

DRC-10

การจำลองแบบพลศาสตร์ของแขนกลสี่องศาอิสระแบบ Parallelogram สำหรับการจัดวางเรียงวัสดุ Dynamics Simulation of a 4-DOF Parallelogram Palletizing Robot

ณัฐดนัย ตันตวิรุพห์¹, กิตติพงษ์ เชาจารีก¹

¹ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์กำแพงแสน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์วิทยาเขตกำแพงแสน อ.กำแพงแสน จ.นครปฐม 73140

*ติดต่อ: fengndn@ku.ac.th, +66818905806, 034355310

บทคัดย่อ

แขนกลสำหรับการจัดวางเรียงวัสดุมีบทบาทมากขึ้นในการทดแทนแรงงานคน งานวิจัยฉบับนี้ได้วิเคราะห์และจำลองแบบจลนศาสตร์และพลศาสตร์ของแขนกลสี่องศาอิสระที่มีกลไกแบบสี่เหลี่ยมด้านขนาน กลไกลักษณะนี้มีข้อดีคือมีสมการการเคลื่อนที่ที่ไม่ซับซ้อนมีพิกัดแบบทรงกระบอกซึ่งเหมาะกับงานวางเรียงวัสดุเป็นชั้นๆ เนื้อหาในบทความนี้นำเสนอจลนศาสตร์ของแขนกล การวิเคราะห์พลศาสตร์ของแขนกลโดยวิธีงานเสมือนและการจำลองแบบการเคลื่อนที่ตามเส้นทางการเคลื่อนที่ที่กำหนดที่ภาระและรอบการทำงานที่ความเร็วต่างกัน

ผลจากการจำลองแสดงให้เห็นว่าแขนกลสามารถทำงานได้ด้วยอัตราเร็วสูงสุด 1 รอบการทำงานภายในเวลา 3 วินาทีรับภาระไม่เกิน 100 กิโลกรัมและใช้กำลังมอเตอร์ไม่เกิน 5 กิโลวัตต์ แบบจำลองที่ได้สามารถนำไปใช้คำนวณปรับเส้นทางการเคลื่อนที่ที่เหมาะสม การออกแบบเชิงกลและการออกแบบตัวควบคุมที่มีประสิทธิภาพมากขึ้นสำหรับแขนกลได้
คำหลัก: แขนกล; สี่เหลี่ยมด้านขนาน; การจัดวางเรียงวัสดุ; พลศาสตร์

Abstract

Palletizing robot arm is becoming an increasingly noticeable solution for substitute workers. This paper analyzes kinematics and dynamics of the four-degrees-of-freedom robot arm with parallelogram mechanism. This mechanism has the advantage of simple equations of motion of a cylindrical coordinates, which is suitable for the palletizing application. The contents of this article include the kinematics of the robot arm, analysis of the dynamics of the robot by means of virtual work and simulation of motion along trajectories under various loads and working condition.

The results show that the robot can run at speed up to 1 working cycle per 3 seconds, carry load not more than 100 kg, and motors power consumption are up to 5 kW. Model presented in this paper can be further used to optimize trajectory, in more efficient mechanical and controller design for a robotic arm.

Keywords: MANIPULATOR; PARALLELOGRAM; PALLETIZING; DYNAMICS

1. บทนำ

บทความนี้มีเป้าหมายเพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกลสำหรับการจัดวางเรียงวัสดุ (Palletizing robot) ในปัจจุบันมีความต้องการใช้งานแขนกลในลักษณะนี้มากขึ้นเพื่อทดแทนการใช้แรงงานคน แขนกลแบบที่เสนอในงานวิจัยนี้ใช้กลไกแบบ parallelogram หรือสี่เหลี่ยมด้านขนาน ลักษณะกลไกเช่นนี้ได้มีการ

นำเสนอใน [1] และมีการศึกษาถึงการออกแบบพารามิเตอร์ต่างๆของแขนกลใน [2]

การวิเคราะห์พลศาสตร์ของแขนกลเพื่อการวางเรียงวัสดุที่ขับเคลื่อนด้วยข้อต่อหมุนได้กล่าวถึงใน [3] โดยวิธี Newton-Euler อย่างไรก็ตามในงานวิจัยนี้มุ่งไปที่แขนกลแบบ parallelogram ที่มีข้อดีในด้านการคำนวณจลนศาสตร์ที่ซับซ้อนน้อยกว่าและเคลื่อนที่ด้วยพิกัดทรงกระบอกซึ่งเหมาะสมอย่างยิ่งกับการวางเรียงวัสดุ

DRC-10

วิธีงานเสมือน (Virtual work) ได้มีการใช้ในงานที่เกี่ยวข้องกับแขนกลแบบขนานดังใน [4-6] ซึ่งกล่าวถึงข้อดีของวิธีงานเสมือนว่าใช้เวลาคำนวณสั้นกว่าวิธี

