

การจำลองสมบัติเชิงพลวัตและการหาพารามิเตอร์ของยางเติมเขม่าดำ

Dynamic Properties Modeling and Parameter Identification of Carbon Black Filled Rubber

เกษม จันทร์มา^{1*}, นิวัตร มูลปา และ ธราพงษ์ กาญจนปาริชาติ

¹ กลุ่มวิจัยกลศาสตร์ วัสดุและการออกแบบวิศวกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลล้านนา
128 ถนนห้วยแก้ว ตำบลช้างเผือก อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ 50300

*ติดต่อ: kasem.janma@gmail.com, โทร. 0882695447

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการหาแบบจำลองสมบัติเชิงพลวัตของยางเติมเขม่าดำภายใต้การกระตุ้นด้วยภาระพลวัตและหาพารามิเตอร์ของแบบจำลอง ซึ่งแบบจำลองที่นำมาใช้คือแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์ (Generalized Maxwell Model) โดยวิธีวิจัยได้นำผลการทดสอบสมบัติเชิงพลวัตของยางเติมเขม่าดำที่ให้ภาระก่อน (Pre-loads) แล้วกระตุ้นด้วยภาระฮาร์โมนิกส์ที่แอมพลิจูดคงที่ตลอดย่านความถี่ 0-100 เฮิร์ต แล้วหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองด้วยการฟิตเส้นโค้งโดยใช้โปรแกรมแมทแลป ผลการวิจัยพบว่าแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์ให้ผลการจำลองที่ดีตลอดย่านความถี่ 0-100 เฮิร์ต และการเพิ่มจำนวนเอลิเมนต์ของแบบจำลองจะช่วยให้ผลการจำลองดีขึ้น จากผลการวิจัยสรุปได้ว่าแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์สามารถจำลองสมบัติเชิงพลวัตของยางเติมเขม่าดำได้ดี และสามารถจำลองได้มากกว่าย่านความถี่ดังกล่าวได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับจำนวนเอลิเมนต์ของแบบจำลอง

คำหลัก: ยางเติมเขม่าดำ แบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์ การหาพารามิเตอร์

Abstract

This research aims to model the dynamic properties of carbon black filled rubber under dynamic loads and find parameters of model. The model used is the Generalized Maxwell model (GMM). The research methodology used the experimental data of the dynamic properties test of pre-load before then using dynamic excitation at constant amplitude throughout the frequency range 0-100 Hz. Then find parameters of model by curve fitting using MatLab program. The research found that GMM provided good results throughout the frequency range between 0-100 Hz., and increasing of model elements provided better results. It can be concluded that GMM can simulate the dynamic properties of carbon black filled rubber and can simulate more than that frequency range depend on the number of model elements.

Keywords: Carbon-black Filled Rubber, Generalized Maxwell Model, Parameter Identification.

1. บทนำ

ยางเติมเขม่าดำเป็นวัสดุวิศวกรรมที่มีสมบัติเชิงกลแบบวิสโคอีลาสติก ซึ่งเป็นสมบัติที่เกิดจากการรวมสมบัติอีลาสติกของแข็งกับสมบัติวิสคัสของของไหล จึงทำให้มีความยุ่งยากในการออกแบบและวิเคราะห์ปัญหา ปัจจุบันแบบจำลองพฤติกรรมของยางเติมเขม่าดำภายใต้ภาระพลวัตที่มีอยู่สามารถทำนายพฤติกรรมได้ดีภายใต้สภาวะคงที่ที่แอมพลิจูดและความถี่คงที่ในแต่ละขนาดเท่านั้น แต่ไม่สามารถทำนายพฤติกรรมได้ถูกต้องมากนักหากมีการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดและความถี่ในช่วงที่กว้างที่ผ่านมามีนักวิจัยหลายท่านได้ทำการวิจัยและพัฒนาแบบจำลองเพื่อใช้แทนพฤติกรรมไม่เป็นเชิงเส้นของยางเติมเขม่าดำและหาพารามิเตอร์ของแบบจำลอง Franck Renaud et al. [1] พัฒนาการหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์ (Generalized Maxwell Model) ด้วยการกำหนดโพล-ซีโร (Pole-Zero formulations) แต่ก็มี ความยุ่งยากซับซ้อนและต้องปรับพารามิเตอร์ให้เหมาะสม (Optimization of identified parameters)

