

**CST-08****การวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเม้นต์ของโรลเลอร์สเก็ตสำหรับสักราชใหม่****Finite Element Analysis of New-era Roller Skate**

ชลธิชา แจ้งสว่าง, อัญรินทร์ ศิริชัยันนท์, อนุธิดา เนตรริยะกุล, เมธาวี พิทักษ์สกุลชน,  
จิรชัย สุภาสุทธากุล และ กันต์ธกรณ์ เขากอง\*

ศูนย์ปฏิบัติการ CAD/CAM/CAE ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน  
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขต กำแพงแสน ตำบล กำแพงแสน อำเภอ กำแพงแสน จังหวัด นครปฐม รหัสไปรษณีย์ 73140  
\*ติดต่อ: E-mail fengkkk@ku.ac.th, เบอร์โทรศัพท์ 034 355310, เบอร์โทรศัพท์ 034 355316

**บทคัดย่อ**

การออกแบบโรลเลอร์สเก็ตสำหรับสักราชใหม่มุ่งเน้นความปลอดภัยให้แนวคิดการลดมลพิษ ลดอุบัติเหตุและแก้ปัญหาการจราจรในสังคมเมือง การทดสอบโดยวิธีทางไฟไนต์เอลิเม้นต์ถูกกำหนดขึ้นสำหรับวิเคราะห์ความแข็งแรงของส่วนประกอบโครงสร้างสามมิติที่ออกแบบไว้อาที มีอกล, โครง, เพ่องขับ และเพลา เพื่อศึกษาถึงความสามารถในการรับภาระ ค่าความเค้น การเสียรูปทรงของโรลเลอร์สเก็ต ก่อนการสร้างชิ้นงานต้นแบบ ทำให้ประหยัดเวลาและค่าใช้จ่ายการทดสอบ ผลการจำลองชี้ส่วนต่างๆ พบว่าโรลเลอร์สเก็ตสำหรับสักราชใหม่ สามารถใช้งานได้ภายใต้สภาวะขอบเขตที่กำหนดและมีความปลอดภัยตลอดเวลาการใช้งาน

**คำหลัก:** ไฟไนต์เอลิเม้นต์, ยานพาหนะไฟฟ้า, โรลเลอร์สเก็ต

**Abstract**

The conception designs of New-era Roller Skate are outline urban solutions to environment, accident and traffic. Finite element analysis is a tool used for the strength evaluation of 3D components skate such as gripper, truss, drive pinion and shaft. The aim of this study to analyses available load, stress and skate deformation to save time and save cost pre-production prototypes. The results of simulation show that New-era Roller Skate could actually use this boundary condition and safe all the times.

**Keywords:** Finite element, Electric vehicles. Roller Skate

**1. บทนำ**

การสร้างผลิตภัณฑ์จำเป็นต้องมีการทดสอบผลิตภัณฑ์ต้นแบบ เพื่อให้ได้ผลิตภัณฑ์ต้นแบบที่สามารถใช้งานได้ การทดสอบความแข็งแรงเป็นการทดสอบที่ผู้ผลิตต้องคำนึง หากชิ้นงานต้นแบบไม่สามารถรองรับภาระได้ตามที่กำหนดไว้ผู้ทดสอบจึงต้องทดสอบชิ้นงานซ้ำ ส่งผลให้ต้องเสียเวลาและต้นทุนการผลิต

ปัจจุบันเทคโนโลยีการวิเคราะห์แบบจำลองโดยใช้ซอฟแวร์ไฟไนต์เอลิเม้นต์เป็นที่นิยมมาก เพราะเป็นทางเลือกที่คุ้มค่าสามารถแสดงผลการทดสอบได้รวดเร็ว ประหยัดค่าใช้จ่ายและได้ผลการทดสอบที่เที่ยงตรง โดยมีนักออกแบบและนักวิจัยจำนวนมากใช้กระบวนการวิเคราะห์ด้วยระบบเบียนวิธีไฟไนต์เอลิเม้นต์จำลองความแข็งแรงของชิ้นงานสภาวะขอบเขตต่างๆ กันไปอาทิ

นพดล ไชยช่อฟ้า (2546) [1] การศึกษาเบร์ยีบเทียบแบบจำลองไฟไนต์เอลิเม้นต์ในการวิเคราะห์โครงสร้างเหล็กประเภทโครงถัก 3 รูปแบบคือ การวิเคราะห์ในแบบจำลองโครงข้อหมุน, การวิเคราะห์ในแบบจำลองโครงข้อแข็งและการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเม้นต์ 3 มิติ เพื่อนำผลที่ได้จากการค้นคว้าที่เป็นแนวทางในการออกแบบโครงข้อหมุนให้มีความปลอดภัยตามสภาพการทำงานจริง

