

การควบคุมระดับน้ำของกระบวนการสองถังที่เชื่อมต่อกันด้วย ตัวควบคุมเลื่อนไถลพลวัตร่วมกับตัวสังเกต

Water Level Control of a Two Coupled-Tanks Process Using a Dynamic Sliding Mode Controller with an Observer

ประสิทธิ์ บุญจ่าย^{1*}, สินชัย ชินวรวัฒน์¹ และ ชุติพนธ์ ภักดีบุญ²

¹ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลและการบิน - อวกาศ คณะวิศวกรรมศาสตร์

² ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

1518 ถนนประชาชื่น 1 แขวงวงศ์สว่างเขตบางซื่อ กรุงเทพฯ 10800

*ติดต่อ: prakitboonjaytee@gmail.com

บทคัดย่อ

บทความนี้ประยุกต์ใช้วิธีการควบคุมเลื่อนไถลพลวัต (dynamic sliding mode control, DSMC) ในการออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้น (nonlinear controller) สำหรับควบคุมระดับน้ำของกระบวนการสองถังที่เชื่อมต่อกันซึ่งถือว่าเป็นกระบวนการที่ไม่เป็นเชิงเส้นและมีความไม่แน่นอนของค่าพารามิเตอร์ โดยข้อดีของ DSMC ประกอบด้วยความคงทน (robustness) ต่อความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์เช่นเดียวกับการควบคุมเลื่อนไถลแบบดั้งเดิม (classic sliding mode control, CSMC) และไม่เกิดการสลับของเครื่องหมายแบบไม่หยุด (chattering) ของสัญญาณควบคุม ซึ่งเป็นปัญหาที่สำคัญของ CSMC โดยในการควบคุมทั้ง CSMC และ DSMC ต้องการสัญญาณระดับน้ำของถังทั้งสองในการป้อนกลับ แต่ในการศึกษานี้ได้กำหนดว่าสามารถวัดความสูงของระดับน้ำได้เฉพาะในถังที่สองเท่านั้น โดยใช้เซนเซอร์วัดความสูงของระดับน้ำ และใช้ตัวสังเกตเลื่อนไถล (sliding mode observer, SMO) ในการประมาณค่าความสูงของระดับน้ำในถังที่หนึ่ง ผลการจำลองการทำงานในคอมพิวเตอร์แสดงให้เห็นว่าทั้ง DSMC และ CSMC มีประสิทธิภาพในการติดตามค่าความสูงอ้างอิงที่ต้องการได้ดีและมีความคงทนใกล้เคียงกัน ในขณะที่ไม่เกิดการสลับของเครื่องหมายแบบไม่หยุดของสัญญาณควบคุมเมื่อใช้ DSMC

คำหลัก: กระบวนการสองถังที่เชื่อมต่อกัน, การควบคุมเลื่อนไถลพลวัต, ไม่เกิดการสลับของเครื่องหมายแบบไม่หยุดของสัญญาณควบคุม, ตัวสังเกตเลื่อนไถล

Abstract

This paper makes use of dynamic sliding mode control (DSMC) to design a nonlinear controller for level control of a two coupled tanks process, which is a nonlinear process with uncertain parameters. The DSMC includes the robustness properties similar to the classical SMC. It also has the ability to reduce the chattering in the control command, which is the main drawback of the SMC. The control implementation requires the levels in both tanks for feedback. We assume that only one level sensor is available and installed in the second tank. A sliding mode observer (SMO) is used to estimate the level in the first tank. Simulation results have illustrated that both CSMC and DSMC controllers yield a similar tracking performance and robustness whereas there is no chattering occurred when the DSMC controller is used.

Keywords : Coupled tanks process, Dynamic sliding mode control, Chattering, Sliding mode observer.

DRC-05

30 มิถุนายน - 2 กรกฎาคม 2558 จังหวัดนครราชสีมา

1. บทนำ

กระบวนการหลายถังที่เชื่อมต่อกัน (multi-tank process, M-TP) ถือเป็นแบบจำลองของกระบวนการหลายกระบวนการในอุตสาหกรรม อาทิเช่น กระบวนการเตรียมเยื่อกระดาษ กระบวนการบำบัดน้ำเสีย กระบวนการหล่อเย็นของระบบผลิตไฟฟ้า เป็นต้น กระบวนการ M-TP เป็นกระบวนการที่มีความไม่เชิงเส้นสูง (nonlinear) และมีความไม่แน่นอน (uncertainty) ของค่าพารามิเตอร์ซึ่งจากอดีตถึงปัจจุบันได้มีนักวิจัยจำนวนมากได้นำกระบวนการ M-TP เป็นกระบวนการตัวอย่างสำหรับทดสอบการควบคุมแบบต่างๆ เช่น Almutairi and Zribi [1] ใช้การควบคุมเลื่อนไถล (sliding mode control) สำหรับกระบวนการถังคู่, Khan and Spurgeon [2] ใช้การควบคุมเลื่อนไถลพลวัตที่สอง (second dynamic sliding mode control) ในการควบคุมถังคู่ โดยพิจารณากระบวนการเป็นแบบ MIMO, Zhou et al [3] ใช้ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (genetic algorithm) ในการออกแบบตัวควบคุมสำหรับถังคู่, Alipouri and Poshtan [4] ออกแบบตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (optimal controller) สำหรับกระบวนการแบบ 4 ถัง โดยใช้แบบจำลองเชิงเส้นของกระบวนการ และ Kirubakaran et al [5] ใช้การควบคุมแบบทำนายด้วยแบบจำลอง (model predictive control) ในการควบคุมกระบวนการแบบ 4 ถัง เป็นต้น

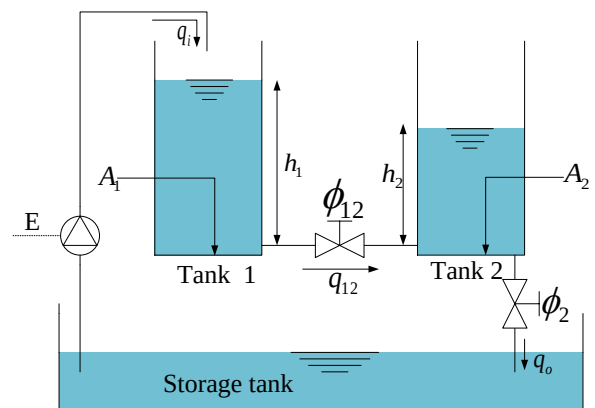
การควบคุมระดับน้ำที่มีการวิจัยที่ผ่านมา มีทั้งเป็นการควบคุมแบบเชิงเส้นและแบบไม่เชิงเส้นซึ่งสำหรับการควบคุมแบบเชิงเส้นนั้นผู้ออกแบบต้องทำการประมาณความเป็นเชิงเส้นของ M-TP รอบจุดทำงาน (operating point) ก่อน เพื่อใช้ออกแบบตัวควบคุม ทำให้มีข้อจำกัดของช่วงหรือขอบเขตการทำงาน การควบคุมแบบไม่เชิงเส้นเป็นการออกแบบตัวควบคุมโดยไม่ต้องใช้แบบจำลองกระบวนการที่เป็นเชิงเส้นทำให้ช่วงหรือขอบเขตการทำงานกว้างขึ้นทำให้การควบคุมไม่เชิงเส้นเป็นวิธีทางที่ตอบโจทยปัญหาการควบคุมระบบไม่เชิงเส้นได้ดีกว่า [6-9]

