

การวิเคราะห์และออกแบบต้นแบบอากาศยานไร้คนขับขึ้นลงทางดิ่ง 2 ใบพัด
แบบใบพัดปรับเอนขนาดบรรทุก 2 กิโลกรัม

**Analysis and Aircraft Design for Prototype of Bicopter Tiltrotor Vertical Takeoff and Landing Unmanned
Aerial Vehicle with 2 kilogram of Payload**

เรืออากาศโท ปรัชญา แก้วพรรณา จิระพล ศรีเสริมผล

สาขาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี 111 ถนนมหาวิทยาลัย ต.สุรนารี อ.เมือง จ.นครราชสีมา 30000
ติดต่อ: Freerider4956@gmail.com, Tel.0872420405

บทคัดย่อ

อากาศยานไร้คนขับนั้นมีหลายแบบ โดยแต่ละแบบก็มีข้อดีและข้อด้อยแตกต่างกันตามรูปร่างของอากาศยาน และภารกิจที่ถูกออกแบบ เช่น เมื่อใช้แรงขับเท่ากัน อากาศยานปีกตรึงนั้นสามารถบินได้ไกลและเร็วกว่าอากาศยานปีกหมุน แต่อากาศยานปีกหมุนสามารถขึ้นลงทางดิ่งและลอยนิ่งในอากาศได้ ปัจจุบันการประยุกต์ใช้อากาศยานไร้คนขับ ในภารกิจการสำรวจ ถ่ายภาพพื้นที่ป่าและทางทะเล ภารกิจทางทหาร การนำสิ่งของจำเป็นเข้าไปในพื้นที่อันตราย เราจะสามารถลดความเสี่ยงในการสูญเสียทรัพยากรบุคคลได้ ซึ่งประเทศไทยจำเป็นต้องนำเข้าเทคโนโลยีจากต่างประเทศ งานวิจัยนี้ได้นำเสนอการวิเคราะห์กลศาสตร์ทางการบินและออกแบบต้นแบบอากาศยานไร้คนขับขึ้นลงทางดิ่ง 2 ใบพัด แบบใบพัดปรับเอนขนาดบรรทุก 2 กิโลกรัม โดยใช้ข้อดีของอากาศยานแต่ละแบบมาไว้ในอากาศยานลำเดียวได้ อากาศยานนั้นก็จะมีความสมบัตินี้ครอบคลุมการบินในทุกรูปแบบซึ่งสามารถบินได้ไกลและเร็วกว่าอากาศยานปีกหมุน และสามารถขึ้นลงทางดิ่งและลอยนิ่งในอากาศได้

คำหลัก: กลศาสตร์ทางการบิน, การออกแบบอากาศยาน, อากาศยานไร้คนขับ, ขึ้นลงทางดิ่ง, ใบพัดปรับเอน

Abstract

The Unmanned Arrival Vehicle (UAV) Aircraft is many kind. Each model has good and bad property by Aircraft configuration is difference and Mission design. For example: In same thrust. Fixed wing aircraft is long flight and more speed than Rotor wing aircraft but rotor wing aircraft is Vertical Takeoff and Landing (VTOL) Aircraft and Hovering in flight. Nowadays Applications of UAV in Any mission: Survey and Camera capture in jungle and over sea, Military mission or Carry necessity object into dangerous zone. We can reduce the risk of person resources loss. Thailand needs to import foreign technology. This Research present an Analysis of Flight Dynamic and Aircraft Design for Prototype of Bicopter Tiltrotor VTOL UAV with 2 kilogram of Payload using good property in many kind of Aircraft stay in one Aircraft. This Aircraft will have all property for many kind of Aircraft. Aircraft can fly for long length and more speed than Rotor wing aircraft and Vertical Takeoff and Landing and Hovering in flight.

Keywords: Flight Dynamic, Aircraft Design, UAV Aircraft, VTOL, Tiltrotor

AME-04

1. บทนำ

ในปัจจุบันอากาศยานไร้คนขับหรือ Unmanned Aerial Vehicle (UAV) มีการนำมาใช้ในการปฏิบัติการกิจหลายด้าน โดยเฉพาะด้านการทหาร เช่นการถ่ายภาพทางอากาศ ซึ่งอากาศยานนั้น ได้มีการพัฒนาไปมากซึ่งมีอยู่ในอากาศยานหลายแบบโดยอากาศยานแต่ละแบบนั้นก็มีความเจริญก้าวหน้าอย่างมาก ซึ่งมีทั้งอากาศยานปีกตรึง (Fix wing) และอากาศยานปีกหมุน (Rotor wing) โดยอากาศยานแต่ละแบบก็มีคุณสมบัติแตกต่างกันไป ซึ่งอากาศยานปีกตรึง สามารถเคลื่อนที่ได้ไวกและรวดเร็ว ทั้งยังมีความคล่องตัวในการบินสูง แต่ก็มีข้อด้อยคือต้องใช้เส้นทางในการขึ้นและลงที่มีขนาดยาวมาก และไม่สามารถลอยอยู่ในอากาศได้ และอากาศยานปีกหมุน สามารถขึ้น-ลงในแนวดิ่งได้ ทั้งยังลอยอยู่นิ่งในอากาศได้ แต่การเคลื่อนที่นั้นก็ยังไม่รวดเร็วเท่าที่ควร รวมถึงการเปรียบเทียบกับอากาศยานแบบปีกตรึงในเรื่องการใช้พลังงานในการเคลื่อนที่ เวลาเดินทางไกล อากาศยานปีกหมุนจะใช้พลังงานมากกว่า การทำให้อากาศยานไร้คนขับสามารถบินสามารถเคลื่อนที่ได้รวดเร็วและมีความคล่องตัวเหมือนอากาศยานปีกตรึง และสามารถขึ้น-ลงในแนวดิ่ง ลอยอยู่นิ่งในอากาศเช่นเดียวกับอากาศยาน ปีกหมุน ทั้งยังใช้พลังงานน้อยที่สุดในการเดินทางไกลได้ ทั้งยังสามารถบรรทุกสิ่งของหรือกล้องถ่ายภาพได้ จะต้องศึกษา วิเคราะห์และออกแบบอากาศยานให้ได้อากาศยานที่มีสมรรถนะการบินตามที่ต้องการ โดยเฉพาะการบินของอากาศยานขึ้นลงทางดิ่ง 2 ใบพัด ที่มีการวิจัยและพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ซึ่งสามารถออกแบบระบบการควบคุมในโมเดลคณิตศาสตร์ได้^[1] โดยในการออกแบบเพื่อให้อากาศยานสามารถบรรทุกน้ำหนักได้ตามต้องการ จำเป็นต้องวิเคราะห์พลศาสตร์การบิน และหลักการออกแบบอากาศยานปีกตรึง^[2] และอากาศยานปีกหมุน^[3] ทั้งนี้ยังรวมไปถึงการออกแบบให้ได้จุดสมดุลที่เหมาะสม^[4] และการปรับค่าการควบคุมอย่างมีประสิทธิภาพอีกด้วย^[5]

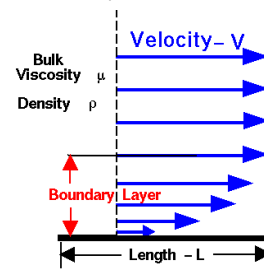
2. หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในการวิเคราะห์และออกแบบต้นแบบอากาศยานไร้คนขับขึ้นลงทางดิ่ง จะต้องทราบถึงหลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องหลายด้าน ซึ่งเราสามารถแบ่งได้เป็นสองส่วนใหญ่ ๆ คือ การออกแบบ โครงสร้างอากาศยาน และการออกแบบระบบควบคุมการบิน

2.1 การออกแบบโครงสร้างอากาศยาน

ในการออกแบบอากาศยานจะมีทฤษฎีที่เกี่ยวข้องที่สำคัญอยู่ 9 เรื่องดังนี้

2.1.1 ทฤษฎีอากาศพลศาสตร์เบื้องต้น การไหลของอากาศที่ชั้นขีดผิวแสดงในรูปที่ 1 ซึ่งในช่วงแรกชั้นขีดผิวจะบางมาก มีการไหลแบบเรียงซ้อนกันอย่างเป็นระเบียบ (Laminar) เมื่อระยะทางในการไหลเพิ่มขึ้นอนุภาคของอากาศจะเริ่มมีการสั่นและไร้เสถียรภาพจนเกิดการไหลที่ไม่ราบเรียบ (Turbulent) โดยจะสามารถบอกลักษณะการไหลจากจำนวนเลขเรย์โนลด์ (Reynolds Number: RN)