วรรณรัตน์ จุฑาราชนะ (2553) [2] ได้ออกแบบห้องเกียร์รถไถเดินตามด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเม้นต์ ในกรณีเกียร์ว่าง เกียร์ 1 2 และเกียร์ถอยหลัง โดยใช้วัสดุเหล็กหล่อเทา FC250 ค่าความแข็งแรง 250 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร เพื่อหาขนาดของห้องเกียร์ที่เหมาะสมกับการกระจายความเค้นที่เกิดขึ้น

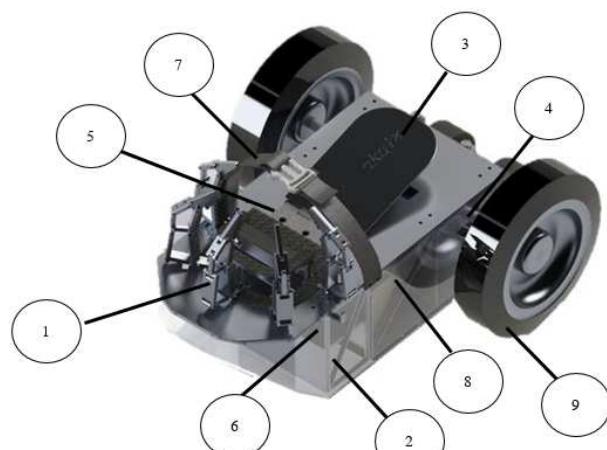
## CST-08

Derek Covill และคณะ (2014) [3] ได้มีการวิเคราะห์โครงสร้างของจักรยานเพื่อหาขนาดความยาวของโครงสร้างที่แข็งแรง เหมาะสม ปรับปรุงพัฒนาให้จักรยานมีน้ำหนักเบาและมีประสิทธิภาพที่สูงขึ้น

Giorgio Olmi และคณะ (2014) [4] ได้วิเคราะห์ตัวถังของโรลเลอร์สเก็ตด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อวิเคราะห์ลักษณะการแตกหัก การบิดเนื่องจากการลาก เพื่อพัฒนาปรับปรุงให้ตัวถังของโรลเลอร์สเก็ตมีความเหมาะสมทั้งขนาดและวัสดุที่ใช้ และรูปทรงของโรลเลอร์สเก็ต ในการรับภาระพลศาสตร์

O.A. Zambranoff และคณะ (2014) [5] ได้ทำการวิเคราะห์เพลาของเครนสะพานยกที่เกิดการพังเนื่องจากการลากด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้การวิเคราะห์โครงสร้างวัสดุ ค่าความแข็งของวัสดุ และคุณสมบัติทางเคมีของวัสดุเป็นส่วนช่วยวิเคราะห์ เพื่อหาต้นเหตุของการทำให้เกิดการพังและปรับปรุงขนาด วัสดุ การเคลือบผิว ทั้งยังระบุวิธีการเลือกวัสดุและขอบเขตการรับภาระเพื่อให้เพลานี้มีประสิทธิภาพที่ดีขึ้น

จากการศึกษาตัวอย่างการวิเคราะห์ได้นำมาสู่การทดสอบแบบจำลองชิ้นส่วนของโรลเลอร์สเก็ตสำหรับศักยภาพใหม่ ตามรูปที่ 1 ซึ่งมีส่วนประกอบหลัก 9 ส่วนคือ มือกล โครง เพื่อง เพลา บานพับเชื่อมโครงสร้าง มอเตอร์ สายรัดเท้า ชุดระบบขับเคลื่อน และล้อ



รูปที่ 1 ส่วนประกอบของโรลเลอร์สเก็ต

แต่ตามสภาวะใช้งานจริงชิ้นส่วนที่ต้องรับน้ำหนักจากผู้ใช้มี 4 ส่วนคือ มือกล โครง เพื่อง และเพลา ดังนั้นบทความนี้จึงนำเสนอแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นงาน 4 ส่วนนี้เท่านั้น

ตารางที่ 1 ส่วนประกอบของโรลเลอร์สเก็ตสำหรับศักยภาพใหม่

| หมายเลข | ชื่อ                  |
|---------|-----------------------|
| 1       | มือกล                 |
| 2       | โครง                  |
| 3       | เพื่อง                |
| 4       | เพลา                  |
| 5       | บานพับเชื่อมโครงสร้าง |
| 6       | มอเตอร์               |
| 7       | สายรัดเท้า            |
| 8       | ชุดระบบขับเคลื่อน     |
| 9       | ล้อ                   |

