพราะฉะนั้นถ้าโต๊ะติดกับเหล็กนี้จะใช้งานในห้องนี้แล้วช่วงความถี่ที่ใช้ในการควบคุมควรจะน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของความถี่ 40 Hz ถึงแม้ความถี่ของโครงสร้างของตัวโต๊ะเองจะสูงกว่าค่านี้ก็ตาม (ดูเอกสารอ้างอิง 1)

เมื่อรวมสมการการเคลื่อนที่ของมอเตอร์เข้ากับระบบที่หาได้จากสมการที่ 1 แล้ว จะได้รูปแบบสมการการเคลื่อนที่ในรูปของทรานสเฟอว์ฟังก์ชันดังนี้

	$\Theta(s)$	$1/B$	
	$V(s) - K_m * w(s)$	$s[((J/B)*s + 1) * (L*s + R)]$	(3)
โดยที่			
J	= Equivalent Inertia		
B	= Viscous damping		
L	= Inductant of Coil		
R	= Resistant of Coil		
K_m	= Motor Back emf constant		
V	= Motor Input Voltage		
T	= Motor Torque		

ระบบควบคุมแบบ พี ไอ ดี (PID)

ระบบควบคุมแบบ พี ไอ ดี นั้นจะประกอบด้วยระบบควบคุมย่อยสามส่วนด้วยกันคือ แบบ พี หรือ Proportional Control แบบ ไอ หรือ Integral Control และ

แบบ พี หรือ Derivative Control แต่ละส่วนจะมีส่วนดีกล่าวคือ พี นั้นช่วยให้ระบบมีการตอบสนองเร็วขึ้น แบบ ไอ ก็ช่วยลดความผิดพลาดที่ปลายได้ (Steady State Error) และแบบ ดี ก็ช่วยเพิ่มค่าดัมพนิ่ง (damping) ให้กับระบบ ทำให้ระบบสมดุล (stable) มากขึ้น สมการของระบบ พี ไอ ดี นั้นสามารถเขียนได้ดังนี้

$$m(t) = K_p * e(t) + K_i \int_0^t e(t) + K_d * \dot{e}(t)$$

ถ้าจัดอยู่ในรูปแบบของ s-domain จะได้ดังนี้

$$c(s)/m(s) = 1/(K_p + K_i/s + K_d*s)$$

ถ้าจัดอยู่ในรูปแบบของค่าในนิคัล (Canonical Form) จะได้ดังนี้

$$e(s)/m(s) = (K/s)(T_d*s + 1)(s + 1/T_i)$$

โดยที่

$$K_p = K(1 + T_d/T_i)$$

$$K_i = K/T_i$$

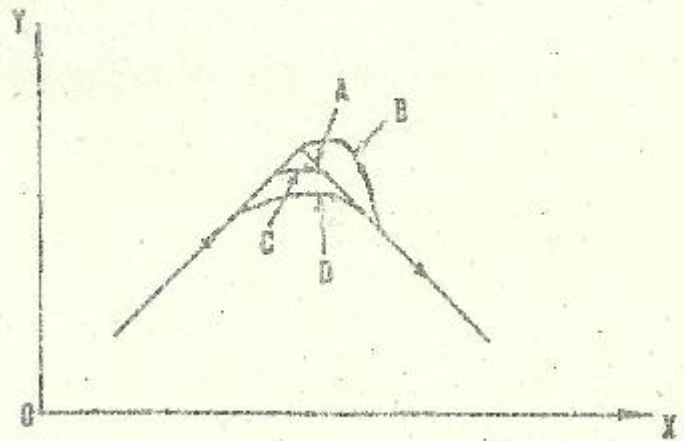
$$K_d = K*T_d$$

(4)

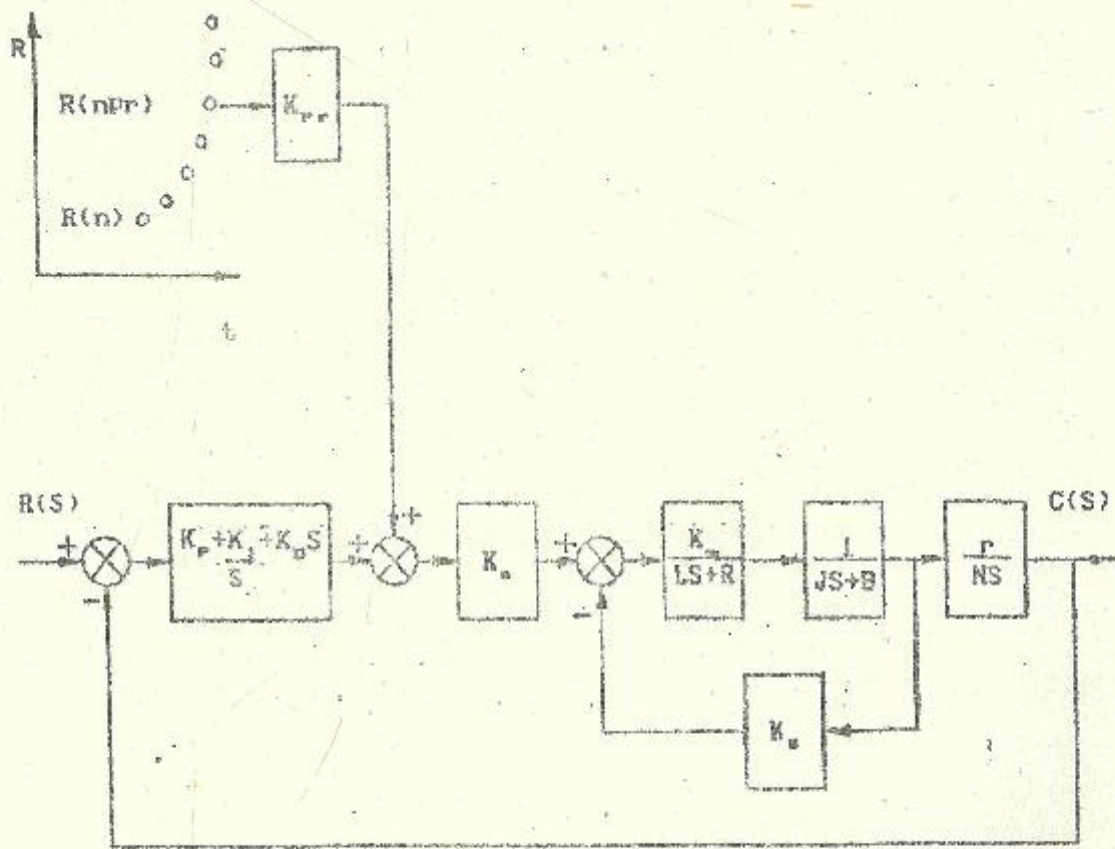
ระบบควบคุมแบบ พี ไอ ดี พี (PIDP)

สำหรับการควบคุมแบบ พี ไอ ดี พี เป็นการนำเอาสัญญาณควบคุมแบบ พี ไอ ดี มาใช้ร่วมกับสัญญาณควบคุมแบบพีรีวิว (Preview) ซึ่งการนำเอาสัญญาณควบคุมแบบพีรีวิวมาใช้จะช่วยลดค่าความผิดพลาดเมื่อการเคลื่อนที่มีการเปลี่ยนทิศทางหรือแนวการเคลื่อนที่มีการหักมุมดังแสดงในรูปที่ 5 ซึ่งแสดงผลของสัญญาณควบคุมแบบพีรีวิวในกรณีที่แนวการเคลื่อนที่มีการหักมุม เส้น A แสดงแนวทางในการเคลื่อนที่ที่ต้องการ ในกรณีที่ไม่มีการใช้สัญญาณควบคุมแบบพีรีวิวนั้นเมื่อแนวทางการเคลื่อนที่ที่มีการหักมุมระบบจะเคลื่อนที่มาจนถึงจุดที่มีการหักมุมจึงจะมองเห็นว่าการเปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่ ทำให้ระบบเคลื่อนที่เลอจุดที่มีการหักมุมดังแสดงตามเส้น B ในรูป