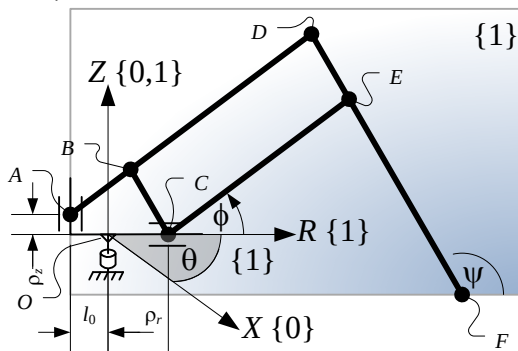
Newton-Euler กว่าร้อยละ 30 [5]

ส่วนประกอบในบทความนี้ได้แก่ บทนำ การวิเคราะห์จลนศาสตร์และพลศาสตร์ ขั้นตอนในการคำนวณการจำลองแบบ ผลที่ได้และผลสรุป

2. การวิเคราะห์จลนศาสตร์

แผนผังจลนศาสตร์ของแขนกลสี่องศาอิสระแบบ

Parallelogram แสดงดังรูปที่ 1 แขนกลประกอบด้วยข้อต่อหมุน O ข้อต่อเลื่อน A และ B Inertial frame $XYZ\{0\}$ ยึดติดกับฐานของแขนกล กลไกแบบ parallelogram ประกอบด้วยก้านต่อ BC AD DF และ CE เป็นก้านต่อที่ 2 3 4 และ 5 วางอยู่บนแกนอ้างอิง $R\theta\{1\}$ ส่วนก้านต่อที่ 6 คือมือจับที่ปลายแขนกลที่จุด F และก้านต่อที่ 1 คือฐานหมุนของแขนกลซึ่งหมุนรอบแกน Z เป็นมุม θ จุด AB C D และ E เป็นข้อต่อหมุน พิกัดกำหนดการเคลื่อนที่แกนที่ 1 2 และ 3 ได้แก่ $\mathbf{q} = [\rho_r \ \rho_z \ \rho_\theta]^T$ ซึ่งวัดจากระยะข้อต่อเลื่อน C ถึงจุดหมุน O ในแนวแกน R ระยะข้อต่อเลื่อน A ถึงจุดหมุน O ในแนวแกน Z และมุม θ ที่หมุนรอบแกน Z ตามลำดับ ก้านต่อ CE และก้านต่อ DEF ทำมุม ϕ และมุม ψ กับแกน R ตามลำดับ



รูปที่ 1 แผนผัง Kinematic ของแขนกล

2.1 การวิเคราะห์ตำแหน่ง

จากแผนภาพดังรูปที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่าง ρ_r และ ρ_z กับมุม ϕ และมุม ψ ได้ดังนี้

$$\rho_r + l_0 = \overline{AB} \cos \phi - \overline{BC} \cos \psi \quad (1)$$

$$\rho_z = \overline{BC} \sin \psi - \overline{AB} \sin \phi \quad (2)$$

ตำแหน่งปลายแขนกลหาได้จากสมการ

$$R + l_0 = \overline{AD} \cos \phi - \overline{DF} \cos \psi \quad (3)$$

$$Z = \overline{DF} \sin \psi - \overline{AD} \sin \phi \quad (4)$$

เห็นได้ว่าหากกำหนดให้อัตราส่วน $\overline{AB}/\overline{BC} = \overline{AD}/\overline{DF}$ และนำสมการ (3) หาด้วย (1) และสมการ (4) หาด้วย (2) จะได้ความสัมพันธ์จลนศาสตร์ผกผันดังนี้

$$\frac{R + l_0}{\rho_r + l_0} = \frac{\overline{DF}}{\overline{BC}} = G_R \quad (5)$$

$$\frac{Z}{\rho_z} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = G_Z \quad (6)$$

นอกจากนี้ยังเห็นได้อย่างชัดเจนว่า

$$\rho_\theta = \theta \quad (7)$$

กำหนดให้ระยะ $\overline{AB} = l_1 \overline{BC} = l_2 \overline{AD} = l_3 \overline{DF} = l_4 \overline{CE} = l_5$ จะได้มุม ϕ และมุม ψ ดังสมการ

$$\phi = \cos^{-1} \frac{l_1^2 + \rho_z^2 + (\rho_r + l_0)^2 - l_2^2}{2l_1 \sqrt{\rho_z^2 + (\rho_r + l_0)^2}} - \alpha \quad (8)$$

$$\psi = \cos^{-1} \frac{l_1^2 - \rho_z^2 - (\rho_r + l_0)^2 - l_2^2}{2l_2 \sqrt{\rho_z^2 + (\rho_r + l_0)^2}} - \alpha \quad (9)$$

เมื่อ $\alpha = \tan^{-1} \rho_z / (\rho_r + l_0)$

และกำหนดให้ระยะ c_2 เป็นระยะจากจุด C ถึงจุดศูนย์กลางมวลของ BC ระยะ c_3 เป็นระยะจากจุด A ถึงจุดศูนย์กลางมวลของ AD ระยะ c_4 เป็นระยะจากจุด F ถึงจุดศูนย์กลางมวลของ DF และระยะ c_5 เป็นระยะจากจุด C ถึงจุดศูนย์กลางมวลของ CE จะได้ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวลของแต่ละก้านต่อเทียบกับแกนอ้างอิง {1} ดังนี้

$$\begin{bmatrix} r_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_r + c_2 \cos \psi \\ c_2 \sin \psi \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} r_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_3 \cos \phi - l_0 \\ \rho_z + c_3 \sin \phi \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} r_4 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_R(\rho_r + l_0) - l_0 + c_4 \cos \psi \\ G_Z \rho_z + c_4 \sin \psi \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} r_5 \\ z_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_r + c_5 \cos \phi \\ c_5 \sin \phi \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} r_6 \\ z_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_R(\rho_r + l_0) - l_0 \\ G_Z \rho_z \end{bmatrix} \quad (14)$$