### 2. การจำลองด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

#### 2.1 สมการพื้นฐานและแบบจำลองของวัสดุ

การศึกษานี้ใช้สมการตามความสัมพันธ์ของความเดัน (stress) และความเครียด (strain) ตามกฎของฮooke (Hooke's law) สามารถเขียนอยู่ในรูปของเมทริกซ์ดังนี้

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (1)$$

เมื่อ  $[K]$  คือ เอลิเมนต์เมทริกซ์ของความแข็งเกร็ง  $\{u\}$  คือ เมทริกซ์ของการเคลื่อนตัวที่จุดต่อ  $\{F\}$  คือ เมทริกซ์ของแรงกระทำที่จุดต่อ [4]

เนื่องจากมือกลและโครงถูกเป็นส่วนที่รับแรงจากน้ำหนักผู้ใช้มากที่สุด ในขณะที่เพื่องและเพลา เป็นชิ้นส่วนที่รับแรงจากการส่งกำลังในการขับเคลื่อนมากที่สุด จึงได้นำทั้ง 4 ส่วนนี้มายิเคราะห์ความแข็งแรงโดยมีการกำหนดสภาวะการใช้งานของระบบขับเคลื่อนการรับภาระของโครงถูก และขนาดแรงที่ต้องใช้กับมือกล โดยแต่ละชิ้นส่วนใช้วัสดุที่แตกต่างกันตามตารางที่ 2

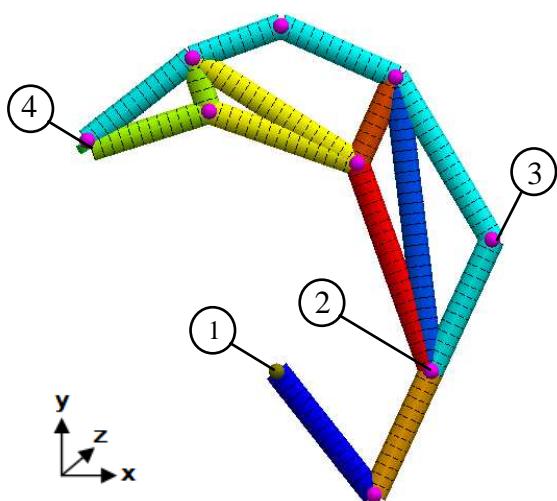
#### 2.2 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วนต่างๆ ก็จะวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปโดยกำหนดเงื่อนไขการทดสอบ คือ นำน้ำหนักของผู้ใช้ไม่เกิน 60 กิโลกรัม และพื้นถนนที่ใช้ในการขับเคลื่อนเป็นพื้นเรียบ โดยผลการจำลองวิเคราะห์ออกมารูปแบบของความเดัน ระบบการเสียรูป และค่าความปลดปล่อย

## CST-08

ตารางที่ 2 ตารางวัสดุชิ้นส่วนที่นำมาวิเคราะห์

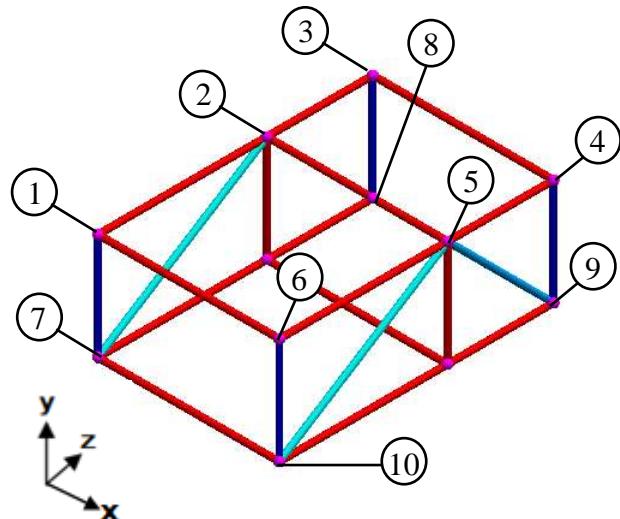
| ชิ้นส่วน | วัสดุ                 | ความเดันคราก (MPa) |
|----------|-----------------------|--------------------|
| มีอกล    | Aluminium Alloys 1100 | 99.28              |
| โครง     | Aluminium Alloys 6063 | 41.37              |
| เพียง    | AISI 1045 steel       | 530                |
| เพลา     | AISI 1020             | 351.57             |