ในกรณีที่มีการนำเอาสัญญาณควบคุมแบบพีรีวิวมาใช้ เมื่อแนวทางการเคลื่อนที่มีการหักมุมสัญญาณควบคุมแบบพีรีวิวซึ่งมีการมองแนวทางเดินไปล่วงหน้า จะมองเห็นจุดที่มีการหักมุมก่อนที่ระบบจะเคลื่อนที่ไปถึงจุดหักมุม ทำให้ระบบเริ่มมีการปรับการเคลื่อนที่ทั้งทิศทางและความเร็วก่อนที่จะถึงจุดที่มีการหักมุมดังแสดงตามเส้น C และ D ในรูปที่ 5 สำหรับระยะทางในการมองไปล่วงหน้านั้นถ้ากำหนดไว้เป็นระยะทางไกล ระบบก็จะเริ่ม



รูปที่ 5 แสดงผลของสัญญาณควบคุมเร็วในกรณีที่การเคลื่อนที่มีการหน่วง



รูปที่ 6 บล็อกไดอะแกรมของไคเซ่จัดแนวเพื่ัก

เปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่ก่อนที่จะถึงจุดหักมุมเร็วขึ้นดังแสดงตามเส้น D เป็นกราฟที่ใช้ระบ
 ะทางในการมองล่วงหน้ามากกว่าระบบตามเส้น C ดังแสดงในรูป

สำหรับการควบคุมโดยใช้สัญญาณควบคุมแบบ พี ไอ ดี พี จะมีความสัมพันธ์ระ
 หว่างเอาต์พุตของสัญญาณควบคุม $m(t)$ กับค่าสัญญาณแตกต่าง $e(t)$ ตามสมการที่ 12
 ส่วนบล็อกไดอะแกรมของโตะตัดสินใจเล็กพร้อมระบบควบคุมแสดงไว้ในรูปที่ 6

$$m(t) = K_p * e(t) + K_i \int_0^t e(t) * dt + K_d * \dot{e}(t) + K_{pr} * [R(n+np) - C(n)] \quad (5)$$

กำหนดให้

- $m(t)$ = สัญญาณควบคุมที่ได้จากตัวควบคุมแบบ พี ไอ ดี พี ที่เวลา t
- $e(t)$ = ค่าสัญญาณแตกต่างระหว่างจุดอ้างอิงกับค่าที่วัดได้ที่เวลา t
- $R(n)$ = จุดอ้างอิงที่เวลา $t = n * \Delta t$
- $C(n)$ = ค่าตัวแปรที่วัดได้ที่เวลาใด ๆ $t = n * \Delta t$
- np = จุดอ้างอิงที่มองไปล่วงหน้าที่เกี่ยวข้องกับจุดอ้างอิงที่เวลา
 $t = n * \Delta t$

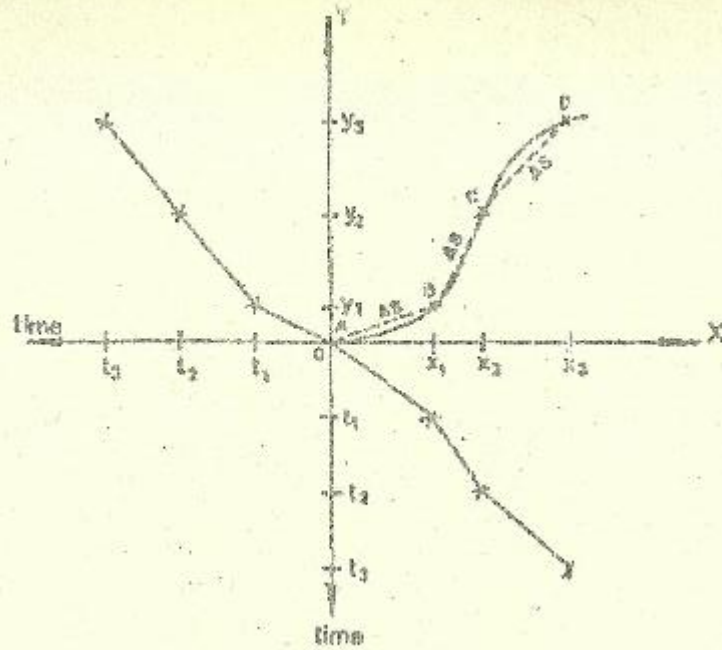
การควบคุมความเร็วตามแนวการตัด

ในการตัดสินใจเล็กด้วยเพลวไฟนั้น สิ่งที่สำคัญนอกเหนือจากความถูกต้องของ
 แนวการตัดแล้ว ความเร็วตามแนวการตัดจะต้องคงที่ด้วย เพื่อให้ชิ้นงานที่ได้มีคุณภาพที่ดี
 ตามแนวการตัด ในที่นี้จะใช้เทคนิคในการควบคุมตำแหน่งและความเร็วตามแนวการตัดดังนี้

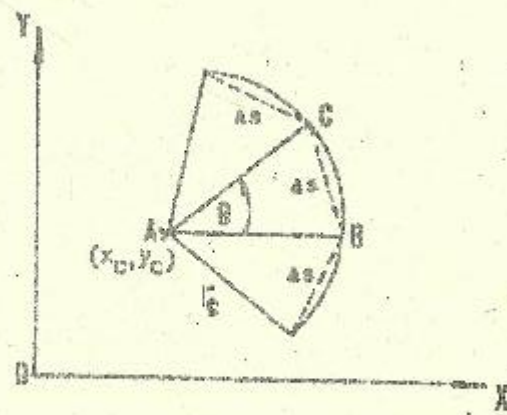
$$\text{Velocity} = \Delta S / \Delta t \quad (6)$$

จากคำจำกัดความในสมการที่ 6 จะเห็นได้ว่าถ้ากำหนดให้ Δt มีค่าเท่ากับ
 คาบเวลาในการสุ่มข้อมูลสัญญาณ (Sampling Period) ซึ่งมีค่าคงที่ และถ้าสามารถควบคุม
 ให้ ΔS ซึ่งมีค่าเท่ากับการเปลี่ยนตำแหน่งในแต่ละครั้งของการสุ่มค่าให้มีค่าคงที่ ก็จะได้
 ได้ค่าความเร็วที่มีค่าคงที่ จากหลักการดังกล่าวนี้จะนำมาใช้ในการควบคุมตำแหน่งและ
 ความเร็วได้ดังนี้