2.2. การวิเคราะห์ความเร็ว

จากการหาอนุพันธ์ของสมการที่ (1) และ (2) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $[\dot{\rho}_r \ \dot{\rho}_z]$ และ $[\dot{\phi} \ \dot{\psi}]$ ดังนี้

$$\dot{\rho}_r = -l_1 \dot{\phi} \sin \phi + l_2 \dot{\psi} \sin \psi \quad (15)$$

$$\dot{\rho}_z = l_2 \dot{\psi} \cos \psi - l_1 \dot{\phi} \cos \phi \quad (16)$$

หรือเขียนได้ในรูป

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{x}} \quad (17)$$

เมื่อ $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{\phi} \ \dot{\psi} \ \dot{\theta}]$ และเมตริกซ์ $\mathbf{J}_q$ เรียกว่าเมตริกซ์

Jacobian แปลงความเร็ว $\dot{\mathbf{x}}$ เป็น $\dot{\mathbf{q}}$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\mathbf{J}_q = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \phi & l_2 \sin \psi & 0 \\ -l_1 \cos \phi & l_2 \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

DRC-10

เมื่อหาเมตริกซ์ผกผันของ (18) ก็จะได้คำนวณ $[\dot{\phi} \ \dot{\psi} \ \dot{\theta}]$ ได้จาก

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_q^{-1} \dot{\mathbf{q}} \quad (19)$$

ในลำดับต่อไปหาความเร็วเชิงเส้นของจุดศูนย์กลางมวลของแต่ละก้านต่อเทียบกับแกนอ้างอิง {1} ได้ดังนี้

$$\mathbf{v}_i = [\dot{r}_i \ \dot{z}_i \ r_i \dot{\theta}]^T, i = 2, 3, \dots, 6 \quad (20)$$

โดยที่

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_2 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\rho}_r - c_2 \dot{\psi} \sin \psi \\ c_2 \dot{\psi} \cos \psi \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_3 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_3 \dot{\phi} \sin \phi \\ \dot{\rho}_z + c_3 \dot{\phi} \cos \phi \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_4 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_R \dot{\rho}_r - c_4 \dot{\psi} \sin \psi \\ G_Z \dot{\rho}_z + c_4 \dot{\psi} \cos \psi \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_5 \\ \dot{z}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\rho}_r - c_5 \dot{\phi} \sin \phi \\ c_5 \dot{\phi} \cos \phi \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_6 \\ \dot{z}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_R \dot{\rho}_r \\ G_Z \dot{\rho}_z \end{bmatrix} \quad (25)$$

ด้วยลักษณะกลไกแบบ parallelogram ความเร็วเชิงมุมของก้านต่อ 2 จะเท่ากับก้านต่อ 4 และความเร็วเชิงมุมของก้านต่อ 3 จะเท่ากับก้านต่อ 5 ความเร็วเชิงมุมของแต่ละก้านต่อเทียบกับแกนอ้างอิง {0} สามารถเขียนอยู่ในรูป

$$\omega_2 = \omega_4 = [\dot{\psi} \sin \theta \ -\dot{\psi} \cos \theta \ \dot{\theta}]^T \quad (26)$$

$$\omega_3 = \omega_5 = [\dot{\phi} \sin \theta \ -\dot{\phi} \cos \theta \ \dot{\theta}]^T \quad (27)$$

ในงานฉบับนี้ได้ละทิ้งการหมุนของแกนที่ 4 ซึ่งเป็นการหมุนมือจับที่ปลายแขนกลดังนั้นจะได้ความเร็วเชิงมุมของก้านต่อ 1 เท่ากับก้านต่อ 6 คือ

$$\omega_1 = \omega_6 = [0 \ 0 \ \dot{\theta}]^T \quad (28)$$

2.3 การวิเคราะห์ความเร่ง

ในการทำงานเดียวกันจากสมการที่ (15) และ (16) จะได้ว่าความเร่ง $\ddot{\mathbf{x}} = [\ddot{\phi} \ \ddot{\psi} \ \ddot{\theta}]$ จาก

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \ddot{\mathbf{q}} \quad (29)$$

โดยที่

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \ddot{\rho}_r + l_1 \dot{\phi}^2 \cos \phi - l_2 \dot{\psi}^2 \cos \psi \\ \ddot{\rho}_z + l_2 \dot{\psi}^2 \sin \psi - l_1 \dot{\phi}^2 \sin \phi \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} \quad (30)$$

ความเร่งเชิงเส้นของจุดศูนย์กลางมวลของแต่ละก้านต่อเทียบกับแกนอ้างอิง {1} ได้ดังนี้

$$\mathbf{a}_i = [\ddot{r}_i - r_i \dot{\theta}^2 \ \ddot{z}_i \ r_i \ddot{\theta} + 2\dot{r}_i \dot{\theta}]^T, i = 2, 3, \dots, 6 \quad (31)$$