รูปที่ 1 การไหลของอากาศที่ชั้นขีดผิว^[2]

$$RN = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (1)$$

2.1.2 แรงอากาศพลศาสตร์ สิ่งแรกคือ แรงต้านเกิดจากกระแสน้ำอากาศมาปะทะรูปทรงต่างๆ ซึ่งจะแตกต่างกันไปตามรูปทรง โดยประกอบไปด้วย แรงต้านจากความเสียดทานและแรงต้านจากความดัน ซึ่งได้มีการใช้เทคนิควิธีที่เรียกว่าการวิเคราะห์มิติ (Dimension Analysis) หาความสัมพันธ์ไว้ดังนี้

$$F = q S C_F \quad (2)$$

แรงต้านจะได้สมการแสดงความสัมพันธ์ คือ

$$D = q S C_D = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_D \quad (3)$$

แรงยก คือแรงที่เกิดขึ้นโดยอากาศมีการไหลวนรอบวัตถุ ซึ่งเช่นเดียวกับแรงต้าน สมการแรงยกจะได้

$$L = q S C_L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L \quad (4)$$

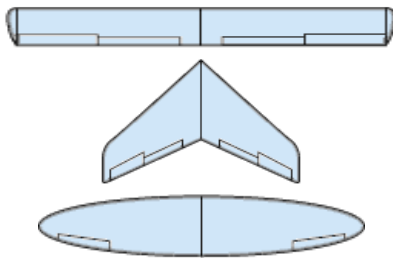
2.1.3 แพนอากาศ หรือเรียกว่าภาคตัดของปีก ซึ่งมีรูปร่างต่างๆ โดยมีชื่อเรียกแตกต่างกัน ดังแสดงในรูปที่ 2 และมีคุณสมบัติที่ทำให้เกิดแรงยกและแรงต้านที่ต่างกัน ซึ่งเมื่อแพนอากาศเปิดมุมปะทะ แรงยกจะเพิ่มขึ้นอากาศจะเริ่มไหลแยกตัว และเมื่อถึงจุดหนึ่งก็จะสูญเสียแรงยกทันที ซึ่งเรียกว่า มุมปะทะวิกฤต (Stall Angle)

AME-04



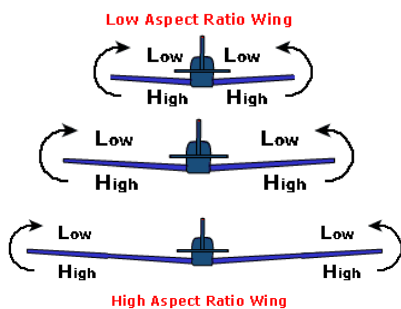
รูปที่ 2 แพนอากาศแบบต่างๆ^[2]

ทั้งนี้รูปแปลนปีกอาจมีรูปร่างลักษณะการสร้างแตกต่างกัน ดังแสดงในรูปที่ 3,4 ซึ่งสามารถเพิ่มหรือลดผลกระทบต่างๆที่เกิดจากแรงอากาศพลศาสตร์อีกด้วย



รูปที่ 3 รูปแปลนปีกแบบต่างๆ^[2]

แรงที่กระทำบริเวณบนปีกและใต้ปีกมีความแตกต่างกัน บริเวณปลายปีกจะเกิดกระแสาอากาศหมุนวน (Vertex) ซึ่งทำให้เกิดแรงต้าน โดยเมื่อชยายังยาว (Chord) ก็ยังเกิดกระแสาอากาศหมุนวน ดังนั้นปีกที่มีความยาวมากๆ ถึงแม้จะมีพื้นที่ปีกเท่ากัน ก็จะมีแรงยกสูงกว่า ซึ่งสามารถคำนวณออกมาเป็นค่า Aspect ratio: AR ซึ่งปีกที่ยาว ค่า AR ก็จะมีสูง



รูปที่ 4 การเกิดกระแสาอากาศหมุนวนที่ปลายปีก^[2]

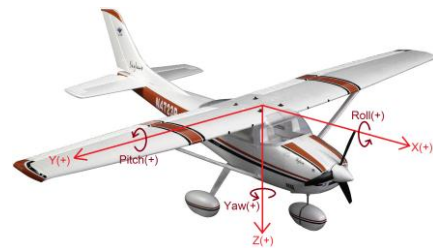
$$AR = \frac{MAC}{b} \quad (5)$$

2.1.4 เสถียรภาพการบังคับควบคุมอากาศยาน เป็นระบบแกนพิกัดติดตั้งกับอากาศยานโดยมีจุดศูนย์ถ่วงเป็นจุดกำเนิด

แกนลำตัวหรือแกนตามยาว (Longitudinal) คือแกน x การเคลื่อนที่ไปข้างหน้ามีค่าเป็นบวก ไปข้างหลังมีค่าเป็นลบ หมุนรอบแกนตามยาว (Roll) ไปทางซ้ายมีค่าเป็นบวก และไปทางขวามีค่าเป็นลบ

แกนในแนวปีกหรือแกนในแนวขวาง (Lateral) คือแกน y การเคลื่อนที่ไปทางด้านขวามีค่าเป็นบวก ไปทางด้านซ้ายมีค่าเป็นลบ หมุนรอบแกนขวาง (Pitch) ลักษณะเงยขึ้นมีค่าเป็นบวก และก้มลงมีค่าเป็นลบ

แกนในแนวตั้งตั้งฉากกับแกน x และ y คือแกน z การเคลื่อนที่ลงล่างมีค่าเป็นบวก ขึ้นบนมีค่าเป็นลบ หมุนรอบแกนตั้งฉาก (Yaw) สายไปทางขวามีค่าเป็นบวก และไปทางซ้ายมีค่าเป็นลบ ดังแสดงในรูปที่ 5



รูปที่ 5 ระบบแกนพิกัดของอากาศยาน^[2]

2.1.5 พลศาสตร์การบินของอากาศยานปีกตรึง จะมีแรงกระทำอยู่ 4 แรงคือ แรงขับ (Thrust) แรงต้าน (Drag) แรงยก (Lift) และน้ำหนัก (Weight) ดังแสดงในรูปที่ 6 โดยอากาศยานปีกตรึงสามารถลอยตัวอยู่เหนืออากาศได้ด้วยคุณสมบัติของแรงทั้ง 4 คือ แรงขับเท่ากับแรงต้าน และแรงยกเท่ากับน้ำหนัก



รูปที่ 6 แรงกระทำในของอากาศยานปีกตรึง^[2]

การบังคับควบคุมอากาศยาน ในการ Roll จะใช้ Aileron ที่ติดอยู่ที่ปลายปีกทั้งสองข้างทำให้เกิดแรงยกที่ต่างกันของปีกสองด้าน ในการ Pitch จะใช้ Elevator ที่ติดอยู่ที่แพนหางระดับทำให้แรงยกที่ส่วนท้ายเปลี่ยนไป และการ Yaw จะใช้ Rudder ที่ติดอยู่ที่แพนหางตั้งฉากบนระดับด้านหลังเปลี่ยนแรงกระทำไปทางข้าง

AME-04

2.1.6 พลศาสตร์การบินของอากาศยานปีกหมุน
แรงยกของอากาศยานปีกหมุน จะได้จากแรงขับของใบพัด
ที่ส่งมาจากเครื่องยนต์ทั้งหมด ดังแสดงในรูปที่ 7

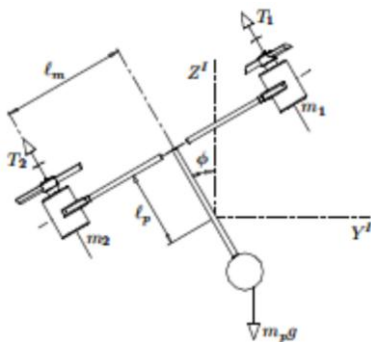


รูปที่ 7 แรงกระทำในของอากาศยานปีกหมุน^[3]