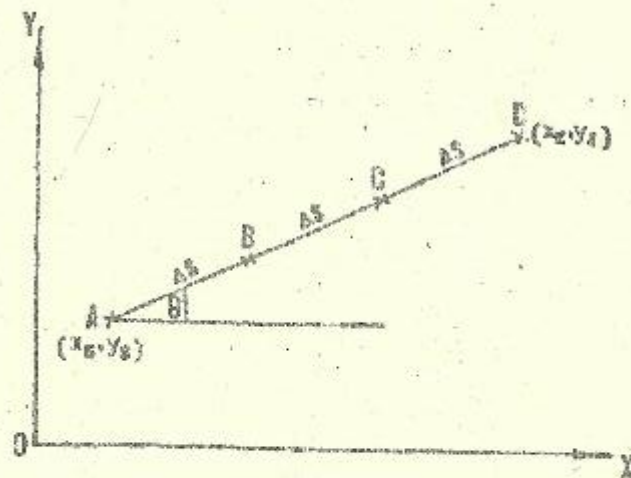
จากรูปที่ 7 เส้นทึบจะแสดงถึงแนวตัดที่ต้องการ โดยจะแบ่งแนวการตัดออกเป็น
 เป็นส่วนเล็ก ๆ ที่มีขนาดเท่ากับ ΔS ซึ่งแสดงในรูปด้วยเส้นตรง AB BC CD (เส้นประ)
 จากสมการที่ 6 ถ้ากำหนดให้ค่า Δt มีค่าเท่ากับเวลาในการสุ่มค่า จะสามารถหาค่า ΔS
 ได้ตามความสัมพันธ์ของสมการ 7



รูปที่ 7 . การแบ่งจุดตามแนวการเคลื่อนที่



รูปที่ 7' การแบ่งจุดกรณีที่แนวการเคลื่อนที่เป็นส่วนโค้ง



รูปที่ 7'' แสดงการแบ่งจุดกรณีที่แนวการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง

$$\Delta S = v_{\text{max}} * t_{\text{max}} \quad (7)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} v_{\text{max}} &= \text{ความเร็วตามแนวการตัด} \\ t_{\text{max}} &= \text{เวลาในการสุมค่า} \\ \Delta S &= \text{ระยะทางที่เคลื่อนที่ในการสุมค่า 1 ครั้ง} \end{aligned}$$

จากสมการที่ 14 นำค่า ΔS ที่คำนวณได้ไปใช้ในการคำนวณหาจุดอ้างอิงตามแนวแกน X และแกน Y ที่เวลา t_{max} ใด ๆ แล้วเก็บไว้ก่อน ในการสร้างแนวการเคลื่อนที่จะใช้รูปแบบของส่วนโค้งและเส้นตรงมาใช้ประกอบกัน (หนังสืออ้างอิง 1)

การออกแบบระบบควบคุมแบบ พี ไอ ดี พี

ในการออกแบบระบบควบคุม พี ไอ ดี พี นั้นก็คือการหาค่าเกนต่าง ๆ คือ K_p , K_i , K_d และ K_{rate} โดยจะแบ่งการออกแบบเป็น 2 ขั้นตอน ขั้นตอนแรกจะออกแบบหาค่าเกนของสัญญาณควบคุม พี ไอ ดี ก่อน หลังจากนั้นจึงจะทำการออกแบบหาค่าเกนของสัญญาณควบคุมพีวีวี ซึ่งการออกแบบหาค่าเกนของสัญญาณควบคุมมีรายละเอียดดังนี้

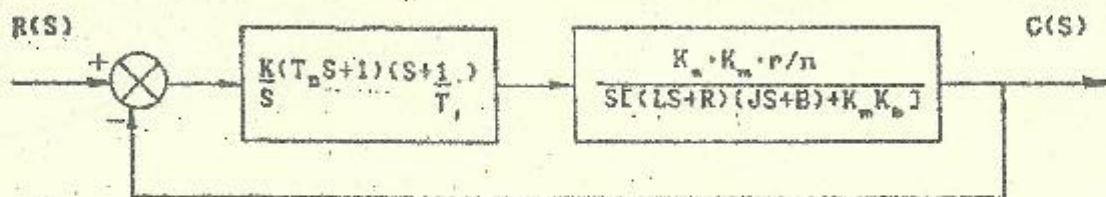
การออกแบบหาค่าเกนของสัญญาณควบคุม พี ไอ ดี จากรูปที่ 6 ถ้าให้ระบบควบคุมแบบ พี ไอ ดี และทำการรูนับข้อดีและแอกกรมของระบบ จะสามารถเขียนบล็อกไดอะแกรมได้ดังแสดงในรูปที่ 8

โดยที่

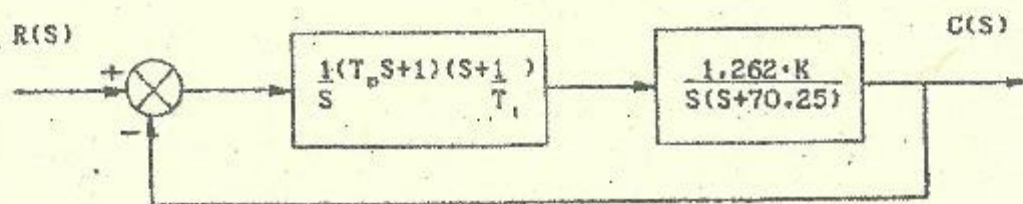
K_m	=	0.0551	N.m/A
K_a	=	4	volt/volt
K_p	=	0.0551	volt/(rat/sec)
r	=	0.025	m
n	=	100	
R	=	1.1	Ohm
L	=	2.3	mH
B	=	6.74×10^{-5}	kg.m ² /sec

สำหรับค่าโมเมนต์ของแรงเฉื่อยของระบบนั้นตัวที่มีผลต่อระบบมากที่สุดก็คือมอเตอร์ ทั้งนี้เนื่องจากอัตราเฟืองทดที่มีค่าสูงนั้น

จากรูปที่ 8 เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ เข้าไปในระบบแล้วจะได้ว่า



รูปที่ 8. บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุม พี. ไอ. ดี. ของโต๊ะตัดผ่านเหล็ก



รูปที่ 8' บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุม พี. ไอ. ดี. ที่ใช้ในการออกแบบ

ระยะทางในการ มองล่วงหน้า (จุด)	ค่าเกนพรีวิว K_{pr}	ค่าความผิดพลาดของตำแหน่งที่ความเร็ว ตามแนวการตัดค่าต่างๆ (mm)					
		0.005 m/s		0.015 m/s		0.025 m/s	
		แกน X	แกน Y	แกน X	แกน Y	แกน X	แกน Y
4	325	0.70	0.86	0.76	0.92	0.86	0.96
5	300	0.65	0.70	0.73	0.80	0.76	0.84
6	250	0.65	0.65	0.70	0.76	0.71	0.83
7	215	0.70	0.75	0.71	0.79	0.72	0.86

รูปที่ 13 ตารางแสดงผลการทดสอบค่าความผิดพลาดของตำแหน่งที่ระยะการมองล่วงหน้าค่าต่างๆ

$$G(s) = 1.262 * K / [s(s + 70.25)] \quad (8)$$

จากความสัมพันธ์ของ static velocity error coefficient

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s * G(s) \quad (9)$$

$$K_v = \text{output velocity / FVE} \quad (10)$$

กำหนดให้

$G(s)$ = ทรานสเฟอว์ฟังก์ชันของระบบที่ถูกควบคุม

K_v = static velocity error coefficient

FVE = ค่าผิดพลาดของตำแหน่งที่สภาวะสิ้นสุด
(Final Value Error)

ถ้ากำหนดให้ค่า Output Velocity มีค่าเท่ากับ 0.015 ม/ร และค่าผิดพลาดของตำแหน่งที่สภาวะสิ้นสุดให้มีค่าเท่ากับ 1 มิลลิเมตร จากสมการที่ 10 จะได้ค่า K_v ดังแสดงไว้ในสมการที่ 11