2. สมบัติเชิงพลวัตและแบบจำลอง

สมบัติเชิงกลพลวัตของยางเติมเขม่าดำถูกอ้างอิงจาก ความเค้นและความเครียดที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา โดยจะอธิบายความเค้น ความเครียดที่เปลี่ยนแปลงในกรณีไซน์ซอoidal (Sinusoidal) เมื่ออย่างใดรับความเค้น ความเครียดจะไม่ตอบสนองการเปลี่ยนแปลงทันทีทันใด แต่จะเกิดล่าช้าเล็กน้อย กรณีที่มีการเสียรูปเพียงเล็กน้อยความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดจะกลายเป็นเชิงเส้น การทดสอบเชิงกลพลวัตสามารถทำการทดสอบได้โดยการดึง การกดอัด การเฉือนและรูปแบบอื่นๆ ผลของความเค้นจากการกำหนดความเครียดไซน์ซอoidal (Sinusoidal Strain) เขียนสมการได้ดังนี้

$$\sigma(\omega) = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta) \quad (1)$$

เมื่อ σ_0 คือแอมพลิจูดของความเค้น

ω คือความถี่เชิงมุม

δ คือมุมเฟส (Phase Angel) ระหว่างความเค้นและความเครียด

ความถี่เชิงมุมมีความสัมพันธ์กับความถี่ f (รอบต่อวินาที, Hz) ดังนี้

$$\omega = 2\pi f \quad (2)$$

สำหรับความเครียดไซน์ซอoidalในฟังก์ชันของเวลา (t) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \sin(\omega t) \quad (3)$$

เมื่อ ε_0 คือแอมพลิจูดของความเครียด

ในกรณีการยืดหยุ่นอุดมคติของแข็ง (Ideal Elastic Solid) สามารถเขียนได้จากกฎของฮุค (Hooke's Law) ซึ่งค่าความเค้นจะเกิดในเฟสกับความเครียด ($\delta = 0$) เขียนสมการได้เป็น

$$\sigma = E\varepsilon = E\varepsilon_0 \sin(\omega t) = \sigma_0 \sin(\omega t) \quad (4)$$

ในกรณีของเหลวหนืดอุดมคติ (Ideal Viscous Fluid) ความเค้นนอกเฟสกับความเครียด ($\delta = \frac{\pi}{2}$) ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดสามารถเขียนสมการได้

$$\sigma = \eta_e \left(\frac{d\varepsilon}{dt} \right) \quad (5)$$

เมื่อ η_e คือความหนืดของการดึง

สมการอนุพันธ์ของความเครียดไซน์ซอoidalเทียบกับเวลา

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = i\omega\varepsilon_0 \exp(i\omega t) = i\omega\varepsilon \quad (6)$$

สมการอนุพันธ์ของความเครียดไซน์ซอoidalจากสมการที่ (3) ได้ผลลัพธ์แทนค่าในสมการ (5) จะเขียนสมการได้เป็น

$$\sigma = \eta_e \omega \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \sigma_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (7)$$

เมื่อกำหนดให้ $\sigma_0 = \eta_e \omega \varepsilon_0$ ความเครียดไซน์ซอoidal (Sinusoidal Strain) สามารถเขียนได้ในรูปของจำนวนเชิงซ้อนได้ดังนี้

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0 (\cos \omega t + i \sin \omega t) \quad (8)$$

เมื่อ $i = \sqrt{-1}$ แทนค่าในสมการ (1) ความเค้นสามารถเขียนในรูปของจำนวนเชิงซ้อนได้โดย

$$\sigma^* = \sigma_0 [\cos(\omega t + \delta) + i \sin(\omega t + \delta)] \quad (9)$$

ตามกฎของฮุก โมดูลัสเชิงซ้อนสามารถกำหนดได้ด้วยอัตราส่วนของความเค้นเชิงซ้อนและความเครียดเชิงซ้อนได้

$$E^* = \frac{\sigma^*}{\varepsilon^*} = \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \right) \exp(i\delta) \quad (10)$$

โมดูลัสเชิงซ้อนสามารถแยกกระจากออกเป็น 2 องค์ประกอบคืออินเฟส (In Phase (E_1)) และนอกเฟส (Out of Phase (E_2)) กับความเครียด

$$E_1 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cos \delta \quad (11)$$

$$E_2 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \sin \delta \quad (12)$$

$$\exp(i\delta) = \cos \delta + i \sin \delta \quad (13)$$

แทนค่าในสมการที่ (10) จะได้

$$E^* = \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \right) \cos \delta + i \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \right) \sin \delta \quad (14)$$

หรือสามารถเขียนได้เป็น

$$E^* = E_1 + iE_2 \quad (15)$$

เมื่อ E^* คือโมดูลัสเชิงซ้อน (Complex Modulus)

E_1 คือโมดูลัสสะสม (Storage Modulus)

E_2 คือโมดูลัสสูญเสีย (Loss Modulus)