การบังคับควบคุมอากาศยาน ในการ Roll จะใช้การ
ปรับใบพัดหลัก (Main Rotor) ให้บิดไปด้านซ้ายหรือขวา
ในการ Pitch จะใช้การปรับใบพัดหลักให้บิดไปด้านหน้า
หรือหลัง และการ Yaw จะใช้การปรับใบพัดรอง
(Tail Rotor) ให้สร้างแรงขับที่เปลี่ยนไป

2.1.7 การคำนวณการเคลื่อนที่ของอากาศยาน
ขึ้น-ลงทางตั้ง เพื่อนำมาใช้ในการออกแบบและวิเคราะห์
พลศาสตร์การบินของอากาศยานขึ้นลงทางตั้งต่อไปจึงได้
นำการคำนวณทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการคำนวณ

การ Roll จะใช้การเปลี่ยนแรงขับของมอเตอร์
ทางด้านซ้ายและขวาให้มีความแตกต่างกัน ดังแสดงในรูป
ที่ 8

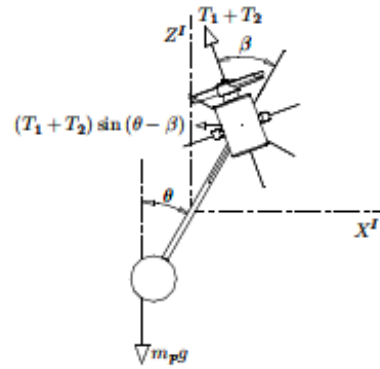


รูปที่ 8 การวิเคราะห์แรงในการหมุนรอบแกนตามยาว^[1]

$$\ddot{\theta} = u_\theta - gl_p \sin \theta \quad (6)$$

$$u_\theta = l_m (T_1 - T_2) \quad (7)$$

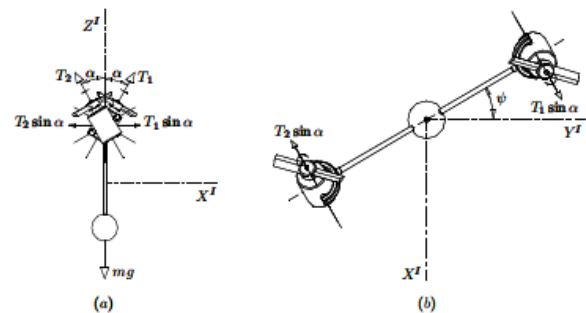
การ Pitch จะใช้การเปลี่ยนมุมของมอเตอร์ทางด้าน
ซ้ายและขวาให้มีทิศทางเดียวกัน ดังแสดงในรูปที่ 9



รูปที่ 9 การวิเคราะห์แรงในการหมุนรอบแกนตามขวาง^[1]

$$\ddot{\theta} = -gl_p \sin \theta - Tl_p \sin \beta \quad (8)$$

การ Yaw จะใช้การเปลี่ยนมุมของมอเตอร์ทางด้าน
ซ้ายและขวาให้มีความแตกต่างกัน ดังแสดงในรูปที่ 10



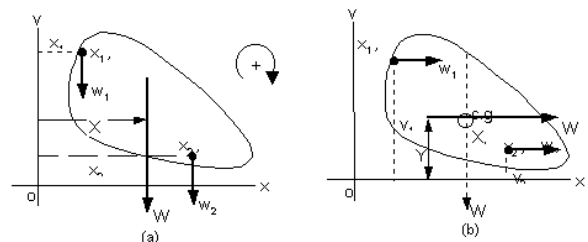
รูปที่ 10 การวิเคราะห์แรงในการหมุนรอบแกนตามยาว^[1]

(a) มุมมองด้านข้าง (b) มุมมองด้านบน

$$\ddot{\psi} = -Tl_m \sin \alpha \quad (9)$$

$$T_1 \cos \alpha + T_2 \cos \alpha = mg \quad (10)$$

2.1.8 การคำนวณหาจุดศูนย์ถ่วง เพื่อให้อากาศยาน
มีจุดศูนย์ถ่วงอยู่ในตำแหน่งที่เหมาะสม ซึ่งทำให้ง่าย
ต่อการออกแบบระบบควบคุมอากาศยาน



รูปที่ 11 ระบุว่า (a) คัดแรงไปทางแกน Y (b) คัดแรงไปทางแกน X

พิจารณารูปที่ 11 เราจะได้โมเมนต์รวมของมวล
ทั้งหมด จะเท่ากับโมเมนต์ของมวลแต่ละจุด

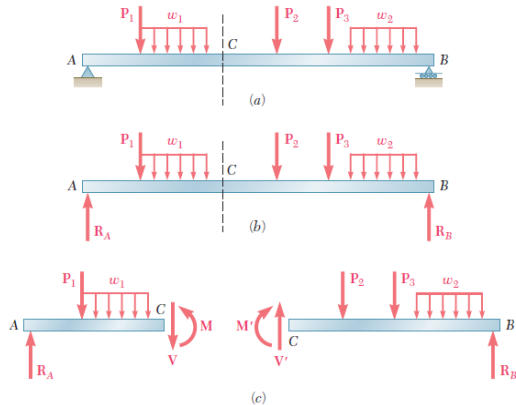
$$W = w_1 + w_2 + \dots + w_n \quad (11)$$

$$W X = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n \quad (12)$$

$$W Y = w_1 y_1 + w_2 y_2 + \dots + w_n y_n \quad (13)$$

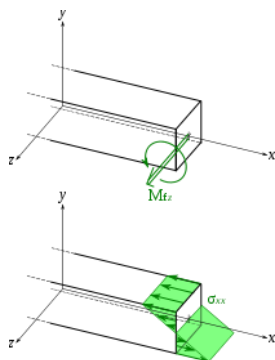
AME-04

2.1.9 การวิเคราะห์ความแข็งแรงของโครงสร้าง
เพื่อให้อากาศยานสามารถรองรับน้ำหนักบรรทุก
ได้พอเหมาะ และไม่เกิดการเปลี่ยนรูปร่างของอากาศยาน
อันมีผลกระทบต่ออากาศพลศาสตร์ ดังนั้นการพิจารณา
ความแข็งแรงของโครงสร้างอากาศยานให้เหมาะสม ดัง
แสดงลักษณะการวิเคราะห์ต่างๆ ในรูป 12 -15



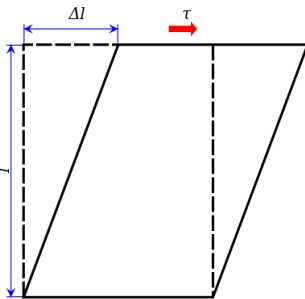
รูปที่ 12 การวิเคราะห์น้ำหนักหรือแรงที่กระทำบนคาน^[5]
(a) แรงกระทำต่อคาน (b) แรงกระทำต่อคานและจุดยึด
(c) การเกิด Bending Moment และ Shear Force

$$M = F \times L \quad (14)$$



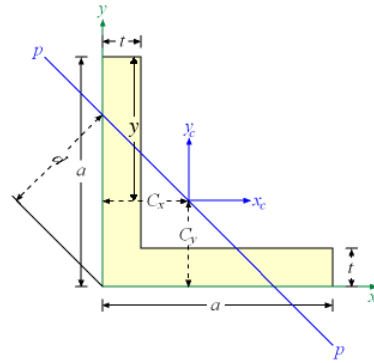
รูปที่ 13 การเกิด Bending Stress^[6]

$$\sigma = \frac{M \times y}{I} \quad (15)$$



รูปที่ 14 การเกิด Shear Stress^[7]

$$\tau = \frac{V}{A} \quad (16)$$



รูปที่ 15 การหา Moment of Inertia
ของ Square L Beam^[8]

$$C_x = C_y = \frac{a^2 + at - t^2}{2(2a - t)} \quad (17)$$

$$I = \frac{2}{3} [ty^3 + a(a - y)^3 - (a - t)(a - y - t)^3] \quad (18)$$

$$A_{era} = t(2a - t) \quad (19)$$

2.2 การออกแบบระบบควบคุมการบิน

ในการออกแบบระบบควบคุมการบินที่สามารถ
ควบคุมได้ง่ายและมีประสิทธิภาพ จะใช้ระบบควบคุม
พีไอดี^[9] (PID controller) โดยการใช้การปรับแต่ง PID ด้วยวิธี
Ziegler-Nichols เพื่อควบคุมเสถียรภาพการบินในแต่ละ
แนวแกน