งานวิจัยนี้ศึกษาการใช้วิธีการควบคุมเลื่อนไถลพลวัต (dynamic sliding mode control, DSMC) สำหรับควบคุมระดับน้ำของกระบวนการแบบสองถังที่เชื่อมต่อกัน (two coupled-tank process, TC-TP) โดยใช้การป้อนกลับ (feedback) เฉพาะระดับน้ำในถังที่สองเท่านั้น และใช้ตัวสังเกตเลื่อนไถล (sliding mode observer, SMO) ในการประมาณค่าความสูงของระดับน้ำในถังที่หนึ่ง DSMC มี

ความคงทน (robustness) ต่อความไม่แน่นอนของระบบในลักษณะเดียวกับ CSMC โดยขณะที่ไม่เกิดการสลับของเครื่องหมายแบบไม่หยุดของสัญญาณควบคุม (chattering) ซึ่งเป็นข้อดีของ DSMC

2. กระบวนการ C-TP

กระบวนการสองถังที่เชื่อมต่อกัน (Two coupled-tanks process, TC-TP) ที่ใช้ศึกษาในงานวิจัยนี้ประกอบด้วยถังน้ำสองถัง ดังแสดงในรูปภาพ 1 กำหนดให้ถังน้ำทั้งสองมีขนาดพื้นที่หน้าตัดเท่ากัน $A_1 = A_2$ โดยน้ำสามารถไหลจากถังที่หนึ่งไปยังถังที่สองด้วยอัตราการไหลเชิงปริมาตร q_{12} ผ่านท่อโดยมีวาล์วตัวที่หนึ่ง (ค่าสัมประสิทธิ์การไหลเท่ากับ ϕ_{12}) ในส่วนอินพุตของระบบคืออัตราการไหลเชิงปริมาตรได้จากปั๊ม (actuator) ซึ่งจะดูดน้ำจากถังเก็บ (storage tank) เข้าไปในถังที่หนึ่งด้วยอัตราการไหล q_i แปรเปลี่ยนตามสัญญาณควบคุม E ส่วนระดับน้ำในถังที่สอง h_2 กำหนดให้เป็นเอาต์พุตของระบบ และน้ำไหลออกผ่านวาล์วตัวที่สอง (ค่าสัมประสิทธิ์การไหลเท่ากับ ϕ_2) กลับสู่ถังพักด้วยอัตราการไหล q_o



รูปที่ 1 กระบวนการสองถังที่เชื่อมต่อกัน

แบบจำลองคณิตศาสตร์ของ C-TP สามารถหาได้จากหลักการสมดุลมวล (mass balance) และสมการเบอร์นูลลี (Bernoulli's Equation) ดังนี้ [1-2]

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= \frac{1}{A} (q_i - q_{12}) \\ &= \frac{1}{A} q_i - \frac{\phi_{12}}{A} \sqrt{2g|h_1 - h_2|} \end{aligned} \quad (1)$$

DRC-05

30 มิถุนายน - 2 กรกฎาคม 2558 จังหวัดนครราชสีมา

$$\begin{aligned} \dot{h}_2 &= \frac{1}{A}(q_{12} - q_o) \\ &= \frac{\phi_{12}}{A}\sqrt{2g|h_1 - h_2|} - \frac{\phi_2}{A}\sqrt{2g|h_2|} \end{aligned} \quad (2)$$

และสมมติให้

$$h_1 - h_2 > 0 \quad (3)$$

$$h_2 > 0 \quad (4)$$

จากนั้นทำการเปลี่ยนตัวแปรเพื่อให้รูปแบบสมการ (1)

และ (2) ง่ายขึ้นโดยกำหนดตัวแปรใหม่ดังนี้

$$z_1 = h_2 \quad (5)$$

$$z_2 = h_1 - h_2 \quad (6)$$

เมื่อแทนสมการ (5) และ (6) ลงในสมการ (1) และ (2)

จะได้

$$\dot{z}_1 = -a_1\sqrt{z_2} + a_2\sqrt{z_1} \quad (7)$$

$$\dot{z}_2 = a_1\sqrt{z_1} - 2a_2\sqrt{z_2} + \frac{1}{A}u \quad (8)$$

โดยที่ $u = q_i$, $a_1 = \frac{\phi_{12}\sqrt{2g}}{A}$ และ $a_2 = \frac{\phi_2\sqrt{2g}}{A}$

3. การออกแบบตัวควบคุม

SMC [6] ประกอบด้วย สัญญาณควบคุมสมมูล (equivalent control) และสัญญาณควบคุมไม่ต่อเนื่อง (discontinuous control) วิธีการออกแบบการควบคุม SMC จึงมีสองส่วน โดยส่วนแรกต้องกำหนดพื้นผิวสลับเครื่องหมาย (switching surface) ที่เหมาะสมตามจุดประสงค์ของการควบคุม และส่วนที่สองทำการออกแบบกฎการควบคุม เพื่อให้การออกแบบตัวควบคุมง่ายขึ้น โดยการแปลง (transform) ดังสมการที่ (9)

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ -a_1\sqrt{z_1} + a_2\sqrt{z_2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

ทำให้ระบบสมการที่ (7) และ (8) ให้อยู่ในรูปแบบปกติ (regular form) [6] ดังนี้

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (10)$$

$$\dot{x}_2 = f(x) + g(x)(u) + d(t) \quad (11)$$

โดยที่ $f(x), g(x)$ คือฟังก์ชันที่รู้ค่าอย่างแน่นอน (nominal function) ดังนี้

$$f(x) = \frac{a_1 a_2}{2} \left(\frac{\sqrt{z_1}}{\sqrt{z_2}} - \frac{\sqrt{z_2}}{\sqrt{z_1}} \right) + \frac{a_1^2}{2} - a_2^2 \quad (12)$$

$$g(x) = \frac{a_2}{2A} \frac{1}{\sqrt{z_2}}$$

และ $d(t)$ คือสัญญาณรบกวนแบบลัมพ์ (lumped disturbance) [8] โดยที่ $|d(t)| \leq D(t)$ และ $|\dot{d}(t)| \leq \bar{D}(t)$