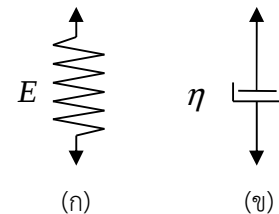
อัตราส่วนของโมดูลัสสูญเสียและโมดูลัสสะสมสามารถกำหนดได้เป็นตัวแปรใช้ในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่เชิงกลพลวัตเรียกว่า $\tan \delta$

$$\tan \delta = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\sin \delta}{\cos \delta} \quad (16)$$

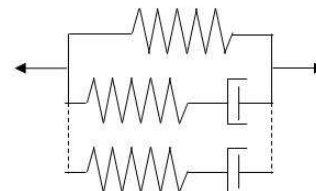
แบบจำลองทางกลที่นำมาใช้ทำนายพฤติกรรมวิสโคอีลาสติกในงานวิจัยนี้ประกอบด้วยแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์และแบบจำลองเศษส่วนอนุพันธ์ การวิเคราะห์ความเค้น ความเครียดจากแบบจำลองจะแสดงพฤติกรรมทั้งความแข็งแรงและความหนืด สามารถแทนความแข็งแรงด้วยความยืดหยุ่นของสปริง (Spring Element)

ตามกฎของฮุก และแทนความหนืดของเหลวด้วยตัวหน่วง (Dashpot Element) ตามกฎของนิวตัน (Newton's Law) พฤติกรรมวิสโคอีลาสติกของแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์สามารถแทนด้วยสมการที่ (17) [1]

$$E^*(\omega) = E_0 + \sum_{i=1}^n \frac{i\omega E_i \tau_i}{E_i + i\omega \tau_i} \quad (17)$$



รูปที่ 1 การจำลองพฤติกรรม (ก) ความยืดหยุ่น (ข) ความหนืด



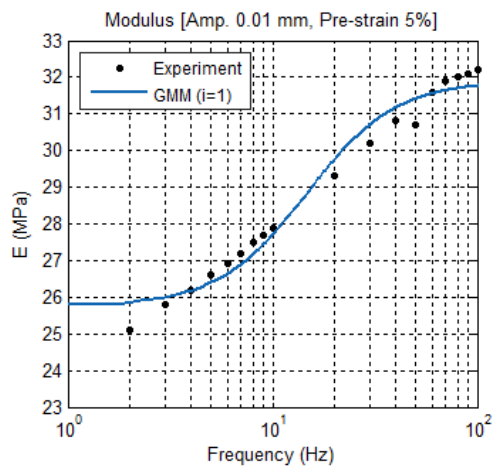
รูปที่ 2 แบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์

3. การจำลองและการหาพารามิเตอร์

งานวิจัยนี้ได้นำผลการทดสอบสมบัติเชิงพลวัตของยางเติมเขม่าดำในงานวิจัยของ นิวัตร [2] ใช้ขึ้นทดสอบยางเติมเขม่าดำ 33.33 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก มีลักษณะตามมาตรฐาน ASTM D 623-93 ทดสอบด้วยเครื่องทดสอบอีลาสโตเมอร์แบบไฮดรอลิกยี่ห้อเอ็มทีเอสโมเดล 830 (MTS elastomer testing machine model 830) ณ ห้องปฏิบัติการการสั่นสะเทือนของ ISMCM-CESTI Saint-Quen ประเทศฝรั่งเศส ทำการทดสอบภายใต้อุณหภูมิคงที่ 25 องศาเซลเซียส ให้ภาระก่อน (Pre-loads) 5% และ 10% แล้วกระตุ้นด้วยภาระฮาร์โมนิกส์ที่แอมพลิจูดคงที่ 0.01 มิลลิเมตร 0.03 มิลลิเมตร และ 0.05 มิลลิเมตร ตลอดย่านความถี่ 0-100 เฮิร์ต หาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองทั้งสองด้วยการฟิตเส้นโค้งโดยใช้โปรแกรมแมทแล็บ