รูปที่ 2 การระบุจุดยึดและจุดรับโหลดของกรีบเบอร์

จุดวงกลมคือข้อต่อของมีอกลซึ่งยึดติดกันด้วยหมุดยึด ในการวิเคราะห์จะวิเคราะห์มีอกลในขณะที่มีอกลถูกกดสุด โดยมีตำแหน่งจุดยึดที่จุด 2 และ 4 โดยจุดที่ 2 เป็นลักษณะจุดยึดประเภท Hinge support ซึ่งรับแรงในแนวแกน x, y และ z จุดที่ 4 เป็นลักษณะจุดยึดประเภท Roller support ซึ่งรับแรงในแนวแกน y และ z มีอกลมีตำแหน่งการรับภาระแรงที่จุดที่ 1 และ 3 จุดที่ 1 รับภาระในแกน y จากแรงกดขนาดตามน้ำหนักตามขอบเขตของผู้ใช้ และจุดที่ 3 รับภาระแรงในระหว่าง x-y ซึ่งแรงพุ่งออกจากจุดเฉียงทำมุมกับแกน x 40.6 องศา ในจุดภาชนะที่ 4 ซึ่งเป็นภาระจากแรงดึงของสปริง

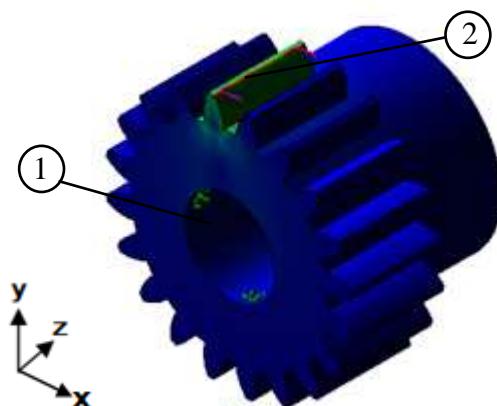
ส่วนที่ 2 โครงมีลักษณะเป็นเพลาตันขนาด 4.76 มิลลิเมตร ซึ่งโครงเป็นส่วนที่ยึดชุดขับเคลื่อน มีอกล ล้อหน้า และเพ้นโรลเลอร์สเก็ต เข้าด้วยกันและรับน้ำหนักมากที่สุดของโรลเลอร์สเก็ตไว้ ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 การระบุจุดยึดและจุดรับโหลดของโครงโรลเลอร์สเก็ต

วิเคราะห์โครงเป็นแบบ Truss โดยมีตำแหน่งจุดยึดที่จุด 7 ถึง 10 มีลักษณะจุดยึดประเภท Hinge support ทั้งหมด ซึ่งรับแรงในแนวแกน x, y และ z โครงมีตำแหน่งการรับภาระที่จุด 1 ถึง 6 รับภาระในแนวแกน y ซึ่งเป็นภาระที่เกิดจากแรงกดขนาดตามน้ำหนักของผู้ใช้

ส่วนที่ 3 ระบบเพ่องหดโรลเลอร์สเก็ต ใช้เพ่องทรงในระบบสั่งกำลังทั้งหมด 4 คู่ โดยจะวิเคราะห์เฉพาะเพ่องขับตัวสุดท้ายที่ขับกับเพ่องบนเพลาล้อ เพราะเพ่องส่วนนี้เป็นเพ่องตัวเล็กที่รับแรงบิดสูงสุดในระบบเพ่องหด โดยมีขนาด 20 พัน module 1 รับกำลังมาจากแรงกดของผู้ใช้ ดังรูปที่ 4



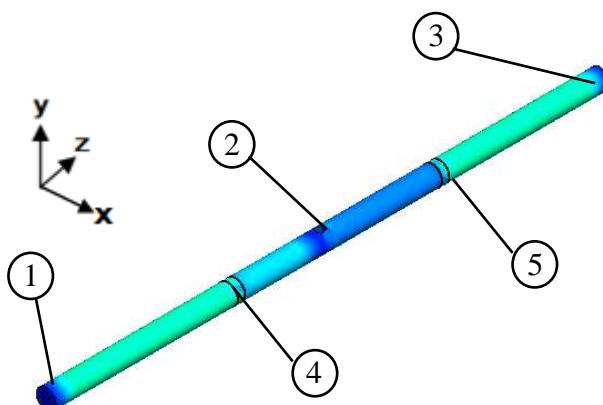
รูปที่ 4 การระบุจุดยึดและจุดรับโหลดของเพ่อง

ในการวิเคราะห์จะวิเคราะห์เพ่องในขณะที่เพ่องกำลังจะเริ่มหมุน โดยมีตำแหน่งจุดยึดที่เพนไวนท์จุดที่ 1 ที่สัมผัสกับเพลา มีลักษณะจุดยึดเป็นประเภท Fixed support ซึ่ง

## CST-08

รับแรงในแนวแกน x, y และ z เพื่อมีตัวแหน่งการรับภาระอยู่ที่ปลายพื้นที่จุดที่ 2 รับแรงบิดหมุนรอบแกน z ซึ่งเป็นภาระที่เกิดจากการขับกันของเพลา