งานวิจัยนี้จะทำการออกแบบตัวควบคุม 2 แบบเพื่อใช้ในการเปรียบเทียบกัน คือ ตัวควบคุมเลื่อนไถลแบบดั้งเดิม (classical sliding mode controller, CSMC) และตัวควบคุมเลื่อนไถลพลวัต (dynamic sliding mode controller, DSMC)

3.1 CSMC

การออกแบบตัวควบคุมเลื่อนไถลแบบดั้งเดิมได้โดยขั้นแรกต้องกำหนดฟังก์ชันพื้นผิวสลับเครื่องหมาย ซึ่งในรูปดังนี้

$$s = x_2 + k(x_1 - h_d) \quad (13)$$

โดยที่ h_d คือค่าระดับน้ำที่ต้องการในถังที่สอง ซึ่งจะสังเกตว่า เมื่อ $s = 0$ จะได้ $x_1 = (x_1(0) - h_d)e^{-kt} + h_d$ เมื่อ $k > 0$ และ $t \rightarrow \infty$ ทำให้กระบวนการอยู่ในสถานะที่ต้องการนั้นก็คือ $x_1 = h_d$

จากสมการ (13)

$$\dot{s} = f(x) + g(x)u + d(t) + \lambda x_2 \quad (14)$$

ดังนั้นจากเงื่อนไข $\dot{s} = 0$ จะได้

$$u_{eq} = -\frac{1}{g(x)}[f(x) + \lambda x_2] \quad (15)$$

สัญญาณควบคุมไม่ต่อเนื่อง u_{sw} ดังนี้

$$u_{sw} = -\frac{\eta}{g(x)}\text{sign}(s) \quad (16)$$

เมื่อ η คือค่าคงที่ของการออกแบบสามารถหาได้จากเงื่อนไขเสถียรภาพของเลียปูนอฟ [6] และจาก [6-9] กำหนดฟังก์ชัน $\text{sign}(\cdot)$ มีค่าดังนี้

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} 1, & s > 0 \\ 0, & s = 0 \\ -1, & s < 0 \end{cases}$$

จากสมการที่ (14) และสมการที่ (16) จะได้ตัวควบคุม CSMC ดังนี้

$$u = -\frac{1}{g(x)}\{f(x) + \lambda x_2 + \eta \text{sign}(s)\} \quad (17)$$

แทนสมการที่ 12 และ 9 ลงในสมการที่ 17 จะได้ CSMC ในระบบพิกัด z ดังนี้

$$u = \frac{2A\sqrt{z_2}}{a_2} \left\{ \frac{-a_1 a_2}{2} \left(\frac{\sqrt{z_1}}{\sqrt{z_2}} - \frac{\sqrt{z_2}}{\sqrt{z_1}} \right) + \frac{a_1^2}{2} - a_2^2 + \lambda x_2 - \eta \text{sign}(s) \right\} \quad (18)$$

DRC-05

30 มิถุนายน - 2 กรกฎาคม 2558 จังหวัดนครราชสีมา

3.2 DSMC

DSMC เป็นวิธีการควบคุมเลื่อนไถลอันดับสูง [7-8, 11] สำหรับแก้ไขปัญหาของการสลับของเครื่องหมายแบบไม่หยุดของสัญญาณควบคุม (chattering) โดยการกำหนดฟังก์ชันสลับเครื่องหมายพลวัต (dynamic switching function)[7] ดังสมการที่ (19)

$$\sigma = \dot{s}(x) + \beta s(x) \quad (19)$$

โดยที่ $s = \dot{x}_1 + c(x_1 - h_d)$

เนื่องจากต้องการควบคุมระดับน้ำ h_2 อยู่ที่ระดับความสูงที่ต้องการ h_d จึงต้องกำหนดให้

$$e_{r1} = x_1 - h_d \quad (20)$$

จากสมการที่ (19) และ (20) จะได้

$$\sigma = \ddot{e}_{r1} + \alpha_2 \dot{e}_{r1} + \alpha_1 e_{r1} \quad (21)$$

เมื่อ $\alpha_2 = c + \beta$ และ $\alpha_1 = c\beta$ เป็นค่าคงที่

เนื่องจาก $\sigma = 0$ จะได้ $\ddot{e}_{r1} = -\alpha_2 \dot{e}_{r1} - \alpha_1 e_{r1}$ และสามารถเขียนในรูปแบบสมการตัวแปรสถานะ (state variable) ได้ดังนี้

$$\dot{e}_{r1} = e_{r2} \quad (22)$$

$$\dot{e}_{r2} = -\alpha_1 e_{r1} - \alpha_2 e_{r2} \quad (23)$$

โดยที่ $e_{r2} = \dot{x}_1 - \dot{h}_d$

หรืออาจจะเขียนในรูปแบบของเมตริกซ์

$$\dot{e}_r = A e_r \quad (24)$$

$$\text{เมื่อ } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 \end{bmatrix}$$

จากสมการที่ (24) สมการลักษณะเฉพาะ (Characteristic Equation) ของ A สอดคล้องกับสมการที่ (25) ดังนี้

$$\det(pI - A) = 0 \quad (25)$$

กระจายเทอมสมการที่ (25) จะได้

$$p^2 + \alpha_2 p + \alpha_1 = 0 \quad (26)$$

ค่าคงที่ α_1, α_2 สามารถกำหนดได้จากตาราง Routh Hurwitz [10] ดังนี้

$$\begin{array}{l} p^2 \mid \alpha_1 \\ p^1 \mid \alpha_2 \quad 0 \\ p^0 \mid \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_2} > 0 \end{array}$$

จากตาราง Routh Hurwitz เมตริกซ์ A มีเสถียรภาพเมื่อค่าของ $\alpha_2 = (c + \beta) \neq 0$ และ $\alpha_1 = c\beta > 0$ กล่าวได้ว่า $e_r \rightarrow 0$

ทำการหาอนุพันธ์ของ σ ในสมการที่ (21) เทียบกับเวลาจะได้

$$\dot{\sigma} = \frac{df(x)}{dt} + \frac{dg(x)}{dt} u + g(x)\dot{u} + d(x, u) + \alpha_1(\dot{x}_1) + \alpha_2(\dot{x}_2) \quad (27)$$

โดยเงื่อนไข $\dot{\sigma} = 0$ จะได้ $\dot{u}_{eq}$ ดังนี้

$$\dot{u}_{eq} = -\frac{1}{g(x)} \left\{ \frac{df(x)}{dt} + \frac{dg(x)}{dt} u + \alpha_1 x_2 + \alpha_2 (f(x)) \right\} \quad (27)$$