โดยที่

$$\begin{bmatrix} \ddot{r}_2 \\ \ddot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\rho}_r - c_2 (\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) \\ c_2 (\ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi) \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{r}_3 \\ \ddot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_3 (\ddot{\phi} \sin \phi + \dot{\phi}^2 \cos \phi) \\ \ddot{\rho}_z + c_3 (\ddot{\phi} \cos \phi - \dot{\phi}^2 \sin \phi) \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{r}_4 \\ \ddot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_R \ddot{\rho}_r - c_4 (\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) \\ G_Z \ddot{\rho}_z + c_4 (\ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi) \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{r}_5 \\ \ddot{z}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\rho}_r - c_5 (\ddot{\phi} \sin \phi + \dot{\phi}^2 \cos \phi) \\ c_5 (\ddot{\phi} \cos \phi - \dot{\phi}^2 \sin \phi) \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{r}_6 \\ \ddot{z}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_R \ddot{\rho}_r \\ G_Z \ddot{\rho}_z \end{bmatrix} \quad (36)$$

ความเร่งเชิงมุมเกิดจากการหาอนุพันธ์ของ (26) ถึง (28) ได้ดังนี้

$$\dot{\omega}_2 = \dot{\omega}_4 = \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \sin \theta + \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \\ -\ddot{\psi} \cos \theta + \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\dot{\omega}_3 = \dot{\omega}_5 = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \sin \theta + \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta \\ -\ddot{\phi} \cos \theta + \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \theta \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} \quad (38)$$

และ

$$\dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_6 = [0 \ 0 \ \ddot{\theta}]^T \quad (39)$$

2.4 การวิเคราะห์การกระจัดเสมือน

ขั้นตอนที่สำคัญอันหนึ่งในการวิเคราะห์พลศาสตร์ด้วยวิธีงานเสมือนคือการหาการกระจัดเสมือนของแต่ละก้านต่อของแขนกล โดยการแทนค่าผลลัพธ์จากสมการ (10) ถึง (16) ลงในสมการ (21) ถึง (25) และจัดรูปใหม่จะได้การกระจัดเสมือนเชิงเส้นของจุดศูนย์กลางมวลของแต่ละก้านต่อได้ดังนี้

$$\delta \mathbf{y}_i = \mathbf{J}_{yi} \delta \mathbf{x}, i = 2, 3, \dots, 6 \quad (40)$$

โดยที่

$$\mathbf{J}_{yi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_i}{\partial \phi} & \frac{\partial r_i}{\partial \psi} & \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \\ \frac{\partial z_i}{\partial \phi} & \frac{\partial z_i}{\partial \psi} & \frac{\partial z_i}{\partial \theta} \\ \frac{\partial (r_i \theta)}{\partial \phi} & \frac{\partial (r_i \theta)}{\partial \psi} & \frac{\partial (r_i \theta)}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad (41)$$

จะได้เมตริกซ์ Jacobian ที่แปลงการกระจัดเสมือน $\delta \mathbf{x}$ เป็นการกระจัดเสมือนของก้านต่อที่ i ได้ดังนี้

$$\mathbf{J}_{y2,\phi} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\mathbf{J}_{y2,\psi} = \begin{bmatrix} c_2 \sin \psi \\ c_2 \cos \psi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\mathbf{J}_{y3,\phi} = \begin{bmatrix} -c_3 \sin \phi \\ (c_3 - l_1) \cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$\mathbf{J}_{y3,\psi} = \begin{bmatrix} 0 \\ l_2 \cos \psi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

DRC-10

$$\mathbf{J}_{y4,\phi} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{l_1 l_4}{l_2}\right) \sin \phi \\ l_5 \cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\mathbf{J}_{y4,\psi} = \begin{bmatrix} c_4 \sin \psi \\ \left(c_4 - \frac{l_2 l_5}{l_1}\right) \cos \psi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$\mathbf{J}_{y5,\phi} = \begin{bmatrix} -(l_1 + c_5) \sin \phi \\ c_5 \cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$\mathbf{J}_{y5,\psi} = \begin{bmatrix} l_2 \sin \psi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$\mathbf{J}_{y6,\phi} = \begin{bmatrix} -\frac{l_1 l_4}{l_2} \sin \phi \\ l_5 \cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$\mathbf{J}_{y6,\psi} = \begin{bmatrix} l_4 \sin \psi \\ -\frac{l_2 l_5}{l_1} \cos \psi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

และ

$$\mathbf{J}_{yi,\theta} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_i \end{bmatrix} \quad i = 2, 3, \dots, 6 \quad (52)$$

โดยที่ $\mathbf{J}_{yi,\phi}$, $\mathbf{J}_{yi,\psi}$ และ $\mathbf{J}_{yi,\theta}$ เป็นคอลัมน์ที่ 1 2 และ 3 ของเมทริกซ์ Jacobian $\mathbf{J}_{yi}$ ของก้านต่อที่ i ตามลำดับ กำหนดให้ ξ_i คือการกระจัดเสมือนเชิงมุมของก้านต่อ i ดังนี้

$$\xi_i = \mathbf{J}_{\xi i} \delta \mathbf{x} \quad (53)$$

และจากสมการที่ (26) และ (27) จะได้

$$\mathbf{J}_{\xi 2} = \mathbf{J}_{\xi 4} = \begin{bmatrix} 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$\mathbf{J}_{\xi 3} = \mathbf{J}_{\xi 5} = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 & 0 \\ -\cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (55)$$