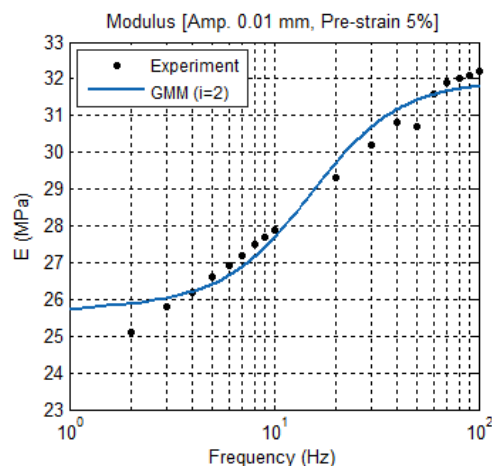
4. ผลการวิจัยและการวิจารณ์ผล

การจำลองสมบัติเชิงพลวัตโดยใช้แบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์และเศษส่วนอนุพันธ์พบว่าเมื่อเพิ่มจำนวนเอลิเมนต์ของแบบจำลองจะสามารถจำลองพฤติกรรมได้ใกล้เคียงมากขึ้น และพบว่าจำนวนเอลิเมนต์ที่เพิ่มขึ้นนั้นจำเป็นต้องใช้ข้อมูลในการจำลองมากขึ้นเช่นกัน เพื่อให้แบบจำลองสามารถจำลองได้ใกล้เคียงมากขึ้น ผลการจำลองของแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 1-6 เอลิเมนต์ดังแสดงในรูปที่ 3-20 และสามารถหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองได้ดังแสดงในตารางที่ 1-6



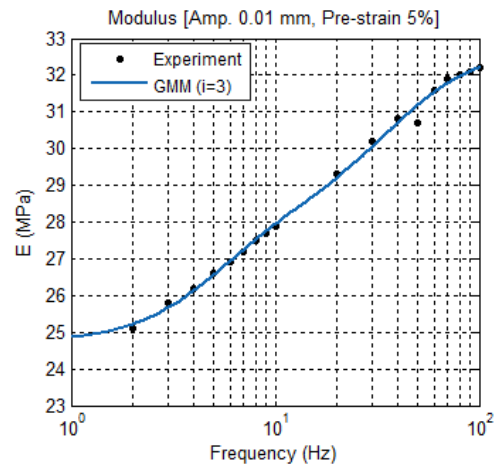
รูปที่ 3 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง

ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 1 เอลิเมนต์



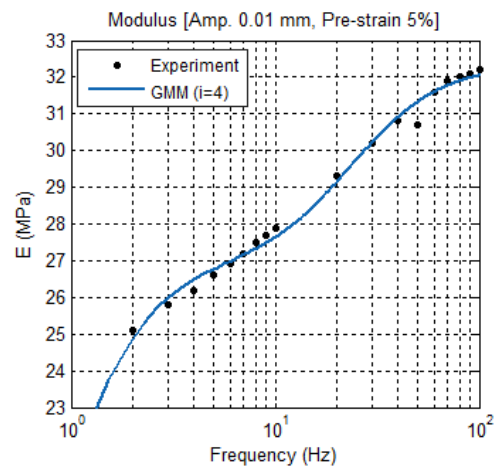
รูปที่ 4 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง

ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 2 เอลิเมนต์



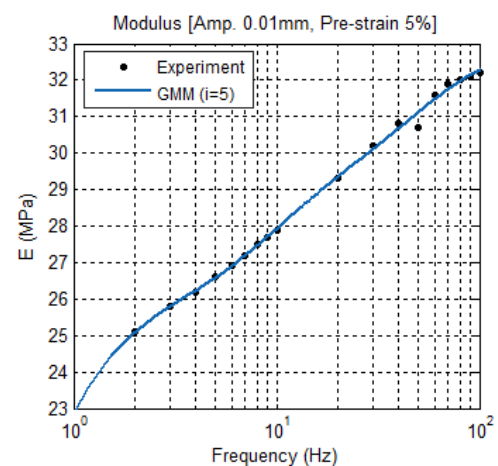
รูปที่ 5 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง

ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 3 เอลิเมนต์



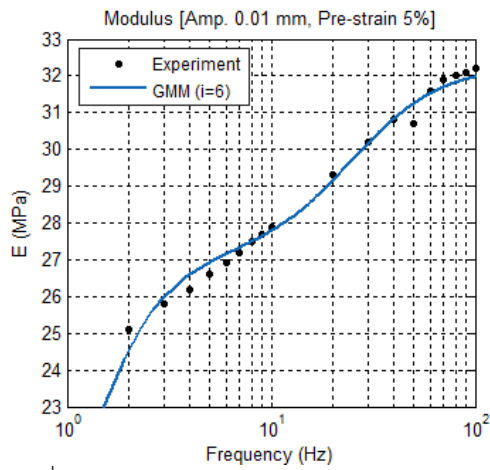
รูปที่ 6 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง

ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 4 เอลิเมนต์



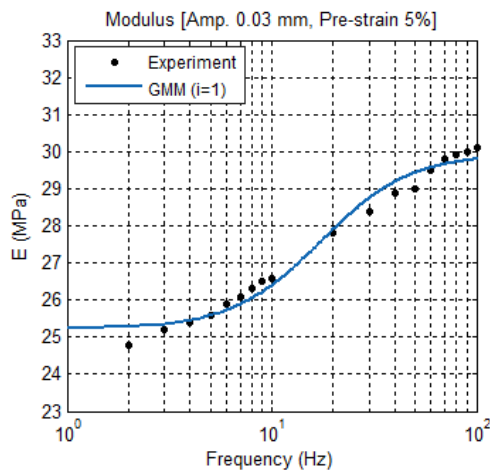
รูปที่ 7 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง

ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 5 เอลิเมนต์



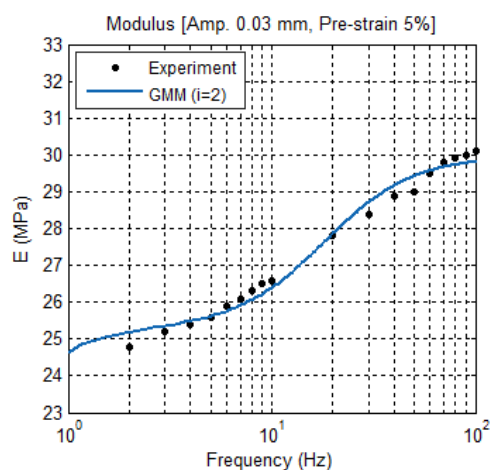
รูปที่ 8 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง

ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 6 เอลิเมนต์



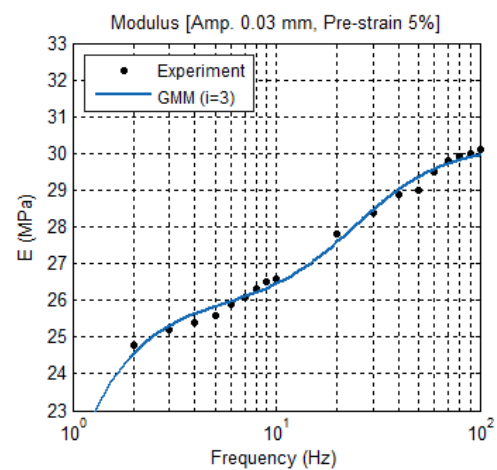
รูปที่ 9 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง

ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 1 เอลิเมนต์



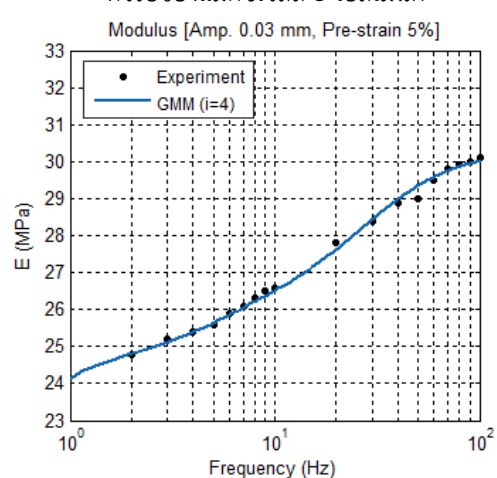
รูปที่ 10 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง

ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 2 เอลิเมนต์



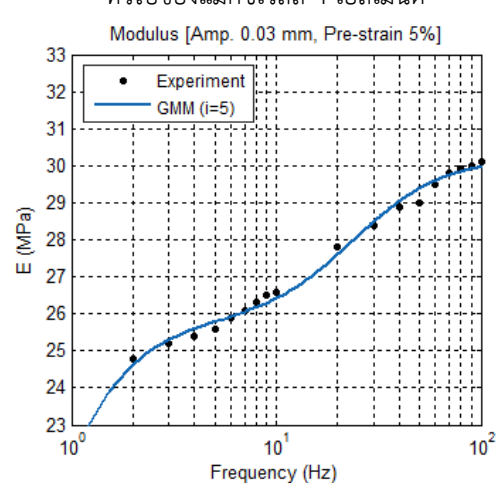
รูปที่ 11 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง

ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 3 เอลิเมนต์



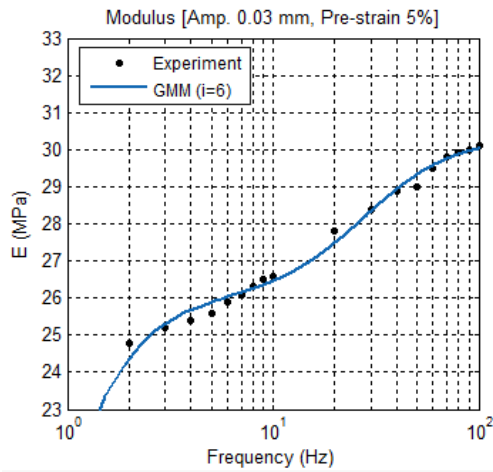
รูปที่ 12 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง

ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 4 เอลิเมนต์

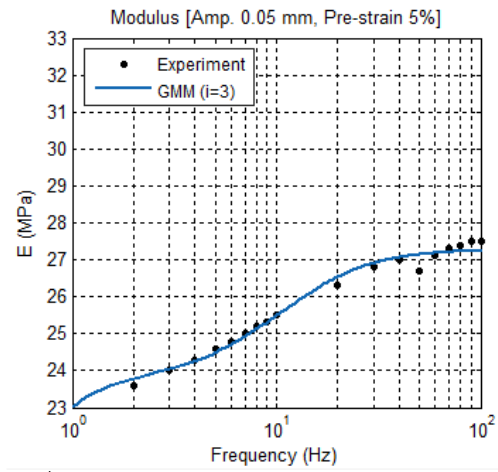


รูปที่ 13 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง

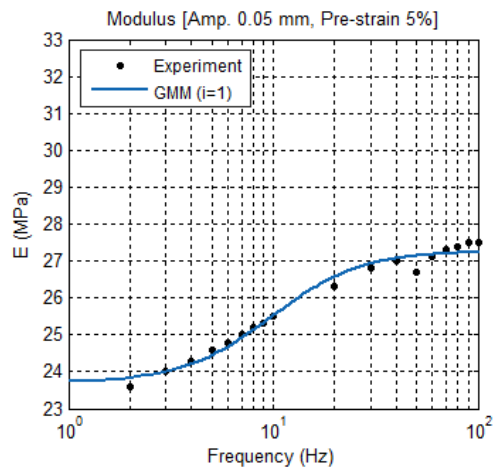
ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 5 เอลิเมนต์



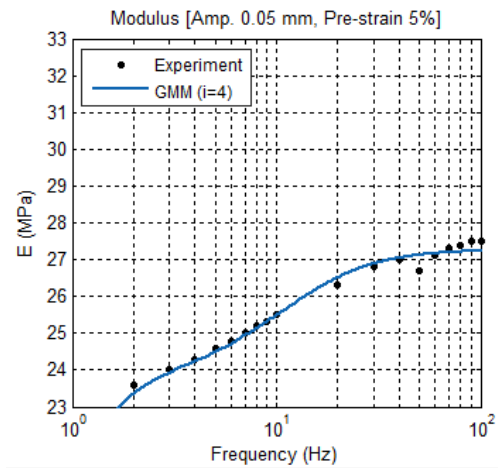
รูปที่ 14 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง
ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 6 เอลิเมนต์



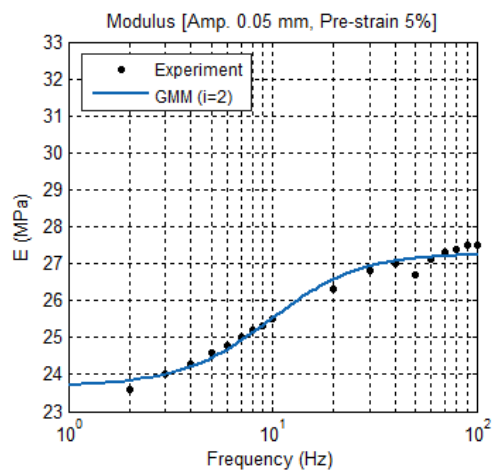
รูปที่ 17 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง
ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 3 เอลิเมนต์



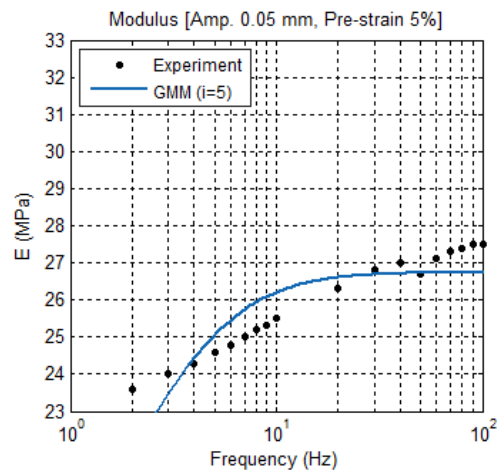
รูปที่ 15 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง
ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 1 เอลิเมนต์



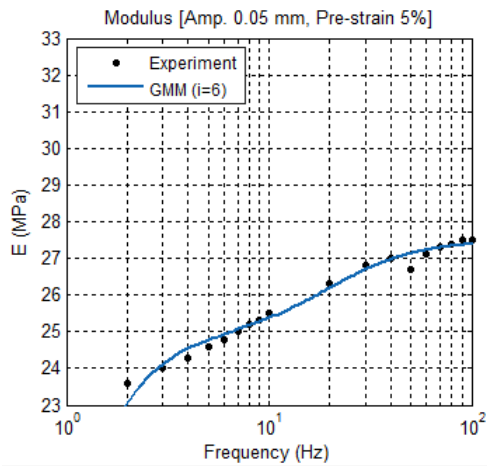
รูปที่ 18 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง
ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 4 เอลิเมนต์