3. วิธีดำเนินการ

ในการดำเนินการ แบ่งขั้นตอนเป็น 8 ขั้นตอน ดังนี้

3.1 ศึกษาคุณสมบัติของแพนอากาศแบบต่าง ๆ

เราพิจารณา คุณสมบัติของแพนอากาศ
แต่ละชนิด เพื่อเลือกแพนอากาศที่เหมาะสมสำหรับ
ต้นแบบอากาศยานไร้นักบินขึ้นลงทางดิ่ง 2 ใบพัด
โดยจะพิจารณาเฉพาะแพนปีกที่มีค่าความหนาสูงสุด
ใกล้เคียงกัน โดยให้มีค่าความหนาสูงสุด 14-16 % ของ
ความยาวขา ซึ่งจะศึกษาเฉพาะสามชนิดที่นิยมนำมา
สร้างคือ NACA, GOE และ Clark

ตารางที่ 1 คุณสมบัติต่างๆของแพนอากาศแต่ละตระกูล^[10]

Airfoil Type	NACA 4415	GOE 675	Clark YM-15
Thickness	15.0%	14.9%	15.0%
Max CL	1.643	1.773	1.597
Max CL angle	14.0°	15.0°	14.0°
Stall angle	14.0°	8.0°	14.0°
Zero-lift angle:	-4.0°	-6.0°	-3.5°

AME-04

จากคุณสมบัติต่าง ๆ ของแผนอากาศดังแสดงในตารางที่ 1 แผนอากาศรุ่น GOE 675 มีค่าสัมประสิทธิ์แรงยก (C_L) สูง แต่เมื่อเปิดมุมปะทะแค่ 6° ก็จะทำให้สูญเสียแรงยกทันที แผนอากาศรุ่น NACA4415 และ แผนอากาศรุ่น Clark YM-15 ให้ค่า C_L และค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน (C_D) ใกล้เคียงกัน และสามารถเปิดมุมปะทะสูงถึง 15° ซึ่งทั้งสองมีข้อแตกต่างที่เห็นได้ชัดคือ แผนอากาศรุ่น Clark YM-15 มีส่วนล่างของแผนอากาศเป็นลักษณะเส้นตรง ซึ่งง่ายต่อการสร้าง และยังเป็นที่ยอมรับทั่วไปสำหรับผู้เล่นอากาศยานบังคับที่สร้างเอง ดังนั้นจึงพิจารณาเลือกแผนอากาศชนิด Clark ในการออกแบบอากาศยานไร้คนขับขึ้นลงทางดิ่ง 2 ใบพัด

ตารางที่ 2 คุณสมบัติของแผนอากาศตระกูล Clark^[10]

Clark Airfoil Type	Y	Y 11.7% Smoothed	YM-18
Thickness	11.7%	11.7%	18.0%
Max C_L	1.294	1.418	1.702
Max C_L angle	8.5°	11.0°	15.0°
Stall angle	8.5°	11.0°	3.5°
Zero-lift angle:	-3.5°	-3.5°	-3.5°

คุณสมบัติต่างๆของแผนอากาศชนิด Clark ดังแสดงในตารางที่ 2 แผนอากาศแบบ Clark เมื่อทำมุมปะทะ $2^\circ - 3^\circ$ ส่วนล่างจะมีลักษณะเป็นแนวระนาบกับพื้นทั้งหมด ซึ่งเป็นพื้นฐานของการสร้างอากาศยานขึ้นต้นค่า C_L ที่มุมดังกล่าว จะอยู่ระหว่าง 0.55-0.65 และถึงแม้ว่า Clark YM-15 และ Clark YM-18 จะมีค่า C_L สูง แต่ความราบรื่นของค่า C_L ที่เปลี่ยนไปตามมุมปะทะก็มีไม่มากนัก โดยเฉพาะที่ความเร็วต่ำ (RN ต่ำๆ) เมื่อศึกษาและพิจารณาแล้ว แผนอากาศแบบ Clark Y 11.7% Smoothed จะมีค่า C_L ที่เปลี่ยนแปลงได้ราบรื่น มีค่า C_D น้อย มีมุมปะทะวิกฤต (Stall Angle) สูงกว่าแบบอื่น ดังนั้นจึงได้พิจารณานำแผนอากาศแบบ Clark Y 11.7% Smoothed มาใช้ในการออกแบบ โดยให้ทำมุมปะทะ 2° ซึ่งมีสัมประสิทธิ์แรงยกที่ 0.55 และสัมประสิทธิ์แรงต้านที่ 0.03 (ประมาณ 0.027)

3.2 การเลือกใช้ชุดสร้างแรงขับ

เพื่อให้สามารถเลือกวัสดุที่ใช้สร้างอากาศยานและองค์ประกอบต่างๆ รวมทั้งขนาดของมอเตอร์จึงได้ประมาณการน้ำหนักของอากาศยานเสียก่อนซึ่งประกอบไปด้วย น้ำหนักของอากาศยาน 3 กิโลกรัม ระบบควบคุมการบิน ชุดมอเตอร์ และแบตเตอรี่ 2 กิโลกรัม น้ำหนักบรรทุก 2 กิโลกรัม น้ำหนักรวมประมาณ 7 กิโลกรัม ซึ่งในการออกแบบจะใช้น้ำหนัก 10 กิโลกรัมให้การออกแบบ

การเลือกใช้มอเตอร์จะเลือกใช้ข้อมูลมอเตอร์จากบริษัทที่ผลิตเอง โดยได้เลือกใช้มอเตอร์ที่มีความนิยมในการนำมาสร้างอากาศยานบังคับขนาดเล็ก นั้น O.S.Motor

อากาศยานที่ออกแบบจะคำนึงถึงการขึ้นลงทางดิ่งเป็นหลัก โดยแต่ละด้านต้องสามารถสร้างแรงยกได้ 5 กิโลกรัมซึ่งใบพัดที่ใช้กับอากาศยานหลายใบพัด (Multi Rotor) จะมีลักษณะการหมุนสวนทางกัน โดยที่มีขนาดใกล้เคียงกับในคุณสมบัติของ O.S.Motor คือ 18x5 นิ้ว ซึ่งสามารถสร้างแรงยกได้ใกล้เคียงกับใบพัดขนาด 17x8 นิ้ว หรือ 5 กิโลกรัมนั่นเอง ดังนั้นจึงได้พิจารณาเลือกใช้มอเตอร์แบบ OMA-5025-375 ดังแสดงรายละเอียดในรูปที่ 16 ใช้กับแบตเตอรี่ Lithium Polymer ขนาด 6 cell (26.2 Volt.) และใบพัดขนาด 18 x 5 นิ้ว

OMA-5025-375							
							
Propeller Size	LiPo Cell	Voltage	Current	Wattage	Thrust	r.p.m.	
14x8	7S	29.4V	47A	1,382W	4.8kg	9,570	
14x10	7S	29.4V	54A	1,588W	5.6kg	9,300	
15x8E	7S	29.4V	52A	1,529W	5.8kg	9,300	
15x10E	7S	29.4V	64A	1,882W	6.9kg	9,100	
16x8E	7S	29.4V	64A	1,882W	6.7kg	9,000	
16x10E	7S	29.4V	71A	2,087W	7.3kg	8,500	
16x12E	6S	25.2V	78A	1,966W	6.3kg	7,200	
17x8E	6S	25.2V	62A	1,562W	5.2kg	7,600	

รูปที่ 16 O.S.Motor Specification^[11]