ส่วนที่ 4 เพลาในโลลเลอร์สเก็ตมีทั้งหมด 3 เพลาทั้ง 3 เพลา ประกอบด้วย 1) เพลาดที่ 1 2) เพลาดที่ 2 3) เพลาล้อ โดยวิเคราะห์เฉพาะเพลาล้อซึ่งเป็นเพลาที่รับแรงบิดสูงที่สุดในระบบซึ่งเพลาล้อมีการรับกำลัง 2 ระบบ คือ ส่งกำลังด้วยมอเตอร์ และส่งกำลังด้วยระบบสปริงปั๊ม โดยจะยกมาเพียงการวิเคราะห์จากการรับกำลังด้วยระบบสปริงปั๊ม เพราะมีแรงภายนอกที่กระทำต่อเพลามากกว่าระบบมอเตอร์



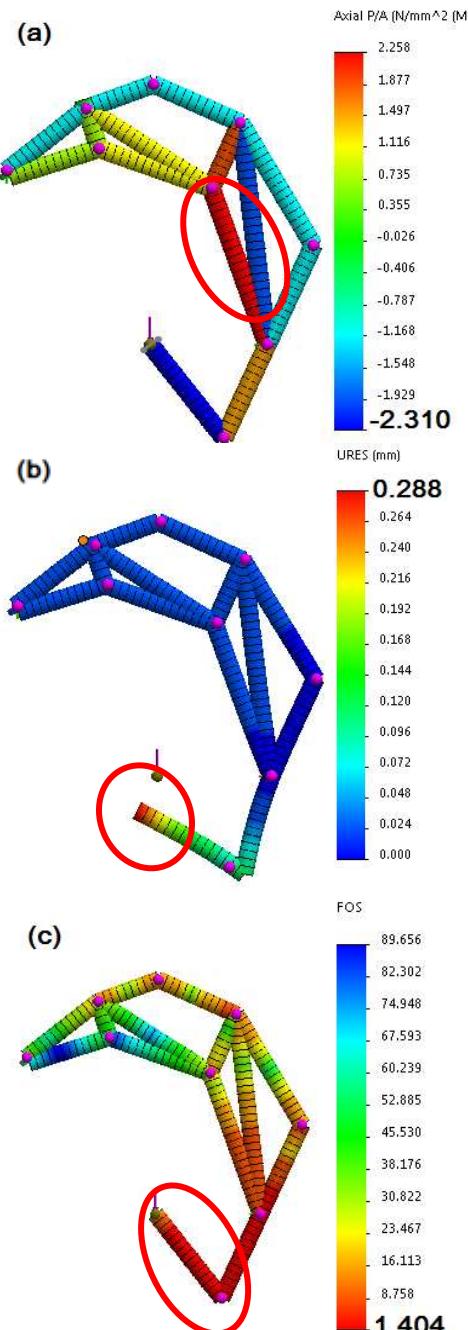
รูปที่ 5 การระบุจุดยึดและจุดรับโหลดของเพลา

การวิเคราะห์เพลา จุดยึดที่จุด 4 และ 5 มีลักษณะเป็นจุดยึดประเภท Fixed support รับแรงในแนวแกน x, y และ z ส่วนตัวแหน่งจุด 1, 2 และ 3 จะรับภาระการส่งกำลังรอบแกน z

### 3. ผลการวิเคราะห์

#### 3.1 ผลการวิเคราะห์มือกล

จากรูปที่ 6 เมื่อกดมือกลด้วยแรง 300 N ตามข้อบทสูงสุดของผู้ใช้ จะเกิดความเค้นอัดสูงสุดที่คานที่ถูกวงขนาด 2.310 MPa ดังรูป 6(a) ยึดตัวสูงสุด 0.288 mm ดังรูป 6(b) และมีค่าความปลดภัยต่ำสุด 1.404 ดังรูป 6(c) ที่คานเดียวกัน ซึ่งมีขนาดหน้าตัด 4x4 mm