รูปที่ 16 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง
ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 2 เอลิเมนต์



รูปที่ 19 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง
ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 5 เอลิเมนต์



รูปที่ 20 แผนภาพแสดงผลการจำลองของแบบจำลอง
ทั่วไปของแมกซ์เวลล์ 6 เอลิเมนต์

ตารางที่ 1 ค่าคงที่ของแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์ที่
แอมพลิจูด 0.01 มิลลิเมตร ภาระล่วงหน้า 5%

เอลิเมนต์	1	2	3	4	5	6
τ_1 (sec.)	0.07	11.4	0.03	0.04	50.9	1.23
τ_2 (sec.)	-	0.07	371	1.19	1.33	1.44
τ_3 (sec.)	-	-	0.19	0.97	0.02	1.31
τ_4 (sec.)	-	-	-	2.20	2.94	0.04
τ_5 (sec.)	-	-	-	-	0.11	1.06
τ_6 (sec.)	-	-	-	-	-	2.18
E_1 (MPa)	6.1	15.2	4.2	5.4	0.8	5
E_2 (MPa)	-	6.1	24.1	0.4	6.5	4.8
E_3 (MPa)	-	-	3.8	6.7	3.5	4.4
E_4 (MPa)	-	-	-	12.2	6.6	5
E_5 (MPa)	-	-	-	-	3.7	4.2
E_6 (MPa)	-	-	-	-	-	3
Adj. R-sq (%)	97.1	96.7	99.4	98.4	99.4	96.0
	1	1	9	5	1	9

ตารางที่ 2 ค่าคงที่ของแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์ที่
แอมพลิจูด 0.03 มิลลิเมตร ภาระล่วงหน้า 5%

เอลิเมนต์	1	2	3	4	5	6
τ_1 (sec.)	0.06	6.14	1.39	0.03	0.04	2.30
τ_2 (sec.)	-	0.06	7.90	4.43	2.09	1.88
τ_3 (sec.)	-	-	0.04	43.8	0.97	1.38
τ_4 (sec.)	-	-	-	0.18	6.27	1.98
τ_5 (sec.)	-	-	-	-	2.06	0.04
τ_6 (sec.)	-	-	-	-	-	3.25
E_1 (MPa)	4.7	25.3	11.9	3.8	4.4	4.8
E_2 (MPa)	-	4.6	5.8	12.7	12.6	5.8
E_3 (MPa)	-	-	4.3	5.7	2.4	7.9
E_4 (MPa)	-	-	-	1.8	4.5	0.9
E_5 (MPa)	-	-	-	-	0.2	4.3
E_6 (MPa)	-	-	-	-	-	4.4
Adj. R-sq (%)	97.9	97.9	98.7	99.3	98.1	96.5
	2	4	9	2	7	6

ตารางที่ 3 ค่าคงที่ของแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์ที่
แอมพลิจูด 0.05 มิลลิเมตร ภาระล่วงหน้า 5%

เอลิเมนต์	1	2	3	4	5	6
τ_1 (sec.)	0.10	0.10	2.60	4.18	2.15	1.54
τ_2 (sec.)	-	23.7	45.3	1.92	1.24	2.08
τ_3 (sec.)	-	-	0.09	2.19	0.27	1.20
τ_4 (sec.)	-	-	-	0.09	1.61	1.31
τ_5 (sec.)	-	-	-	-	0.95	1.66
τ_6 (sec.)	-	-	-	-	-	0.05
E_1 (MPa)	3.6	3.6	6.8	10.1	4.3	4.2
E_2 (MPa)	-	23.7	1.8	8.1	3.6	4.7
E_3 (MPa)	-	-	3.4	3.3	3.6	3.1
E_4 (MPa)	-	-	-	3.2	5.8	2.8
E_5 (MPa)	-	-	-	-	4.4	5.3
E_6 (MPa)	-	-	-	-	-	2.5
Adj. R-sq (%)	97.6	97.3	97.3	96.7	28.4	92.2
	9	5	1	4	1	5

ตารางที่ 4 ค่าคงที่ของแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์ที่
แอมพลิจูด 0.01 มิลลิเมตร ภาระล่วงหน้า 10%