3.3 การออกแบบปีกและโครงสร้าง

จากสมมูลการเคลื่อนที่ของอากาศยาน $Lift = Weight$ และ $Thrust = Drag$ สามารถหาความสัมพันธ์ได้ว่า

$$S_{Airfoil} = \frac{L S_{Other} C_{d-Other}}{(TC_{l-Airfoil}) - (LC_{d-Airfoil})} \quad (20)$$

AME-04

ขนาดของพื้นที่ปีกที่จะนำไปออกแบบให้ได้แรงยกตามต้องการ จึงจะคำนวณโดยการคาดการณ์ค่าแรงต้านที่เป็นไปได้มากที่สุด

ตารางที่ 3 กำลังขับ พื้นที่ปีก และความเร็วร่อน

Weight = 100 N	Area (m ²)	V(m/s)	V(km/h)
Thrust = 100 N			
10%	3.02	10.51	37.83
20%	0.86	19.66	70.78
30%	0.50	25.74	92.67
40%	0.36	30.64	110.30

โดยให้ลำตัว (Fuselage) เป็นทรงกระบอกสี่เหลี่ยมผืนผ้า ขนาดสูง 20 cm. กว้าง 20 cm. ยาว 100 cm. ค่า $C_d = 1.2$

Elevator เป็นทรงกระบอกสี่เหลี่ยมผืนผ้า ขนาดสูง 0.5 cm. กว้าง 100 cm. ยาว 15 cm. ค่า $C_d = 2$

Rudder ทรงกระบอกสี่เหลี่ยมผืนผ้า 2 ชุด ขนาดสูง 20 cm. กว้าง 0.5 cm. ยาว 15 cm. $C_d = 1.18$

ในการออกแบบใช้แผนอากาศ Clark Y 11.7% Smoothed ทำมุมปะทะ 2° ค่า $C_l = 0.55$ และ $C_d = 0.03$

จากตารางที่ 3 เพื่อให้อากาศยานมีขนาดไม่ใหญ่เกินไป และใช้ความเร็วในการบินไม่มาก ทั้งยังใช้กำลังในการขับมอเตอร์น้อย จึงเลือกใช้ปีกขนาด 0.86 ตารางเมตร

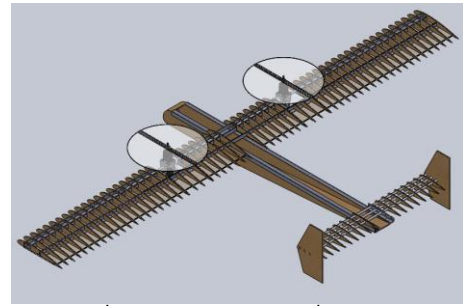
ตารางที่ 4 ค่า AR กับความกว้างของปีกและชยา

AR	Span (m)	Chord (m)
7	2.454	0.351
8	2.623	0.328
9	2.782	0.309

จากตารางที่ 4 นำมาพิจารณาออกแบบปีก โดยให้มีความกว้างของปีก 2.6 เมตร และความยาวของชยา 0.35 เมตร จะได้พื้นที่ปีกเป็น 0.91 ตารางเมตร และมีค่า $AR = 7.43$ และคำนวณหาความเร็วร่อนใหม่ได้เป็น 19.14 m/s หรือ 68.9 km/h โดยใช้แรงขับ 19.27% ของกำลังมอเตอร์สูงสุด

3.4 การสร้างอากาศยานจำลอง

ออกแบบปีกและการเลือกใช้ชุดสร้างแรงขับ นำมาออกแบบสร้างด้วยโปรแกรมออกแบบชิ้นงานสามมิติ ดังแสดงในรูปที่ 17



รูปที่ 17 Tiltrotor UAV ที่ออกแบบด้วยโปรแกรมออกแบบชิ้นงานสามมิติ

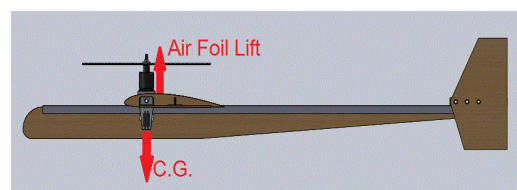
3.4.1 โครงสร้างหลักของอากาศยาน ประกอบไปด้วยลำตัว และชุดปรับมุมมอเตอร์ โดยชิ้นส่วนหลักจะเป็นอลูมิเนียม เพื่อให้อากาศยานสามารถรับน้ำหนักของได้ดี

3.4.2 ส่วนระบบควบคุมการบินอัตโนมัติ ซึ่งใช้ชุดควบคุมรุ่น APM 2.6 โดยตั้งค่าการทำงานให้ควบคุมการบินแบบอากาศยานปีกตรึง พร้อมบันทึกข้อมูลการบินและส่งข้อมูลการบินผ่านระบบไร้สายมายังคอมพิวเตอร์ การควบคุมการบินแบบขึ้นลงทางตั้ง จะใช้ชุดควบคุมของ MultiWii SE 2.5 โดยตั้งค่าการทำงานแบบ Bicopter

3.4.3 ส่วนโครงสร้างปีก แพนหางระดับ แพนหางตั้ง และส่วนบังคับท่าทางการบินสำหรับอากาศยานปีกตรึง (Aileron, Elevator และ Rudder) ได้ใช้ไม้บัลซ่าเสริมกับท่ออลูมิเนียมกลม และหุ้มด้วยไม้บัลซ่าแบบบาง เพื่อให้เกิดความเบาและแข็งแรง

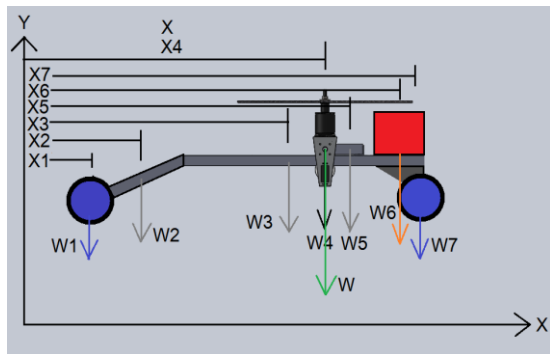
3.5 การคำนวณหาจุดศูนย์ถ่วงของอากาศยาน

ในการออกแบบอากาศยาน เพื่อลดปัญหาของจุดศูนย์ถ่วง จะออกแบบให้ด้านซ้ายและขวามีลักษณะสมดุลกัน และจะพิจารณาจุดศูนย์ถ่วงจากหน้าไปหลังเท่านั้น โดยอากาศยานขึ้นลงทางตั้ง น้ำหนักจะอยู่แนวเดียวกับมอเตอร์ และอากาศยานปีกตรึง น้ำหนักจะอยู่ระหว่างปีก และเอียงไปหน้าเล็กน้อยจากแรงยกของปีก ดังแสดงในรูปที่ 18-19 และตารางที่ 5 แสดงผลการคำนวณหาตำแหน่งของจุดศูนย์ถ่วง



รูปที่ 18 การวิเคราะห์ตำแหน่งของจุดศูนย์ถ่วง

AME-04



รูปที่ 19 การคำนวณหาตำแหน่งของจุดศูนย์กลางถ่วง

ตารางที่ 5 การคำนวณหาตำแหน่งของจุดศูนย์กลางถ่วง

	1	2	3	4	5	6	7
	Wheel	Frame	Frame	Motor&Servo	Wing	Battery	Wheel
Weight (g)	50	200	600	1500	800	1000	50
X-Length (cm)	25	35	80	100	110	120	125
Total Weight	4200		CG-Length		100.1190476		

ในบทความนี้ จะมุ่งเน้นการวิเคราะห์การขึ้น-ลงทางตั้งเป็นหลัก ประกอบกับการออกแบบอากาศยานปีกตรึง โดยในการสร้างชิ้นงานเฉพาะส่วนโครงสร้างหลัก และส่วนระบบควบคุมการบินอัตโนมัติ ดังแสดงในรูปที่ 20-21 เพื่อทำการบินแบบขึ้นลงทางตั้งเท่านั้น



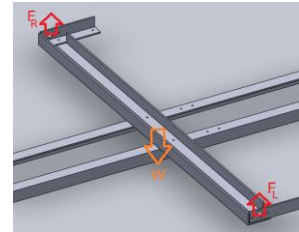
รูปที่ 20 Tiltrotor UAV ที่ประกอบด้วยโครงสร้างหลัก และส่วนระบบควบคุมการบินอัตโนมัติ