3. การวิเคราะห์พลศาสตร์

การวิเคราะห์พลศาสตร์ในรายงานฉบับนี้ทำได้โดยวิธีงานเสมือนเมื่อกำหนดเส้นทางการเคลื่อนที่ของปลายแขนกลแล้วคำนวณหาแรงหรือแรงบิดที่กระทำต่อพิกัดกำหนดการเคลื่อนที่ขั้นตอนแรกหาแรงภายนอกและแรงเฉื่อยที่กระทำผ่านจุดศูนย์กลางมวลของก้านต่อ i ได้แก่ แรงและแรงบิดที่กระทำต่อก้านต่อ i ได้แก่

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{w}_i - m_i \mathbf{a}_i \quad (56)$$

$$\mathbf{n}_i = -\mathbf{I}_i^0 \dot{\boldsymbol{\omega}}_i - \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{I}_i^0 \boldsymbol{\omega}_i \quad (57)$$

โดยที่ $\mathbf{f}_i$ คือแรง $\mathbf{n}_i$ คือแรงบิดที่กระทำที่แกน i $\mathbf{w}_i$ และ m_i คือน้ำหนักและมวลของก้านต่อ i ตามลำดับ $\mathbf{I}_i^0$ คือโมเมนต์ความเฉื่อยของก้านต่อ i เทียบกับแกนอ้างอิง $\{0\}$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\mathbf{I}_i^0 = \mathbf{R}_i^0 \mathbf{I}_i \mathbf{R}_i^{0T} \quad (58)$$

เมื่อ $\mathbf{R}_i^0$ คือเมทริกซ์แปลงพิกัดจากแกนอ้างอิงที่ยึดติดกับจุดศูนย์กลางมวลของก้านต่อ i ไปเป็นพิกัดเทียบกับแกนอ้างอิง $\{0\}$ มีรูปแบบดังสมการ

$$\mathbf{R}_2^0 = \mathbf{R}_4^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\cos \theta \sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (59)$$

$$\mathbf{R}_3^0 = \mathbf{R}_5^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \phi & -\cos \theta \sin \phi & 0 \\ \sin \phi & & \cos \phi & 0 \\ 0 & & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (60)$$

กำหนดให้แรงหรือแรงบิดที่กระทำต่อพิกัดกำหนดการเคลื่อนที่คือ $\boldsymbol{\tau} = [\tau_r \quad \tau_z \quad \tau_\theta]$ ดังนั้นจะได้แรงแต่ละตัวดังนี้

$$\boldsymbol{\tau}_j \delta \mathbf{q}_j + \sum_{i=2}^6 \mathbf{f}_i \delta \mathbf{y}_i + \sum_{i=1}^6 \mathbf{n}_i \xi_i = 0 \quad (61)$$

และจากสมการที่ (40) และ (19) จะได้

$$\boldsymbol{\tau}_j \delta \mathbf{q}_j = - \sum_{i=2}^6 \mathbf{f}_i \mathbf{J}_{yi} \mathbf{J}_q^{-1} \delta \mathbf{q}_j - \sum_{i=1}^6 \mathbf{n}_i \mathbf{J}_{\xi i} \mathbf{J}_q^{-1} \delta \mathbf{q}_j \quad (62)$$

เมื่อกำหนดให้

$$\delta \mathbf{q}_1 = [1 \quad 0 \quad 0]^T \quad (63)$$

$$\delta \mathbf{q}_2 = [0 \quad 1 \quad 0]^T \quad (64)$$

$$\delta \mathbf{q}_3 = [0 \quad 0 \quad 1]^T \quad (65)$$

จะสามารถคำนวณ $\boldsymbol{\tau}$ ได้ตามลำดับ

4. ขั้นตอนการจำลองแบบ

การจำลองการเคลื่อนที่มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

- 1) กำหนดพารามิเตอร์ของแขนกลทั้งหมดได้แก่ ความยาวก้านต่อ $l_{i=1-6}$ มวล $m_{i=2-6}$ และโมเมนต์ความเฉื่อย $I_{i=1-6}$
- 2) กำหนดเส้นทางการเคลื่อนที่เพื่หาคำนวณ $\mathbf{q}$ จากสมการ (5)-(7)
- 3) คำนวณความเร็วและความเร่งทั้งเชิงเส้นและเชิงมุมของก้านต่อจากสมการ (20)-(39)
- 4) คำนวณระยะกระจัดเสมือนด้วยสมการ (40)-(55)
- 5) คำนวณแรง $\boldsymbol{\tau}$ จากสมการ (62)-(65) จึงเสร็จสิ้นกระบวนการ