เพื่อกำจัดสิ่งเร้าต่างๆ และความไม่แน่นอน จึงต้องอาศัยสัญญาณควบคุมไม่ต่อเนื่อง u_{sw} ดังนี้

$$u_{sw} = -\frac{1}{g_m(x)} \eta \text{sign}(s) \quad (28)$$

เมื่อ η คือค่าคงที่ของการออกแบบสามารถหาได้จาก

เงื่อนไขเสถียรภาพของเลียปูนอฟ [6-8] ซึ่งแสดงไว้ในส่วนที่ 4.2 และ 4.3

จากสมการที่ (27) และ (28) สามารถเขียนอยู่ในระบบพิกัด z ดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{u} = & -\frac{2A\sqrt{z_2}}{a_2} \left\{ f_1(x) + g_1(x)u + \alpha_1(-a_1\sqrt{z_1} + a_1\sqrt{z_2}) \right. \\ & \left. + \alpha_2 \left[\frac{a_1 a_2}{2} \left(\frac{\sqrt{z_1}}{\sqrt{z_2}} - \frac{\sqrt{z_2}}{\sqrt{z_1}} \right) + \frac{a_1^2}{2} - a_2^2 + \frac{a_2}{2A} \frac{1}{\sqrt{z_2}} u \right] + \eta \text{sgn}(\sigma) \right\} \end{aligned} \quad (17) \quad (29)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} = f_1(x) = & \frac{-a_1 a_2 (z_1 + z_2)}{4\sqrt{(z_1 z_2)^3}} \left\{ a_1 z_1^{3/2} - 2a_2 z_1 \sqrt{z_2} \right. \\ & \left. + \frac{1}{A} z_1 u + a_1 z_2 \sqrt{z_1} - a_2 z_2^{3/2} \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

และ

$$\frac{dg}{dt} = g_1(x) = \frac{-a_2}{4z^{3/2}} \left(a_1 \sqrt{z_1} - 2a_2 \sqrt{z_2} + \frac{1}{A} u \right)$$

ฟังก์ชันสลับเครื่องหมาย

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{a_1 a_2}{2} \left(\frac{\sqrt{z_1}}{\sqrt{z_2}} - \frac{\sqrt{z_2}}{\sqrt{z_1}} \right) + \frac{a_1^2}{2} - a_2^2 + \frac{a_2}{2A} \frac{1}{\sqrt{z_2}} (u) \\ & + \alpha_1 (-a_1 \sqrt{z_1} + a_2 \sqrt{z_2}) + \alpha_2 (x_1 - h_d) \end{aligned}$$

DRC-05

30 มิถุนายน - 2 กรกฎาคม 2558 จังหวัดนครราชสีมา

4. การออกแบบตัวสังเกต

เนื่องจากกฎการควบคุม CSMC และ DSMC ข้างต้นต้องใช้ระดับ h_1 และ h_2 ในการป้อนกลับ แต่ในงานวิจัยนี้เราสมมุติให้ป้อนกลับเฉพาะเอาต์พุต h_2 อย่างเดียว ดังนั้นผู้วิจัยจึงแก้ปัญหาด้วยการใช้ตัวสังเกตเคลื่อนไถล (sliding mode observer, SMO) เพื่อประมาณค่า h_1, h_2

4.1 SMO

งานวิจัยนี้จะใช้ SMO ในการประมาณค่า h_1, h_2 สำหรับใช้ในการป้อนกลับ เนื่องจากคุณสมบัติของ SMO มีความคงทนต่อสัญญาณรบกวนต่างๆ และความไม่แน่นอนของค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ ตัวสังเกต SMO ได้ถูกออกแบบไว้ใน [9] ดังสมการ (30) และ (31)

$$\dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}(y - \hat{x}_1) \quad (30)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = f(x) + g(x) + E_1(\lambda_2 \text{sign}(y - \hat{x}_1)) \quad (31)$$

เมื่อ $\tilde{x}_2 = \hat{x}_2 + (\lambda_1 \text{sign}(\tilde{x}_1 - \hat{x}_1))_{eq}$ โดยสัญญาณที่ออกจาก $(\lambda_1 \text{sign}(\tilde{x}_1 - \hat{x}_1))_{eq}$ ผ่านตัวกรองสัญญาณต่ำ (low pass filter)[10] และ $(\lambda_1 \text{sign}(\tilde{x}_1 - \hat{x}_1))_{eq}$ เรียกว่าเทอมกำจัดเอาต์พุตสมมูล (the equivalent output injection term) $E_1 = 1$ ถ้า $x_1 - \hat{x}_1 = 0$ และ $E_1 = 0$ ถ้า $x_1 - \hat{x}_1 \neq 0$ โดยที่ λ_1, λ_2 คืออัตราขยายตัวสังเกต (observer gains) อ้างจาก[9]ได้พิสูจน์ว่า $\hat{x}_1 \rightarrow x_1$ เป็นลำดับแรก และ $\hat{x}_2 \rightarrow x_2$ เป็นลำดับที่สองด้วยการกำหนด λ_1, λ_2 ที่เหมาะสม

4.2 การวิเคราะห์เสถียรภาพของ SMO

ในส่วนนี้จะทำการแสดงว่า SMO สามารถทำให้ $\hat{x} \rightarrow x$ ในเวลาจำกัด กำหนดให้ $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$ $e_2 = x_2 - \hat{x}_2$ และจากสมการที่ (10), (30) และ (11), (31) จะได้

$$\dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 \text{sign}(e_1) \quad (32)$$

$$\dot{e}_2 = \Delta f(x, \hat{x}) + \Delta g(x, \hat{x})u + d(x, u) - E_1(\lambda_2 \text{sign}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2)) \quad (33)$$

เมื่อ $\Delta f(x, \hat{x}) = f(x) - f(\hat{x})$ และ $\Delta g(x, \hat{x}) = g(x) - g(\hat{x})$ กำหนดให้เลียบนอฟฟังก์ชันสำหรับ e_1 ดังนี้

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (34)$$

จากเงื่อนไขเสถียรภาพ [10] $V_1 > 0$ และ $\dot{V}_1 < 0$ ดังนั้นจากสมการที่ (34) จะได้

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 \quad (35)$$

แทนสมการที่ (32) ลงใน (35) จะได้

$$\dot{V}_1 = e_1 e_2 - \lambda_1 |e_1| \leq -|e_1|(\lambda_1 - |e_2|) \quad (36)$$