รูปที่ 21 โครงสร้างปีกแบบ Clark Y 11.7% Smoothed ส่วนที่ต่อออกจากชุดมอเตอร์

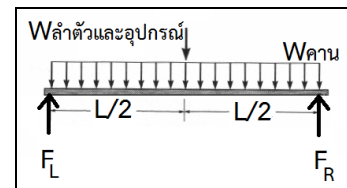
3.6 การวิเคราะห์ความแข็งแรงของโครงสร้าง

ในบทความนี้ จะทำการวิเคราะห์เฉพาะส่วนที่รับน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นหลัก นั่นคือส่วนระหว่างชุดสร้างแรงยกทั้งสองด้าน และจุดกึ่งกลางลำตัว

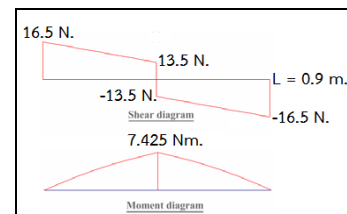


รูปที่ 22 แรงที่กระทำบนคานรองรับของโครงสร้างปีก

ขณะอากาศยานทำการบินขึ้นลงทางตั้ง แรงยกจากใบพัด F_R และ F_L จะทำหน้าที่เสมือนแรงที่จุดยึด ดังแสดงในรูปที่ 22-23 โดยคานรองรับน้ำหนัก ใช้คานอลูมิเนียมรูปตัว L แบบสมมาตรจำนวน 2 เส้น โดยแต่ละเส้นยาว 0.9 เมตร มีขนาด 0.025 เมตร และหนา 0.002 เมตร และมีน้ำหนัก 0.3 กก. และน้ำหนักลงที่กึ่งกลางคาน 2.7 กก.



รูปที่ 23 แรงที่กระทำบนคานรองรับของโครงสร้างปีก

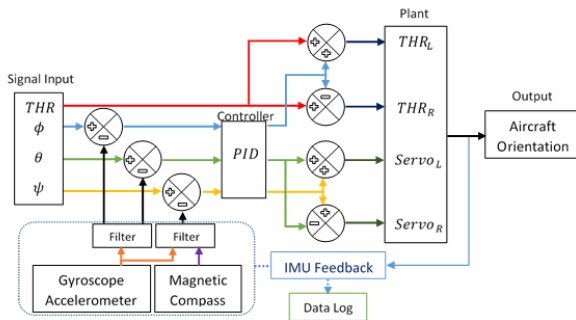


รูปที่ 24 แผนภาพแสดง Shear Force และ Bending Moment

จากที่ได้ทราบค่า Bending Moment และ Maximum Shear Force จะสามารถนำมาวิเคราะห์ความแข็งแรงของโครงสร้างโดยคำนวณหา Moment of Inertia ของคานทั้งสองได้เท่ากับ $1.1576 \times 10^{-8} \text{ m}^4$ โดยมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ $1.9 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ หา Bending Stress ได้เท่ากับ $2.567 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ (2.41 MPa) และ Shear Stress $8.594 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ (85.94 kPa) ดังแสดงในรูปที่ 24 โดยอลูมิเนียมที่นำมาใช้สร้างชิ้นงานมี Maximum Bending Stress 83 MPa^[12] และ Maximum Shear Stress 76 MPa^[12] ซึ่งมีความแข็งแรงพอเหมาะกับการออกแบบอากาศยาน

AME-04

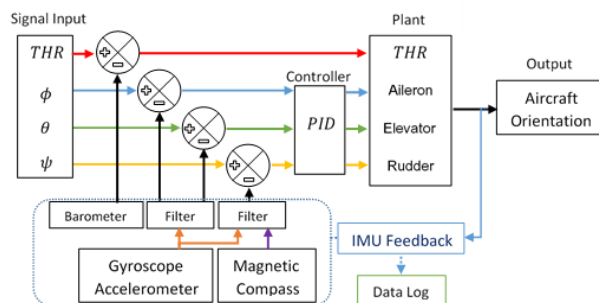
3.7 การออกแบบระบบควบคุมการบิน แบบขึ้นลงทางตั้ง



รูปที่ 25 แผนภาพการควบคุม Bi-copter mode

ลักษณะการเคลื่อนที่ของอากาศยานขึ้น-ลงทางตั้ง จะสามารถนำมาออกแบบระบบควบคุมการบินได้ดังแสดง ในรูปที่ 25 โดยในการควบคุม Roll และ Pitch จะใช้ค่า ผิดพลาดย้อนกลับจาก Gyroscope และ Accelerometer ส่วนการควบคุม Yaw จะใช้ค่าที่เปลี่ยนแปลงไปจาก Magnetic Compass

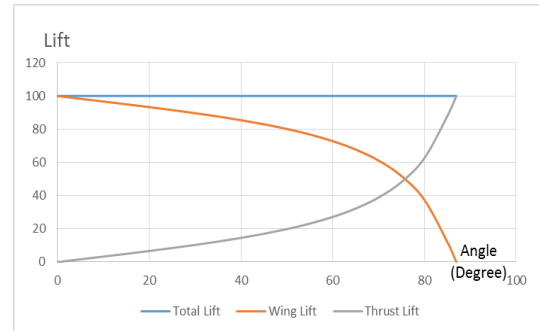
3.8 การออกแบบระบบควบคุมการบิน แบบอากาศยานปีกตรึง



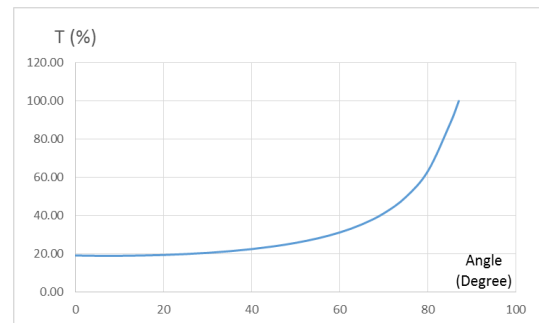
รูปที่ 26 แผนภาพการควบคุม Airplane mode

ลักษณะการเคลื่อนที่ของอากาศยานปีกตรึง จะสามารถนำมาออกแบบระบบควบคุมการบินได้ ดังแสดงในรูปที่ 26 โดยในการควบคุม Roll และ Pitch จะใช้ค่า ผิดพลาดย้อนกลับจาก Gyroscope และ Accelerometer ส่วนการควบคุม Yaw จะใช้ค่าที่ เปลี่ยนแปลงไปจาก Magnetic Compass และ Accelerometer พร้อมกับการรักษาความสูงของอากาศยาน จะใช้ Barometer ในการส่งค่าผิดพลาดย้อนกลับเข้าสู่ระบบ ทั้งนี้ในระหว่างเปลี่ยนมุมใบพัดเพื่อปรับแบบการบิน แรงขับจากใบพัดจะมีการกระจายแรง และจะเกิดแรง ยกจากปีกควบคู่กันไป ดังนั้นเพื่อให้สามารถใช้กำลังขับ

ขณะเปลี่ยนแปลงมุมใบพัด จะต้องรักษาแรงยกให้คงที่เสมอ แรงยกที่ได้จากใบพัดและปีก ดังแสดงในรูปที่ 27 และ รูปที่ 28 แสดงกำลังขับกับมุมมอเตอร์ที่เปลี่ยนไป



รูปที่ 27 แผนภาพแสดงแรงยกที่ได้จากใบพัดและปีก



รูปที่ 28 แผนภาพแสดงกำลังขับที่ต้องใช้เมื่อเปลี่ยนมุมมอเตอร์

4. ผลการดำเนินการ

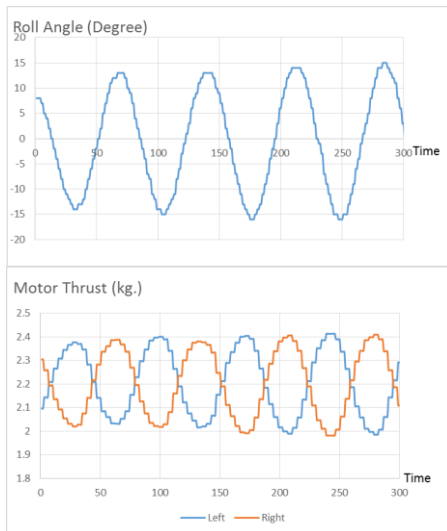
ตามที่ได้นำไปในช่วงต้น บทความนี้ จะมุ่งเน้นการ การวิเคราะห์การขึ้น-ลงทางตั้งเป็นหลัก