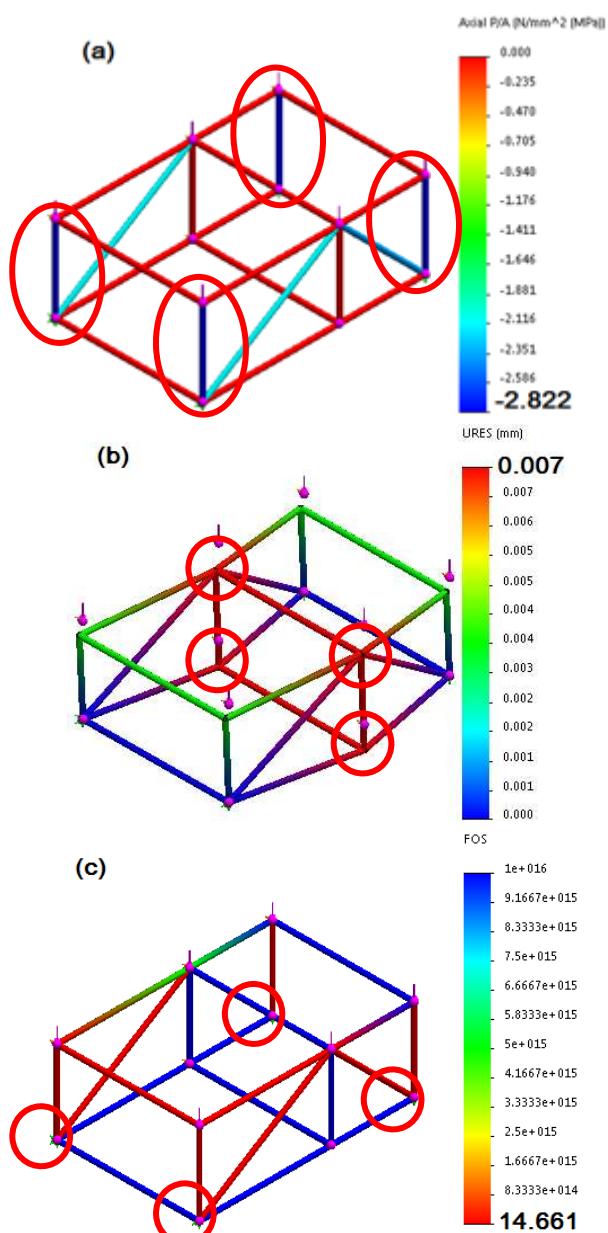
รูปที่ 6 ระดับชั้นสีของผลการวิเคราะห์ของมือกลขนาดรับภาระจากแรงกดในตัวแหน่งถูกกดสูง (a) ค่าความเค้น (b) ค่าระยะการเสียรูป (c) ค่าความปลดภัย

#### 3.2 ผลการวิเคราะห์โครงสร้าง

จากรูปที่ 7 เมื่อโครงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 4.76 mm รับภาระด้วยแรง 300 N ตามข้อบทสูงสุดที่ผู้ใช้จะเกิดความเค้นสูงสุดที่คานที่ถูกวง ขนาด 2.882 MPa ดังรูป 7(a) ซึ่งเป็นความเค้นอัด มีระยะยุบตัวสูงสุด 0.007 mm ดังรูป 7(b) ที่ตัวแหน่งที่ถูกวงกลม และมีค่า

**CST-08**

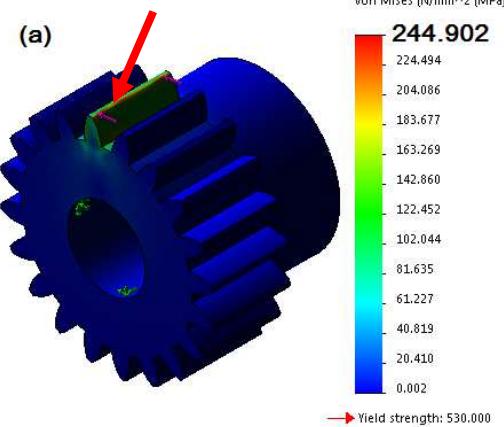
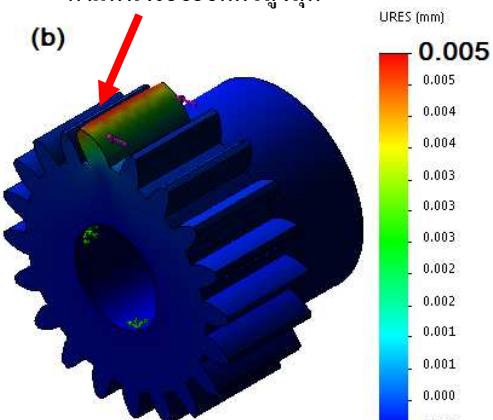
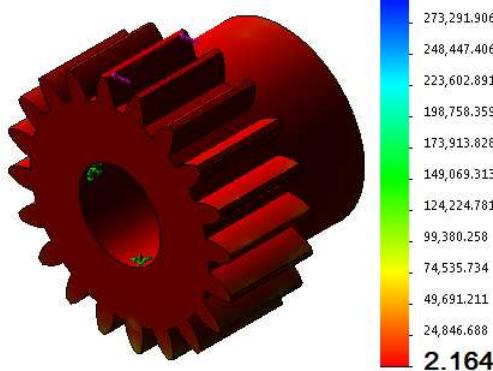
ความปลอดภัยต่ำสุด 14.661 ดังรูป 7(c) ค่าความเสี่ยงที่สูง  
วงกลม