จากสมการที่ (36) ด้วยเงื่อนไข $\dot{V}_1 < 0$ เมื่อ

$$|e_2| < \lambda_1 \quad (37)$$

ในสมการที่ (36) แสดงว่าหลังจากเวลาจำกัด, T_1 (finite time) e_1 (state variable error) อยู่บนระนาบ $e_1 = 0$ โดยเงื่อนไขกำหนดว่า $\dot{e}_1 = 0$ [6] และจากสมการที่ (32) จะได้

$$e_2 = \lambda_1 \text{sign}(e_1)_{eq} \quad (38)$$

กำหนดให้เลียบนอฟฟังก์ชันสำหรับ e_2 คือ

$$V_2 = \frac{1}{2} (e_1^2 + e_2^2) \quad (39)$$

จากเงื่อนไขเสถียรภาพ [6] $V_2 > 0$ และ $\dot{V}_2 < 0$ ดังนั้นจากสมการที่ (39) จะได้

$$\dot{V}_2 = e_2 \dot{e}_2 \quad (40)$$

แทนสมการที่ (33) ลงใน (40) จะได้

$$\dot{V}_2 = e_2 (\Delta f(x, \hat{x}) + \Delta g(x, \hat{x})u + d) - \lambda_2 |e_2| \leq -|e_2|(\lambda_2 - |\Delta f(x, \hat{x}) + \Delta g(x, \hat{x})u + d|) \quad (41)$$

จากสมการที่ (41) ด้วยเงื่อนไข $\dot{V}_2 < 0$ เมื่อ

$$|\Delta f(x, \hat{x}) + \Delta g(x, \hat{x})u + d| < \lambda_2 \quad (42)$$

ในสมการที่ (41) แสดงว่าหลังจากเวลาจำกัด, T_2 (finite time) e_2 (state variable error) อยู่บนระนาบ $e_2 = 0$ โดยตามเงื่อนไขกำหนดว่า $\dot{e}_2 = 0$ [11] และจากสมการที่ (33) จะได้

$$\lambda_2 \text{sign}(e_2)_{eq} = \Delta f(x, \hat{x}) + \Delta g(x, \hat{x})u + d \quad (43)$$

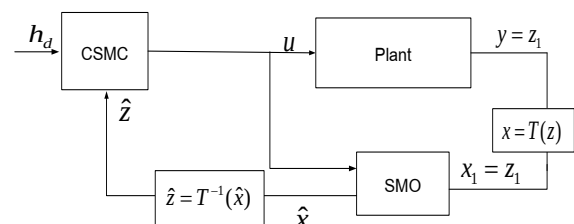
เพราะว่า $\hat{x}_1 \rightarrow x_1$ และ $\hat{x}_2 \rightarrow x_2$ ดังนั้นจะได้ $\Delta f(x, \hat{x}) = 0$ และ $\Delta g(x, \hat{x}) = 0$ จากสมการที่ (42) จะได้

$$|d| < \lambda_2 \quad (44)$$

4.3 CSMC ร่วมกับ SMO

ในส่วนนี้จะแสดงวิธีการออกแบบ CSMC ร่วมกับ SMO ดังรูปที่ 2 ในส่วนแรกทำการออกแบบ SMO โดยกำหนดค่า λ_1, λ_2 ที่เหมาะสม ซึ่งหลังจาก T_2 (finite time) จะได้ว่า $\hat{x}_1 \rightarrow x_1$ และ $\hat{x}_2 \rightarrow x_2$ กำหนดฟังก์ชันสลับเครื่องหมายของ SMC ดังนี้

$$\hat{s} = \hat{x}_2 + k(\hat{x}_1 - h_d) \quad (45)$$



รูปที่ 2 แผนภาพ CSMC ร่วมกับ SMO แบบวงปิด

DRC-05

30 มิถุนายน - 2 กรกฎาคม 2558 จังหวัดนครราชสีมา

ตัวควบคุม CSMC ได้จากการแทน $\hat{x}_1 = x_1, \hat{x}_2 = x_2$ ลงในสมการ (18) จะได้

$$u = -\frac{1}{g(\hat{x})} \{f(\hat{x}) + k\hat{x}_2 - \eta \text{sign}(\hat{s})\} \quad (46)$$

หรือในระบบพิกัด z ดังนี้

$$u = -\frac{2A\sqrt{\hat{z}_2}}{a_2} \left\{ \frac{-a_1 a_2}{2} \left(\frac{\sqrt{\hat{z}_1}}{\sqrt{\hat{z}_2}} - \frac{\sqrt{\hat{z}_2}}{\sqrt{\hat{z}_1}} \right) + \frac{a_1^2}{2} - a_2^2 \right. \\ \left. + k(-a_1\sqrt{\hat{z}_1} + a_1\sqrt{\hat{z}_2}) - \eta \text{sign}(\hat{s}) \right\} \quad (47)$$

เงื่อนไขสามารถเข้าถึงได้ (reaching law) สามารถทำให้ตัวแปรสถานะ (state), $\hat{x}_1$ และ $\hat{x}_2$ ไปถึงระนาบของฟังก์ชันสลับเครื่องหมาย นั่นก็คือทำให้ $h_2 \rightarrow h_d$ และเพื่อให้ $\hat{x}_1$ และ $\hat{x}_2$ อยู่บน $\hat{s}$ ตลอดเวลาจึงต้องมีเงื่อนไขดังสมการ(48) [6]

$$\dot{V} = \dot{s}\dot{\hat{s}} < 0 \quad (48)$$

ทำการอนุพันธ์ตามแนววิถีของระบบของสมการที่ (45) จะได้

$$\dot{s} = \dot{\hat{x}}_2 + k\dot{\hat{x}}_1 \quad (49)$$

แทนสมการ (47) และ (48) ลงในสมการ (49) จะได้

$$\dot{V} = \dot{s} \left\{ f(\hat{x}) + g(\hat{x}) \left[-\frac{1}{g(\hat{x})} (f(\hat{x}) + k\hat{x}_2 - \eta \text{sgn}(\hat{s})) \right] \right. \\ \left. + E_1(\lambda_2 \text{sgn}(\hat{x}_2 - \hat{x}_1)) + k(\hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sgn}(y - \hat{x}_1)) \right\} \quad (50)$$

แทนสมการที่ (38) และ (43) ลงใน (50) จะได้

$$\dot{V} \leq -\eta|\dot{s}| + |g(x)d||\dot{s}| + k|e_2||\dot{s}| \quad (51)$$

ดังนั้นจะได้อัตราขยายที่สอดคล้องกับเงื่อนไขสามารถเข้าถึงได้ (reaching law) [6] คือ

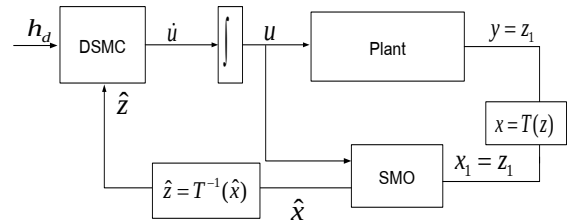
$$\eta > (\lambda_2 + k\lambda_1) \quad (52)$$

จากสมการที่ (51) แสดงว่าสามารถควบคุมระดับน้ำในถังที่สองให้ติดตามความสูง h_d ได้อย่างที่ต้องการ