DRC-10

5. ผลการจำลองแบบการเคลื่อนที่

5.1 พารามิเตอร์ของแขนกล

พารามิเตอร์ขนาด มวล และโมเมนต์ความเฉื่อย
ของแขนกลกำหนดดังตารางที่ 1 และ 2

ตารางที่ 1 พารามิเตอร์ขนาดของแขนกล (m)

l_0	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5
0.3	0.3	0.3	1.5	1.5	1.2

ตารางที่ 2 พารามิเตอร์มวล(kg) และโมเมนต์ความเฉื่อย (kgm^2)

	Link					
	1	2	3	4	5	6
m	-	20	60	60	55	100
I_{xx}	-	-	-	-	-	-
I_{yy}	-	0.005	0.02	0.02	0.02	-
I_{zz}	0.05	0.005	0.02	0.02	0.02	0.02

กำหนดเส้นทางการเคลื่อนที่โดยสมการพหุนามกำลังสาม
ดังสมการ

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (66)$$

$$\dot{\theta} = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 \quad (67)$$

$$\ddot{\theta} = 2a_2 + 6a_3 \quad (68)$$

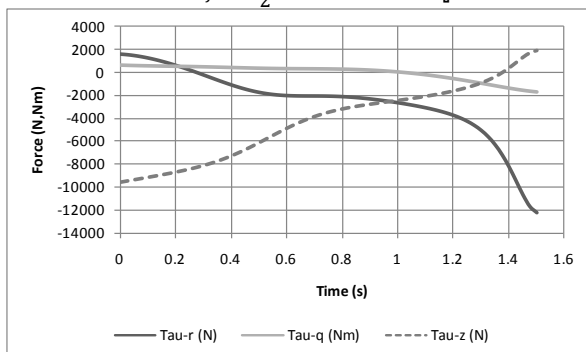
โดยที่

$$a_0 = \theta_0, a_1 = 0 \quad (69)$$

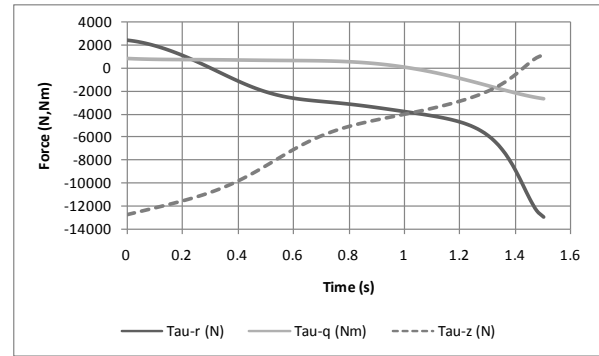
$$a_2 = \frac{3}{t_f^2} (\theta_f - \theta_0) \quad (70)$$

$$a_3 = -\frac{2}{t_f^3} (\theta_f - \theta_0) \quad (71)$$

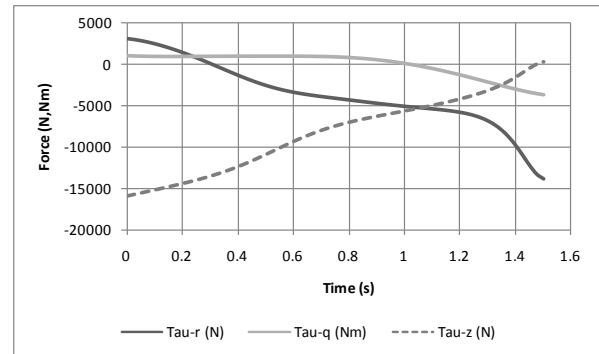
ในการสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ทั้งสามทิศทางของพิกัด
XYZ{0} เพื่อการจัดวางเรียงพัสดุ โดยกำหนดพิกัดเริ่มต้น
และสิ้นสุดคือ $X_0 = 1, X_f = 2.2, Z_0 = -1, Z_1 = -$
 $1.2, \theta_0 = 0$ และ $\theta_f = \frac{\pi}{2}$ ผลที่ได้แสดงดังรูปที่ 2 ถึง 9



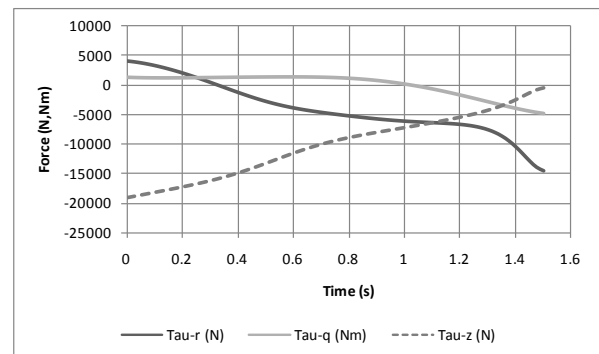
รูปที่ 2 แสดงแรง τ_r ในทิศทางพิกัด ρ_r แรง τ_z ในทิศทาง
พิกัด ρ_z และแรง τ_θ ในทิศทางพิกัด ρ_θ เมื่อภาระที่ปลาย
แขนเท่ากับ 50 กิโลกรัม



รูปที่ 3 แสดงแรง τ_r ในทิศทางพิกัด ρ_r แรง τ_z ในทิศทาง
พิกัด ρ_z และแรง τ_θ ในทิศทางพิกัด ρ_θ เมื่อภาระที่ปลาย
แขนเท่ากับ 100 กิโลกรัม