รูปที่ 7 ระดับชั้นสีของผลการวิเคราะห์ของโครงข่าย  
รับภาระจากแรงกดตามแนวนอนกันของผู้ใช้ (a) ค่าความเค้น  
(b) ค่าระยะการเสียรูป (c) ค่าความปลอดภัย

**3.3 ผลการวิเคราะห์เพื่อ**

จากรูปที่ 8 เพื่อขนาด 20 พื้น ไมล์ 1 หนา 8 mm  
รับภาระจากการกดสปริงบ้มขนาด 333.7 N จะเกิดความ  
เค้นดึงสูงสุดขนาด 244.902 MPa ดังรูป 8(a) มีระยะการ  
ยืดตัวสูงสุด 0.005 mm ดังรูป 8(b) และมีค่าความ  
ปลอดภัยต่ำสุด 2.164 ดังรูป 8(c)

**ตำแหน่งความเค้นสูงสุด****ตำแหน่งระยะยืดตัวสูงสุด****(c)**

รูปที่ 8 ระดับชั้นสีของผลการวิเคราะห์ของเพื่อของขนาด  
รับภาระจากแรงกดกันระหว่างเพื่อ (a) ค่าความเค้น  
(b) ค่าระยะการเสียรูป (c) ค่าความปลอดภัย

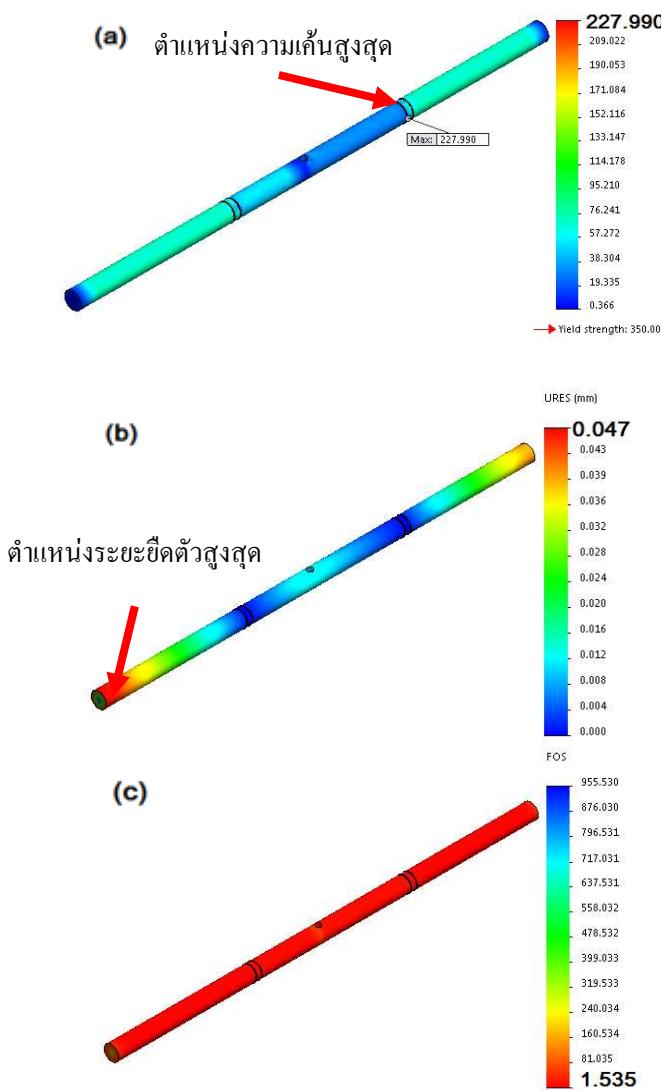
**3.4 ผลการวิเคราะห์เพลา**

จากรูปที่ 9 เพลาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 10  
mm รับภาระจากการกดที่เพื่อกระทำต่อเพลาขนาด 4.17  
Nm จะเกิดความเค้นดึงสูงสุดที่จุดดังรูป 9(a) ขนาด

## CST-08

227.990 MPa มีระยะการยืดตัวสูงสุด 0.047 mm ดังรูป

9(b) และมีค่าความปลดภัยต่ำสุด 1.535 ดังรูป 9(c)



รูปที่ 9 ระดับชั้นสีของผลการวิเคราะห์ของเพลาขณะรับภาระจากแรงบิดจากการส่งกำลังของเพ่อง (a) ค่าความเค้น (b) ค่าระยะการเสียรูป (c) ค่าความปลดภัย

ผลการวิเคราะห์ค่าความเค้นและระยะเสียรูปของชิ้นส่วนต่างๆ จากรูปที่ 9(c) แสดงผลการคำนวณทางทฤษฎีแสดงดังตารางที่ 3 และ 4 ตามลำดับ