4.4 DSMC ร่วมกับ SMO

ในส่วนนี้จะแสดงวิธีการออกแบบ DSMC ร่วมกับ SMO ดังรูปที่ 3 เช่นเดียวกันในส่วนที่ 4.2 แทนตัวแปร $\hat{x}_1, \hat{x}_2$ ในสมการที่ (20) จะได้ฟังก์ชันสลับเครื่องหมายพลวัต (dynamic sliding function) ดังสมการที่ (53)

$$\hat{\sigma} = f(\hat{x}) + g(\hat{x})u + d(t) + \alpha_2\hat{x}_2 + \alpha_1(\hat{x}_1 - h_d) \quad (53)$$



รูปที่ 3 แผนภาพ DSMC ร่วมกับ SMO แบบวงปิด

เช่นเดียวกันแทน $\hat{x}_1, \hat{x}_2$ ลงในสมการ (23) จะได้ตัวควบคุม DSMC ดังสมการที่ (54)

$$\dot{u} = -\frac{1}{g(\hat{x})} \left\{ \frac{df(\hat{x})}{dt} + \frac{dg(\hat{x})}{dt} u + \alpha_1\hat{x}_2 \right. \\ \left. + \alpha_2(f(\hat{x}) + g(\hat{x})u) + \eta \text{sign}(\hat{\sigma}) \right\} \quad (54)$$

หรือในระบบพิกัด z ดังนี้

$$\dot{u} = -\frac{2A\sqrt{\hat{z}_2}}{a_2} \left\{ \hat{f}_1(\hat{x}) + \hat{g}_1 u + \alpha_1(-a_1\sqrt{\hat{z}_1} + a_1\sqrt{\hat{z}_2}) \right. \\ \left. + \alpha_2 \left[\frac{a_1 a_2}{2} \left(\frac{\sqrt{\hat{z}_1}}{\sqrt{\hat{z}_2}} - \frac{\sqrt{\hat{z}_2}}{\sqrt{\hat{z}_1}} \right) + \frac{a_1^2}{2} - a_2^2 + \frac{a_2}{2A} \frac{1}{\sqrt{\hat{z}_2}} u \right] + \eta \text{sign}(\hat{\sigma}) \right\} \quad (55)$$

โดยที่

$$f_1(\hat{x}) = \frac{-a_1 a_2 (\hat{z}_1 + \hat{z}_2)}{4\sqrt{(\hat{z}_1 \hat{z}_2)^3}} \left\{ a_1 \hat{z}_1^{3/2} - 2a_2 \hat{z}_1 \sqrt{\hat{z}_2} + \frac{1}{A} \hat{z}_1 u \right. \\ \left. + a_1 \hat{z}_2 \sqrt{\hat{z}_1} - a_2 \hat{z}_2^{3/2} \right\}$$

และ

$$g_1(\hat{x}) = \frac{-a_2}{4\sqrt{\hat{z}_2^3}} \left(a_1 \sqrt{\hat{z}_1} - 2a_2 \sqrt{\hat{z}_2} + \frac{1}{A} u \right)$$

เงื่อนไขสามารถเข้าถึงได้ (reaching law) สามารถทำให้ตัวแปรสถานะ (state), x_1 และ x_2 ไปถึงระนาบของฟังก์ชันสลับเครื่องหมาย ทำให้ h_2 ติดตาม h_d และเพื่อให้ x_1 และ x_2 อยู่บน $\hat{\sigma}$ ตลอดเวลาจึงต้องมีเงื่อนไขดังสมการ (56)

$$\dot{V} = \dot{\sigma}\dot{\hat{\sigma}} < 0 \quad (56)$$

จากสมการ (53) จะได้

$$\dot{\hat{\sigma}} = \frac{df(\hat{x})}{dt} + \frac{dg(\hat{x})}{dt} u + \dot{d}(t) + g(\hat{x})\dot{u} \\ + \alpha_1\dot{\hat{x}}_1 + \alpha_2\dot{\hat{x}}_2 \quad (57)$$

แทนสมการ (57) ลงในสมการ (56) จะได้

$$\dot{V} = \dot{\hat{\sigma}} \left\{ \frac{df(\hat{x})}{dt} + \frac{dg(\hat{x})}{dt} u + \dot{d}(t) + g(\hat{x})\dot{u} + \alpha_1\dot{\hat{x}}_1 + \alpha_2\dot{\hat{x}}_2 \right\} \quad (60)$$

DRC-05

30 มิถุนายน - 2 กรกฎาคม 2558 จังหวัดนครราชสีมา

และแทน $\dot{u}$ จากสมการที่ (54) ลงในสมการที่ (60) จะได้

$$\dot{V} = \dot{\sigma} \left\{ \frac{df(\hat{x})}{dt} + \frac{dg(\hat{x})}{dt} u + \dot{d}(t) - \left(\frac{df(\hat{x})}{dt} + \frac{dg(\hat{x})}{dt} u + \alpha_1 \dot{\hat{x}}_2 + \alpha_2 (f(\hat{x}) + g(\hat{x})u) + \eta \text{sign}(\hat{\sigma}) \right) + \alpha_1 \dot{\hat{x}}_1 + \alpha_2 \dot{\hat{x}}_2 \right\} \quad (61)$$

แทนสมการที่ (30) และ (31) ลงในสมการที่ (61) จะได้

$$\dot{V} = \dot{\sigma} \{ -\eta \text{sign}(\hat{\sigma}) + \dot{d}(t) + \alpha_1 (\lambda_1 \text{sign}(y - \hat{x}_1)) + \alpha_2 (\lambda_2 \text{sign}(\hat{x}_2 - \hat{x}_2)) \} \quad (62)$$

แทนสมการที่ (38) และ (43) ลงในสมการที่ (62) จะได้

$$\dot{V} \leq -\eta |\hat{\sigma}| + \alpha_1 |e_2| |\hat{\sigma}| + \bar{D}(t) |\hat{\sigma}| + \alpha_2 |\Delta f(x, \hat{x}) + \Delta g(x, \hat{x}) + g(x) d| |\hat{\sigma}| \quad (63)$$

แทนสมการที่ (37) และ (42) ลงในสมการที่ (63) จะได้

$$\dot{V} \leq -|\hat{\sigma}| [\eta - (\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2 + \bar{D}(t))] \quad (64)$$

ดังนั้นจะได้อัตราขยายของสัญญาณควบคุมไม่ต่อเนื่อง (discontinuous control)

$$\eta > (\alpha_2 \lambda_2 + \alpha_1 \lambda_1 + \bar{D}(t)) \quad (65)$$

จากสมการที่ (64) แสดงว่าสามารถควบคุมระดับน้ำในถังที่สองให้ติดตามความสูง h_d ได้อย่างที่ต้องการ