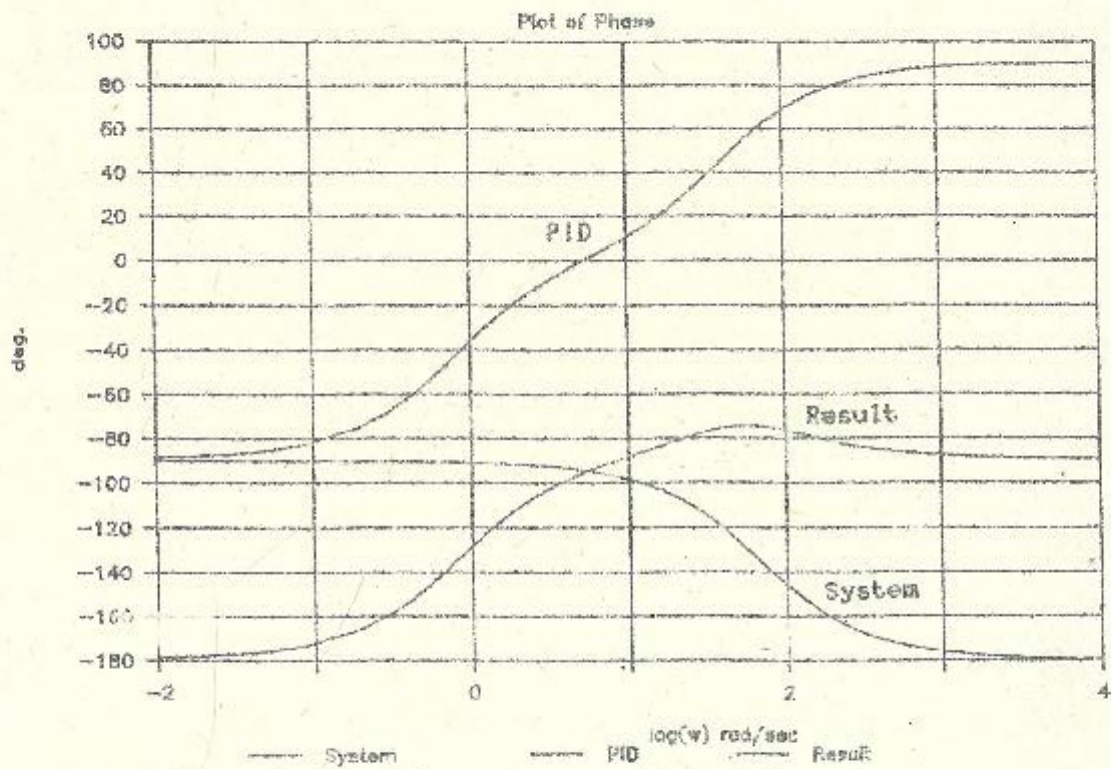
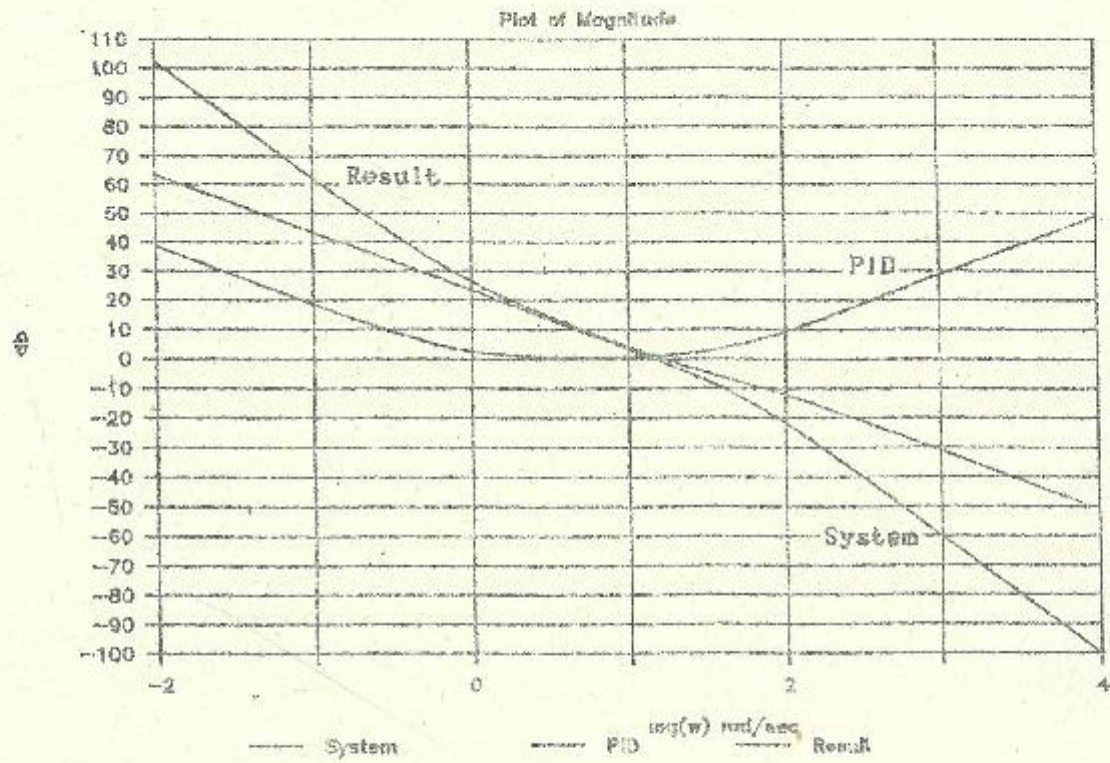
$$\begin{aligned} K_v &= 0.015 / 0.001 \\ K_v &= 15 \quad \text{sec}^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

แทนค่า K_v จากสมการที่ 11 และค่า $G(s)$ จากสมการที่ 8 ลงในสมการที่ 9 จะได้ค่าเกน K ที่ให้ค่าความผิดพลาดของตำแหน่งที่สภาวะสิ้นสุดที่ความเร็วเอาต์พุตตามที่ต้องการ