4.1 ผลการทดสอบชุดควบคุมการบิน

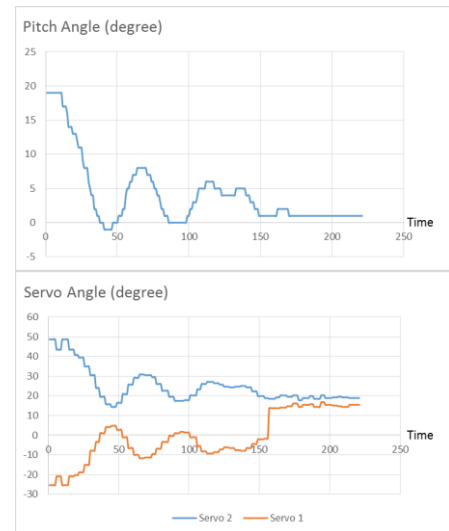
ในการออกแบบระบบควบคุมการบิน จากที่ได้ เลือกใช้ระบบควบคุมพีไอดี (PID controller) โดยการใช้การ ปรับแต่ง PID ด้วยวิธี Ziegler-Nichols :ซึ่งพิจารณาใช้ชุด ควบคุมจำนวน 2 ชุด เพื่อนำมาเปรียบเทียบหาชุดที่ เหมาะสม

4.1.1 มุม Roll ทดลองโดยการกวนระบบด้วยการ หมุนลงไปทางขวาเป็นมุม 8 องศา โดยกำหนดค่า $K_c = 100$ และคาบเวลาคือ 6 ซึ่งสามารถประมาณชุดควบคุมที่ 1 ควบคุมแบบ P-Control ที่มีค่า $P = 40$ และชุดควบคุมที่ 2 ควบคุมแบบ PID-Control ที่มีค่า $P = 60$, $I = 20$ และ $D = 50$ ผลการตอบสนองของการรักษาเสถียรภาพมุม roll ต่อการเบี่ยงเบนจากสภาพสมดุลของตัวควบคุมทั้งสอง แบบ ดังแสดงในรูป 29-30

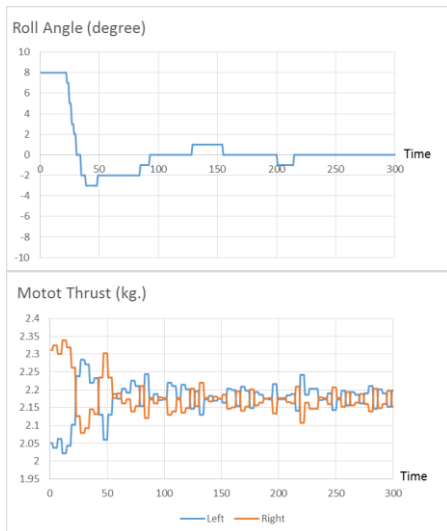
AME-04



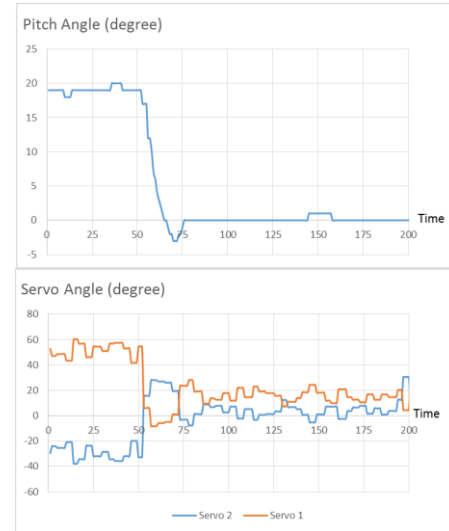
รูปที่ 29 การแก้มุม Roll ของชุดควบคุมที่ 1



รูปที่ 31 การแก้มุม Pitch ของชุดควบคุมที่ 1



รูปที่ 30 การแก้มุม Roll ของชุดควบคุมที่ 2



รูปที่ 32 การแก้มุม Pitch ของชุดควบคุมที่ 2

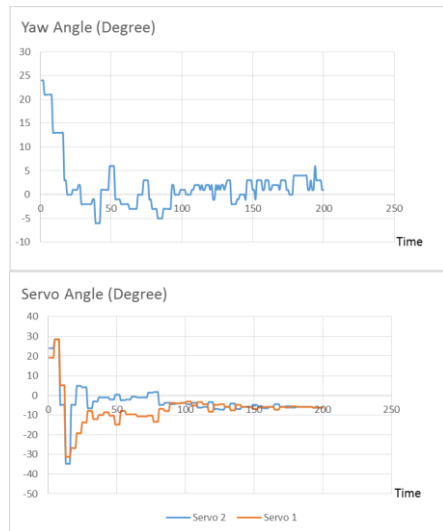
4.1.2 มุม Pitch ทดลองโดยการรบกวนระบบด้วยการยกหัวอากาศยานขึ้นเป็นมุม 19 องศา โดยกำหนดค่า $K_c = 100$ และคาบเวลาคือ 7 ซึ่งสามารถประมาณชุดควบคุมที่ 1 ควบคุมแบบ P-Control ที่มีค่า $P = 30$ และชุดควบคุมที่ 2 ควบคุมแบบ PID-Control ที่มีค่า $P = 60$, $I = 10$ และ $D = 50$ ผลการตอบสนองของการรักษาเสถียรภาพมุม pitch ต่อการเบี่ยงเบนจากสภาพสมดุลของตัวควบคุมทั้งสองแบบ ดังแสดงในรูป 31-32

4.1.3 มุม Yaw ทดลองโดยการรบกวนระบบด้วยการหมุนหัวอากาศยานไปทางขวาเป็นมุม 20 องศา โดยกำหนดค่า $K_c = 330$ และคาบเวลาคือ 15 ซึ่งสามารถประมาณชุดควบคุมที่ 1 ควบคุมแบบ P-Control ที่มีค่า $P = 100$ และชุดควบคุมที่ 2 ควบคุมแบบ PI-Control ที่มีค่า $P = 150$ และ $I = 10$

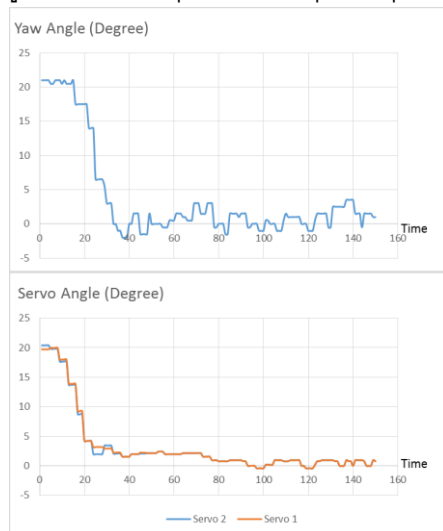
4.2 ผลการทดสอบการบิน

เมื่อแรงเร่งขับจากวิทยุที่ RC Pulse = 1550 (Min.1050 และ Max.1950) อากาศยานเริ่มลอยตัว และเมื่อแรงเร่งขับจากวิทยุที่ RC Pulse = 1600 อากาศยานจะสามารถลอยขึ้นได้อย่างสมบูรณ์ ซึ่งเมื่อใช้ชุดควบคุมชุดที่ 2 จากการสังเกตและการอ่านค่าที่ได้จากการบินที่ก็ข้อมูลการบินพบว่าสามารถคงเสถียรภาพได้ดี