5. ผลจำลองการควบคุมของ C-TP

การแสดงผลการประสิทธิภาพของตัวควบคุมทั้ง CSMC/SMO และ DSMC/SMO กระทำโดยการจำลองการทำงานในคอมพิวเตอร์ด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink วิธีรันกุกตา (Runge-Kutta), Δt (step size) เท่ากับ 0.001 วินาที โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการในตารางที่ 1 และกำหนดขอบเขตสัญญาณควบคุมเท่ากับ $0 \leq u \leq 50 \text{ cm}^3/\text{s}$

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ C-TP

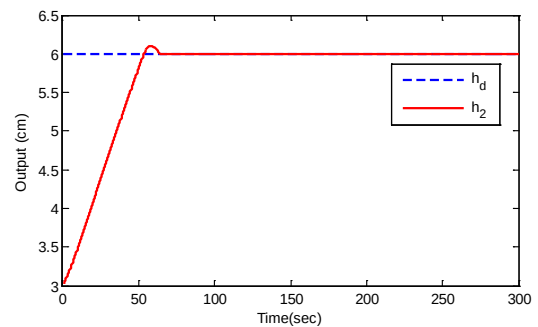
พารามิเตอร์	ค่าของพารามิเตอร์
ϕ_{12}	0.58 cm^2
ϕ_2	0.24 cm^2
$A_1 = A_2$	208.2 cm^2
g	981 cm/s^2

5.1 CSMC ร่วมกับ SMO

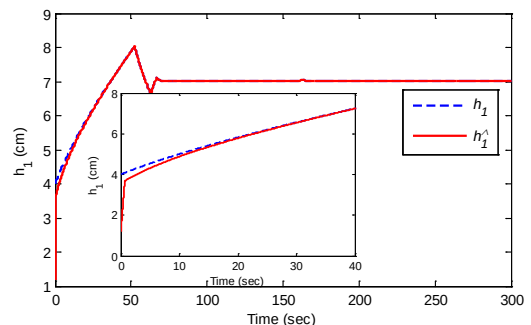
ในส่วนนี้แสดงผลการจำลองการควบคุมระดับน้ำด้วยตัวควบคุม CSMC ร่วมกับ SMO โดยพิจารณาว่า $d(t) = 0$ และค่าพารามิเตอร์ของ CSMC กำหนดดังนี้ $k=1$, $\lambda=2$, $\lambda_2=1$, $\eta=4$ และค่าเริ่มต้นของระดับน้ำในถังคือ $h_1=4$, $h_2=3$ และของค่าเริ่มต้นของ SMO คือ

$x_1(0)=1$, $x_2(0)=0$ ผลการจำลองแสดงในรูปที่ 4 CSMC ร่วมกับ SMO สามารถควบคุมระดับน้ำในถังที่สองไปยังความสูง 6 ซม. ภายในเวลาประมาณ 58 วินาที

ในรูปที่ 5 SMO สามารถประมาณ $\hat{h}_1 \rightarrow h_1$ ภายในเวลาประมาณ 26 วินาที ส่วนในรูปที่ 6 SMO สามารถประมาณ $\hat{h}_2 \rightarrow h_2$ เพียงแค่ 2 วินาที ซึ่งเป็นไปตามที่แสดงไว้ในส่วนที่ 4.2 SMO ประมาณค่า $\hat{x}_1 \rightarrow x_1$ และต่อมาประมาณค่า $\hat{x}_2 \rightarrow x_2$



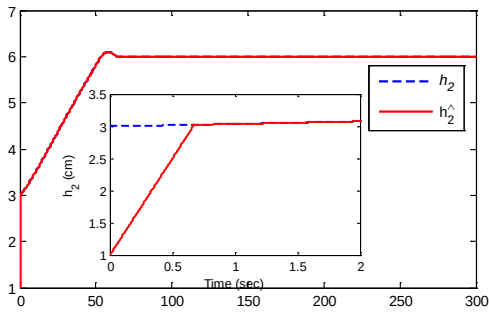
รูปที่ 4 ผลตอบสนองของระดับน้ำในถังที่ 2 ด้วยตัวควบคุม CSMC ร่วมกับ SMO



รูปที่ 5 แสดงการประมาณระดับน้ำในถังที่ 1 โดยใช้ SMO

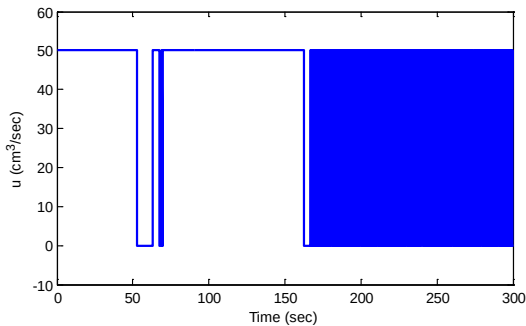
DRC-05

30 มิถุนายน - 2 กรกฎาคม 2558 จังหวัดนครราชสีมา



รูปที่ 6 แสดงการประมาณระดับน้ำในถังที่ 2 โดยใช้ SMO

ส่วนในรูปที่ 7 แสดงการสลับของเครื่องหมายแบบไม่หยุดของสัญญาณควบคุม ซึ่งเป็นปัญหาที่สำคัญของ CSMC

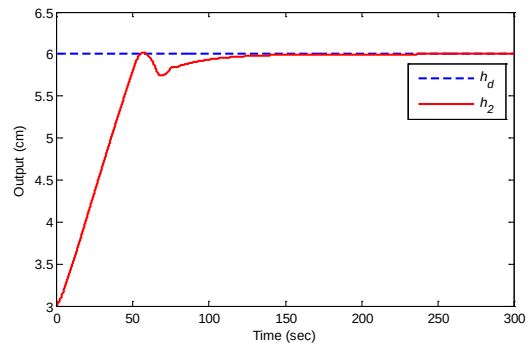
รูปที่ 7 สัญญาณการควบคุม $u = q_{in}$ โดยใช้ CSMC ร่วมกับ SMO

5.2 DSMC ร่วมกับ SMO

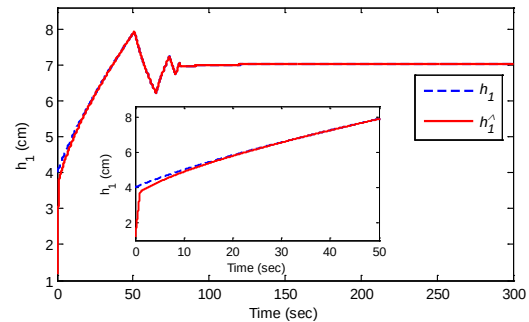
ในส่วนนี้แสดงผลการจำลองการควบคุมระดับน้ำด้วยตัวควบคุม DSMC ร่วมกับ SMO โดยพิจารณาว่า $d(t)=0$ และกำหนดพารามิเตอร์ของ DSMC ดังนี้ $\alpha_1=0.12$, $\alpha_2=3$, $\lambda_1=2$, $\lambda_2=1$, $\eta=4$ และ ค่าเริ่มต้นของระดับน้ำในถัง $h_1=4$, $h_2=3$ และของ SMO $x_1(0)=1$, $x_2(0)=0$ ผลการจำลองแสดงในรูปที่ 8 แสดงให้เห็นว่า DSMC ร่วมกับ SMO สามารถควบคุมระดับน้ำในถังที่สองไปยังควมสูง 6 ซม. ภายในเวลาประมาณ 58 วินาทีเท่ากับ CSMC