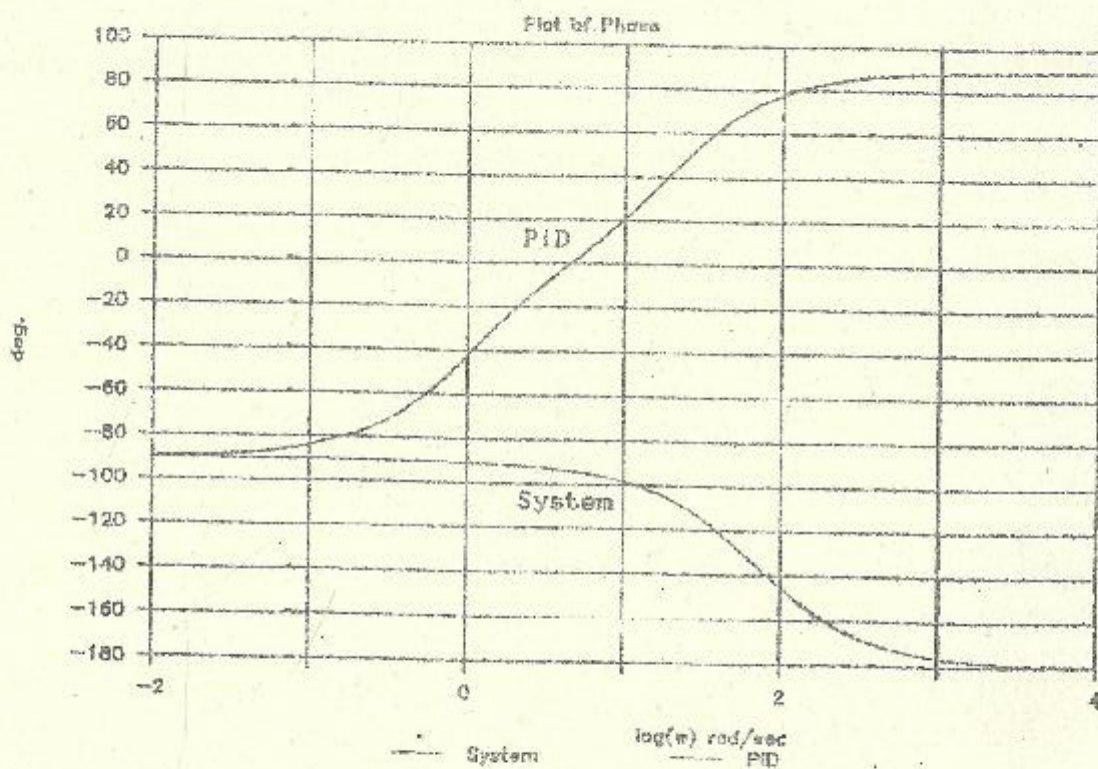
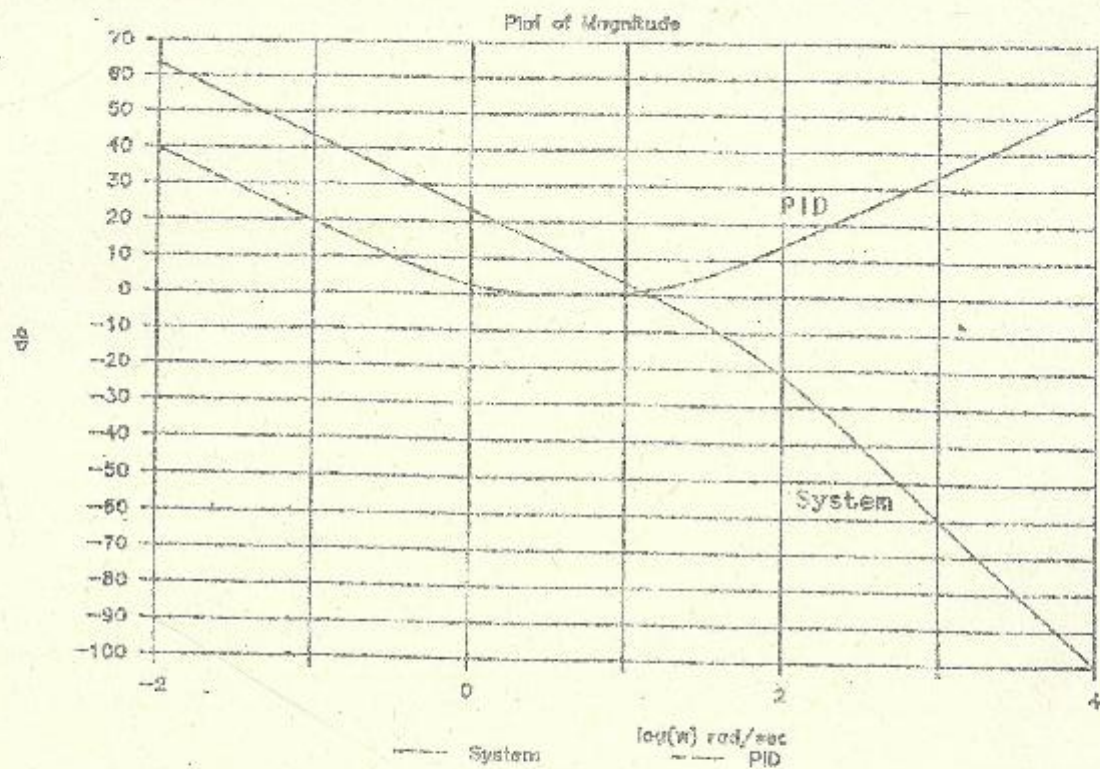
$$\begin{aligned} 15 &= \lim_{s \rightarrow 0} s * 1.262 * K / [s(s + 70.25)] \\ K &= 15 * 70.25 / 1.262 \\ K &= 835 \end{aligned} \quad (12)$$

ในการหาค่า K และ K_v จะสังเกตโดยพิจารณาจาก Frequency-response ของ open-loop transfer function โดยพิจารณาจาก Open-loop transfer function ของระบบควบคุม พี โย ดี และ open-loop transfer function ของระบบ $G(s)$ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 9

จากรูปที่ 9 จะเห็นว่า Open-loop frequency-response ของระบบควบคุม



รูปที่ 3 Bode Plot ของระบบควบคุมที่ใช้ในการทดลอง



รูปที่ 9 Bode plot ของระบบ $G(s)$ และระบบควบคุม พ. โอ. ค.

คุม พี ไล ดี จะมี corner frequency ที่ $1/T_0$ และ $1/T_1$ และมี phase angle อยู่ระหว่าง -90 ถึง 90 องศา ในการออกแบบจะทำการเลือกค่า $1/T_0$ ที่บริเวณใกล้ ๆ กับ corner frequency ของระบบ $G(s)$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 70.25 rad/sec เพื่อต้องการให้ได้ Phase Margin มีค่ามากเพียงพอ และเลือกค่า $1/T_1$ ให้มีค่าน้อยกว่าประมาณ 20 เท่า หลังจากนั้นก็จะทำการคำนวณหาค่าเกน K_p , K_i และ K_d ตามความสัมพันธ์ดังสมการที่ 4 แล้วนำค่าเกนที่คำนวณได้ไปทำการทดสอบผลของการควบคุมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แล้วจึงค่อยนำไปทดสอบกับระบบจริง เพื่อตรวจสอบผลของค่าความผิดพลาดของตำแหน่งและความเร็ว ในการพิจารณาเลือกค่า $1/T_0$ และ $1/T_1$ จะเลือกค่าที่ทำให้ระบบรวมมี Phase margin มีค่าอย่างน้อยไม่ต่ำกว่า 65 องศา นอกจากนี้แล้วในระบบควบคุมจะต้องมีสัญญาณควบคุมแบบพีวีวี ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับสัญญาณควบคุมแบบ พี ซึ่งจะทำให้การตอบสนองของระบบเกิด overshoot ขึ้น ฉะนั้นในการออกแบบระบบควบคุมนั้นจึงต้องออกแบบให้การตอบสนองต่อสัญญาณควบคุมตำแหน่งมีลักษณะเป็น Overdamp และลักษณะการตอบสนองของความเร็วของระบบมีลักษณะเป็นแบบ exponential decay

จากการทดลองเลือกค่า $1/T_0$ ให้มีค่าเท่ากับ 40 rad/sec และ $1/T_1$ มีค่า 0.8 rad/sec จะให้ค่าของ phase margin มีค่าเท่ากับ 100 องศา และค่า gain margin เป็นลบอนันต์ ถ้านำมาตรวจสอบตำแหน่งของ close-loop pole ซึ่งมีค่าเท่ากับ -84.141 , -11.863 และ -0.848 จะเห็นว่าตำแหน่งของ poles อยู่ทางซ้ายของ s-plane แสดงว่าระบบนี้เสถียร (stable) และระบบมี close-loop pole อยู่บนแกน real แสดงว่าเป็นระบบ overdamp สำหรับผลของ frequency-response ของระบบแสดงดังรูปที่ 9