ตารางที่ 2 ผลการวิเคราะห์ไฟฟ้าในตัวอิเล็กทรอนิกส์ของชิ้นส่วนต่างๆ ผ่านโปรแกรมคอมพิวเตอร์

| ชิ้นส่วน | ความเค้น | ระยะเสียรูป | ความ   |
|----------|----------|-------------|--------|
|          | MPa      | mm          | ปลดภัย |
| มีอกล    | -2.310   | 0.288       | 1.404  |
| โครง     | -2.822   | 0.007       | 14.661 |
| เพลา     | 227.99   | 0.049       | 1.542  |
| เพ่อง    | 244.902  | 0.005       | 2.164  |

- หมายเหตุ: 1. สัญลักษณ์ + คือ ความเค้นดึง  
 2. สัญลักษณ์ - คือ ความเค้นอัด  
 3. ค่าความเค้นของมีอกลและโครงได้จากการวิเคราะห์แบบ Normal stress  
 4. ค่าความเค้นของเพลาและเพ่องได้จากการวิเคราะห์แบบ Von mises stress

ตารางที่ 3 ผลการคำนวณตามทฤษฎีของชิ้นส่วนต่างๆ จากรายงานการวิจัยการออกแบบและสร้างโครงสร้างโลหะสเก็ตสำหรับศักยภาพใหม่

| ชิ้นส่วน | ความเค้น | ระยะเสียรูป | ความ   |
|----------|----------|-------------|--------|
|          | MPa      | mm          | ปลดภัย |
| มีอกล    | -2.542   | x           | 39.09  |
| โครง     | -2.822   | 0.006       | 14.661 |
| เพลา     | x        | x           | 1.3    |
| เพ่อง    | x        | x           | 5.96   |

- หมายเหตุ: 1. สัญลักษณ์ + คือ ความเค้นดึง  
 2. สัญลักษณ์ - คือ ความเค้นอัด

### 4. สรุป

เมื่อนำผลที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาเปรียบเทียบกับการคำนวณตามทฤษฎีโดยใช้ค่าความปลดภัยเป็นหลัก มีอกลมีค่าความปลดภัยสูงกว่ามากในการคำนวณตามทฤษฎีเนื่องจากเป็นการคำนวณโดยสมมติว่ามีอกลไม่ได้รับโมเมนต์ด้านในขณะที่หากคิดค่าความปลดภัยในการวิเคราะห์ไฟฟ้าในตัวอิเล็กทรอนิกส์แบบไม่คิดโมเมนต์ด้านแล้วจะมีค่า 42.97 ซึ่งใกล้เคียงกับกับการคำนวณตามทฤษฎี โครงมีค่าความปลดภัย ความเค้น เท่ากันทั้งการวิเคราะห์ไฟฟ้าในตัวอิเล็กทรอนิกส์และการคำนวณทางทฤษฎี แต่ขนาดของระยะเสียรูปมีความแตกต่างกัน 0.001 mm เพลาและเพ่องมีค่าความปลดภัยแตกต่างกันพอสมควร เหตุอันเนื่องมาจากการคำนวณทางทฤษฎีใช้ทฤษฎีที่แตกต่างกันของการวิเคราะห์ไฟฟ้าในตัวอิเล็กทรอนิกส์ด้วยคอมพิวเตอร์

### 5. เอกสารอ้างอิง

- [1] วรารักษ์ จุฑawanนธน (2546). รายงานวิจัยเรื่อง การออกแบบห้องเกียร์แบบเหล็กหล่อของรถไถเดินตามโดยใช้ วิธีไฟฟ้าในตัวอิเล็กทรอนิกส์, ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

## CST-08

- [2] นพพล ไชยช่อฟ้า (2553). รายงานวิจัยเรื่อง การศึกษาการเบรี่ยบเที่ยบแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์โครงสร้างเหล็กประเภทโครงถัก, ภาควิชา วิศวกรรมโครงสร้างพื้นฐาน และการบริหารมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- [3] Derek Covill, Steven Begg, Eddy Elton, Mark Milne, Richard Morris and Tim Katz (2014). Parametric finite element analysis of bicycle frame geometries, *Procedia Engineering*, 72, pp. 441-446.
- [4] Giorgio Olmi (2014). Failure of the chassis of roller skates for agonistic figure skating, *Case studies in engineering failure analysis*, August 2014.
- [5] O.A. Zambrano, J.J.Coronado, S.A. Rodriguez (2014). Failure analysis of a bridge cane shaft, *Case Studies in Engineering Failure Analysis*, 2, pp. 25-32.
- [6] ปราโมทย์ เดชะคำไฟ (2555). "ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม, ครั้งที่ 5, กรุงเทพฯ: บริษัท วี.พรินท์(1991) จำกัด.