รูปที่ 4 แสดงแรง τ_r ในทิศทางพิกัด ρ_r แรง τ_z ในทิศทาง
พิกัด ρ_z และแรง τ_θ ในทิศทางพิกัด ρ_θ เมื่อภาระที่ปลาย
แขนเท่ากับ 150 กิโลกรัม

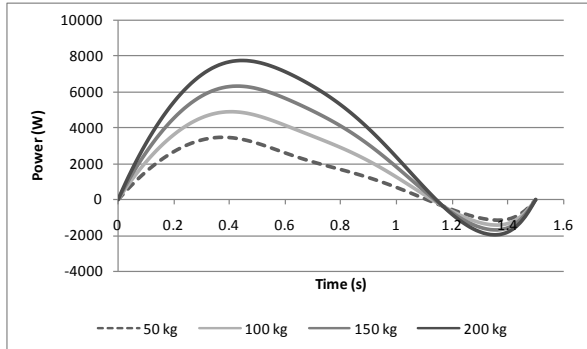


รูปที่ 5 แสดงแรง τ_r ในทิศทางพิกัด ρ_r แรง τ_z ในทิศทาง
พิกัด ρ_z และแรง τ_θ ในทิศทางพิกัด ρ_θ เมื่อภาระที่ปลาย
แขนเท่ากับ 200 กิโลกรัม

จากรูปที่ 2 ถึง 9 ที่ภาระตั้งแต่ 50 ถึง 200 กิโลกรัม เห็น
ได้ว่าในตอนเริ่มต้นที่ความเร็วในการหมุนรอบแกน Z ของ
แขนกลยังไม่สูงนักแรงที่ใช้ขับเคลื่อนทั้งสองในแกน ρ_r และ
 ρ_θ จึงมีขนาดไม่มากนัก มีค่าไม่เกิน 5000 นิวตัน และ
1300 นิวตันเมตร แต่เมื่อความเร็วสูงขึ้นแรงที่ใช้จึงมาก
ขึ้นโดยเฉพาะตอนท้ายที่ต้องออกแรงต้านในการหมุนให้
แขนกลหยุดใช้แรงสูงถึง 15000 นิวตัน และ 5000 นิวตัน
เมตร ตามลำดับ ในทิศทาง ρ_z แรงเริ่มต้นจะสูงเนื่องจาก

DRC-10

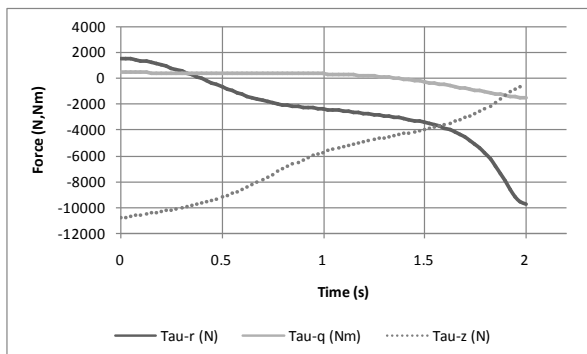
ต้องออกออกแรงเพื่อเร่งให้มวลของมือจับพร้อมพัสดุที่ปลายแขนกลเคลื่อนที่ขึ้น ใช้แรงเริ่มต้น 20000 นิวตันแต่ในตอนท้ายกลับใช้แรงน้อยกว่าแทนอื่นเนื่องจากน้ำหนักของภาระเป็นตัวช่วยหน่วงการเคลื่อนที่ของแขนกล ที่ภาระแตกต่างกันลักษณะกราฟยังคงมีแนวโน้มที่คล้ายคลึงกันแต่มีขนาดของแรงสูงสุดและต่ำสุดที่ต่างกันโดยที่ภาระที่ต่ำกว่าจะใช้แรงน้อยกว่า กำลังรวมที่เกิดขึ้นจากแรงขับเคลื่อนทั้งสามแกนแสดงดังรูปที่ 6



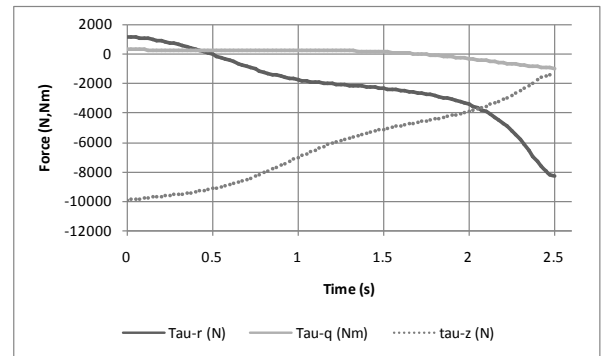
รูปที่ 6 แสดงกำลังรวมทั้งหมดของทั้งสามแกนที่ภาระที่ปลายแขน 50 ถึง 200 กิโลกรัม

จากรูปที่ 6 แสดงให้เห็นว่ากำลังรวมที่ใช้ของทั้งสามแกนมีขนาดไม่เกิน 8 kW และในทำนองเดียวกัน ภาระที่ต่ำกว่าจะใช้กำลังที่น้อยกว่าที่ภาระ เช่น 50 กิโลกรัม ใช้กำลังสูงสุดไม่เกิน 4 กิโลวัตต์ และที่ 200 กิโลกรัมใช้กำลังไม่เกิน 8 กิโลวัตต์