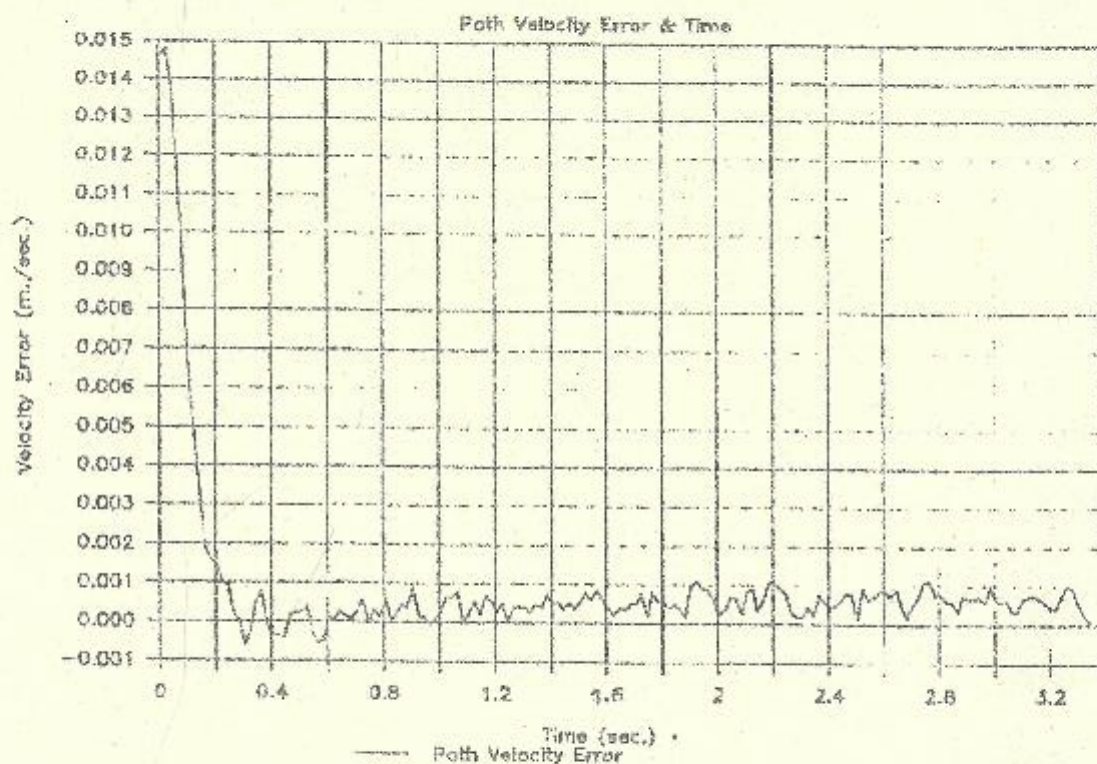
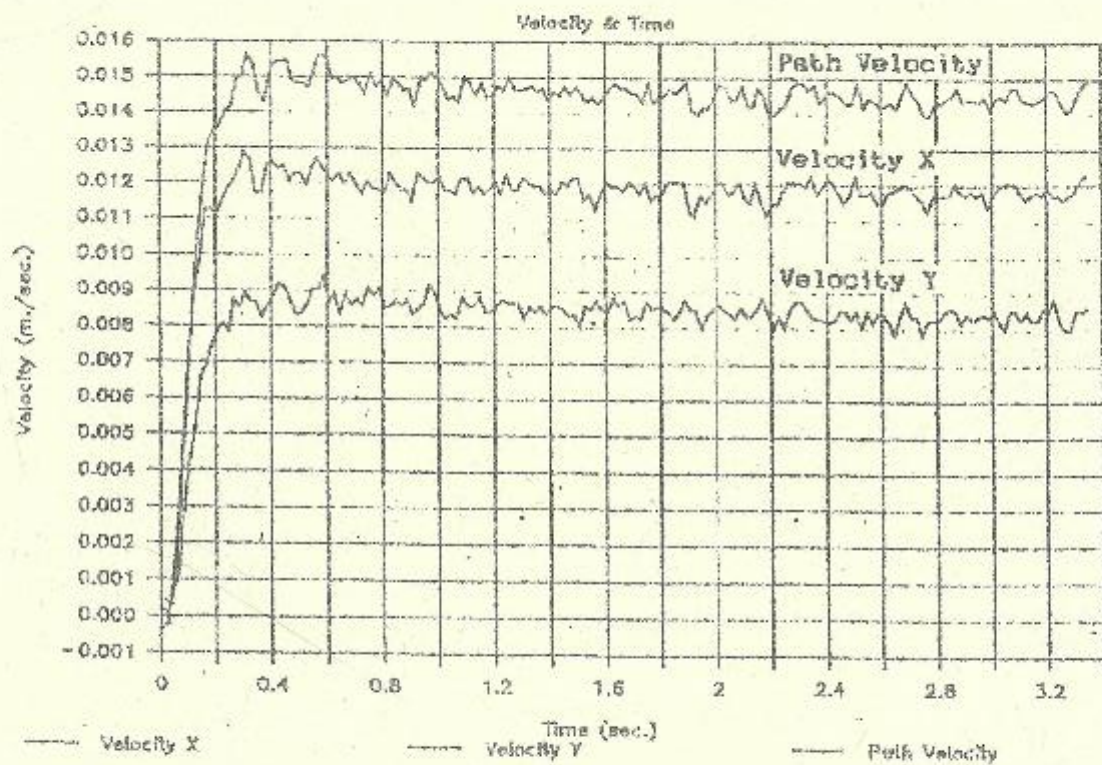
จากสมการที่ 4 แทนค่า $1/T_0$ เท่ากับ 40 และ $1/T_1$ เท่ากับ 0.8 จะคำนวณหาค่า K_p , K_i และ K_d ได้ดังนี้คือ