AME-04



รูปที่ 33 การแก้มุม Yaw ของชุดควบคุมที่ 1



รูปที่ 34 การแก้มุม Yaw ของชุดควบคุมที่ 2

5. บทสรุปและข้อเสนอแนะ

1. อากาศยานไร้คนขับขึ้นลงทางดิ่ง 2 ใบพัดแบบใบพัดปรับเอนขนาดบรรทุก 2 กิโลกรัม ซึ่งมีน้ำหนักรวม 6.3 กิโลกรัม ที่ใช้หลักการควบคุมเสถียรภาพที่มีตัวควบคุมแบบ PID สามารถควบคุมการบินได้ตามวัตถุประสงค์อย่างมีเสถียรภาพ

2. การกำหนดจุดศูนย์ถ่วงของอากาศยานเป็นสิ่งสำคัญ ดังนั้นการประกอบปีกและแผงหางระดับ จะต้องนำน้ำหนักมาคำนวณหาจุดศูนย์ถ่วงใหม่ เพื่อให้อากาศยานยังสามารถรักษาเสถียรภาพการบินได้

3. อากาศยานที่มีอัตราการบรรทุกสิ่งของมากๆ จะส่งผลให้การออกแบบและการเลือกใช้มอเตอร์มีขนาดและลักษณะที่เปลี่ยนไป ซึ่งส่งผลต่อน้ำหนักและความ

แข็งแรงของวัสดุ รวมถึงการออกแบบระบบควบคุมที่ต้องมีความเหมาะสมกับขนาด ซึ่งสิ่งที่เห็นได้ชัด คือโมเมนต์ของแรงขับที่มีขนาดแปรผันไปตามความกว้างของปีก

4. การออกแบบอากาศยานและระบบควบคุมตามข้อกำหนดของวัตถุประสงค์แล้ว การสร้างชิ้นงานนั้นจะต้องมีความแม่นยำและแข็งแรง การติดตั้งอุปกรณ์การวัด มอเตอร์ในตำแหน่งที่ถูกต้อง เพราะอาจเกิดการผิดพลาดจากระบบทางกลและสัญญาณไฟฟ้า จะส่งผลต่อการควบคุมได้

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ ร.อ.วีรวัฒน์ ฝาระมี กรมขนส่งทหารอากาศ ที่ให้คำแนะนำในการทดสอบการบิน

ขอขอบคุณ กองโรงงาน กรมขนส่งทหารอากาศ กองทัพอากาศ ที่ได้เอื้อเฟื้อสถานที่และเครื่องมือช่างในการสร้างอากาศยาน

และขอขอบคุณ ภาควิชา กองการศึกษา โรงเรียนนายเรืออากาศนวมินทราชภัฏวชิราวุธ ที่ให้คำแนะนำและเอื้อเฟื้อสถานที่ในการทดสอบการบิน

7. เอกสารอ้างอิง

- [1] A. Sanchez, J. Escareño, O. Garcia and R. Lozano (2008), Autonomous Hovering of a Noncyclic Tiltrotor UAV: Modeling, Control and Implementation, paper presented in *International Federation of Automatic Control World Congress 17th*, Seoul, Korea, 6-11, July 2008, pp. 803 - 808.
- [2] น.อ.ศ.ดร.พูนลาภ เอี่ยมเจริญ, วิศวกรรมการบิน-1 (2546), กรุงเทพฯ: กองวิชาวิศวกรรมศาสตร์ กองการศึกษา โรงเรียนนายเรืออากาศ
- [3] Aircraft, Rotorcraft, rotary-wing aircraft, *Statistic Data*, URL: en.wikipedia.org/wiki/Aircraft, access on 23/04/2015.
- [4] จุตสุนัย ถั่ววง, ภาควิชาฟิสิกส์, *Statistic Data*, <http://www.rmutphysics.com/physics1/My%20Webs/chap10/chap10-IE/index2.htm>, access on 23/04/2015.
- [5] Vector Mechanics for Engineers - Statics and Dynamics, 9th edition, McGraw-Hill Companies, Inc.
- [6] Bending URL: <http://en.wikipedia.org/wiki/Bending>, access on 29/05/2015.

AME-04

- [7] Shear stress, *Statistic Data*, URL:
http://en.wikipedia.org/wiki/Shear_stress, access on 29/05/2015.
- [8] Square L Beam, *Statistic Data*, URL:
<http://www.efunda.com/designstandards/beams/Basic/LBeam.cfm>, access on 29/05/2015.
- [9] น.ต.ผศ.ดร.ประสาทร วงศ์คำซ่าง (2551), การควบคุมอัตโนมัติ, กรุงเทพฯ: กองวิชาวิศวกรรมเครื่องกลและอุตสาหกรรม กองการศึกษา โรงเรียนนายเรืออากาศ
- [10] Airfoil Investigation Database, *Statistic Data*, URL:<http://www.airfoildb.com/>, access on 23/04/2015.
- [11] O.S.Motor, Airplane, Motor-specifications URL:
www.osengines.com/motors/motor-specifications.pdf, access on 23/04/2015.
- [12] *Statistic Data*, URL: http://www.efunda.com/materials/alloys/aluminum/show_aluminum.cfm?ID=AA_1060&prop=all&Page_Title=AA%201060, access on 23/04/2015.

8. ตัวแปร

RN = Reynolds Number
 ρ = ความหนาแน่นของอากาศ
 v = ความเร็ว
 L = ความยาวส่วนที่อากาศไหลผ่าน (เฉพาะสมการที่ 1)
 μ = ความเสียดทานของอากาศ
 F = แรงอากาศพลศาสตร์
 D = แรงต้าน
 L = แร้งยก
 q = ความดันพลวัต
 S = พื้นที่ผิว
 S_{Airfoil} = พื้นที่ผิวปีก
 S_{Other} = พื้นที่ผิวส่วนอื่นนอกเหนือจากปีก
 C_F = สัมประสิทธิ์แรงอากาศพลศาสตร์
 C_D = สัมประสิทธิ์แรงต้าน
 $C_{D-\text{Airfoil}}$ = สัมประสิทธิ์แรงต้านปีก
 $C_{D-\text{Other}}$ = สัมประสิทธิ์แรงต้านส่วนอื่นนอกเหนือจากปีก
 C_L = สัมประสิทธิ์แรงยก
 ρ = ความหนาแน่นของอากาศ

AR = Aspect Ratio
 MAC = ความยาวเฉลี่ยของเส้นขยา
 b = ความกว้างของปีก
 T = แรงขับ
 T_1 = แรงขับมอเตอร์ 1
 T_2 = แรงขับมอเตอร์ 2
 ϕ = มุม Roll
 θ = มุม Pitch
 ψ = มุม Yaw
 $\ddot{\phi}$ = ความเร่งในการเปลี่ยนมุม Roll
 $\ddot{\theta}$ = ความเร่งในการเปลี่ยนมุม Pitch
 $\ddot{\psi}$ = ความเร่งในการเปลี่ยนมุม Yaw
 l_m = ระยะระหว่างระนาบใบพัดกับจุดศูนย์ถ่วงอากาศยาน
 l_p = ระยะระหว่างสิ่งของบรรทุกกับจุดศูนย์ถ่วงอากาศยาน
 α = มุมในการบิดของมอเตอร์
 β = มุมระหว่างแกนของมอเตอร์กับตัวมอเตอร์
 g = ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก
 W = Total Weight
 X = Y-axel to Center of mass length
 Y = X-axel to Center of mass length
 w_n = Each Weight
 x_n = Y-axel to Each mass
 y_n = X-axel to Each mass
 M = Bending Moment
 F = แรงกระทำบนคาน
 L = ความยาวของระยะจากจุดหมุนไปยังแรงกระทำ
 σ = Bending Stress
 y = ความกว้างของคาน
 I = Moment of Inertia
 τ = Shear Stress
 V = Shear Force
 A = พื้นที่หน้าตัดของคาน
 C_x = ระยะจากแกน X ของตำแหน่ง Moment of Inertia
 C_y = ระยะจากแกน Y ของตำแหน่ง Moment of Inertia
 a = ขนาดของคานรูปตัว L แบบสมมาตร
 t = ความหนาของคานรูปตัว L แบบสมมาตร
 y = ส่วนต่างระหว่างระยะ a กับระยะ C_x หรือ C_y