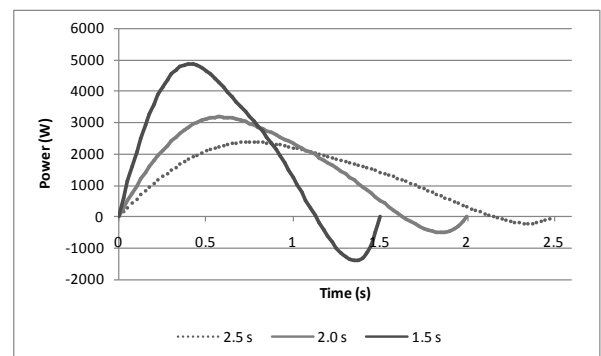
รูปที่ 7 ถึง 9 แสดงแรงและกำลังที่ใช้ของแต่ละแกนที่รอบการทำงาน 3 ถึง 5 วินาที โดยที่กราฟแสดงการเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นที่หยุดนิ่งไปยังจุดสิ้นสุด คือตำแหน่งที่วางวัสดุบนชั้นวางและเคลื่อนที่กลับมายังจุดเริ่มต้นอีกครั้งหนึ่ง ช่วงไปและกลับจะใช้เวลาเท่ากันคือ 1.5 2.0 และ 2.5 วินาที



รูปที่ 7 แสดงแรง τ_r ในทิศทางพิกัด ρ_r แรง τ_z ในทิศทางพิกัด ρ_z และแรง τ_θ ในทิศทางพิกัด ρ_θ ที่รอบการทำงาน 2 วินาที



รูปที่ 8 แสดงแรง τ_r ในทิศทางพิกัด ρ_r แรง τ_z ในทิศทางพิกัด ρ_z และแรง τ_θ ในทิศทางพิกัด ρ_θ ที่รอบการทำงาน 2.5 วินาที



รูปที่ 9 แสดงกำลังรวมทั้งหมดของทั้งสามแกนที่รอบการทำงานตั้งแต่ 1.5 ถึง 2.5 วินาที

จากรูปที่ 7 ถึง 9 แสดงให้เห็นว่ากำลังรวมที่ใช้ของทั้งสามแกนมีขนาดไม่เกิน 5 กิโลวัตต์ เนื่องจากรอบการทำงานที่ช้าลงทำให้แขนกลเคลื่อนที่ด้วยความเร่งที่น้อยลง จึงใช้แรงและกำลังในการเคลื่อนที่ลดลง

6. สรุป

ผลจากการจำลองแสดงให้เห็นว่าแขนกลสามารถทำงานได้ด้วยอัตราเร็ว 1 รอบการทำงานหรือการเคลื่อนที่ไปกลับภายในเวลา 3 วินาทีเมื่อรับภาระไม่เกิน 100 กิโลกรัมใช้กำลังมอเตอร์ไม่เกิน 5 กิโลวัตต์อย่างไรก็ตามการทำงานของแขนกลขึ้นอยู่กับลักษณะเส้นทางเคลื่อนที่ในการวางเรียงวัสดุในลักษณะต่างๆกันจึงต้องมีการศึกษาโดยละเอียดต่อไปแบบจำลองที่ได้สามารถนำไปใช้คำนวณปรับเส้นทางเคลื่อนที่ที่เหมาะสม การออกแบบเชิงกลและการออกแบบตัวควบคุมที่มีประสิทธิภาพมากขึ้นสำหรับแขนกลเพื่อลดต้นทุนในการผลิตได้

7. กิตติกรรมประกาศ

DRC-10

ผู้วิจัยขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะ
วิศวกรรมศาสตร์กำแพงแสนที่สนับสนุนสถานที่และ
สาธารณูปโภคในการทำวิจัย

8. เอกสารอ้างอิง

- [1] Fengyan, N., Gang, W., & Chao, Y. (2008, September). Modeling and control of the MDJ robot palletizer. In Automation and Logistics, 2008. ICAL 2008. IEEE International Conference on (pp. 2406-2411). IEEE.
- [2] Chen, F., Xiong, H., Guo, L., Tao, Y., & Wang, T. (2014, September). Modeling and simulation of a hybrid palletizing robot arm. In Multisensor Fusion and Information Integration for Intelligent Systems (MFI), 2014 International Conference on (pp. 1-6). IEEE.
- [3] Lv, M., Li, J., Duan, B., & Fu, R. (2012). A Palletizing Robot Dynamics Analysis. *International Journal of Advancements in Computing Technology*, 4(11).
- [4] Tsai, L. W. (2000). Solving the inverse dynamics of a Stewart-Gough manipulator by the principle of virtual work. *Journal of Mechanical design*, 122(1), 3-9.
- [5] Wang, J., & Gosselin, C. M. (1998). A new approach for the dynamic analysis of parallel manipulators. *Multibody System Dynamics*, 2(3), 317-334.
- [6] Akbarzadeh, A., & Enferadi, J. (2011). A virtual work based algorithm for solving direct dynamics problem of a 3-RRP spherical parallel manipulator. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 63(1), 25-49.