$$K_p = 851.70$$

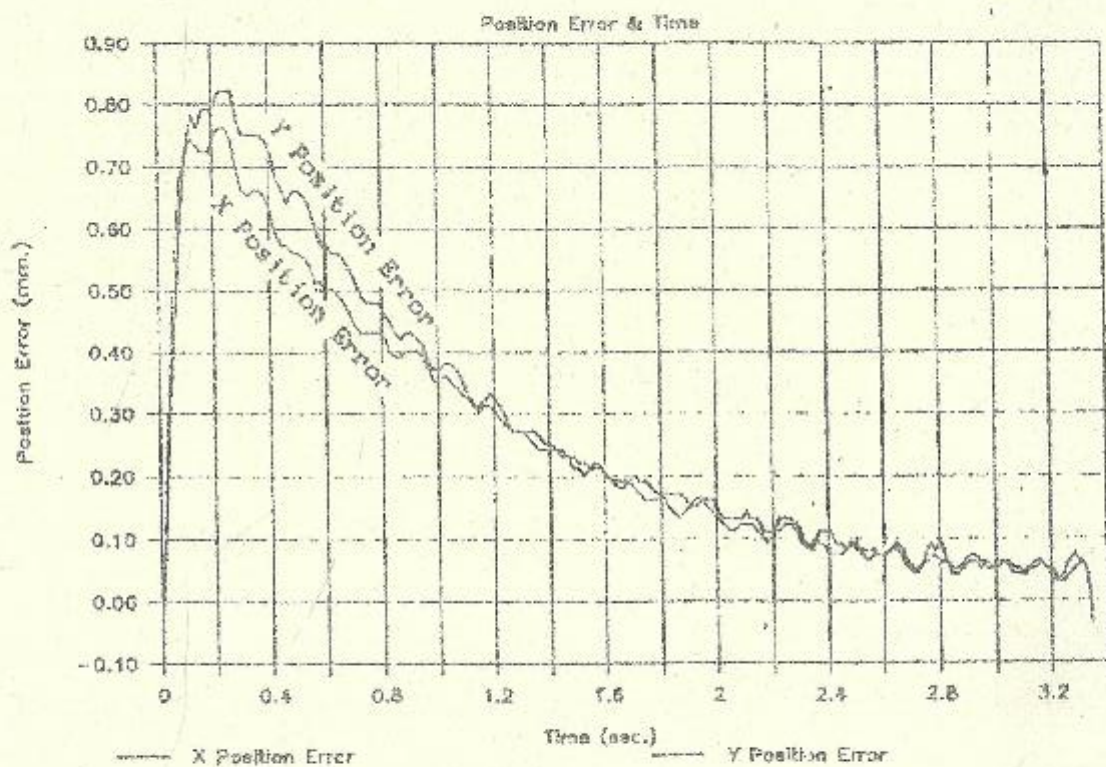
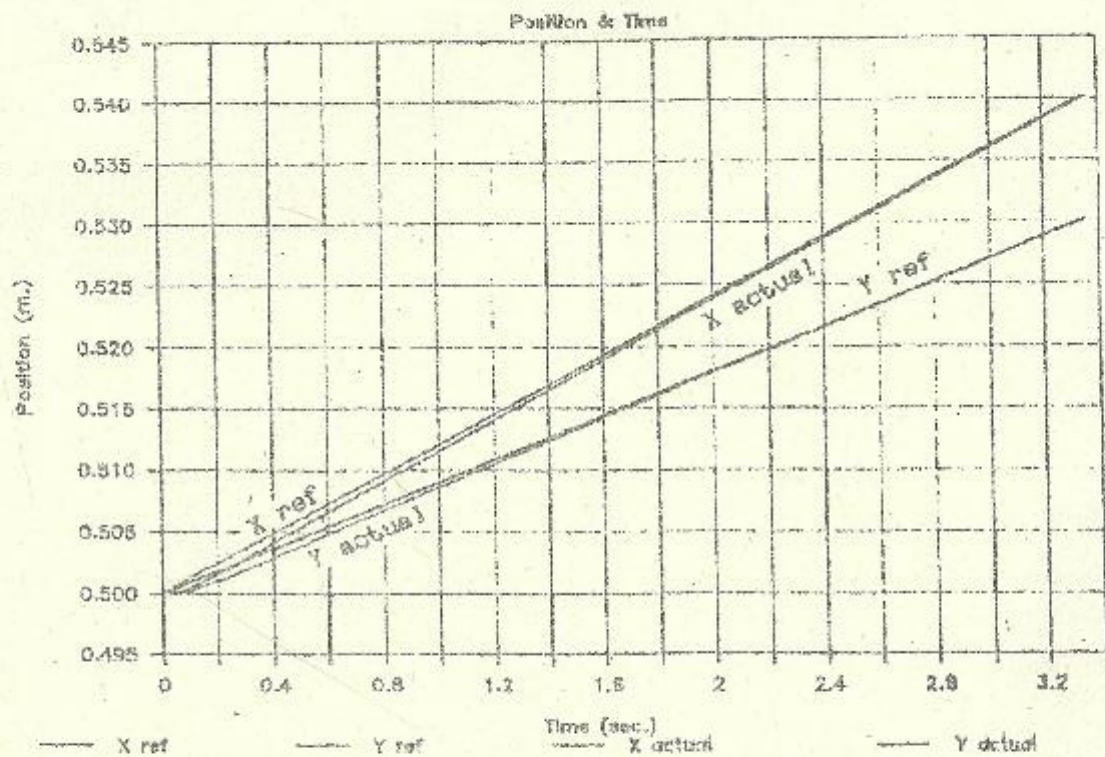
$$K_i = 668.00$$

$$K_d = 20.88$$

จากค่าเกนที่คำนวณได้ข้างบนนี้ นำไปทดสอบดูผลของค่าความผิดพลาดของตำแหน่งและความผิดพลาดของความเร็ว โดยใช้เวลาในการสุ่มค่า 20 msec ที่ความเร็วตามแนวการเคลื่อนที่ 0.015 ม/ส และการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงจากจุด $X=500$, $Y=500$ ไปยังจุด $X=540$ และ $Y=530$ ซึ่งให้ผลของการเคลื่อนที่เมื่อทดสอบกับระบบจริงแสดงไว้ในรูปที่ 10 และ 11 ซึ่งความผิดพลาดส่วนใหญ่จะอยู่ที่ backlash ของระบบ



รูปที่ 11 กราฟแสดงความเร็วที่ได้จากการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง
ของโต๊ะตัดแผ่นเหล็กที่ความเร็ว 0.015 ม/ร



รูปที่ 10 ภาพแสดงตำแหน่งที่ได้จากการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง
ของโต๊ะขับเคลื่อนหลักที่ความเร็ว 0.015 m/s

เพื่อง่ายต่อการเป็นส่วนใหญ่

การออกแบบหาค่าเกนพรีวิว ในการหาค่าเกนพรีวิวจะใช้วิธีทดลองค่ากับระบบจริง เพราะยังไม่มีทฤษฎีเฉพาะในการหาค่าเกนนี้ โดยปกติแล้วจะเริ่มจากค่าที่ใกล้เคียงกับค่าของ Proportional gain K_p แล้วดูผลของค่าความผิดพลาดของตำแหน่งที่ความเร็วตามแนวการเคลื่อนที่ต่าง ๆ กัน โดยทดลองเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ ระยะทางในการมองไปข้างหน้าเป็นกึ่งจุด และค่าเกนของสัญญาณควบคุมพรีวิว สำหรับลักษณะของแนวทางเดินที่นำมาใช้ทดลองจะใช้ลักษณะทางเดินเป็นวงกลมที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง ดังแสดงไว้ในรูปที่ 12 โดยเริ่มต้นจากการลากเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมก่อน แล้วจึงวาดส่วนของวงกลมที่เหลือ

ในขั้นตอนแรกจะทดสอบหาค่าเกนพรีวิวของระยะทางในการมองไปข้างหน้าค่าต่าง ๆ แล้วเลือกค่าเกนพรีวิวที่ให้ผลของค่าความผิดพลาดของตำแหน่งน้อยที่สุด หลังจากนั้นนำผลของการมองไปข้างหน้าที่มีระยะทางต่าง ๆ กัน มาเปรียบเทียบกับค่าที่ให้ผลของค่าความผิดพลาดน้อยที่สุด ซึ่งผลการเปรียบเทียบแสดงดังตารางในรูปที่ 13

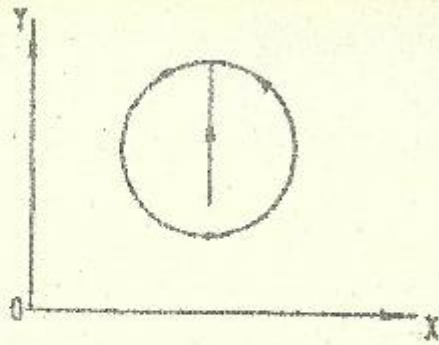
จากตารางในรูปที่ 14 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่ระยะการมองล่วงหน้า 6 จุด ที่มีค่าเกนพรีวิวเท่ากับ 250 จะให้ผลของค่าความผิดพลาดน้อยที่สุด ดังนั้นจึงเลือกใช้ค่าเกนพรีวิว 250 ที่ระยะการมองล่วงหน้า 6 จุด สำหรับค่าความผิดพลาดของตำแหน่ง เมื่อมีการใช้สัญญาณควบคุมแบบพรีวิวในแนวแกน X จะมีค่า 0.70 มม และในแนวแกน Y จะมีค่า 0.76 มม สำหรับค่าสัญญาณควบคุมที่ใช้ในแต่ละครั้งของการสุ่มค่าจะหาได้จากสมการดังนี้คือ

$$m(n) = K_p * [R(n) - C(n)] + K_i * [(R(n) - C(n)) * dt] + K_d * [R(n) - C(n)] + K_{pr} * [R(n+6) - C(n)] \quad (13)$$