ในรูปที่ 9 แสดงว่า SMO สามารถประมาณค่า $\hat{h}_1 \rightarrow h_1$ ภายในเวลาประมาณ 24 วินาที ส่วนในรูปที่ 10 SMO สามารถประมาณค่า $\hat{h}_2 \rightarrow h_2$ เพียงแค่ 1.16 วินาที โดยที่ $\hat{x}_1 \rightarrow x_1$ และ $\hat{x}_2 \rightarrow x_2$ ตามลำดับ

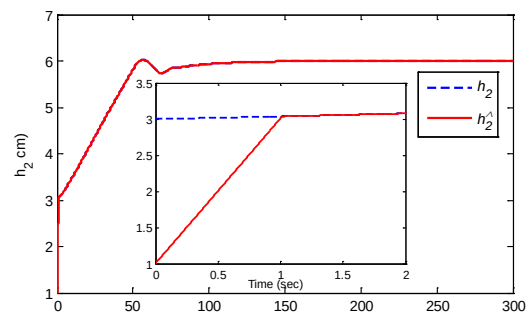
ส่วนในรูปที่ 11 DSMC สามารถลดสัญญาณการสลับของเครื่องหมายแบบไม่หยุดได้ดี เมื่อเปรียบเทียบกับ CSMC



รูปที่ 8 ผลตอบสนองของระดับน้ำในถังที่ 2 ด้วยตัวควบคุม DSMC ร่วมกับ SMO



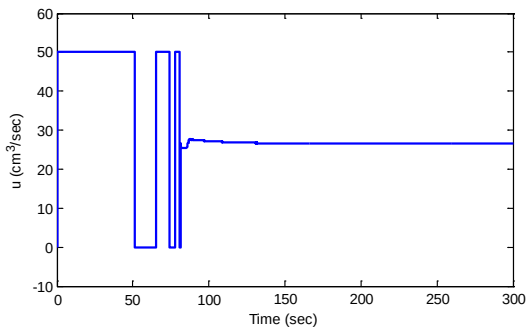
รูปที่ 9 แสดงการประมาณระดับน้ำในถังที่ 1 โดยใช้ SMO



รูปที่ 10 แสดงการประมาณระดับน้ำในถังที่ 2 โดยใช้ SMO

DRC-05

30 มิถุนายน - 2 กรกฎาคม 2558 จังหวัดนครราชสีมา



รูปที่ 11 สัญญาณการควบคุม $u = q_{in}$ โดยใช้ DSMC
ร่วมกับ SMO

6. ผลสรุป

บทความนี้ได้ออกแบบตัวควบคุมเลื่อนไถล (CSMC) และตัวควบคุมเลื่อนไถลพลวัต (DSMC) สำหรับควบคุมระดับน้ำของกระบวนการสองถังที่เชื่อมต่อกัน โดยการป้อนกลับเฉพาะระดับน้ำถังที่สองเพียงถังเดียว และใช้ SMO ในการประมาณค่าความสูงของระดับน้ำในถังที่หนึ่ง ผลการศึกษาด้วยการจำลองการทำงานในคอมพิวเตอร์แสดงให้เห็นว่าทั้ง DSMC และ CSMC มีประสิทธิภาพในการติดตามค่าความสูงอ้างอิงต้องการ h_d ได้ดีใกล้เคียงกัน โดยที่ DSMC ได้แก้ไขการเกิดการสลับของเครื่องหมายแบบไม่หยุดของสัญญาณควบคุมของ CSMC ได้อย่างดี แต่ด้วยวิธีการกำหนดฟังก์ชันสลับเครื่องดังสมการที่ (19) ซึ่งทำให้ต้องทำการหาอนุพันธ์ของ $f(x)$ และ $g(x)$ และกรณีที่ $d(x,u) \neq 0$ จะทำให้เกิดความซับซ้อน ด้วยวิธีการกำหนดฟังก์ชันสลับเครื่องแบบ input dependent [11] เป็นวิธีการเพื่อลดความซับซ้อนในขั้นตอนการออกแบบ DSMC ได้ดี

7. เอกสารอ้างอิง

- [1] Almutairi, N.B. and Zribi, M. (2006). Sliding mode control of coupled tanks, *Mechatronics*, vol.16, March 2006, pp. 427–441.
- [2] Khan, M.K. and Spurgeon, S.K. (2006), Robust MIMO water level control in interconnected twin-tanks using second order sliding mode control, *Control Engineering Practice*, vol. 14, April 2006, pp. 375–386.
- [3] Zhou, K., Yan, B., Jiang, Y. and Huang, J. (2012). Double-tank liquid level control based on genetic

algorithm, paper presented in the 4th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics (IHMSC), Vol. 2, 26-27Aug 2012, pp.354–357.

[4] Alipouri, Y. and Poshtan, J. (2013). Optimal controller design using discrete linear model for a four tank benchmark process, *ISA Transactions*, vol. 52, September 2013, pp. 644–651.

[5] Kirubakaran, V., Radhakrishnan, T.K. and Sivakumaran, N. (2014). Distributed multiparametric model predictive control design for a quadruple tank process, *Measurement*, vol.47, January 2014, pp. 841–854.

[6] Slotine, J.E. and Li, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, New Jersey.

[7] Rui Tang and QiZhang, (2011) Dynamic Sliding Mode Control Scheme for Electro-Hydraulic Position Servo System, *Procedia Engineering*, Vol. 24 December 2011, pp.28-32.

[8] Lingfei Xiao and YueZhu. (2014) Sliding mode output feedback control based on tracking error observer with disturbance estimator, *ISA Transactions*, Vol. 53, July 2014, pp. 1061-1072.

[9] John M. Daly and David W.L. Wang. (2009), Output feedback sliding mode control in the presence of unknown disturbances, *Systems & Control Letters*, vol. 58, March 2009, pp.188 – 193.

[10] Ogata, K. (2010). *Modern Control Engineering*, 4thed Prentice Hall, Upper Saddle River, New York.

[11] Sira-Ramirez, H. (1993). On the dynamic sliding mode control of nonlinear systems, *International journal of control*, vol. 57, June 1993, pp. 1039–1061.