เอลิเมนต์	1	2	3	4	5	6
τ_1 (sec.)	0.06	0.22	556	8.42	1.06	0.04
τ_2 (sec.)	-	0.03	0.25	1.93	1.88	0.88
τ_3 (sec.)	-	-	0.03	0.79	6.38	0.73
τ_4 (sec.)	-	-	-	0.05	1.61	1.17
τ_5 (sec.)	-	-	-	-	0.04	1.49
τ_6 (sec.)	-	-	-	-	-	2.91
E_1 (MPa)	5.8	3.3	4.8	13.4	6.5	3.4
E_2 (MPa)	-	4.3	3.2	12.2	5.9	5.6
E_3 (MPa)	-	-	4.5	1.8	8.3	2.6
E_4 (MPa)	-	-	-	5.4	4.0	7.7
E_5 (MPa)	-	-	-	-	5.2	3.7
E_6 (MPa)	-	-	-	-	-	3.9
Adj. R-sq (%)	97.2 3	99.8 8	99.7 5	98.5 4	98.6 9	78.4 0

ตารางที่ 6 ค่าคงที่ของแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์ที่
แอมพลิจูด 0.05 มิลลิเมตร ภาระล่วงหน้า 10%

เอลิเมนต์	1	2	3	4	5	6
τ_1 (sec.)	0.09	12.3	1.23	45.1	2.41	41.4
τ_2 (sec.)	-	0.09	98.2	3.66	1.29	4.52
τ_3 (sec.)	-	-	0.06	1.76	1.76	0.60
τ_4 (sec.)	-	-	-	0.06	0.39	2.82
τ_5 (sec.)	-	-	-	-	4.97	0.06
τ_6 (sec.)	-	-	-	-	-	0.79
E_1 (MPa)	3.4	24.2	8.4	2.0	5.4	1.9
E_2 (MPa)	-	3.4	5.5	2.8	1.7	0.3
E_3 (MPa)	-	-	2.8	14.7	6.2	0.3
E_4 (MPa)	-	-	-	2.8	6.0	8.3
E_5 (MPa)	-	-	-	-	4.0	2.7
E_6 (MPa)	-	-	-	-	-	3.1
Adj. R-sq (%)	97.8 1	97.5 7	99.1 3	98.9 1	18.9 3	98.1 8

ตารางที่ 5 ค่าคงที่ของแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์ที่
แอมพลิจูด 0.03 มิลลิเมตร ภาระล่วงหน้า 10%

เอลิเมนต์	1	2	3	4	5	6
τ_1 (sec.)	0.06	0.06	86.8	1.98	3.00	0.03
τ_2 (sec.)	-	3.20	0.06	0.05	0.03	1.97
τ_3 (sec.)	-	-	0.45	2.44	1.69	0.99
τ_4 (sec.)	-	-	-	3.86	1.26	1.29
τ_5 (sec.)	-	-	-	-	1.79	2.47
τ_6 (sec.)	-	-	-	-	-	3.44
E_1 (MPa)	4.4	4.4	2.4	13.9	3.8	4.0
E_2 (MPa)	-	25.8	0.3	4.1	4.0	2.4
E_3 (MPa)	-	-	10.0	5.5	9.7	2.8
E_4 (MPa)	-	-	-	0.3	3.7	6.5
E_5 (MPa)	-	-	-	-	5.2	4.3
E_6 (MPa)	-	-	-	-	-	7.8
Adj. R-sq (%)	97.5 7	97.8 4	42.5 2	98.7 1	98.4 2	97.4 7

5. สรุปผล

จากผลการวิจัยและวิจารณ์ผลสรุปได้ว่าแบบจำลองทั่วไปของแมกซ์เวลล์สามารถจำลองสมบัติเชิงพลวัตของยางเติมเขม่าดำได้ดี และสามารถจำลองได้มากกว่าย่านความถี่ดังกล่าวได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับจำนวนเอลิเมนต์ของแบบจำลอง

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] Franck Renaud, Jean-Luc Dion, Gael Chevallier, Imad Tawfiq and Remi Lemaire (2010). A new identification method of viscoelastic behavior: Application to the generalized Maxwell model, Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 25, September 2010, pp.991-1010.
- [2] นิวัตร มูลปา (2547). สมบัติเชิงพลวัตของยางเติมผงคาร์บอนดำภายใต้การเปลี่ยนรูปมากที่อุณหภูมิแตกต่าง



กัน, บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอม
เกล้าพระนครเหนือ, พฤษภาคม 2547, หน้า 28-46.

[3] John D. Ferry (1980). *Viscoelastic Properties
of Polymers*, John Wiley & Sons, New York.

[4] Wilhelm Flugge (1975). *Viscoelasticity*, ISBN:
978-3-662-02278-8, Springer-Verlag Berlin
Heidelberg GmbH.