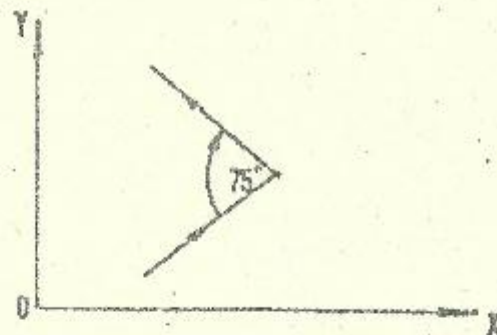
กำหนดให้

$$\begin{aligned} m(n) &= \text{ค่าสัญญาณควบคุมที่เวลาในการสุ่มค่าครั้งที่ } n \\ R(n) &= \text{จุดอ้างอิงที่เวลาในการสุ่มค่าครั้งที่ } n \\ C(n) &= \text{ค่าตำแหน่งที่วัดได้ที่เวลาในการสุ่มค่าครั้งที่ } n \end{aligned}$$

จากสมการที่ 15 จะสังเกตเห็นว่าสัญญาณควบคุมแบบพรีวิวจะมีลักษณะคล้ายกับสัญญาณควบคุมแบบ พี ถ้าให้ค่า K_p ของระบบควบคุมในรูปที่ 10 มีค่าตามสมการที่ 14 จะสามารถหาค่า close-loop pole ได้ตามสมการที่ 14 ถึง 17 และตำแหน่งของ pole ใน s-plane สามารถคำนวณหาได้ดังนี้คือ



รูปที่ 12.A แสดงลักษณะของแนวทางเค้นที่เป็นวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางที่ใช้ในการทดสอบหาค่าความแม่นยำ



รูปที่ 12.B แสดงลักษณะของแนวทางเค้นที่เป็นเส้นตรงที่มีการหักมุมที่ใช้ในการทดสอบหาค่าความแม่นยำ

ความเร็วตามแนวการตัด (m/sec)	ค่าความผิดพลาดสูงสุด ^a ของตำแหน่ง (mm)		ค่าความผิดพลาดสูงสุด ^a ของความเร็วตามแนว การตัด (m/sec)
	แกน X	แกน Y	
0.005	0.65	0.65	0.0028
0.015	0.70	0.76	0.0061
0.025	0.71	0.83	0.0072

a ค่าผิดพลาดในตารางนี้ เป็นผลของการเคลื่อนที่เฉพาะ

ในช่องที่มีการเบี่ยงเบนทิศทางของการเคลื่อนที่

รูปที่ 14 ตารางแสดงผลการทดสอบความแม่นยำ ในการเคลื่อนที่เป็นวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางที่ความเร็วตามแนวการตัดต่างๆ

ความเร็วตามแนวการตัด (ม/วิน)	ค่าความผิดพลาดสูงสุด ^๑ ของตำแหน่ง (มม)		ค่าความผิดพลาดสูงสุด ^๑ ของความเร็วตามแนว การตัด (ม/วิน)
	แกน X	แกน Y	
0.005	0.66	0.31	0.0029
0.015	0.69	0.50	0.0072
0.025	0.74	0.71	0.0111

๑ ค่าผิดพลาดในตารางเป็นค่าของค่าเฉลี่ยที่คำนวณได้

ในตารางที่มีการเปลี่ยนแปลงทิศทางการเคลื่อนที่

รูปที่ ๒๕ ตารางแสดงผลการทดสอบความแม่นยำ ในการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง
ที่มีการหักมุม ๗๕ องศา ที่ความเร็วตามแนวการตัดค่าต่างๆ

$$K_{\text{port}} = K_p + 6K_{pr} = 851.6 + 6 \times 250 = 2351.7 \quad (14)$$

$$S_1 = -0.287 \quad (15)$$

$$S_2 = -48.283 + 24.942j \quad (16)$$

$$S_3 = -48.283 - 24.942j \quad (17)$$

การทดลอง

ในการทดลองเพื่อทดสอบความแม่นยำของการเคลื่อนที่ของหัวจับของโต๊ะตัดแผ่นเหล็กที่ควบคุมด้วยคอมพิวเตอร์ที่ได้พัฒนาขึ้นนี้ ได้ทำการทดสอบให้ระบบเคลื่อนที่ตามแนวทางเดินที่กำหนดขึ้น 2 ลักษณะคือ แนวทางเดินที่เป็นวงกลมที่มีเส้นผ่าศูนย์กลางและแนวทางเดินที่เป็นเส้นตรงที่มีการหักมุม โดยทำการทดสอบและเก็บผลของตำแหน่งและผลของความเร็วที่เกิดขึ้นจริงนำมาเปรียบเทียบกับจุดอ้างอิงที่กำหนด เพื่อค่าความผิดพลาดของตำแหน่งและความเร็ว ในการทดลองจะมีการทดสอบระบบที่ความเร็วตามแนวการตัดและขนาดของภาระต่าง ๆ โดยใช้เวลาในการสุ่มค่า 20 msec ซึ่งผลของการทดลองได้สรุปไว้ในตารางในรูปที่ 14 และ 15 (หนังสืออ้างอิง 1)

สรุป

โต๊ะตัดแผ่นเหล็กที่ควบคุมด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีระบบควบคุมแบบปิดชนิด พี โด ดี พี นี้สามารถทำงานได้อยู่ในขั้นที่น่าพอใจ ความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการเคลื่อนที่จากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่งนั้นก็ขึ้นอยู่กับชุดเฟืองทดที่ติดตั้งอยู่บนแกนต่อระหว่างมอเตอร์กับแกนลูกโลกที่รับมากกว่า ชุดเฟืองทดที่ให้นี้มี Backlash ค่อนข้างสูงซึ่งจะเป็นผลให้ระบบที่จะควบคุมไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear system) จากผลการทดลองเห็นว่าระบบควบคุมที่ออกแบบมาทำงานได้ดีในช่วงที่กว้างพอสมควร ซึ่งถ้าสามารถลดความผิดพลาดที่เกิดจากชุดเฟืองทดนี้ได้ ก็จะทำให้ระบบสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

หนังสืออ้างอิง

1. ศ. ดร. วรวิทย์ อึ้งภากรณ์, ผ.ศ. ดร. วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ "ทฤษฎีและการสร้างโต๊ะตัดแผ่นเหล็กด้วยเลเซอร์ที่ควบคุมด้วยคอมพิวเตอร์" รายงานฉบับสมบูรณ์ เงินทุนวิจัยจากอิเหนกสมโภช ประจำปีงบประมาณ 2531
2. Tomizuka, M., D. Bornefeld, and M. Purcell, "Application of Microcomputers to Automatic Weld Quality Control," ASME Journal of Dynamic System, Measurement, and Control, 102, 62-68, 1980.
3. Tomizuka, M., D. Bornefeld, X. Q. Bian, And H. G. Cai, "Experimental Evaluation of the Preview Servo Scheme for a Two-Axis Position System," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 106, 1-5, 1984